



**INAOE**

**Modelo analítico para la impedancia superficial de metales rugosos orientados a la representación de las pérdidas por conductor en interconexiones de circuito impreso.**

Por

**Pedro Antonio Peralta Regalado**

Tesis sometida por requisito parcial  
para obtener el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS EN LA  
ESPECIALIDAD DE ELECTRÓNICA.**

en el

**Instituto Nacional de Astrofísica,  
Óptica y Electrónica (INAOE)**

Diciembre 2018

Santa María Tonantzintla, Puebla

Supervisada por:

**Dr. Reydezel Torres Torres, INAOE**

©INAOE 2018

Derechos reservados

El autor otorga al INAOE el permiso de reproducir y distribuir copias  
de esta tesis en su totalidad o en partes.





# Resumen

Se presenta la realización del modelo para la representación de las pérdidas asociadas con una superficie metálica rugosa al conducir corrientes alternas. El modelo se basa en el concepto impedancia superficial obtenida de la solución de las Ecuaciones de Maxwell y considerando una variación de la conductividad del metal a partir de la superficie.



# Agradecimientos

Especiales y sinceros agradecimientos al CONACYT, por la beca otorgada. "Ahora entiendo para que sirven los impuestos".

Al Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, por la oportunidad y las facilidades que me brindó durante mis estudios. Me ha dado las herramientas para cambiar mi vida.

Al Dr. Reydezel Torres Torres por el tiempo, paciencia y conocimientos que me compartió, para mí siempre va ser usted Doctor Reydezel. A la Dr. Svetlana Sejas García por proporcionarnos los materiales que sirvieron para comprobar resultados.

A los Doctores Jorge Roberto Zurita Sánchez, Roberto Stack Murphy Arteaga e Ignacio Enrique Zaldívar Huerta, por su tiempo, consejos y sugerencias para mejorar la tesis.

A los técnicos del taller de Óptica José Armando de la Luz Portilla y José Miguel Arroyo Hernández, por asesorarme y apoyarme en la preparación de las muestras para su comprobación. Al personal del laboratorio de Microelectrónica y LIMEMS Armando Hernández Flores y Leticia Tecuapetla Quechol (respectivamente), por las facilidades que me brindaron para realizar las comprobaciones experimentales.

A mis compañeros de generación, de ustedes mucho aprendí, me quedo añorando esos días de estrés académico y también las borracheras.

A mi mamá que siempre me apoya en mis locuras, buenas o malas se pongan las cosas para Pedro, siempre estas ahí, gracias por todo Victoria. A mi papá que un día se aseguró de que Pedro pudiera tener un futuro, muchas gracias Papá.

Por último pero no menos importante, a mi hija Frida Victoria Peralta Martínez y a mi esposa Edith Martínez Cortes por el tiempo que no compartí con ellas, por su paciencia y amor hacia mi persona. Por todo aquello que no vivimos.



# Índice general

Resumen . . . . .	III
Agradecimientos . . . . .	V
Índice General . . . . .	VIII
Índice de figuras. . . . .	XI
Índice de tablas. . . . .	XIII
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Importancia de las pérdidas en circuitos impresos de alta velocidad . . . . .	1
1.1.1. Tasas de transmisión en circuitos avanzados . . . . .	2
1.1.2. Degradación de señales por pérdidas físicas . . . . .	2
1.2. Efecto a micro-escala en un conductor: rugosidad . . . . .	3
1.2.1. Requerimientos de rugosidad en metales . . . . .	3
1.2.2. Efecto en la atenuación . . . . .	3
1.3. Tipos de modelado . . . . .	4
1.3.1. Representaciones geométricas . . . . .	5
1.3.2. Impedancia superficial . . . . .	5
1.4. Objetivo de este trabajo . . . . .	6
<b>2. El cobre rugoso en circuitos impresos</b>	<b>7</b>
2.1. Fabricación de cobre para circuitos impresos . . . . .	7
2.1.1. Cobre electrodepositado . . . . .	7
2.1.2. Cobre laminado . . . . .	8
2.2. Clasificación de láminas de cobre obtenidas por electrodeposición . . . . .	9
2.3. Muestras disponibles para este trabajo . . . . .	9
2.4. Conclusiones del capítulo . . . . .	12
<b>3. Modelos para el efecto de la rugosidad en las pérdidas en líneas de transmisión</b>	<b>13</b>
3.1. Modelos de interpolación a resultados numéricos . . . . .	13
3.1.1. Fórmula de Hammerstad y Jensen . . . . .	14
3.1.2. Modelo de Groiss . . . . .	15
3.2. Modelos de superposición de potencia . . . . .	16
3.2.1. Modelo semiesférico . . . . .	16
3.2.2. Modelo esférico . . . . .	18
3.3. Modelo de gradiente . . . . .	18
3.4. Conclusiones del capítulo . . . . .	20

---

<b>4. Desarrollo del modelo propuesto</b>	<b>21</b>
4.1. Modelo propuesto . . . . .	22
4.2. Cálculo de la impedancia superficial de un conductor . . . . .	23
4.2.1. Deducción de la conductividad . . . . .	23
4.2.2. Análisis matemático de los campos . . . . .	25
4.2.3. Cálculo de la impedancia superficial . . . . .	31
4.3. Comparación de resultados . . . . .	33
4.4. Conclusiones del capítulo . . . . .	37
<b>5. Comprobaciones experimentales</b>	<b>41</b>
5.1. Planteamiento de las comprobaciones . . . . .	41
5.2. Resultados . . . . .	43
5.3. Conclusiones del capítulo . . . . .	46
<b>6. Conclusiones y futuros trabajos</b>	<b>51</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	51
6.2. Futuros trabajos . . . . .	52
<b>A. Impedancias superficiales en HFSS</b>	<b>53</b>
<b>B. Dado un valor de K cuál es la resistencia.</b>	<b>55</b>



# Índice de figuras

1.1. Imagen que representa el cambio en la distribución de corriente $J_z$ en la sección transversal de un conductor debido al efecto piel a diferentes frecuencias: bajas (arriba) y altas (abajo). . . . .	4
2.1. Ilustración conceptual alusiva a la fabricación de cobre obtenido por electrodepósito, imagen tomada de [4]. . . . .	8
2.2. Imagen alusiva a la fabricación de cobre obtenido por laminado, imagen tomada de [4]. . . . .	9
2.3. Sección transversal de una línea en el prototipo INTEL. Las medidas reales del trazo conductivo (sección clara) son $\approx 50 \text{ um}$ (altura) $\times 150 \text{ um}$ (base). . . . .	10
2.4. Evidencia experimental de las mediciones de rugosidad realizadas al prototipo ISOLA_A. . . . .	11
2.5. Evidencia experimental de las mediciones de rugosidad realizadas al prototipo ISOLA_B. . . . .	11
2.6. Evidencia experimental de las mediciones de rugosidad realizadas al prototipo ISOLA_C. . . . .	12
3.1. Ejemplos de geometrías consideradas para la deducción de los efectos de pérdidas, de la imagen del inciso (b) es donde surge la fórmula de Hammerstad y Jensen, figura tomada de [14]. . . . .	14
3.2. Gráfica de las curvas contra frecuencia del cociente de la potencia disipada por un conductor rugoso entre la de uno liso, según el modelo de Hammerstad. El conductor es cobre. . . . .	15
3.3. Gráfica de las curvas contra frecuencia del factor de corrección que permite representar el efecto de la rugosidad en la pérdida de potencia, según el modelo de Groiss. Los parámetros pertenecen al cobre. . . . .	16
3.4. Imagen que muestra como interpretar los parámetros del modelo semi-esférico [50]. . . . .	17
3.5. Figura que muestra esquemáticamente como se obtienen los parámetros que alimentan la fórmula del modelo esférico. Imagen tomada de las ventanas de ayuda de HFSS. . . . .	18
3.6. Parte real de la impedancia superficial contra frecuencia para distintos valores de $H_{\text{Rms}}$ . Según el modelo gradiente. . . . .	19
3.7. Razón de potencias rugoso a liso contra frecuencia, para distintos valores de $H_{\text{Rms}}$ . Según modelo gradiente. . . . .	20

4.1. Ilustración gráfica de los pasos para llevar a cabo la propuesta de análisis. . . . .	22
4.2. Unión dieléctrico conductiva que sirve de referencia para interpretar los parámetros del modelo. . . . .	24
4.3. Considerando el modelo expresado en (4.2.2), se muestran las curvas de la conductividad eléctrica relativa al valor nominal contra la posición normalizada con respecto a $H_{Rms}$ . Las diferentes curvas muestran la variación de la función de transición desde el caso lineal ( $n = 1$ ) hasta una representación cuártica ( $n = 4$ ). . . . .	26
4.4. Parte real de la impedancia superficial contra frecuencia para diferentes valores de $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor $n = 1$ . . . . .	35
4.5. Parte real de la impedancia superficial contra frecuencia para diferentes valores de $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor $n = 2$ . . . . .	35
4.6. Parte real de la impedancia superficial contra frecuencia para diferentes valores de $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor $n = 3$ . . . . .	36
4.7. Parte real de la impedancia superficial contra frecuencia para diferentes valores de $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor $n = 4$ . . . . .	36
4.8. Razón de potencia rugoso a liso contra frecuencia para diferentes valores de $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor $n = 1$ . . . . .	37
4.9. Razón de potencia rugoso a liso contra frecuencia para diferentes valores de $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor $n = 2$ . . . . .	37
4.10. Razón de potencia rugoso a liso contra frecuencia para diferentes valores de $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor $n = 3$ . . . . .	38
4.11. Razón de potencia rugoso a liso contra frecuencia para diferentes valores de $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor $n = 4$ . . . . .	38
5.1. Imagen para interpretar los valores de la tabla (5.1). . . . .	42
5.2. Estructura de simulación utilizada en HFSS para comprobar propuesta. . . . .	43
5.3. Evidencia experimental de las medidas de sección transversal de las líneas INTEL. . . . .	44
5.4. Evidencia experimental de las medidas de sección transversal de las líneas ISOLA_A. . . . .	44
5.5. Evidencia experimental de las medidas de sección transversal de las líneas ISOLA_B. . . . .	45

5.6. Evidencia experimental de las medidas de sección transversal de las líneas ISOLA_C. . . . .	45
5.7. Resultados experimentales (INTEL_) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraída mediante la impedancia superficial (4.2.16). . . . .	46
5.8. Resultados experimentales (INTEL_) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraída mediante la impedancia superficial (4.2.16). . . . .	47
5.9. Resultados experimentales (ISOLA_A) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraída mediante la impedancia superficial (4.2.16). . . . .	47
5.10. Resultados experimentales (ISOLA_A) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraído mediante la impedancia superficial (4.2.16). . . . .	48
5.11. Resultados experimentales (ISOLA_B) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraído mediante la impedancia superficial (4.2.16). . . . .	48
5.12. Resultados experimentales (ISOLA_B) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraído mediante la impedancia superficial (4.2.16). . . . .	49
5.13. Resultados experimentales (ISOLA_C) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraído mediante la impedancia superficial (4.2.16). . . . .	49
5.14. Resultados experimentales (ISOLA_C) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraído mediante la impedancia superficial (4.2.16). . . . .	50
A.1. Ventana de asignación de impedancias superficiales. . . . .	54
B.1. Sección transversal de las simulaciones computacionales utilizadas para obtener la resistencia del trazo por donde va la señal. Se considera un dieléctrico perfecto y PEC en el plano de tierra. . . . .	55
B.2. Imagen para interpretar los parámetros de la propuesta para modelar una resistencia con efectos de la rugosidad. Los valores $Down_o = d_o$ , $Down_f = d_f$ , $Up_o = d_o$ y $Up_f = d_f$ son la razón de corriente superior e inferior, inicial y final respectivamente. . . . .	56
B.3. $f$ vs Razón de corriente en zona superior e inferior del trazo conductivo. . . . .	58
B.4. Error al asumir una propuesta analítica para la resistencia sin rugosidad y su comparación con la simulación numérica. . . . .	58
B.5. $f$ vs $R(f)$ , muestran los casos de resistencias sin rugosidad y las resistencias del caso rugoso ambos analíticos, se comparan con las obtenidas por inclusión de impedancia superficial lisa o con rugosidad por solución numérica. . . . .	59



# Índice de cuadros

1.1. Frecuencia de operación de algunos componentes electrónicos y tecnologías que utilizan subsistemas que operan en la frecuencia de las microonda. . .	2
2.1. Valores experimentalmente determinados de $H_{Rms}$ tanto para el conductor que forma las líneas microstrip (pista), como para el que forma el plano de tierra. . . . .	12
4.1. Tabla que resume las posibilidades de uso de la impedancia superficial (4.2.16), en distintos orden. . . . .	34
5.1. Medidas de la sección transversal del microstrip, mediante las cuales relacionaremos la propuesta con mediciones reales. Para el significado de las variables véase la figura 5.1. . . . .	42



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Importancia de las pérdidas en circuitos impresos de alta velocidad

El avance en la electrónica ya en el siglo XXI ha llevado a la miniaturización de los componentes internos de circuitos integrados y al incremento en la velocidad de operación [1]. Como consecuencia de ambas situaciones, los fenómenos físicos que cobran importancia requieren comenzar a modelarse en el dominio ondulatorio [2], lo que trae consigo complicaciones. Considérese, por ejemplo, que independiente del diseño y fabricación de los componentes electrónicos integrados, éstos necesitan comunicarse entre ellos para la realización de operaciones que solo pueden producirse si operan en conjunto. Así, cuando la frecuencia de operación es alta ( $> 1$  GHz), la comunicación que se establece mediante interconexiones requiere de la consideración de conceptos de Teoría de Líneas de Transmisión [3].

Por otra parte, en la implementación de las plataformas que permiten la integración de los sistemas electrónicos, se ha empleado por décadas la tecnología de circuitos impresos, de hecho, seleccionando los materiales correctos, es posible emplear ésta tecnología incluso en sistemas cuya operación es en alta frecuencia [4] - [5]. A grandes rasgos, ésta tecnología se basa en el montaje superficial de componentes integrados sobre un laminado constituido por materiales dieléctricos; así, aun cuando los circuitos integrados operen a frecuencias altas, es posible aprovechar la placa dieléctrica para realizar las interconexiones entre componentes mediante líneas del tipo microcinta (en inglés, microstrip), guías de onda coplanares, cintas (en inglés, striplines), etc. Es importante resaltar, sin embargo, que cuando las señales son enviadas a través de dichas interconexiones, la potencia de entrada no es la misma que la de salida, esto aun suponiendo que no hay reflexión de energía en los puertos debido a desacoplamientos. La razón de esto, es que los materiales con que fueron realizadas las interconexiones influyen en la pérdida de potencia ya que no presentan características ideales. Por esta razón, en presencia de dieléctricos y conductores y despreciando los efectos de la radiación, las pérdidas presentes en interconexiones en circuito impreso son originadas por los efectos del conductor y el dieléctrico [6].

Para la gran mayoría de las condiciones de aplicación es necesario transmitir por estos canales de transmisión señales con ciertas características; luego, es requerido que sean

recuperadas con la menor distorsión y atenuación posible, ya que en última instancia dichas señales son la forma en que se envía y recibe información entre los componentes integrados. Desafortunadamente, conforme la frecuencia se incrementa el efecto de las pérdidas de potencia se hace más notable [7]; de tal suerte, que se hace imprescindible tomarlo en cuenta para mejorar la exactitud y capacidad en predicción de los modelos.

### 1.1.1. Tasas de transmisión en circuitos avanzados

Las capacidades de transmisión y procesamiento de datos con tecnología electrónica cada vez son mayores. Así, aplicaciones en componentes internos de computadoras, aplicaciones satelitales, telefonía móvil, GPS y redes inalámbricas son ejemplos vanguardistas de la latente necesidad de aumentar la transferencia de datos para evitar largas esperas en el procesamiento de información.

Aplicacion	Frecuencia
Satélites	5.9 - 31 GHz
Microprocesadores de computadora	Máximo 5 GHz
Bluetooth	2.4 GHz
WIFI	2.4 - 5 GHz
GPS	1 - 2 GHz
3G México	0.85 / 1.9 GHz
4G México	1.7 / 2.1 GHz
Microprocesador de teléfonos móviles	Máximo 2.39 GHz

Cuadro 1.1: Frecuencia de operación de algunos componentes electrónicos y tecnologías que utilizan subsistemas que operan en la frecuencia de las microonda.

La tabla (1.1) presenta un resumen sintetizado de la velocidad a la que manejan la información algunos de los circuitos electrónicos modernos más populares. Esta información fue recopilada del Internet [8], [9] y [10], con la finalidad de tener datos actualizados que no se encuentran en los libros de texto; esto debido a que año con año algunos valores de la tabla anterior cambian constantemente.

### 1.1.2. Degradación de señales por pérdidas físicas

Las interconexiones de alta velocidad realizadas en tecnología de circuito impreso (en lo que sigue se enfatizará en las líneas del tipo microstrip) tienen una composición material dada por dieléctricos no magnéticos y conductores. Debido a que la composición material del sistema determina el origen de las pérdidas intrínsecas [2], las pérdidas de potencia que pueden ocurrir en las líneas del tipo microstrip (a las cuales de aquí en adelante sólo se les llamará microstrip) son debidas a la placa dieléctrica y a los conductores utilizados en las impresiones sobre la placa e incluso a los conductores usados internamente en los empaquetados multinivel [6].

Con la finalidad de evaluar el desempeño de las líneas, ciertos requerimientos deberán cumplirse en la distorsión y atenuación de señales del dominio eléctrico. Dichas señales



## **1.2. EFECTO A MICRO-ESCALA EN UN CONDUCTOR: RUGOSIDAD 3**

---

son analizadas mediante la aplicación del concepto de componentes armónicas. Por ejemplo, los pulsos son comunes en electrónica digital [11] y las señales armónicas lo son en las comunicaciones para modular [12]. De esta manera, para establecer criterios de funcionamiento aceptable de los circuitos, ciertos límites de tolerancia son aceptados en la degradación de las señales que viajan por las interconexiones, lo anterior con el fin de lograr una comunicación confiable entre componentes integrados. Uno de los efectos que comienza a ser importante cuando se analiza la degradación de las señales con componentes armónicos en el rango de las microondas (1-300 GHz) es el notorio incremento en la atenuación de las mismas a medida que la frecuencia se hace más alta. En este sentido, las pérdidas por disipación de energía en las interconexiones contribuyen en gran medida a un retraso en fase adicional al que se considera cuando los modelos suponen que los conductores son perfectos; éste efecto no es muy notorio e incluso es despreciable [13]. El principal efecto de las pérdidas disipativas se hace presente en la atenuación de señales que se propagan por el canal de transmisión, pudiendo en última instancia algunos de los integrados que se interconectan no detectar las señales; esto debido a que no alcanza los niveles adecuados de potencia mínima o tiene una alta dispersión.

### **1.2. Efecto a micro-escala en un conductor: rugosidad**

En esta sección, se discute sobre de la rugosidad en conductores eléctricos, así como cuáles son los efectos que existen en un conductor rugoso que opera con señales en el rango de las microondas (hasta 300 GHz). Se comentará también la necesidad inherente de la rugosidad en la fabricación de circuitos impresos.

#### **1.2.1. Requerimientos de rugosidad en metales**

Los componentes electrónicos que se encuentren separados físicamente de otros dentro de un sistema, necesitan ser conectados si requieren de operar en conjunto. En éste sentido, la importancia del diseño de las características en los canales de comunicación correspondientes es notable; esto se acentúa al considerar la tendencia en los componentes electrónicos a elevar la velocidad de operación. Por otra parte, ya que los circuitos integrados son comúnmente montados superficialmente en una placa dieléctrica de circuito impreso, la construcción de las pistas de interconexión requiere de adhesión del metal (cobre) al dieléctrico, tal efecto sólo es logrado mediante un aumento en la rugosidad de los medios que se unen [4] - [5], desafortunadamente, esto incrementa la resistencia de la línea, lo que representa un efecto necesariamente a ser considerado en las frecuencias de operación del rango de las microondas.

#### **1.2.2. Efecto en la atenuación**

La evidencia de que un conductor con irregularidades superficiales disipa mayor potencia que su contraparte lisa fue reportada por primera vez en [14]. A partir de entonces, se han realizado una diversidad de análisis desde distintos enfoques en el que dan evidencia de

lo que Morgan expone [15] - [16]. Se sabe ahora que el incremento en la potencia disipada tiene origen conductivo, de hecho, siguiendo éstos análisis, se ha justificado que no porque exista rugosidad en el dieléctrico también habrá de incrementar significativamente el valor de potencia disipativa debida al dieléctrico [6], [13] y [17].

Para comprender el efecto de la rugosidad en las características eléctricas de interconexiones puede partirse de casos más simples. Así, el efecto disipativo dominante en conductores lisos que operan en las radio-frecuencias está relacionado al efecto piel [1] y [18], mismo que se manifiesta como el incremento de resistencia en el conductor debido al confinamiento de corriente a las paredes del borde conductivo. De esta manera, a mayor frecuencia menor el área efectiva por donde fluye la corriente, véase la figura 1.1. Adicionalmente a los efectos mencionados, la inclusión de geometrías con curvatura distintas de cero sobre los bordes conductivos, modifica las propiedades de impedancia superficial [19] manifestándose mediante el aumento en la potencia disipada debido a la inclusión de rugosidad superficial en el conductor.

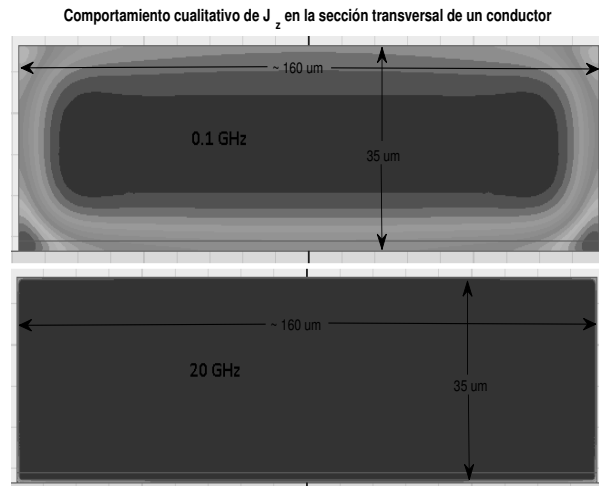


Figura 1.1: Imagen que representa el cambio en la distribución de corriente  $J_z$  en la sección transversal de un conductor debido al efecto piel a diferentes frecuencias: bajas (arriba) y altas (abajo).

### 1.3. Tipos de modelado

En el contexto de las simulaciones por computadora de componentes electromagnéticos de alta frecuencia, existen dos formas principales de obtener las soluciones numéricas de campos en metales que incluyen la rugosidad. Así, existen algunos beneficios y complicaciones de optar por una u otra metodología; esto se discute brevemente en esta sección.

El método de elemento finito es quizá la metodología numérica más utilizada para la obtención de soluciones a las ecuaciones diferenciales parciales que describen fenómenos físicos. Para su aplicación se definen representaciones compuestas por objetos geométricos

básicos que mediante la selección de un tamaño adecuado pueden emplearse para reproducir bordes irregulares [20]. Entrando en éste punto, el método elementos finito funciona bien cuando la malla de solución numérica tiene longitudes características menores que la de las regiones donde los fenómenos físicos presentan cambio sustancial. Sin embargo, en muchos casos existen complicaciones para cumplir dicho criterio debido a los altos requerimientos computacionales [19].

### 1.3.1. Representaciones geométricas

Usando como ejemplo la representación de la rugosidad, lo más obvio es realizar simulaciones computacionales en la que la representación de las protuberancias en el conductor fueran lo más cercano posible a la realidad física [21]. Surge un inconveniente cuando se intenta realizar éste tipo de simulaciones para modelar componentes con desempeño en alta frecuencia, las mallas del conductor requieren describir el efecto piel que en la mayoría de casos aplicables a la electrónica de microondas es muy pequeña comparado al valor asociado a medidas de otros materiales. Esto provoca que los tiempos de cómputo aumenten exponencialmente e incluso el cómputo puede verse limitado por la capacidad de memoria de las computadoras, en casos extremos. Por otra parte, cabe aclarar que casos de líneas recortadas con las condiciones específicas de incrustación en HFSS [22] pueden simular líneas de diversas longitudes sin mayor complicación, pero no podríamos tomar en cuenta éstos efectos en sistemas generales como antenas, divisores de potencia, etc.

Una posible segunda solución en este mismo contexto es generar geometrías que tengan las mismas propiedades estadísticas que la rugosidad real, el problema de las mallas sigue existiendo pero se relajan los criterios con respecto a las simulaciones de rugosidad real. Cabe aclarar que esta forma de resolver es posible usando algunas técnicas internas de incrustación en HFSS, pero nuevamente esta forma de resolver adolecería de generalizarse a sistemas que no son líneas de transmisión.

### 1.3.2. Impedancia superficial

Existe un tercer marco metodológico, donde el conductor queda aislado en las condiciones de frontera adecuadas para su análisis [15], [23], [24], [25] y [26]. En algunos casos, se obtiene una conductividad efectiva [27] - [28], mientras que en otros una impedancia superficial [29] que es definida en los modelos para simulación de sistemas y componentes de alta frecuencia. Esta técnica tiene aplicación en software comercial estándar como HFSS, CST, SONNET, etc. De hecho, resulta ser la formulación de impedancia superficial la que permite una representación más general del problema [19], ya que la teoría no está limitada a conductores.

La ventaja del último método es su eficiencia computacional, ya que no cambia las características de malla con respecto al caso en el que no se incluyen conductores rugosos, por lo que el tiempo de cómputo no es mucho mayor. Esto se debe a que las simulaciones con conductores lisos usan el mismo concepto en su cómputo numérico (HFSS, CST, SONNET, etc) interno a menos que le indiquemos lo contrario. La principal desventaja estriba en tomar en cuenta diversas aproximaciones de orden perturbado en el efecto piel

[30] para describir efectos en frecuencia inferiores donde la longitud de penetración del efecto piel es mayor que el espesor del conductor. Además, la representación de los efectos de borde también puede comprometerse [31], lo anterior puede omitirse en el sentido que a baja frecuencia los criterios para la malla conductiva no son muy fuertes de tal manera que los problemas asociados con la malla del conductor no son importantes de considerar en simulaciones de baja frecuencia [32].

## 1.4. Objetivo de este trabajo

Desde el enfoque del modelo de gradiente [26] en este trabajo se propone una metodología para obtener las impedancias superficiales [29] que ayudan a tomar en cuenta los efectos de la rugosidad superficial en metales cuando se realizan simulaciones computacionales en frecuencias altas ( $> 0.1$  GHz). Se ha optado por tal enfoque de solución debido a que el trabajo más avanzado en el tema y que fue expuesto en [26], [28] y [29] hace una interpretación incorrecta de las ecuaciones de Maxwell que lleva a la introducción de errores en el cálculo de la impedancia. Además, se obtiene una representación alternativa de esta impedancia al permitir el cálculo de los resultados numéricos empleando fórmulas simples y finalmente llegar a una fórmula cerrada para la resistencia del conductor incluyendo el efecto de la rugosidad de su superficie en altas frecuencias. Finalmente, debido a que el método de impedancia superficial tiene ciertas fallas conforme la frecuencia es del rango en que el efecto piel es aproximado al espesor del conductor [19], aquí también se presenta una metodología para obtener la resistencia de un trazo conductivo de una microstrip que incluye los efectos de la razón potencia rugoso a suave  $K$ .

## Capítulo 2

# El cobre rugoso en circuitos impresos

En este capítulo se mencionan brevemente algunas de las características que determinan el rendimiento eléctrico de las láminas de cobre usadas en la implementación de tarjetas de PCB para aplicaciones de alta frecuencia. Así mismo, se describen las opciones comerciales más empleadas en la actualidad. A partir de esto, se presentan las características de los cobres utilizados en prototipos que fueron requeridos en este trabajo para verificar las metodologías que se desarrollaron.

Las características de las láminas de cobre que se pueden encontrar actualmente para la realización de las líneas conductoras en los circuitos impresos es muy variada. Éstas pueden diferir drásticamente entre ellas, por lo que el diseñador debe ser cuidadoso en su apropiada selección para cumplir los requerimientos de una aplicación en particular. Con el propósito de que el diseñador pueda tomar decisiones informadas al hacer esta selección, existen especificaciones técnicas proporcionadas por los fabricantes en la "Hoja de Datos". En este capítulo se comentara de los más importantes.

### 2.1. Fabricación de cobre para circuitos impresos

Dos son los principales procedimientos para la fabricación de rollos de cobre que habrán de ser utilizados en la industria de los PCB: i) cobre laminado y ii) cobre electro-depositado. Sin embargo, hay que tomar en cuenta que pueden existir algunas variantes simples de estos procesos para mejorar alguna especificación técnica que resulte de particular importancia para ciertas aplicaciones [5].

#### 2.1.1. Cobre electrodepositado

En los procesos de elaboración de láminas de cobre donde la película de rugosidad de la superficie se forma mediante electrodepósito, éstas se pasan a través de una solución electrolítica con sales de cobre, la cual está contenida en un recipiente. Una ilustración de este proceso, que se lleva a cabo con la ayuda de un tambor giratorio que permite controlar el tiempo que la lámina está inmersa en la solución, se muestra en la figura 2.1. Así, cuando un campo eléctrico es aplicado entre la lámina de cobre (que actúa como cátodo) y dos electrodos (ánodos) sumergidos en la solución, el tambor comienza a girar a un ritmo lento, lo que permite que el cobre contenido en la solución se adhiera a la lámina. De esta

manera, a mayor velocidad de giro del tambor se consiguen perfiles de menor rugosidad, pues menos cobre se adhiere a la lámina. Nótese también que con este procedimiento sólo se aumenta significativamente la rugosidad del lado exterior de la lámina (o sea, el que no hace contacto con el tambor), mientras que el lado opuesto queda considerablemente más liso. Este procedimiento es conocido como electrodepósito estándar [4].

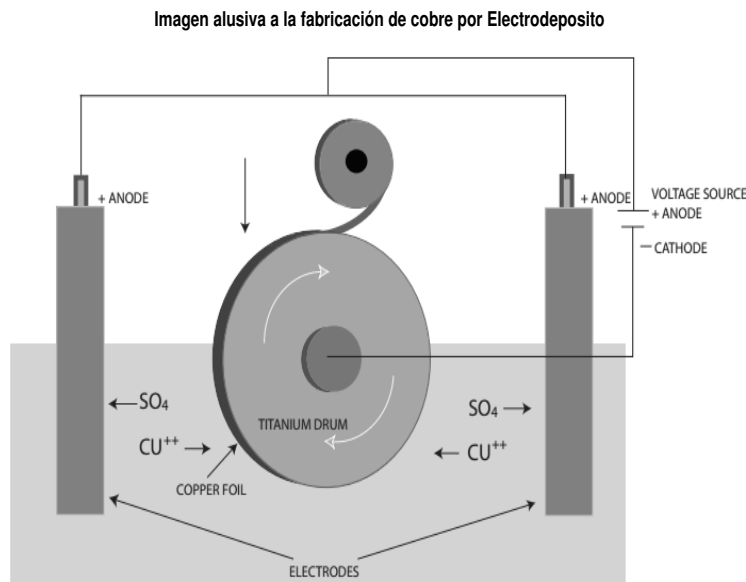


Figura 2.1: Ilustración conceptual alusiva a la fabricación de cobre obtenido por electrodepósito, imagen tomada de [4].

Además del cobre rugoso para PCB obtenido por electrodeposición, mediante procedimientos adicionales de tratamiento existen algunas variantes que realizan procedimientos patentados, cuyo objetivo es tratar el lado suave de la lámina de cobre electrodepositado, para que con rugosidad agregada este sea el lado que se lamina al dieléctrico. Algunos de los principales procedimientos comerciales son cobre resistivo, cobre electrodepositado con tratamiento reversivo y láminas de cobre LoPro<sup>TM</sup>, véase las características técnicas de las anteriores láminas de cobre en [5].

### 2.1.2. Cobre laminado

Este estilo de cobre es hecho por medio de operaciones sucesivas de laminado en frío para reducir el espesor y extender la longitud de una moldura de cobre puro, véase la figura 2.2. La suavidad depende del tren de laminado y de la presión con la que se desdobl原因 las muestras.

El cobre en tiras obtenido por este procedimiento es más suave que el que se obtiene por electrodeposición, por lo que ofrece un mejor rendimiento en PCBs con aplicaciones de alta frecuencia, debido a que la rugosidad es menor, el inconveniente de esto, es una menor adherencia, misma que podría ser importante en algunas aplicaciones.

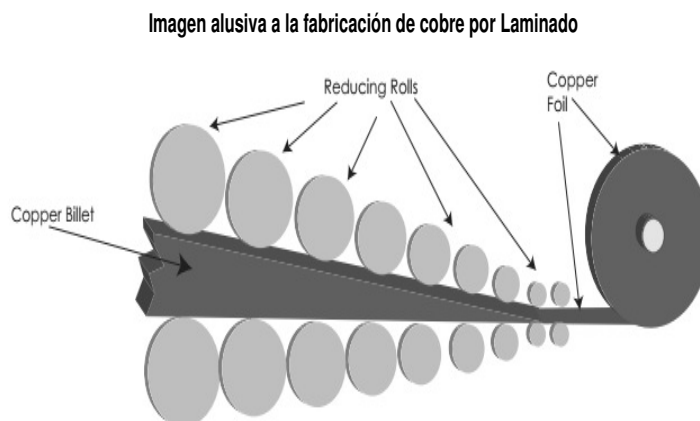


Figura 2.2: Imagen alusiva a la fabricación de cobre obtenido por laminado, imagen tomada de [4].

## 2.2. Clasificación de láminas de cobre obtenidas por electrodeposición

Hay diferentes clases de cobre electrodepositado. Como división básica se consideran cuatro tipos, que son (de mayor a menor rugosidad): i) perfil de alta rugosidad, ii) perfil estándar de rugosidad, iii) perfil de baja rugosidad y iv) perfil de rugosidad muy baja, si bien no hay una clasificación estándar en función de las estadísticas de rugosidad para los tipos de laminas de cobre mencionadas es común que estas exhiban valores de rugosidades en  $H_{Rms}$  menores que 0.6  $\mu m$  para los perfiles de muy baja rugosidad, entre de 0.5  $\mu m$  - 1  $\mu m$  para perfiles de baja rugosidad, entre de 1  $\mu m$  - 2  $\mu m$  en perfiles con rugosidad estándar y valores superiores de 2  $\mu m$  en perfiles de alta rugosidad, véase [4] y [33].

Debido a que un incremento en la rugosidad de la superficie del cobre incrementa a su vez la potencia disipada en el circuito, esta característica debe tomarse en cuenta en la implementación de circuitos donde la integridad de las señales pueden verse comprometida por esta pérdida. Así, para aplicaciones en las que la pérdida de potencia no es crítica pueden utilizarse láminas con alta rugosidad para mejorar la adherencia al dieléctrico, mientras que en el extremo contrario se prefiere disminuir la rugosidad y es necesario hacer tratamientos adicionales a los laminados para mejorar la adherencia [33]. En este trabajo, todos los prototipos utilizados emplean láminas de cobre con electrodeposición y a continuación se describen a detalle.

## 2.3. Muestras disponibles para este trabajo

En esta sección se describe el perfil de la rugosidad de la superficie de las muestras de cobre utilizados en los prototipos que son necesitados en este trabajo para verificaciones experimentales. La figura de mérito que se emplea para hacer la descripción es el valor cuadrático medio de la altura de los picos que presenta la topografía de la superficie  $H_{Rms}$ . Se cuenta con cuatro prototipos que contienen líneas de transmisión de alta frecuencia

tipo microstrip. Estos prototipos fueron realizados por separado sobre la parte superior de cada PCB; mismos que se identifican como: INTEL, ISOLA\_A, ISOLA\_B e ISOLA\_C. Primeramente, para la caracterización de todos los prototipos se llevaron a cabo mediciones de rugosidad por parte de la compañía fabricante de laminados de PCB de alta frecuencia ISOLA. Adicionalmente, para verificación de consistencia, estas mismas mediciones fueron realizadas en el Laboratorio de Microscopia Electrónica del INAOE para los prototipos: ISOLA\_A, ISOLA\_B e ISOLA\_C. Se comprobó correspondencia dentro de una tolerancia aceptable entre los resultados de las mediciones obtenidas en los dos laboratorios. A continuación se da una descripción más detallada del procedimiento y resultado de estas mediciones.

El valor de  $H_{Rms}$  para el prototipo INTEL, fue obtenido por medición directa de la rugosidad superficial en la sección transversal de las líneas, véase la figura 2.3, en varias zonas donde la rugosidad esta presente se hacen mediciones de la altura del diente de rugosidad, con dichos valores se calcula una altura media de medio diente (la mitad de la media), finalmente el valor  $H_{Rms}$  es obtenido mediante la suma cuadrática de las diferencias de los datos respecto de la media calculada previamente, dividida entre el número de datos (observe que no es la varianza de los datos).

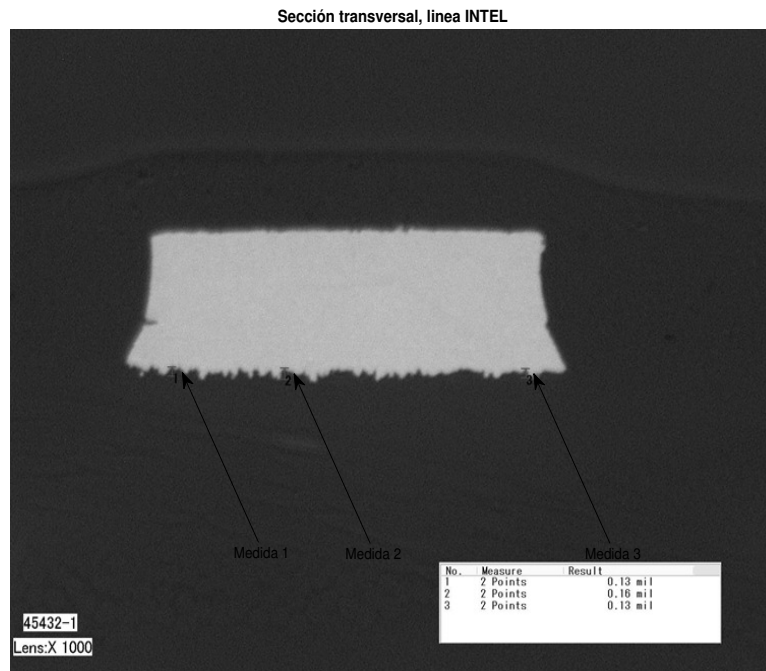


Figura 2.3: Sección transversal de una línea en el prototipo INTEL. Las medidas reales del trazo conductivo (sección clara) son  $\approx 50 \text{ um}$  (altura)  $\times 150 \text{ um}$  (base).

Para caracterizar la rugosidad de ISOLA\_A, ISOLA\_B y ISOLA\_C se procedió de manera distinta de como fue medida la rugosidad de la línea denominada INTEL, debido a que los bajos niveles de rugosidad no lo permitieron. Las figuras 2.4 - 2.6 muestran evidencia experimental de las mediciones realizadas en el Laboratorio de Microscopia Electrónica



que fueron procesadas en el software "easyScan DFM" para el cálculo del valor  $H_{Rms}$ .

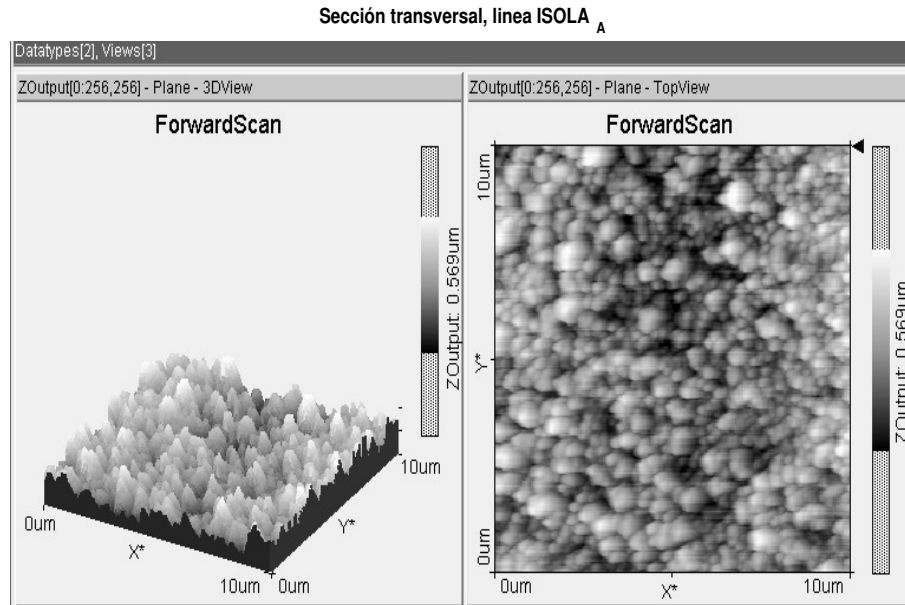


Figura 2.4: Evidencia experimental de las mediciones de rugosidad realizadas al prototipo ISOLA<sub>A</sub>.

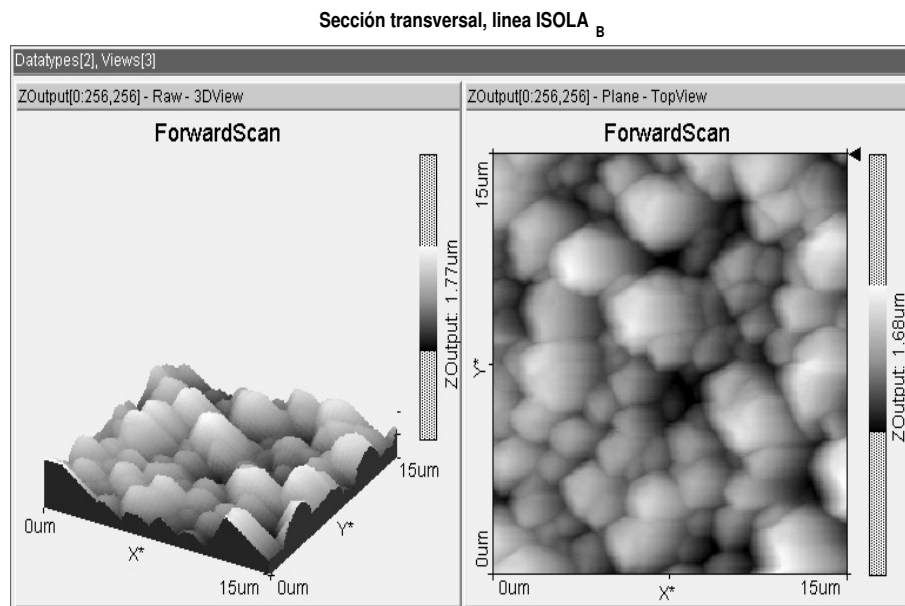


Figura 2.5: Evidencia experimental de las mediciones de rugosidad realizadas al prototipo ISOLA<sub>B</sub>.

La tabla 2.1 lista los valores de rugosidad que son de interés para los cobres usados en los distintos prototipos <sup>1</sup>.

<sup>1</sup>ISOLA fue quien e al calcular dicho valor a partir de las mediciones hechas en el INAOE, no hay

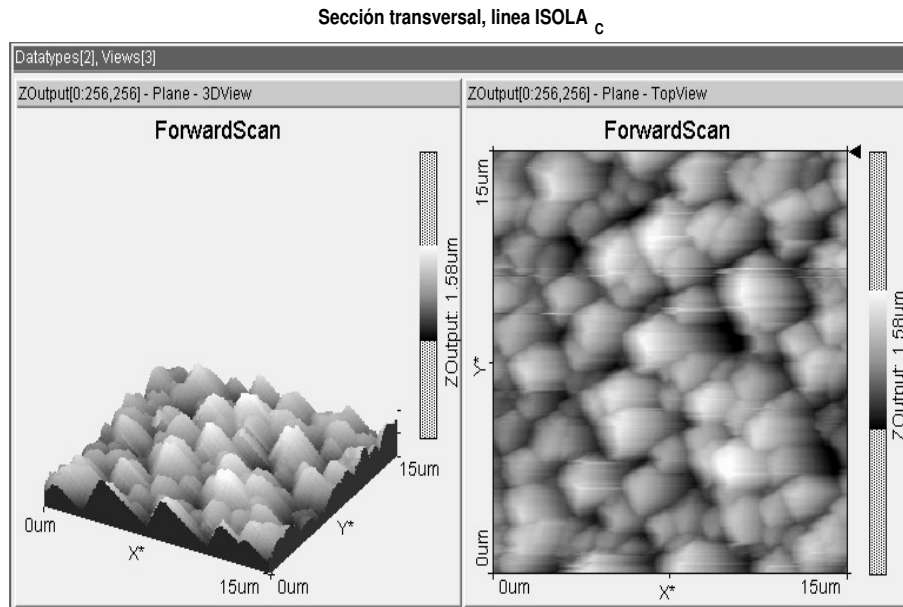


Figura 2.6: Evidencia experimental de las mediciones de rugosidad realizadas al prototipo ISOLA\_C.

Proveedor	Prototipo	$H_{Rms}$ pista	$H_{Rms}$ tierra	Valor INAOE
INTEL	INTEL_	1.4 $\mu\text{m}$	1.0 $\mu\text{m}$	1.7, 1.1 $\mu\text{m}$
FURUKAWA FZWS	ISOLA_A	0.22 $\mu\text{m}$	0.22 $\mu\text{m}$	0.13 $\mu\text{m}$
MITSUI	ISOLA_B	0.375 $\mu\text{m}$	0.375 $\mu\text{m}$	0.36 $\mu\text{m}$
FUKUDA	ISOLA_C	0.485 $\mu\text{m}$	0.485 $\mu\text{m}$	0.46 $\mu\text{m}$

Cuadro 2.1: Valores experimentalmente determinados de  $H_{Rms}$  tanto para el conductor que forma las líneas microstrip (pista), como para el que forma el plano de tierra.

En la línea denominada INTEL se exhiben valores de rugosidad para la pista y el plano de tierra, que resultan ser distintas.

## 2.4. Conclusiones del capítulo

Existe una variedad de láminas de cobre utilizadas en la industria que elabora PCB para aplicaciones de alta frecuencia. La elección de las láminas de cobre adecuadas varía en función de la aplicación final para la que fueron diseñados los PCB, aplicaciones en las que la integridad de señales que se transmiten por líneas de transmisión fabricadas sobre PCB no está comprometida, y aplicaciones que pueden requerir alta adherencia del cobre al dieléctrico del PCB pueden optar por cobres con alta rugosidad. Por otra parte aplicaciones que no se pueden permitir comprometer la integridad de señales optan por láminas de cobre con baja rugosidad.

coincidencia exacta. Sin embargo, la diferencia entre las mediciones de los dos laboratorios se haya en valores razonables de desviación media cuadrática de error.

## Capítulo 3

# Modelos para el efecto de la rugosidad en las pérdidas en líneas de transmisión

En este capítulo se revisan algunos de los modelos más populares para representar el impacto de la rugosidad aleatoria de medios conductivos en la propagación de ondas electromagnéticas. Se hace especial énfasis en su aplicación en el rango de las microondas y se consideran dimensiones y características presentes en tecnología de PCB. Sin embargo, los conceptos pueden generalizarse para su aplicación en otros casos.

Existe una gran diversidad de métodos para estimar la pérdida de potencia cuando los campos electromagnéticos se configuran en medios conductivos con rugosidad aleatoria. A grandes rasgos pueden dividirse en tres clases de métodos. La primera clasificación supone que la superficie con rugosidad aleatoria de un conductor puede representarse mediante una geometría efectiva que exhiba las mismas propiedades estadísticas para describir su rugosidad [14] y [25]. Una segunda clase usa las propiedades estadísticas (con fuerte énfasis en las correlaciones) asociadas a las rugosidades y estima el impacto en la potencia [34] - [35]; esta familia de modelos no será abordada en detalle, debido a su naturaleza meramente numérica. Una tercera clase de métodos asocia una expresión matemática analítica para la conductividad, que es función de la distancia desde la media de la superficie conductora. Esta función depende de la forma de la rugosidad y permite plantear la solución que da la configuración de los campos en la estructura. Finalmente, de las soluciones correspondientes se obtiene la respuesta del material en función de la frecuencia [26], [28] y [29].

### 3.1. Modelos de interpolación a resultados numéricos

Esta clase de modelos sustituye la rugosidad aleatoria de la superficie conductora por una geometría efectiva equivalente cuyo valor cuadrático medio es idéntico al de la rugosidad real. La inconveniencia de estos modelos es principalmente el hecho de que distintos perfiles de una superficie pueden presentar el mismo valor de  $H_{\text{Rms}}$  aunque la topografía de la superficie sea notablemente diferente. Por esta razón, la geometría elegida para representar

la superficie, influirá en el resultado de la simulación [14].

### 3.1.1. Fórmula de Hammerstad y Jensen

Quizás el trabajo de Morgan fue la primera de las evidencias reportadas acerca de que las irregularidades superficiales en un conductor en el que se confina un flujo de corriente, incrementan la potencia disipada, ésto cuando se compara con su contraparte lisa [14]. En el mismo trabajo, se plantea el cálculo de la potencia disipada en una superficie equivalente en la que existen irregularidades que emulan la rugosidad. En este caso, la aleatoriedad de la rugosidad es representada efectivamente mediante un patrón de figuras geométricas perpendiculares a la dirección de propagación. Las medidas de este patrón obedecen a la proporcionalidad de los parámetros estadísticos correspondientes (véase la figura 3.1). Al calcular el cociente de potencias del caso rugoso al liso, existe una fórmula cuya utilidad al modelado de la rugosidad en líneas de transmisión que fue notado en un trabajo posterior, véase [15], que permite estimar los valores de tal cociente en función de la frecuencia; ésta es:

$$K_H = 1 + \frac{2}{\pi} \arctan(\sqrt{2\pi\mu\sigma f} H_{Rms}^2) \quad (3.1.1)$$

donde,  $\mu$  es la permeabilidad magnética del conductor,  $\sigma$  es la conductividad eléctrica del conductor,  $H_{Rms}$  es el valor medio cuadrático de la rugosidad del conductor y  $f$  es el valor de la frecuencia. La fórmula (3.1.1) recibe el nombre de fórmula de Hammerstad y Jensen, tiene su origen en la interpolación de datos como se explica en [15] y [36]. En la figura 3.2, se muestran las curvas obtenidas a partir de la ecuación (3.1.1) para distintos valores de rugosidad suponiendo que se trata de cobre.

**Ejemplos de geometría utilizados en el artículo de Morgan**

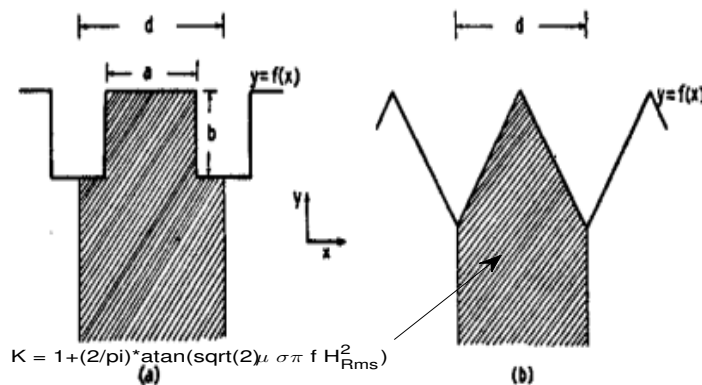


Figura 3.1: Ejemplos de geometrías consideradas para la deducción de los efectos de pérdidas, de la imagen del inciso (b) es donde surge la fórmula de Hammerstad y Jensen, figura tomada de [14].

Debido a que la deducción de (3.1.1) se obtiene específicamente a partir de una geometría, la aplicación de la misma es muy restringida. Esto debido a que en la realidad el valor

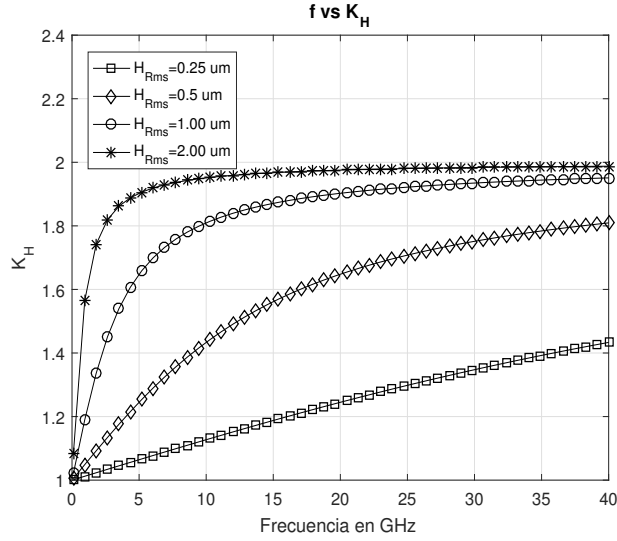


Figura 3.2: Gráfica de las curvas contra frecuencia del cociente de la potencia disipada por un conductor rugoso entre la de uno liso, según el modelo de Hammerstad. El conductor es cobre.

de saturación (cuando se da) para las curvas (figura 3.2) es dependiente del perfil de la superficie, no sólo de  $H_{Rms}$ , mientras que utilizando el modelo de Hammerstad y Jensen siempre se saturan al mismo valor [14].

### 3.1.2. Modelo de Groiss

Al igual que la fórmula de Hammerstad y Jensen realiza una estimación de los efectos de la rugosidad mediante el cálculo del cociente de la potencia disipada por un conductor rugoso entre la de uno liso, para deducir la llamada fórmula de Groiss, en [24] los autores realizaron un estudio numérico de una cavidad resonante con paredes rugosas. Así, calculando el factor de calidad de la estructura resonante deducen la siguiente ecuación:

$$K_G = 1 + e^{-\left(\frac{1}{\sqrt{4\pi H_{Rms}^2 \sigma \mu f}}\right)^{1.6}}. \quad (3.1.2)$$

los valores  $\sigma$ ,  $\mu$ ,  $H_{Rms}$  y  $f$  tienen la misma interpretación que en la fórmula de Hammerstad y Jensen.

La fórmula anterior es obtenida por interpolación, pero también es posible verificar que (3.1.2) es consistente con las deducciones en las que se aplica el método de frontera perturbada a las ecuaciones de Maxwell. En la figura 3.3, se muestran las curvas obtenidas a partir de la ecuación (3.1.2) para distintos valores de rugosidad suponiendo que se trata de cobre.

Este modelo está limitado a la geometría a partir de la cual Morgan deduce sus resultados. Esto es, afronta las mismas consecuencias que la fórmula de Hammerstad y Jensen (es decir, ocurre saturación controlada por la geometría de la que se deduce). La razón de esto es porque parte de las consideraciones para la deducción de (3.1.2) es la suposición de que

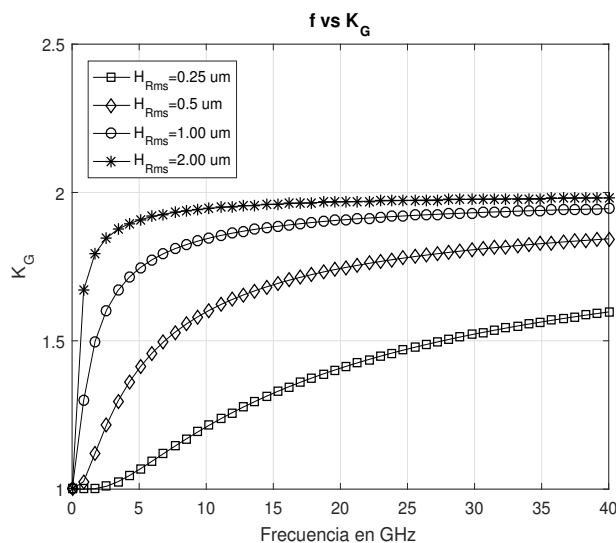


Figura 3.3: Gráfica de las curvas contra frecuencia del factor de corrección que permite representar el efecto de la rugosidad en la pérdida de potencia, según el modelo de Groiss. Los parámetros pertenecen al cobre.

el valor de saturación para las curvas del factor de corrección es el mismo al que propone Morgan.

### 3.2. Modelos de superposición de potencia

Éste modelo, al igual que los explicados en la sección anterior, se basa en suponer que la rugosidad de la superficie conductora puede ser representada mediante el uso de una geometría efectiva. Sin embargo, en este caso se aumenta la flexibilidad de la representación mediante la definición de parámetros adicionales a  $H_{Rms}$ . De hecho, la diferencia crucial con respecto a los casos anteriores radica en que su deducción parte de una superposición de pérdidas de potencias en elementos individuales de geometrías, es decir, calcula la potencia pérdida en una protuberancia geométrica conductiva individual y estima cuantas veces dicha protuberancia está presente en la rugosidad, con ello calcula la pérdida de potencia total y finalmente una razón de potencias.

#### 3.2.1. Modelo semiesférico

El llamado modelo semiesférico supone que la topografía de la superficie puede representarse con buena aproximación mediante el uso de semiesferas. El tamaño de estos elementos es obtenido a partir de mediciones con microscopio electrónico u ópticas de la superficie.

Así, utilizando la teoría de dispersión compatible con las ecuaciones de Maxwell, es posible calcular la potencia que pierde una onda electromagnética cuando choca con las semiesferas metálicas conductoras del modelo. El parámetro auxiliar para llevar a cabo este cálculo es:

## Geometría utilizada para interpretar el modelo Semi-Esferico

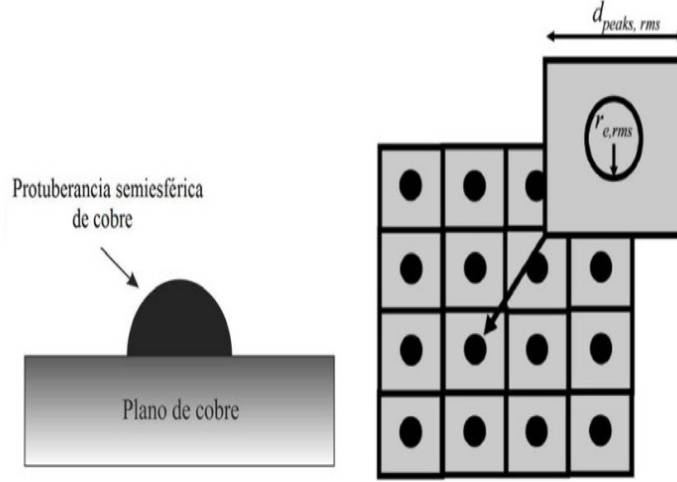


Figura 3.4: Imagen que muestra como interpretar los parámetros del modelo semi-esférico [50].

$$K = \frac{\Re[\eta(\frac{3\pi}{4k^2})(\alpha(1) + \beta(1))] + (\frac{\mu\omega\delta}{4})(A_p - A_e)}{(\frac{\mu\omega\delta}{4})A_p} \quad (3.2.3)$$

donde  $A_p$ ,  $A_e$  son el área plana elemental sobre la que se encuentra la semiesfera, y el área sobre la que está posicionada la esfera, respectivamente, véase la figura 3.4,  $\mu$  es la permeabilidad magnética del conductor,  $\omega$  es la frecuencia angular,  $\delta$  la profundidad piel en el conductor,  $k$  el número de onda en el medio dieléctrico que bordea la semiesfera y  $\eta$  la impedancia de onda en el medio dieléctrico. En la ecuación anterior,  $\alpha(1)$  y  $\beta(1)$  son calculados mediante la teoría de dispersión [18], lo que resulta en:

$$\alpha(1) = -\frac{2j}{3}(ka)^3 \frac{1 - \frac{\delta}{a}(1+j)}{1 + \frac{\delta}{2a}(1+j)}$$

$$\beta(1) = -\frac{2j}{3}(ka)^3 \frac{1 - \frac{4j}{k^2 a \delta}(\frac{1}{1-j})}{1 + \frac{2j}{k^2 a \delta}(\frac{1}{1-j})}$$

mientras que el valor de  $a$  puede ser obtenido de

$$\frac{\pi b_{base}^2 h_{tooth}}{12} = \frac{2}{3} \pi a^3.$$

Los parámetros  $h_{tooth}$  y  $b_{base}$  inevitablemente deberán ser obtenidos del procesamiento con software (easyScan DFM) de las mediciones con microscopio electrónico u óptico.

### 3.2.2. Modelo esférico

De la misma manera que para el modelo semi-esférico, en el modelo del autor P. Huray, se obtiene una fórmula para la razón de pérdidas de potencia conductiva rugoso a liso utilizando la teoría de Scattering [25]. A diferencia del caso anterior, aquí el análisis se lleva a cabo empleando esferas conductoras. Una forma particular del resultado es el siguiente factor de corrección:

$$K = 1 + 6 \frac{N\pi a^2}{A_p} \frac{1}{1 + \frac{\delta}{a} + \frac{\delta^2}{2a^2}} \quad (3.2.4)$$

donde  $N$  es el número de esferas que caben en el área muestreada  $A_p$ ,  $a$  es el radio de las esferas. La obtención de los parámetros puede llevarse a cabo por medio de dos formas diferentes que invariablemente requieren la medición de la rugosidad mediante el uso del microscopio electrónico u óptico.

**Imagen de donde se extraen los parámetros del modelo de Huray**

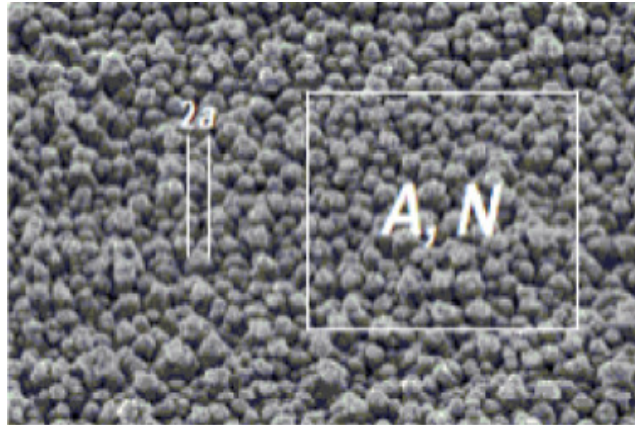


Figura 3.5: Figura que muestra esquemáticamente como se obtienen los parámetros que alimentan la fórmula del modelo esférico. Imagen tomada de las ventanas de ayuda de HFSS.

Para mayores detalles, una síntesis general de los modelos anteriormente comentados puede ser encontrada en [16], donde además se comentan las diferencias cualitativas entre de ellas.

### 3.3. Modelo de gradiente

Éste modelo, en vez de emplear elementos geométricos para representar la rugosidad, se vale de una función bien comportada que toma en cuenta la cantidad de material a un cierto nivel de la superficie mediante una función del tipo sigmoideo [26]. La función que se comenta, salvo por una constante de proporcionalidad, es una función de distribución de probabilidad acumulada [29]. Éste modelo no tiene saturación. En [35] son comentadas en términos de correlaciones estadísticas las condiciones para cuándo deberá existir saturación.



Conocido el valor funcional de la conductividad en la posición, considerando que se cumple la Ley de Ohm en el conductor, es posible encontrar, al menos numéricamente, la impedancia superficial asociada a la formación de campos [29]. El anterior valor concentra los efectos de la rugosidad y es un primer paso para obtener funciones de la resistencia en la frecuencia [37].

Algunos inconvenientes de éste modelo residen en que es forzosamente requerido un análisis numérico. Además, la parte imaginaria de la impedancia superficial está sobre estimada, debido a que en la región donde aun no hay conductor la aproximación cuasi-estática no es válida. Este problema se corrige incluyendo un dieléctrico (o el material adecuado) o limitando la región de integración sobre la que se calcula la impedancia superficial. De las dos opciones, la óptima es limitar la región de integración dentro del conductor.

El limitar la región de integración del conductor implica tomar un valor efectivo en el intervalo de integración para el cálculo de la impedancia. Se detalla ésto como sigue:

Tomando en cuenta que la función con la posición de la conductividad es dada por una proporción en la función error, muy lejos de donde  $\sigma = 0.5\sigma_0$  se supone que ya no hay conductor y el hecho de que se use la aproximación estática para modelar el material que no es metal ocasiona que tengamos errores. Estos errores sólo afectan la parte imaginaria de la impedancia superficial (no acotan la fase). Cerca del borde conductivo hay puntos en los cuales la conductividad aún puede despreciarse pero su derivada cambia rápido. Desde tal punto se inicia la integración de la impedancia y no desde el infinito. Entonces, es necesario emplear criterios para verificar la afirmación anterior. Uno razonable es que por la forma Gaussiana de la distribución, entre tres y cuatro varianzas a partir de la media es suficiente para tener en cuenta todos los efectos.

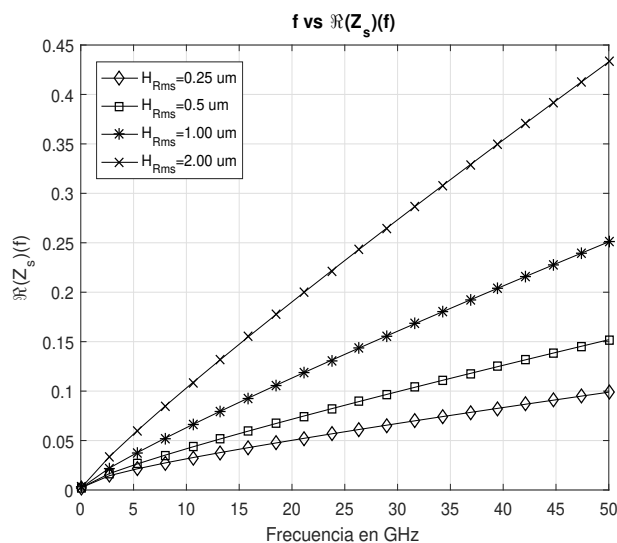


Figura 3.6: Parte real de la impedancia superficial contra frecuencia para distintos valores de  $H_{Rms}$ . Según el modelo gradiente.

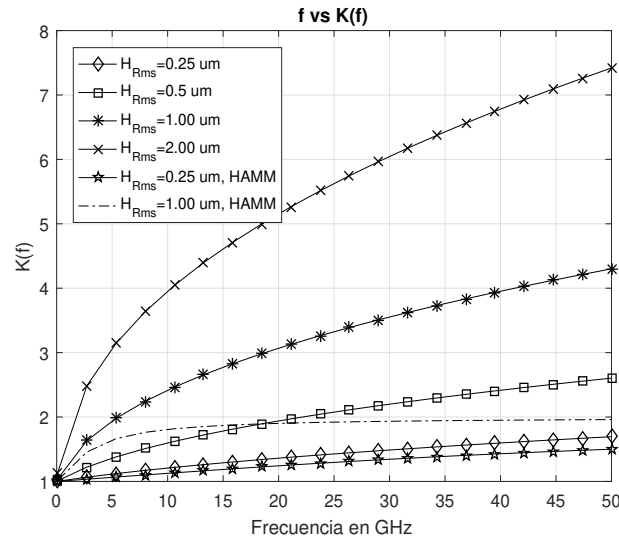


Figura 3.7: Razón de potencias rugoso a liso contra frecuencia, para distintos valores de  $H_{Rms}$ . Según modelo gradiente.

### 3.4. Conclusiones del capítulo

Existe una variedad de metodologías para describir los efectos de la rugosidad en conductores usados en PCB para aplicaciones de alta frecuencia, para valores de rugosidad y frecuencia baja se diferencian en un rango de error aceptable en sus valores de razón de potencia liso a rugoso, a más alta frecuencia las consideraciones de la que se deducen los modelos influye en gran medida en comportamiento de dicho valor de corrección. La mejor manera de intuir el comportamiento de alta frecuencia es no someter los modelos a un modelado influido por una geometría que emula la rugosidad.

Ante la variedad de enfoques para estimar el problema, es necesario unificar el análisis con las características propias de los diferentes tipos de láminas de cobre disponibles en el mercado.

## Capítulo 4

# Desarrollo del modelo propuesto

En este capítulo se presenta la propuesta de análisis con la que se obtiene la impedancia de una superficie metálica plana con rugosidad superficial cuando interacciona con campos electromagnéticos del modo TM. Con éste propósito, se parte de las Ecuaciones de Maxwell considerando el campo electromagnético en un medio material con respuesta lineal, isotrópica y local. En este caso, en el dominio de la frecuencia las ecuaciones pueden ser escritas como [2] y [18]:

$$\begin{aligned}
 \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, \omega) &= -j\omega\vec{B}(\vec{r}, \omega) \\
 \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, \omega) &= \vec{J}(\vec{r}, \omega) + j\omega\mu\vec{D}(\vec{r}, \omega) \\
 \vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}, \omega) &= 0 \\
 \vec{\nabla} \cdot \vec{D}(\vec{r}, \omega) &= \rho(\vec{r}, \omega).
 \end{aligned} \tag{4.0.1}$$

son validas las siguientes relaciones constitutivas (el material es no magnético y lineal) para el vector de corriente superficial  $\vec{J}$ , desplazamiento eléctrico  $\vec{D}$  y intensidad magnética  $\vec{H}$  con los vectores campo eléctrico y de inducción magnética  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$ :

$$\begin{aligned}
 \vec{J}(\vec{r}, \omega) &= \sigma(\vec{r}, \omega)\vec{E}(\vec{r}, \omega) \\
 \vec{D}(\vec{r}, \omega) &= \epsilon_0\vec{E}(\vec{r}, \omega) + \vec{P}(\vec{r}, \omega) \\
 &= \epsilon(\vec{r}, \omega)\vec{E}(\vec{r}, \omega) \\
 \vec{H}(\vec{r}, \omega) &= \mu_0^{-1}\vec{B}(\vec{r}, \omega) - \vec{M}(\vec{r}, \omega) \\
 &= \mu(\vec{r}, \omega)^{-1}\vec{B}(\vec{r}, \omega)
 \end{aligned}$$

donde  $\epsilon$ ,  $\mu$  y  $\sigma$  son la permitividad eléctrica, permeabilidad magnética y conductividad eléctrica del medio respectivamente, mientras que  $\rho$  es la distribución de carga libre. Para describir los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$ , es necesario conocer los parámetros que describen el medio. Por está razón, en sub-secciones siguientes se presentan argumentos de plausibilidad que permiten sustentar porqué los parámetros que caracterizan al medio considerado toman los valores que aquí se suponen. Así, una vez que los campos han sido obtenidos, se procede a calcular la impedancia superficial asociada a la formación de los campos [19] y [29]. Está sección finaliza haciendo una comparación del modelo propuesto con el que se presenta en [26], cuyas desventajas se mencionaron en el capítulo anterior.

## 4.1. Modelo propuesto

El procedimiento utilizado para obtener la impedancia superficial se muestra en el diagrama de la figura 4.1. En esta sección se desarrollan los puntos incluidos en dicha figura.

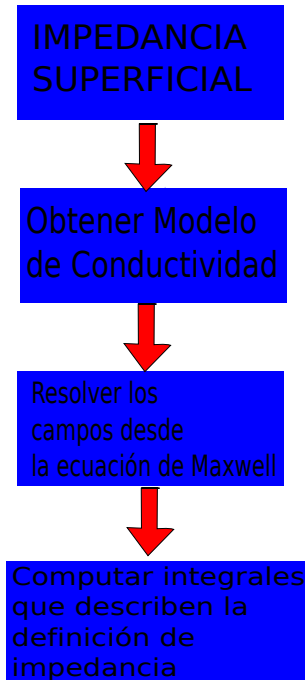


Figura 4.1: Ilustración gráfica de los pasos para llevar a cabo la propuesta de análisis.

Es necesario hacer algunas aclaraciones para justificar el uso de la representación matemática empleada para describir los parámetros materiales del medio. En este sentido, algunas geometrías artificiales (deducciones de figuras específicas) pueden construirse para deducir dichos parámetros como función de la posición. Considerar, por ejemplo que si se utiliza la geometría del inciso (b) de la figura 3.1 es posible deducir una función para representar la conductividad dependiente de la posición dentro del conductor; es decir, que va de cero cuando la posición es fuera del conductor, hasta un máximo cuando la posición es dentro del conductor lejos de la superficie rugosa. Por simplicidad, la primera aproximación para este parámetro es una función lineal pero también se exploran otras transiciones de orden dos, tres y cuatro. Entonces, para evitar la confusión latente debida a que distintos arreglos geométricos presenten el mismo valor de  $H_{Rms}$ , se supondrá que las funciones de conductividad cumplen con las propiedades de las funciones de distribución acumulada más generales. En este trabajo, se muestra que esta suposición es razonable para obtener resultados adecuados, para ello se enfatizará en estimar el valor del ancho de la transición mínimo a máximo  $T$  para cada una de las transiciones ( $n = 1, 2, 3, 4$ ), de tal manera que la impedancia superficial obtenida ajuste entre 0.1 - 4 GHz al que obtienen por análisis numérico de la propuesta [26].

## 4.2. Cálculo de la impedancia superficial de un conductor

La determinación de la forma y magnitud de campos electromagnéticos en un medio sujeto a condiciones particulares, se obtiene resolviendo el conjunto de ecuaciones diferenciales parciales expresadas en (4.0.1); ésto, tomando en cuenta las condiciones de frontera como se explica en [2], [18], [38] y [39]. Para referencia, algunas técnicas y métodos adicionales de solución para ecuaciones diferenciales pueden verse en [40] - [41].

Antes de plantear la solución de las ecuaciones (4.0.1) de este capítulo, es necesario conocer los valores de los parámetros que caracterizan las propiedades de los materiales del medio con el que interactúa el campo. Ésto es de gran importancia, ya que dependiendo del tipo de material, puede seleccionarse la técnica analítica más apropiada para hallar los campos. Es decir, con la finalidad de facilitar la solución al problema, la metodología a elegir es diferente si el material es predominantemente conductor, dieléctrico, semiconductor o superconductor.

### 4.2.1. Dedución de la conductividad

Cuando se propagan ondas electromagnéticas en medios lineales, los mecanismos que originan pérdidas de potencia están relacionados con la permitividad, permeabilidad, y conductividad que describen al medio [18]. Por está razón, en la solución de problemas prácticos relacionados con dispositivos y componentes utilizados en la tecnología electrónica, es necesario considerar que las guías de ondas, antenas, líneas de transmisión y resonadores, etc., están fabricados utilizando diversos materiales en cada una de sus estructuras. Entonces, la pérdida de potencia que sufre la señal se determina fuertemente por la composición de éstos materiales [6].

Para buenos conductores de la electricidad (p.ej., cobre, oro, plata, etc.) interactuando con campos electromagnéticos en el intervalo del espectro microondas, es posible estudiar los efectos de pérdidas asociados al material sin tomar en cuenta sus propiedades de permitividad eléctrica, esto es sin que exista penalización sustancial en la exactitud del resultado [18] y [39], realizar esta suposición simplifica considerablemente las ecuaciones (4.0.1). Entonces, en este caso, para las ecuaciones que describen los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  en el conductor, sólo se incluyen funciones para la permeabilidad magnética y conductividad [42].

Para la deducción de la conductividad consideremos dos placas paralelas (un dieléctrico de espesor  $t_d$  y un conductor de espesor  $t_c$ ) al plano  $xy$ , que están unidas por una zona material (de espesor  $T$ ) con propiedades intermedias entre ambos tipos de materiales, véase la figura 4.2 donde se muestra también la orientación de nuestro sistema coordenado de referencias. El dieléctrico con espesor está definido en la región  $(-\infty, \infty) \times (-\infty, \infty) \times [-t_d, 0]$ , el conductor está definido en la región  $(-\infty, \infty) \times (-\infty, \infty) \times [T, t_c]$  y finalmente la transición de rugosidad está definida en la región  $(-\infty, \infty) \times (-\infty, \infty) \times [0, T]$ . En este caso, la hipótesis principal es que para cada punto cercano a la frontera entre el conductor y el dieléctrico es posible expresar la conductividad efectiva como función de la altura (eje  $z$ ), como en [26]. Como se ve en la figura, está función toma valor de cero dentro del dieléctrico hasta llegar a su valor máximo cuando ya se ha superado la superficie

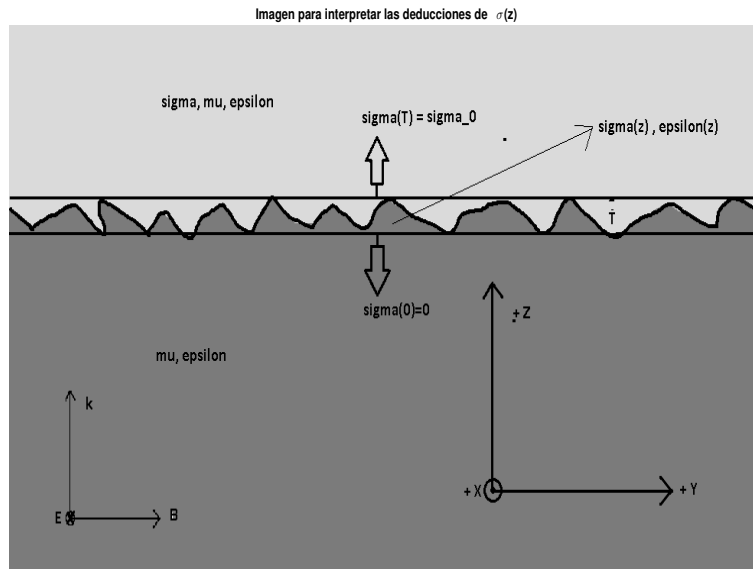


Figura 4.2: Unión dieléctrica conductiva que sirve de referencia para interpretar los parámetros del modelo.

rugosa del conductor. Es importante mencionar que debe tomarse en cuenta el cambio en la conductividad mediante una función bien comportada. Considerar un cambio en las propiedades materiales mediante funciones no es una idea nueva, ya que incluso en los textos del tema se puede encontrar ejercicios donde se modela este hecho mediante funciones de Heaviside.

Otra hipótesis planteada aquí es que la desviación de la superficie rugosa del caso plano en la interfaz, se modela mediante una función que sólo depende de la posición con respecto a la unión entre el dieléctrico y el conductor. Con muy buena aproximación, se considera una distancia vertical, por lo que según el sistema coordenado de la imagen 4.2, sólo cambia de valores según la coordenada  $Z$ . De hecho, éste argumento ha sido utilizado con anterioridad en [29] y [43], pero el caso que se reporta en éstas referencias la dependencia coordenada de la rugosidad está relacionada con la función de probabilidad acumulada asociada a la aleatoriedad de la rugosidad; los procedimientos para construir las funciones de distribución acumulada correspondientes a partir de datos experimentales son explicados en el mismo artículo. Es relevante hacer hincapié en el hecho de que la validez de considerar solo cambios en la conductividad está limitado a que tanto el material dieléctrico como el conductor (véase la figura 4.2) tengan permeabilidades magnéticas relativas muy próximas, ya que a priori todos los parámetros materiales cambian de un medio a otro, posteriormente realizaremos algunas simplificaciones relativas al comportamiento dieléctrico. Ejemplos de aplicabilidad del criterio anterior se da para dieléctricos no magnéticos y metales como el cobre, oro, plomo, plata, pero no el hierro. Ya que materiales como éstos son comunes en la elaboración de circuitos de PCB de alta frecuencia, la suposición es razonable.

Ahora, en lugar de trabajar directamente en las realizaciones de impedancia superficial para las distintas posibilidades de distribuciones de probabilidad que puedan darse para la conductividad (esto debido a que diferentes perfiles de rugosidad requieren diferentes

distribuciones), aquí se plantea la solución a partir de funciones empíricas que cumplan con las definiciones de distribución de probabilidad acumulada. A partir de esto, se analizan las realizaciones de impedancia que resultan de utilizar éstas funciones; como referencia adicional, pueden verificarse las propiedades de la función de distribución acumulada en [44].

Una vez obtenida la impedancia superficial, mediante la selectividad numérica de parámetros ( $n$ ,  $H_{Rms}$  y  $T$ ) del modelo se tomara como referencia la curva de cociente de potencias rugoso a liso que se obtiene de aplicar [43] y [45], con ello tenemos la posibilidad de comparar nuestros resultados en un estudio basado en análisis numéricos. La ventaja de la propuesta de este trabajo es que los resultados obtenidos no presentarán las implicaciones de error asociadas a artilugios numéricos y de mala interpretación física que se discutieron en el capítulo anterior, además de ser una fórmula.

Comenzamos la formulación estableciendo que las funciones de distribución acumulada necesarias para representar la transición en la conductividad, pueden ser descritas mediante funciones de potencias definidas en un intervalo en el que ocurre la transición. Éstas cumplen con la definición de distribución de probabilidad acumulada. Así, la función que aquí se propone para describir la conductividad considerando a la distancia vertical como variable independiente es

$$\sigma(z) = \begin{cases} \sigma_0 \left(\frac{z}{T}\right)^n & \text{si } 0 \leq z \leq T \\ \sigma_0 & \text{si } z > T \end{cases} \quad (4.2.2)$$

con  $\sigma_0$  la conductividad eléctrica del conductor<sup>1</sup> y  $z \in \mathbf{N}$ , el intervalo para  $n \in [0, T]$  es donde ocurre la transición dieléctrico-conductor en que se encuentra la rugosidad. Ésta es la única región donde la función de conductividad presenta cambio y es evidente que el valor mínimo de este parámetro es cero ya que dentro del dieléctrico no hay conducción significativa, mientras que el máximo es el valor nominal de la conductividad del material conductor empleado. Algunas realizaciones de las funciones de potencia que se exploran en este trabajo se muestran en (4.3).

### 4.2.2. Análisis matemático de los campos

Conocida la conductividad a partir de (4.2.2), y considerando la permeabilidad relativa de los materiales, es posible obtener los campos eléctrico y magnético. Cabe aclarar que para el valor de conductividad (4.2.2) los campos son separables, por lo que no tiene importancia cuál de los campos sea resuelto. Ésto quiere decir, que conocido uno de los campos por derivación simple puede obtenerse el otro [18] y [39]. Atendiendo las facilidades que de su obtención resultan, se hace entonces el análisis con la representación del campo eléctrico. De esta manera, a partir de las ecuaciones (4.0.1) es posible obtener la ecuación diferencial para el campo eléctrico, que es dada por:

<sup>1</sup>Consideramos una conductividad eléctrica constante, porque los tiempos de relación desde el punto de vista del modelo de Drude son muy rápidos comparados con la frecuencia a la que se pretende usar el modelo.

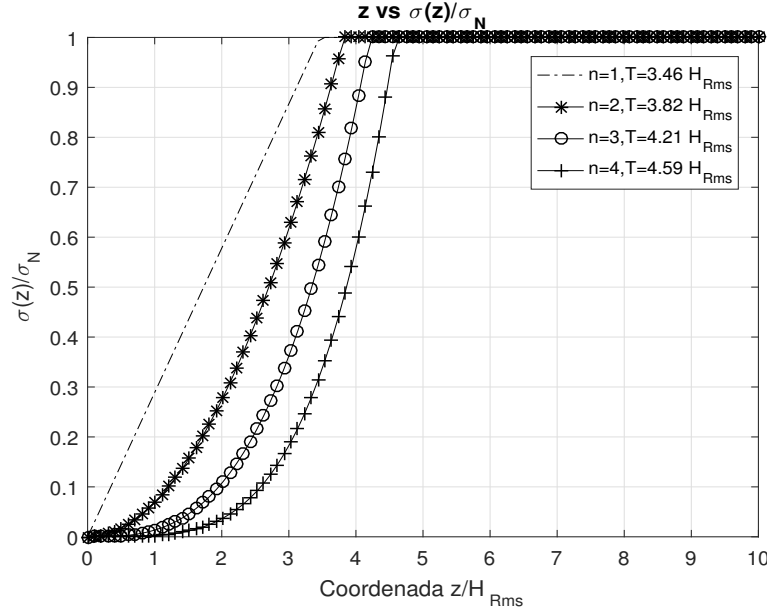


Figura 4.3: Considerando el modelo expresado en (4.2.2), se muestran las curvas de la conductividad eléctrica relativa al valor nominal contra la posición normalizada con respecto a  $H_{Rms}$ . Las diferentes curvas muestran la variación de la función de transición desde el caso lineal ( $n = 1$ ) hasta una representación cuártica ( $n = 4$ ).

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, \omega) + \vec{\nabla}[(\vec{\nabla} \ln[\sigma(z, \omega) + j\omega\epsilon(\vec{r}, \omega)]) \cdot \vec{E}(\vec{r}, \omega)] = [j\omega\mu\sigma(\vec{r}, \omega) - \omega^2\mu\epsilon(\vec{r}, \omega)]\vec{E}(\vec{r}, \omega)$$

Hemos comentado sobre que  $\sigma(\vec{r}, \omega) = \sigma(z, \omega)$ , formalmente no solo se considera un cambio en la conductividad, también tiene que considerarse el cambio de las propiedades dieléctricas ( $\epsilon(\vec{r}, \omega) = \epsilon(z, \omega)$ ), desde las que tiene el dieléctrico (que está bordeando del conductor) hasta las que tiene el conductor. Debido a que las propiedades dieléctricas del conductor en el rango de operación para la tecnología microonda (hasta 300 GHz) no afecta el comportamiento del conductor, entonces sin mayor detalle supongamos que está propiedad dieléctrica del conductor es la misma que el del dieléctrico que bordea el conductor, véase la figura 4.2. En dicha aproximación las ecuaciones quedan:

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, \omega) + \vec{\nabla}[(\vec{\nabla} \ln[\sigma(z, \omega)]) \cdot \vec{E}(\vec{r}, \omega)] = [j\omega\mu\sigma(z, \omega) - \omega^2\mu\epsilon(z, \omega)]\vec{E}(\vec{r}, \omega)$$

Para dejar las cosas en claro, el método que se aplica equivale a un problema de incidencia normal de una onda plana (en modo TM) que se propaga en la dirección  $+z$  entrando a un conductor viniendo desde el dieléctrico, véase la figura 4.2, el plano que contiene al campo  $\vec{B}$  es el plano  $xy$ , por lo que podemos asumir  $\vec{E} = \vec{E}(z, \omega)$ . Bajo estas condiciones las ecuaciones en componentes para el campo eléctrico quedan<sup>2</sup>:

<sup>2</sup>El contenido espectral ( $k_x, k_y$ ) de las soluciones a las ecuaciones para el campo eléctrico es del orden de los valores del número de onda en el medio dieléctrico, que tiene valores en magnitud del número de onda muy inferior a los valores del número de onda en el conductor, por lo anterior podemos prescindir de las derivadas en  $x \wedge y$  en las ecuaciones diferenciales del campo eléctrico, al menos hasta los límites de frecuencia de las microondas.



$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dz^2}E_x(z, \omega) &= [j\omega\mu\sigma(z, \omega) - \omega^2\mu\epsilon(z, \omega)]E_x(z, \omega) \\ \frac{d^2}{dz^2}E_y(z, \omega) &= [j\omega\mu\sigma(z, \omega) - \omega^2\mu\epsilon(z, \omega)]E_y(z, \omega) \\ \frac{d^2}{dz^2}E_z(z, \omega) + \frac{d}{dz}\left[\frac{d}{dz}(\ln[\sigma(z, \omega)])E_z(z, \omega)\right] &= [j\omega\mu\sigma(z, \omega) - \omega^2\mu\epsilon(z, \omega)]E_z(z, \omega)\end{aligned}$$

De manera estricta si queremos resolver el problema de propagación, tendríamos algunos coeficientes que determinaríamos por las condiciones de fronteras adecuadas. Las soluciones para  $z \leq 0$  son ondas monocromáticas, pero, al resolver el problema de reflexión sobre el borde dieléctrico conductor, podemos notar que la mayor parte de la potencia de las ondas se refleja en el dieléctrico [1], como la porción de potencia que se transmite por el conductor es muy pequeña, podemos afirmar que la totalidad de potencia fue reflejada, ésto equivale a una condición frontera del tipo corto circuito sobre el borde conductor excitado. Entonces podemos analizar la zona del conductor sin tomar en cuenta el dieléctrico siempre y cuando la reflexión en el borde dieléctrico conductor sea mucho mayor que la transmisión, éste requisito puede tolerarse hasta en todo el rango de las microondas para rugosidades menores a 1  $\mu\text{m}$ .

Para materiales predominantemente conductores (región  $z \geq 0$ ), cuya conductividad eléctrica se encuentre en el orden de  $\approx 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ , puede ignorarse la corriente de desplazamiento asociada con la permitividad dieléctrica que presenta el conductor incluso hasta el límite superior de las microondas (300 GHz)[18] y [38]. Por está razón, las ecuaciones se simplificarían para tener

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dz^2}E_x &= [j\omega\mu\sigma(z, \omega)]E_x(\vec{r}, \omega) \\ \frac{d^2}{dz^2}E_y &= [j\omega\mu\sigma(z, \omega)]E_y(\vec{r}, \omega) \\ \frac{d^2}{dz^2}E_z(z, \omega) + \frac{d}{dz}\left[\frac{d}{dz}(\ln[\sigma(z, \omega)])E_z(z, \omega)\right] &= [j\omega\mu\sigma(z, \omega)]E_z(z, \omega)\end{aligned}$$

las componentes de interés están implícitamente representados en la expresión

$$\begin{aligned}\vec{n} \times \vec{E} &= -Z_c \vec{n} \times \vec{n} \times \vec{H} \\ \Rightarrow E_x &= Z_c H_y \\ E_y &= -Z_c H_x\end{aligned}$$

en base al sistema coordenado de la figura 4.2 tenemos  $\vec{n} = \hat{z}$ , de donde resulta que podemos prescindir del conocimiento de la componente  $z$  de  $\vec{E}$ , además como el campo no está acoplada en componentes, basta conocer la componente  $x \wedge y$ . Debido a que las ecuaciones son invariantes ante rotaciones sobre el plano  $xy$ , sin pérdida de generalidad podemos hacer coincidir los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  con alguno de los ejes en el plano  $xy$ , suponiendo que el campo  $\vec{B}$  está en la dirección  $y$ , tendremos que resolver la ecuación

$$\frac{d^2}{dz^2} E_x(z, \omega) = j\omega\mu\sigma(z, \omega)E_x(z, \omega) \quad (4.2.3)$$

donde el valor de conductividad  $\sigma(z)$  viene dado por (4.2.2) para algún valor entero que se seleccione para  $n \in \mathbf{N}$  con la finalidad de representar su transición. Observe que los (4.2.3) es invariante ante la transformación de conjugación paridad, por lo que los resultados que se obtengan de aplicar ésta ecuación mediante operaciones básicas serán causales. Por otra parte, las condiciones en la frontera compatibles con la impedancia superficial publicada en [37] están dadas por

$$\frac{d}{dz} E_x(z, \omega) \Big|_{z=0} = -j\omega B_0 \quad (4.2.4)$$

$$E_x(z, \omega) \Big|_{z=t_c} = 0 \quad (4.2.5)$$

Nótese, sin embargo, que para analizar fronteras internas de medios conductivos se deberá asegurar la continuidad de la componente tangencial a la interfaz de separación del campo magnético [38]. Como la conductividad es continua internamente en el conductor, los campos y sus derivadas son continuas, es decir

$$\lim_{z \rightarrow T^+} E_x(z, \omega) = \lim_{z \rightarrow T^-} E_x(z, \omega) \quad (4.2.6)$$

$$\lim_{z \rightarrow T^+} \frac{d}{dz} E_x(z, \omega) = \lim_{z \rightarrow T^-} \frac{d}{dz} E_x(z, \omega). \quad (4.2.7)$$

Recapitulando, las ecuaciones a resolver son

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dz^2} E_x(z, \omega) = j\sigma_0 \left(\frac{z}{T}\right)^n \omega\mu E_x(z, \omega) & \text{si } 0 \leq z \leq T \\ \frac{d^2}{dz^2} E_x(z, \omega) = j\sigma_0 \omega\mu E_x(z, \omega) & \text{si } z > T \end{cases} \quad (4.2.8)$$

y la unicidad de las soluciones se tiene con (4.2.4) - (4.2.7).

Antes de presentar las soluciones para cada uno de los casos que pudieran resultar de (4.2.3), se enuncia el siguiente teorema sin demostración; véase el teorema y la demostración correspondiente en [46] y [47]. El resultado de éste teorema servirá para construir las soluciones de  $E_x$ .

**TEOREMA 1** *Sobre de la solución de las ecuaciones diferenciales.*

*Si la ecuación diferencial de una variable en  $x$  para  $F(x)$  es*

$$x^2 \frac{d^2 F}{dx^2} + (1 - 2a)x \frac{dF}{dx} + \{b^2 c^2 x^{2c} + (a^2 - c^2 p^2)\} F = 0 \quad (4.2.9)$$

*existen dos soluciones linealmente independientes en términos de funciones de Bessel:*

$$F = x^a \{AI_p(-jbx^c) + BI_{-p}(-jbx^c)\}.$$

Los valores  $A$  y  $B$  son coeficientes numéricos que se determinan en este caso mediante las condiciones en la frontera del problema de contorno, mientras que  $I_p$  son las **funciones de Bessel modificadas primera especie de orden  $p$** .

Atendiendo directamente el caso  $n$ , para aplicar el teorema uno, hay que comparar las ecuaciones (4.2.8) y (4.2.9); la validez se da cuando los coeficientes de la ecuación en el teorema valen:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} \\ b &= j\beta \\ &= \frac{2(-1+j)}{\sqrt{2}(n+2)} \sqrt{\frac{\mu\omega\sigma_0}{T^n}} \\ c &= \frac{n+2}{2} \\ p &= \frac{1}{n+2} \end{aligned}$$

Por lo que se tiene que las soluciones de (4.2.3) en el intervalo  $[0, T]$  son:

$$E_x(z, \omega) = A\sqrt{z}I_{\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}}) + B\sqrt{z}I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}})$$

Así, para el intervalo  $[T, t_c]$ , considerando  $t_c$  como el espesor del conductor, las soluciones son:

$$E_x(z, \omega) = Ce^{kz} + De^{-kz}$$

donde  $k = \frac{1+j}{\sqrt{2}}\sqrt{\omega\mu\sigma}$ . Ahora, aplicando las condiciones de frontera (4.2.4) - (4.2.7), es posible escribir un sistema matricial de ecuaciones para los coeficientes  $A-D$ . A continuación se detalla la deducción de tales ecuaciones.

La evaluación de las funciones de Bessel en el caso en el que tienden a cero presenta algunas dificultades, por lo que se hace necesaria su expansión en series de potencias para evitar indeterminaciones al momento de evaluar, entonces, aplicando la condición de frontera (4.2.4) tenemos:

$$\begin{aligned} \lim_{z \rightarrow 0^+} \frac{d}{dz} E_x(z, \omega) &= -j\omega B_0 \\ \frac{1}{\Gamma\left(\frac{n+3}{n+2}\right)} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{\frac{1}{n+2}} A &= -j\omega B_0 \end{aligned} \quad (4.2.10)$$

donde  $\Gamma$  es la función gamma, mientras que aplicando la condición de frontera (4.2.5) se obtiene:

$$\begin{aligned}\lim_{z \rightarrow t_c} E_x(z, \omega) &= 0 \\ Ce^{kT} + De^{-kT} &= 0\end{aligned}\quad (4.2.11)$$

continuando con la condición de frontera (4.2.6) se tiene:

$$\begin{aligned}\lim_{z \rightarrow T^+} E_x(z, \omega) &= \lim_{z \rightarrow T^-} E_x(z, \omega) \\ A\sqrt{z}I_{\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) + B\sqrt{z}I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) &= Ce^{kT} + De^{-kT}\end{aligned}\quad (4.2.12)$$

y finalmente, aplicando la condición de frontera (4.2.7) se tiene:

$$\begin{aligned}\lim_{z \rightarrow T^+} \frac{d}{dz} E_x(z, \omega) &= \lim_{z \rightarrow T^-} \frac{d}{dz} E_x(z, \omega) \\ A(\sqrt{z}I_{\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}}))' |_{z=T} + B(\sqrt{z}I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}}))' |_{z=T} &= Ce^{kT} + De^{-kT}\end{aligned}\quad (4.2.13)$$

En los cálculos anteriores se ha utilizado:

$$\begin{aligned}\sqrt{z}I_{\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}}) &= \sqrt{z} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! \Gamma(1+k+\frac{1}{n+2})} \left(\frac{\beta z^{\frac{n+2}{2}}}{2}\right)^{2k+\frac{1}{n+2}} \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! \Gamma(1+k+\frac{1}{n+2})} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{2k+\frac{1}{n+2}} z^{k(n+2)+1} \\ \sqrt{z}I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}}) &= \sqrt{z} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! \Gamma(1+k-\frac{1}{n+2})} \left(\frac{\beta z^{\frac{n+2}{2}}}{2}\right)^{2k-\frac{1}{n+2}} \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! \Gamma(1+k-\frac{1}{n+2})} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{2k-\frac{1}{n+2}} z^{k(n+2)}\end{aligned}$$

por lo que, teniendo en cuenta (4.2.10) - (4.2.13), es posible escribir el sistema matricial de ecuaciones siguiente:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\Gamma(\frac{n+3}{n+2})} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{\frac{1}{n+2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{kt_c} & e^{-kt_c} \\ \sqrt{z}I_{\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) & \sqrt{z}I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) & -e^{kT} & -e^{-kT} \\ (\sqrt{z}I_{\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}}))' |_{z=T} & (\sqrt{z}I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}}))' |_{z=T} & -ke^{kT} & ke^{-kT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\omega B_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como se mencionó anteriormente, el concepto de impedancia superficial es aplicable cuando el espesor asociado al efecto piel es mucho menor que las dimensiones estructurales del conductor. Por ello, para simplificar los cálculos, se considera el extremo en el que el espesor  $t_c$  es infinito. No obstante, es posible recuperar los efectos asociados al espesor finito del conductor mediante analogías como en [37] y [42]; comentaremos como hacer ésto más adelante.

Partiendo del caso en que  $t_c \rightarrow \infty$ , es inmediata la obtención de  $C = 0$ , lo que reduce al sistema matricial a:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\Gamma(\frac{n+3}{n+2})} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{\frac{1}{n+2}} & 0 & 0 \\ \sqrt{\Gamma} I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) & \sqrt{\Gamma} I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) & -e^{-kT} \\ (\sqrt{z} I_{-\frac{1}{n+2}}(bz^{\frac{n+2}{2}}))' |_{z=T} & (\sqrt{z} I_{-\frac{1}{n+2}}(bz^{\frac{n+2}{2}}))' |_{z=T} & ke^{-kT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\omega B_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

de donde se puede obtener:

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{\left(\frac{\beta}{2}\right)^{\frac{1}{n+2}}}{\Gamma(\frac{n+3}{n+2})} [k\sqrt{\Gamma} I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) + (\sqrt{z} I_{-\frac{1}{n+2}}(bz^{\frac{n+2}{2}}))' |_{z=T}] e^{-kT} \\ \Delta_A &= -j\omega B_0 [k\sqrt{\Gamma} I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) + (\sqrt{z} I_{-\frac{1}{n+2}}(bz^{\frac{n+2}{2}}))' |_{z=T}] e^{-kT} \\ \Delta_B &= j\omega B_0 [k\sqrt{\Gamma} I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) + (\sqrt{z} I_{-\frac{1}{n+2}}(bz^{\frac{n+2}{2}}))' |_{z=T}] e^{-kT} \\ \Delta_D &= -j\omega B_0 \sqrt{\Gamma} [I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) (\sqrt{z} I_{-\frac{1}{n+2}}(bz^{\frac{n+2}{2}}))' |_{z=T} - I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) (\sqrt{z} I_{-\frac{1}{n+2}}(bz^{\frac{n+2}{2}}))' |_{z=T}]. \end{aligned}$$

Así, las soluciones para A, B y D pueden obtenerse de  $\frac{\Delta_A}{\Delta}$ ,  $\frac{\Delta_B}{\Delta}$  y  $\frac{\Delta_D}{\Delta}$ ; con fines de referencia los valores de A y B son:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\Delta_A}{\Delta} \\ &= -\Gamma \left(\frac{n+3}{n+2}\right) \frac{j\omega B_0}{\left(\frac{\beta}{2}\right)^{\frac{1}{n+2}}} \end{aligned} \quad (4.2.14)$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\Delta_B}{\Delta} \\ &= \Gamma \left(\frac{n+3}{n+2}\right) \frac{j\omega B_0}{\left(\frac{\beta}{2}\right)^{\frac{1}{n+2}}} \frac{[k\sqrt{\Gamma} I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) + (\sqrt{z} I_{-\frac{1}{n+2}}(bz^{\frac{n+2}{2}}))' |_{z=T}]}{[k\sqrt{\Gamma} I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) + (\sqrt{z} I_{-\frac{1}{n+2}}(bz^{\frac{n+2}{2}}))' |_{z=T}]} \end{aligned} \quad (4.2.15)$$

### 4.2.3. Cálculo de la impedancia superficial

Una vez determinado el campo eléctrico, se puede calcular la impedancia superficial mediante la relación [19] y [29]:

$$\begin{aligned}
Z_S &= j\omega \frac{\int B_y(z) dz}{\int J_x(z) dz} \\
&= -j\omega\mu \frac{\int \frac{d}{dz} E_x(z) dz}{\int \frac{d^2}{dz^2} E_x(z) dz} \\
&= -j\omega\mu \lim_{t_c \rightarrow \infty} \frac{\int_0^{t_c} \frac{d}{dz} E_x(z) dz}{\int_0^{t_c} \frac{d^2}{dz^2} E_x(z) dz} \\
&= -j\omega\mu \lim_{t_c \rightarrow \infty} \frac{E_x(t_c, \omega) - E_x(0, \omega)}{\frac{d}{dz} E_x(z) \Big|_{z=t_c} - \frac{d}{dz} E_x(z) \Big|_{z=0}} \\
&= -j\omega\mu \lim_{t_c \rightarrow \infty} \frac{E_x(0, \omega)}{\frac{d}{dz} E_x(z) \Big|_{z=0}} \\
&= -j\omega\mu \frac{B_{\frac{1}{\Gamma(1-\frac{1}{n+2})}} (\frac{\beta}{2})^{-\frac{1}{n+2}}}{A_{\frac{1}{\Gamma(1+\frac{1}{n+2})}} (\frac{\beta}{2})^{\frac{1}{n+2}}} \\
&= -j\omega\mu \frac{B\Gamma(1 + \frac{1}{n+2})}{A\Gamma(1 - \frac{1}{n+2}) (\frac{\beta}{2})^{\frac{2}{n+2}}} \\
&= j\omega\mu \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{n+2})}{\Gamma(1 - \frac{1}{n+2}) (\frac{\beta}{2})^{\frac{2}{n+2}}} \frac{[k\sqrt{T}I_{\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) + (\sqrt{z}I_{\frac{1}{n+2}}(bz^{\frac{n+2}{2}}))' \Big|_{z=T}]}{[k\sqrt{T}I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) + (\sqrt{z}I_{-\frac{1}{n+2}}(bz^{\frac{n+2}{2}}))' \Big|_{z=T}]} \quad (4.2.16)
\end{aligned}$$

$$= M \frac{[k\sqrt{T}I_{\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) + (\sqrt{z}I_{\frac{1}{n+2}}(bz^{\frac{n+2}{2}}))' \Big|_{z=T}]}{[k\sqrt{T}I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta T^{\frac{n+2}{2}}) + (\sqrt{z}I_{-\frac{1}{n+2}}(bz^{\frac{n+2}{2}}))' \Big|_{z=T}]} \quad (4.2.17)$$

está anterior relación no tiene en cuenta los efectos del espesor del conductor, ya que para reducir las incógnitas hicimos al conductor de espesor infinito en la deducción, lo cual para frecuencias superiores 0.1 GHz no tiene importancia. En el trabajo [42] se estudian los efectos del espesor de la conductividad y como las excitaciones del otro lado del borde conductivo pueden tomarse en cuenta en los efectos de la impedancia superficial. En dichas formulaciones se tiene para el valor de M dados por

$$\begin{aligned}
M &= j\omega\mu \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{n+2})}{\Gamma(1 - \frac{1}{n+2}) (\frac{\beta}{2})^{\frac{2}{n+2}}} \coth(kt_c) \\
M &= j\omega\mu \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{n+2})}{\Gamma(1 - \frac{1}{n+2}) (\frac{\beta}{2})^{\frac{2}{n+2}}} [\coth(kt_c) + \csc(kt_c)] \\
M &= j\omega\mu \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{n+2})}{\Gamma(1 - \frac{1}{n+2}) (\frac{\beta}{2})^{\frac{2}{n+2}}} [\coth(kt_c) - \csc(kt_c)]
\end{aligned}$$

la diferencia al interpretar una u otro de los valores anteriores, estriba en la forma en que se excita los lados del conductor (condición frontera (4.2.5)). Las fórmulas anteriores resumen el efecto del espesor cuando solo es estimulada una cara de la placa conductiva,

cuando son estimuladas las dos caras del conductor por un campo en fase y cuando son estimuladas con campos desfasados  $\pi$  radianes. Cabe aclarar que la diferencia drástica entre ellas se da a baja frecuencia<sup>3</sup>.

En el cálculo de la expresión (4.2.16) se a tomado en cuenta las relaciones:

$$\begin{aligned}
E_x(0, \omega) &= \lim_{z \rightarrow 0^+} E_x(z, \omega) \\
&= \lim_{z \rightarrow 0^+} [A\sqrt{z}I_{\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}}) + B\sqrt{z}I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}})] \\
&= \lim_{z \rightarrow 0^+} B\sqrt{z}I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}}) \\
&= B \lim_{z \rightarrow 0^+} \sqrt{z} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! \Gamma(1 + k - \frac{1}{n+2})} \left(\frac{\beta z^{\frac{n+2}{2}}}{2}\right)^{2k - \frac{1}{n+2}} \\
&= B \lim_{z \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Gamma(1 - \frac{1}{n+2})} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{-\frac{1}{n+2}} + \mathcal{O}(z^6) \\
&= B \frac{1}{\Gamma(1 - \frac{1}{n+2})} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{-\frac{1}{n+2}}
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
(E_x(0, \omega))' &= \lim_{z \rightarrow 0^+} (E_x(z, \omega))' \\
&= \lim_{z \rightarrow 0^+} [A\sqrt{z}I_{\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}}) + B\sqrt{z}I_{-\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}})]' \\
&= \lim_{z \rightarrow 0^+} (A\sqrt{z}I_{\frac{1}{n+2}}(\beta z^{\frac{n+2}{2}}))' \\
&= A \lim_{z \rightarrow 0^+} (\sqrt{z} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! \Gamma(1 + k + \frac{1}{n+2})} \left(\frac{\beta z^{\frac{n+2}{2}}}{2}\right)^{2k + \frac{1}{n+2}})' \\
&= A \lim_{z \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Gamma(1 + \frac{1}{n+2})} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{\frac{1}{n+2}} + \mathcal{O}(z^6) \\
&= A \frac{1}{\Gamma(1 + \frac{1}{n+2})} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{\frac{1}{n+2}}
\end{aligned}$$

Cabe aclarar que en ésta propuesta se definen dos parámetros: el exponente de la transición conductiva  $n$  y el ancho de la transición de rugosidad  $T$ .

### 4.3. Comparación de resultados

La impedancia superficial obtenida en la sección anterior depende de los parámetros  $H_{Rms}$ ,  $t_c$ ,  $n$  y  $T$ , de los cuáles, las dos últimos resultan ser empíricos<sup>4</sup>. En esta sección, se justifica

<sup>3</sup>Para aplicaciones en microstrip se recomienda la primera y la segunda fórmula para el plano de tierra y la pista del trazo respectivamente.

<sup>4</sup>Al menos eso se considera en este trabajo, sin embargo, puede existir una deducción de figuras arregladas.

el valor que se elige para  $T$ , también se discute acerca de las restricciones que tendría esta propuesta cuando se toma como referencia resultados conocidos [29].

Como previamente se mencionó, el modelo de gradiente [26] tiene predictibilidades de corrección de potencias razonables, como puede verse en [29] y [43], pero no ha sido reportado nada acerca de la parte reactiva de la impedancia superficial y de sus inconsistencias debidas al modelado e implementación numérica. Aprovechando esta situación y la posibilidad de que la solución sea compactada en fórmulas para la directa implementación del modelo, se presentan los valores de  $T$  que reproducen resultados semejantes de la propuesta [45].

Podemos deducir una función de distribución desde un arreglo triangular como el de la figura (3.1) y obtener la altura de los triángulos, que es dado por un valor de 3.46 veces el  $H_{Rms}$  además de notar que la transición se da mediante una función lineal. En base a los resultados para frecuencia de 0.1 - 4.0 GHz del caso lineal podemos utilizar una función con transición cuadrática y por comparación directa de cual tiene menos error comparado con el caso lineal, podemos ver que la proporción entre de  $T$  y  $H_{Rms}$  es dado por un valor de aproximadamente 3.82. Los resultados para hipotéticas transiciones lineales hasta de orden cuatro se resumen en la tabla (4.1). Por otra parte debemos aceptar la superioridad conceptual de utilizar una función de distribución acumulada dado por la distribución normal acumulada, pero a la vez debemos tener en cuenta las imposibilidades de tener resultados analíticos además de las complicaciones de acotamiento en la parte imaginaria. Aprovechando que los valores que se resumen en la tabla (4.1) arrojan partes reales de impedancias superficiales que se relacionan bien hasta cierta frecuencia con los resultados de [29], estableceremos cotas para afirmar tal sentencia.

Para establecer las cotas de frecuencia y  $H_{Rms}$  en el modelo lineal tenemos que cumplir con la desigualdad  $\Re(\beta T) \leq 1.0$ , valores máximos posibles que cumplen la desigualdad anterior son expuestos en la fila dos de la columna dos y tres en la tabla (4.1).

Valor de $n$	V. máximo de $H_{Rms}$	V. máximo de frecuencia	Valor de $T$
1	0.20 $\mu m$	20 GHz	$3.46H_{Rms}$
2	0.5 $\mu m$	30 GHz	$3.82H_{Rms}$
3	1 $\mu m$	30 GHz	$4.2H_{Rms}$
4	2 $\mu m$	24 GHz	$4.59H_{Rms}$

Cuadro 4.1: Tabla que resume las posibilidades de uso de la impedancia superficial (4.2.16), en distintos orden.

De la misma manera en que se definen cotas para la frecuencia y el valor  $H_{Rms}$  para el modelo lineal, es posible definir las para el caso cuadrático ( $n = 2$ ), cúbico ( $n = 3$ ) y cuártico ( $n = 4$ ), estos vienen dados por  $\Re(\beta T) \leq \sqrt{6}$ ,  $\Re(\beta T) \leq \sqrt{19}$  y  $\Re(\beta T) \leq \sqrt{43}$  respectivamente, en columna dos y tres de la tabla (4.1) se expresan los valores máximos de frecuencia y valor  $H_{Rms}$  que cumplen la igualdad de cada caso. La deducción de éstas desigualdades es realizada (para cada valor elegido de  $n$ ) desde las gráficas (4.8 - 4.11) estimando la frecuencia a la que se separan nuestros datos de la referencia, entonces fue posible caracterizar ese hecho mediante sólo el dominio de la función.

Este capítulo termina mostrando en las figuras (4.4 - 4.7) la comprobación gráfica de los



resultados presentados en la tabla (4.1), ésto es la gráfica de (4.2.16) con el T óptimo que termina asemejándose a los resultados de [29].

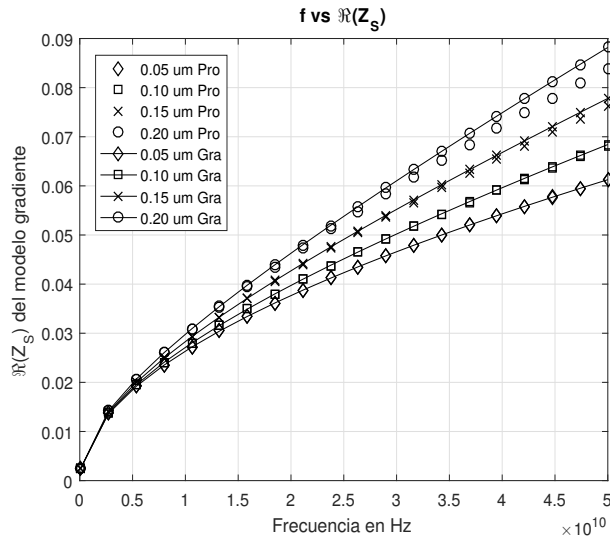


Figura 4.4: Parte real de la impedancia superficial contra frecuencia para diferentes valores de  $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor  $n = 1$ .

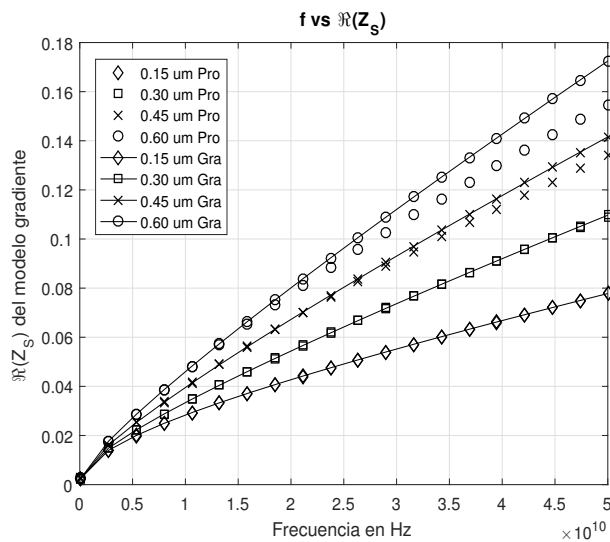


Figura 4.5: Parte real de la impedancia superficial contra frecuencia para diferentes valores de  $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor  $n = 2$ .

Los valores de impedancia mostrados en (4.4 - 4.7) dificultan ver el valor cociente de potencia rugoso a liso  $K$  (cuántas veces se ve incrementada la pérdida de potencia de origen conductivo). Por ello se muestra en las gráficas  $K$  contra  $f$ , es importante mostrar al menos éstas dos gráficas debido a que nos dan importante noción del comportamiento electrodinámico en la frecuencia.

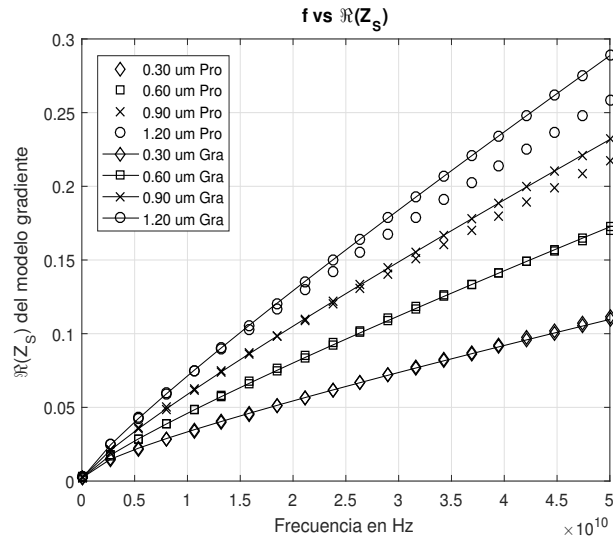


Figura 4.6: Parte real de la impedancia superficial contra frecuencia para diferentes valores de  $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor  $n = 3$ .

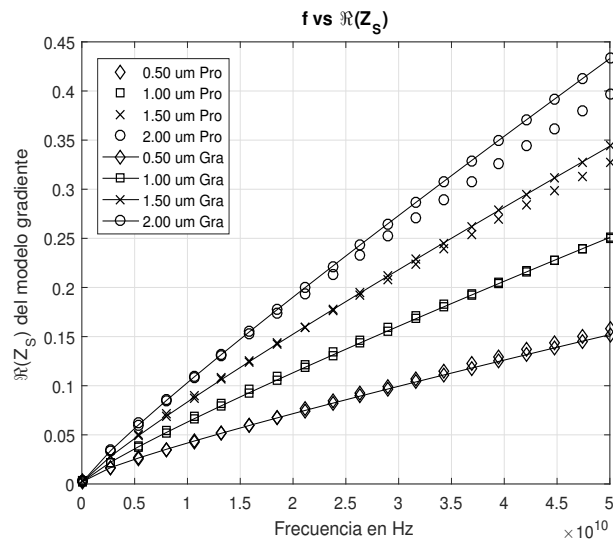


Figura 4.7: Parte real de la impedancia superficial contra frecuencia para diferentes valores de  $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor  $n = 4$ .

Es importante mencionar que pueden ser utilizados modelos que incluyen exponentes de transición conductiva de más alto orden ( $n > 4$ ), al final podemos reducir su comportamiento como que  $\Re(\beta T) \leq a$  donde  $a$  es un número cada vez más grande, es decir, que podemos alcanzar mayores valores límites para las cotas de frecuencia y  $H_{Rms}$  para asemejar los resultados a los que [29] que se presentó con anterioridad.

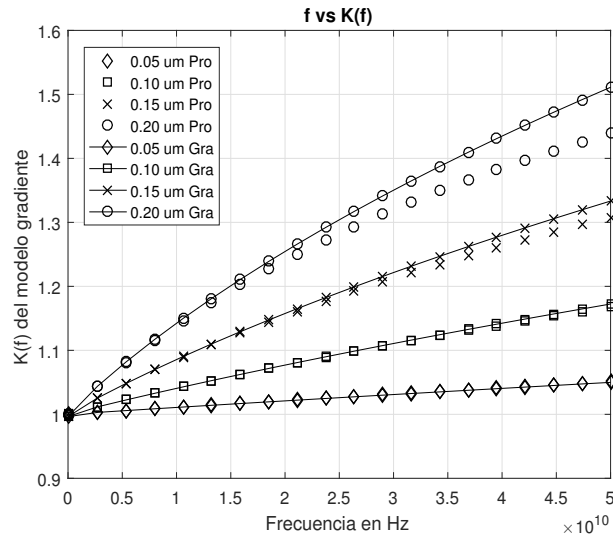


Figura 4.8: Razón de potencia rugoso a liso contra frecuencia para diferentes valores de  $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor  $n = 1$ .

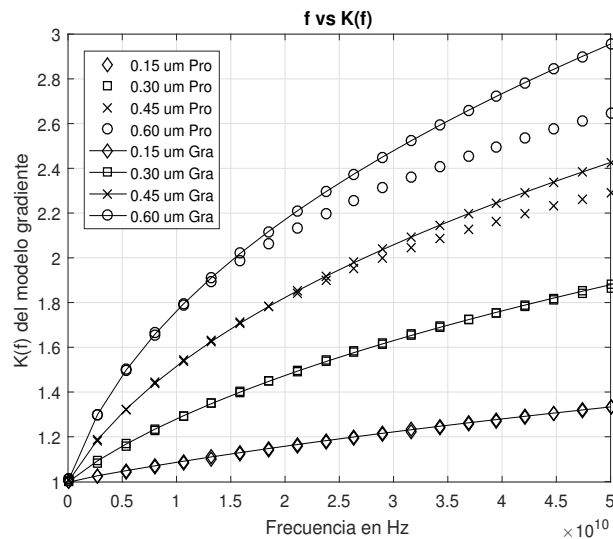


Figura 4.9: Razón de potencia rugoso a liso contra frecuencia para diferentes valores de  $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor  $n = 2$ .

## 4.4. Conclusiones del capítulo

El análisis de fenómenos eléctricos y magnéticos se reduce al análisis de las ecuaciones de Maxwell cuya primera dificultad estriba en la obtención de soluciones, en muchos casos solo pueden obtenerse por simulación o evaluación numérica. Algunos problemas particulares puede ser la base para obtener soluciones aproximadas de problemas que no tiene solución directa en funciones elementales.

Aprovechando la posibilidad de resolver analíticamente las ecuaciones diferenciales que

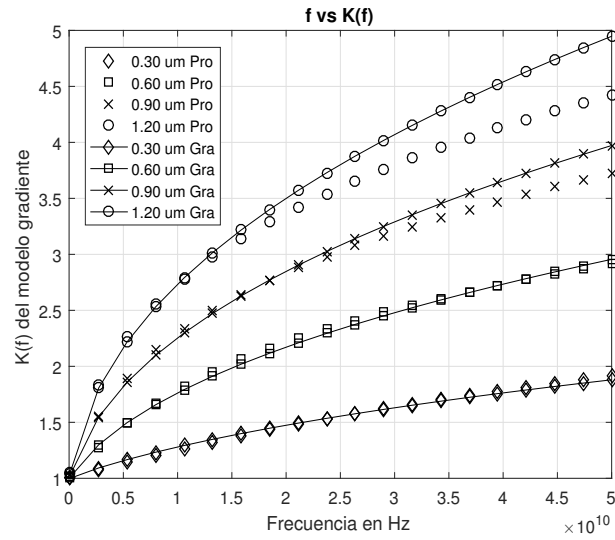


Figura 4.10: Razón de potencia rugoso a liso contra frecuencia para diferentes valores de  $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor  $n = 3$ .

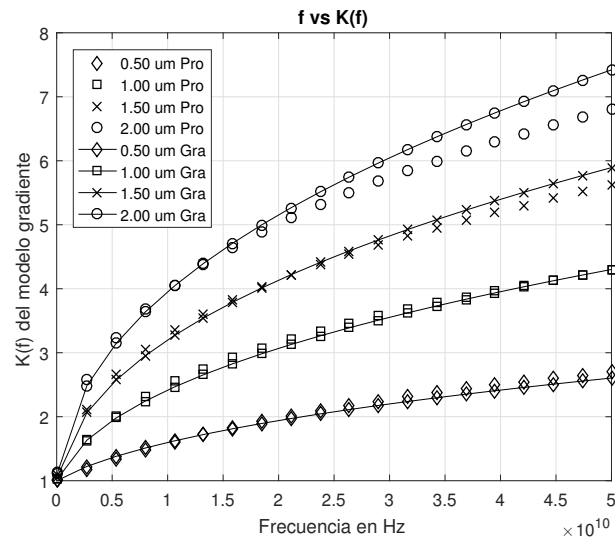


Figura 4.11: Razón de potencia rugoso a liso contra frecuencia para diferentes valores de  $H_{Rms}$ . Se comparan las curvas obtenidas mediante el modelo de gradiente y la propuesta suponiendo en el modelo de la conductividad el valor  $n = 4$ .

describen un problema equivalente en principios físicos a otro sin solución en funciones elementales, pudimos interpretar las soluciones numéricas resultado de la aplicación del modelo gradiente con una conductividad proporcional a la distribución de probabilidad acumulada normal, mediante funciones al menos analíticas. Puede pensarse que no tiene sentido para una tesis de maestría presentar como resultados una fórmula que resuma el comportamiento de datos de simulación numérica previamente estudiados, pero cabe aclarar que intenciones posteriores de obtener fórmulas como la resistencia por unidad de

longitud en el modelo de línea de transmisión, se basan en las propiedades del comportamiento de impedancia superficial.

Debido a que la distribución normal se presenta en muchos fenómenos de índole aleatorio, considerando que la rugosidad de un conductor tiene dicha distribución en la unión con el dieléctrico, es posible obtener fórmulas para la resistencia que incluye efectos de rugosidad aleatoria, aunque la función de conductividad no sea específicamente la distribución normal acumulada.



## Capítulo 5

# Comprobaciones experimentales

En este capítulo comprobaremos que esta propuesta para calcular la impedancia superficial tiene utilidad en varios casos de interés general de la electrónica de alta frecuencia. Para lograr este cometido, tenemos los parámetros S de prototipos de líneas transmisión tipo microstrip de alta frecuencia, mismas que son fabricadas en la parte superior de un empaquetado PCB multinivel. Una vez que las medidas asociadas al microstrip fueron obtenidas, se realizaron simulaciones computacionales con el programa ANSOFT HFSS (el programa en éste caso no es de vital importancia; más bien el concepto de impedancia superficial siempre está presente incluso en otras marcas comerciales de paquetes de simulación como HSpice, ADS, CST y demás optimizados para simulación electrónica de alta frecuencia). Logramos comprobar que la constante de propagación obtenida a partir de los parámetros S aplicando el método [48] se relacionan de manera óptima con las simulaciones computacionales obtenidas.

### 5.1. Planteamiento de las comprobaciones

Para comprobar las propuestas planteadas, tenemos cuatro pares de parámetros S de prototipos de líneas de transmisión, cada par de líneas fue construido sobre un prototipo común. Éstas condiciones son ideales para extraer la constante de propagación de cada par de líneas para cada uno de los cuatro pares. Las láminas de cobre utilizadas en la construcción de los prototipos de líneas de transmisión pueden dividirse en dos gamas de cobres muy distinta, con alta rugosidad ( $H_{Rms} > 1\mu m$ ) y con baja rugosidad ( $H_{Rms} < 0.5\mu m$ ). La lámina de cobre de alta rugosidad ha sido manipulada en el trabajo [17]. El segundo conjunto de líneas fueron proporcionadas por ISOLA, las características cualitativas de la rugosidad en algunas láminas de cobre han sido descritos en el capítulo dos. El hecho de tener al menos dos familias de cobres distintos, nos permitió comprobar el uso de al menos dos casos distintos de la ecuación (4.2.16).

Las líneas de transmisión homogéneas pueden caracterizarse por su sección transversal y los valores de sus parámetros materiales; la tabla 5.1 resume los valores finales que se utilizaron para tratar la línea de transmisión simulada. Algunos valores presentados en la tabla fueron proporcionados por ISOLA sin mayor detalle, con la infraestructura que cuenta el INAOE fueron comprobados y corregidos aquellos que presentaron incongruencias con respecto a la primera información entregada.

Nombre	$w_p$	$w$	$t_c$	$t_d$	$\epsilon_R$	$\tan\delta$	$H_{Rms}$
INTEL	6.17 mils	6.92 mils	1.99 mils	4.84 mils	4.1	0.016	1.4 $\mu m$
ISOLA_A	5.73 mils	6.68 mils	2.44 mils	3.81 mils	3.3	0.00345	0.22 $\mu m$
ISOLA_B	6.81 mils	7.33 mils	3.20 mils	3.81 mils	3.3	0.00345	0.375 $\mu m$
ISOLA_C	6.74 mils	6.13 mils	3.05 mils	3.84 mils	3.3	0.00345	0.485 $\mu m$

Cuadro 5.1: Medidas de la sección transversal del microstrip, mediante las cuales relacionaremos la propuesta con mediciones reales. Para el significado de las variables véase la figura 5.1.

La imagen (5.1) se presenta para interpretar el significado de las variables de la tabla (5.1).

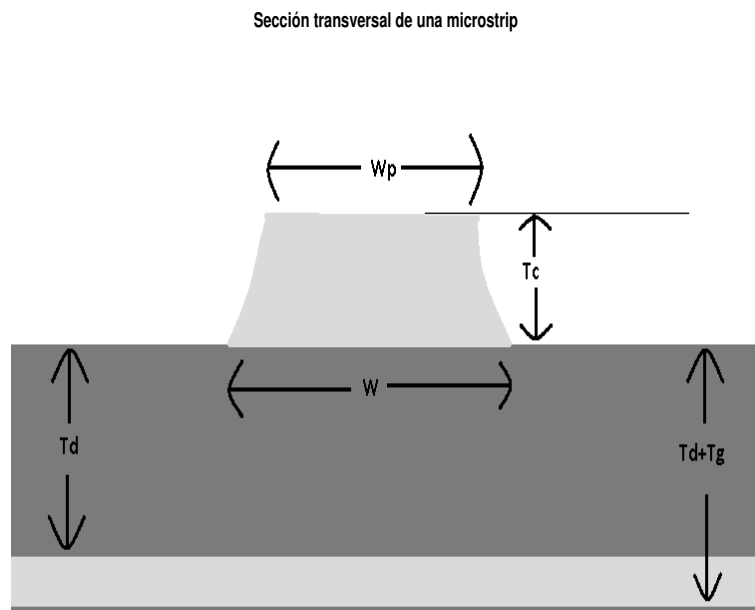


Figura 5.1: Imagen para interpretar los valores de la tabla (5.1).

Con los datos de la tabla (5.1) es posible implementar las simulaciones requeridas, dichas simulaciones pueden ser realizadas en cualquier programa de simulación de onda completa optimizado para aplicaciones de alta frecuencia, en lo particular se opta por utilizar ANSYS HFSS debido a que el INAOE cuenta con licencias para su uso interno. La figura 5.2 muestra la estructura general que tenemos que simular, las simulaciones son diferentes en el valor de los parámetros, esto quiere decir que las cuatro estructuras por simular derivan la que se muestra en la figura 5.2 diferenciándose sólo por su valor paramétrico. Toda la información de la simulación anterior no incluye el efecto de la rugosidad superficial entre del dieléctrico y el conductor, tanto del trazo de la pista como de la tierra, ignorando el detalle de los procedimientos posteriores al dibujado de la estructura previos a la simulación, como asignación de puertos, refinado especial y barrido de frecuencia. En el primero de los apéndices detallamos las generalidades para implementar las simulaciones incluida la rugosidad representada mediante una impedancia superficial (4.2.16)



operando con la similitud de resultados que tiene [29], para aplicar de manera efectiva lo anterior podemos guiarnos en los resultados de la tabla (4.1) para tomar las cotas de precisión con el modelo de comparación mencionado. Recordemos que dichas cotas están influenciadas por el valor de  $H_{Rms}$  a utilizar y como recordaremos el valor de  $H_{Rms}$  define el valor del exponente  $n$  de la transición conductiva.

Para simular la rugosidad de las líneas INTEL\_ fue usada una transición  $n = 4$ ; debido a que las rugosidades tanto de la pista como del plano de tierra son mayores que un 1  $\mu m$ . Para las líneas ISOLA\_ fue usado una transición cuadrática, esto porque las rugosidades que están presentes son superiores a 0.2  $\mu m$  pero menores a 0.5  $\mu m$ . Todos los casos de valores de  $H_{Rms}$  se detallan en la tabla (5.1), los valores de la tabla (4.1) son la referencia de la clasificación en función del  $H_{Rms}$ .

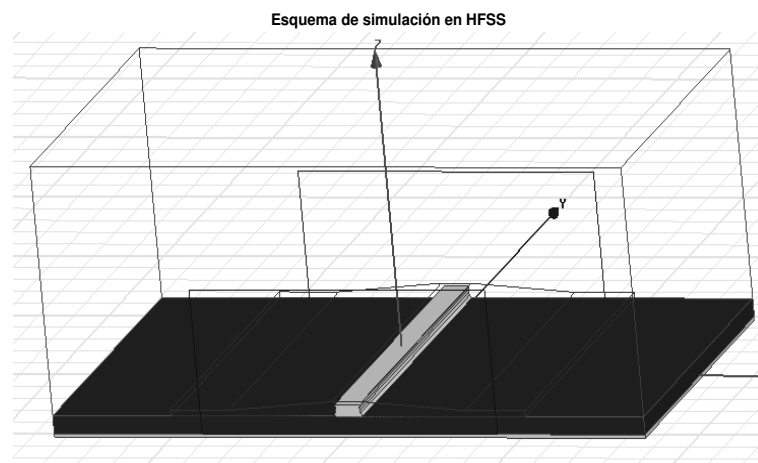


Figura 5.2: Estructura de simulación utilizada en HFSS para comprobar propuesta.

Las figuras 5.3 - 5.6 muestran las medidas físicas utilizadas para la sección transversal de cada línea simulada, de hecho la tabla 5.1 estructura los datos de las imágenes antes mencionadas. Cabe aclarar en que la forma que fueron obtenidos los valores que caracterizan la sección transversal, tanto de mediciones de ISOLA como las realizadas en el INAOE, concuerdan en un intervalo de tolerancia mínimo.

## 5.2. Resultados

En esta sección mostraremos los resultados obtenidos de las simulaciones HFSS anteriormente comentadas y las compararemos con los obtenidos desde el procesamiento de parámetros S. Mediante la aplicación del método explicado en [48] es posible calcular la constante de propagación desde pares de parámetros S de líneas de transmisión o guía de onda que son iguales en sección transversal y distintas sólo en longitud. Debido a que las simulaciones fueron anteriormente comentadas nos limitaremos a mostrar los resultados y a realizar algunos comentarios respecto de dichos resultados.

Las imágenes 5.7 - 5.8 muestran la parte real e imaginaria de  $\gamma$  ( $\alpha$  y  $\beta$  de la llamada constante de propagación) respectivamente de simulaciones HFSS y procesamiento de datos para la línea denominada INTEL\_, seleccionamos  $n = 4$  en la impedancia superficial

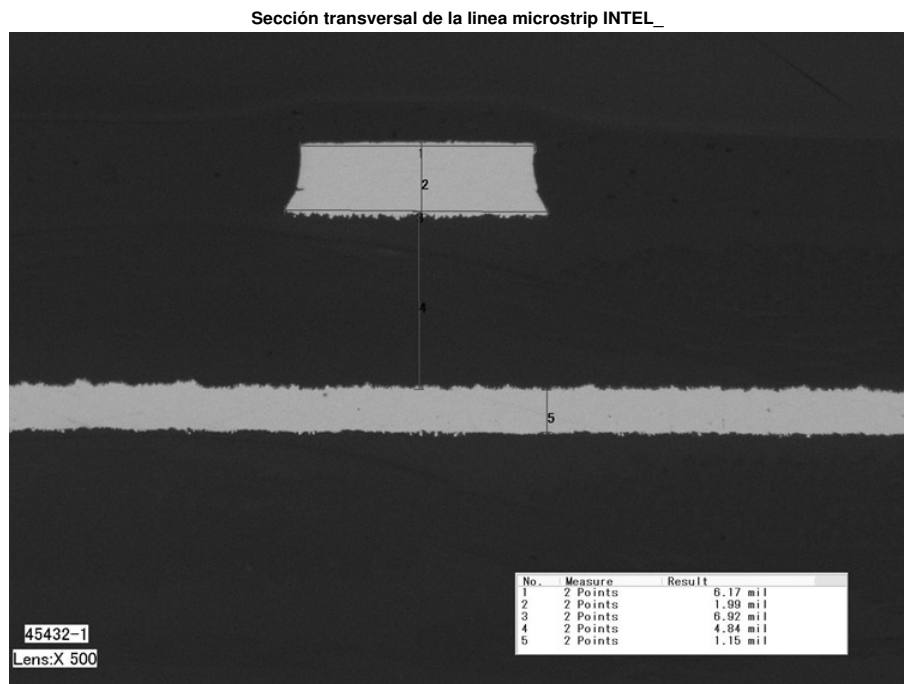


Figura 5.3: Evidencia experimental de las medidas de sección transversal de las líneas INTEL.

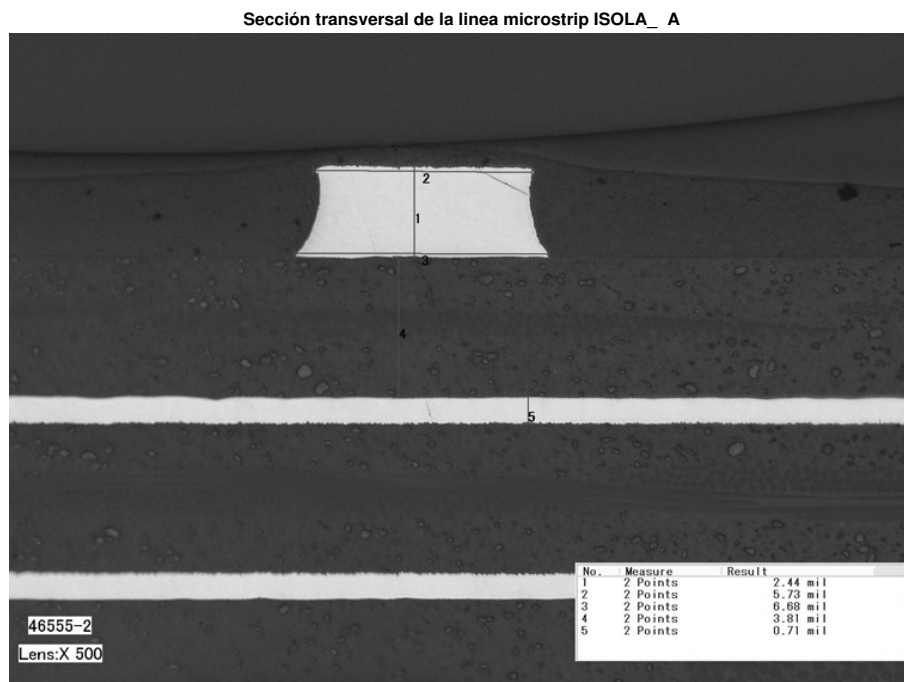


Figura 5.4: Evidencia experimental de las medidas de sección transversal de las líneas ISOLA\_A.

debido a que la rugosidad del metal de la pista como del plano de tierra caen entre el intervalo 1 – 2  $\mu\text{m}$ , véase la tabla 4.1. Se observa una buena correlación entre la predicción

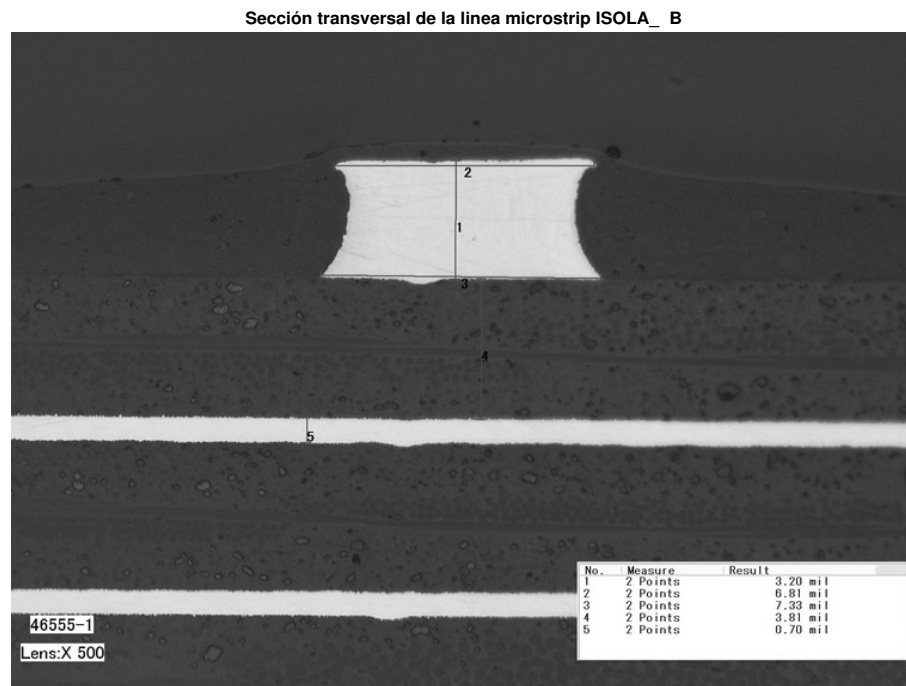


Figura 5.5: Evidencia experimental de las medidas de sección transversal de las líneas ISOLA\_B.

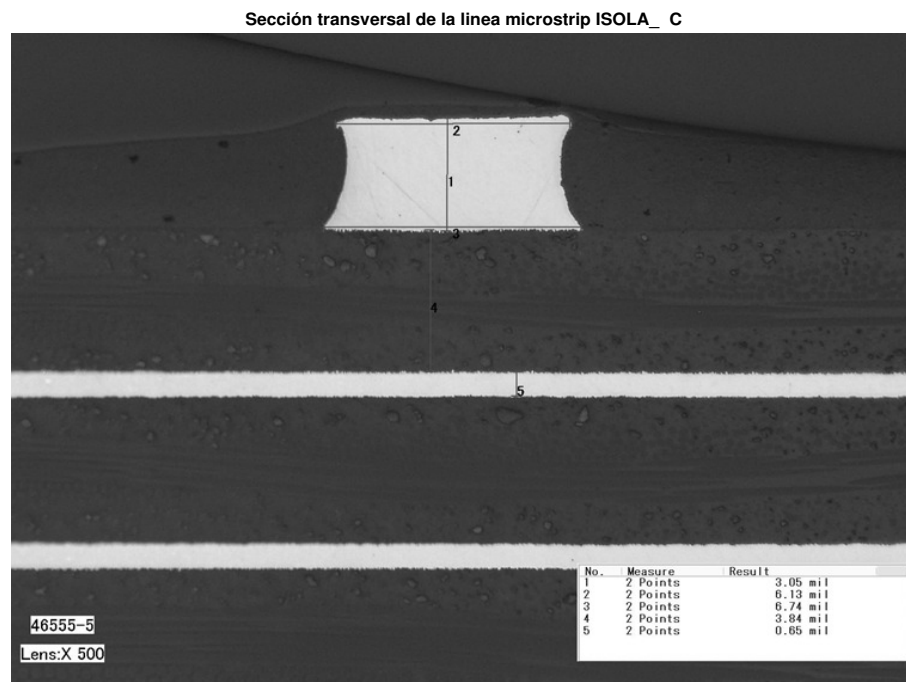


Figura 5.6: Evidencia experimental de las medidas de sección transversal de las líneas ISOLA\_C.

y el experimento hasta un valor de 20 GHz, error en las mediciones debidas a reflexiones en los puertos, no permiten comparaciones a frecuencias superiores.

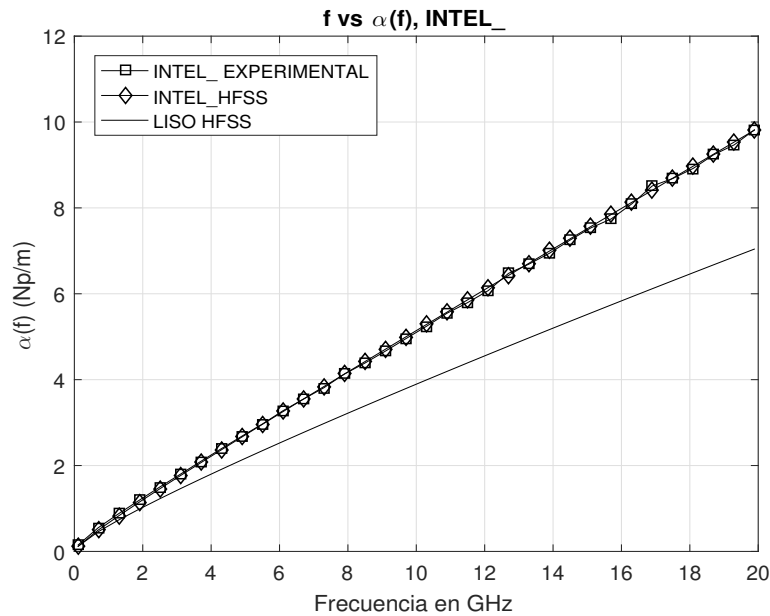


Figura 5.7: Resultados experimentales (INTEL\_) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraída mediante la impedancia superficial (4.2.16).

Las imágenes 5.9 - 5.10, 5.11 - 5.12 y 5.13, 5.14 muestran las partes reales e imaginarias de  $\gamma$  respectivamente, de simulaciones HFSS y procesamiento de datos para las líneas denominadas ISOLA\_A, ISOLA\_B y ISOLA\_C. En términos generales podemos afirmar que existe una buena correlación de la propuesta contra experimento en los tres casos hasta una frecuencia de 20 GHz. Algunas complicaciones para la correlación de datos contra experimentos se presentan a más alta frecuencia, pueden deberse a la inexactitud en los modelos de corrección de potencias conforme crecen los valores de  $H_{Rms}$  y frecuencia (observe que por la frecuencia a la que los problemas surgen no podemos resumir las complicaciones ha inexactitud debida a la comparación con [29]), por otra parte, también pueden deberse a un discrepancia en las mediciones del valor del dieléctrico y de la tangente de pérdidas.

### 5.3. Conclusiones del capítulo

Hemos logrado correlacionar los datos experimentales contra la propuesta (resultado de corregir simulaciones) hasta frecuencias de 20 GHz en todos lo casos estudiados. En las láminas catalogadas como ISOLA, existe una muy ligera discrepancia entre datos y propuesta a más alta frecuencia; dicho error esta relacionado con algunas inexactitudes en las medidas de las propiedades del material y la geometría del microstrip, fundamentamos éstos como la fuente de error principal y no que está propuesta de valor para  $K$  st subestimada, debido al hecho que un caso de alta y baja rugosidad muestran resultados buenos, sólo presentado detalles de líneas con  $H_{Rms}$  de valor intermedio entre el alto y bajo nivel de rugosidad.

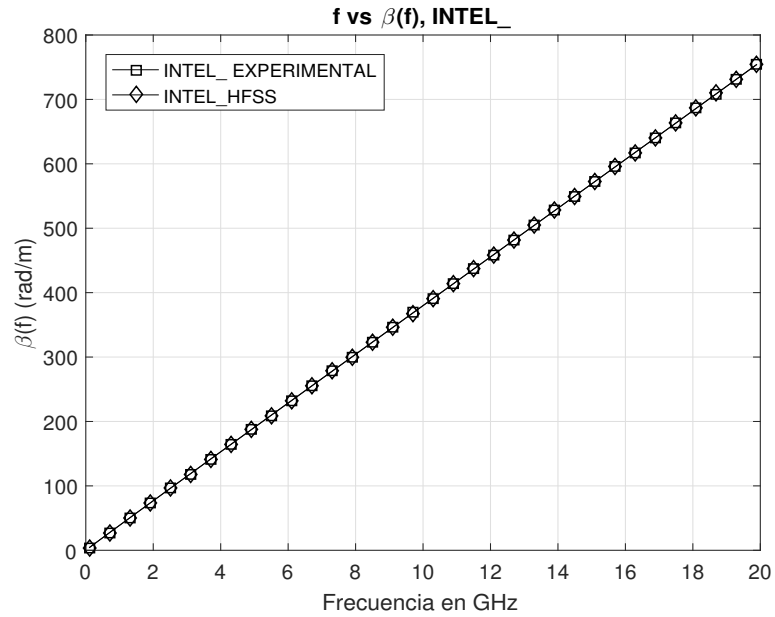


Figura 5.8: Resultados experimentales (INTEL\_) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraída mediante la impedancia superficial (4.2.16).

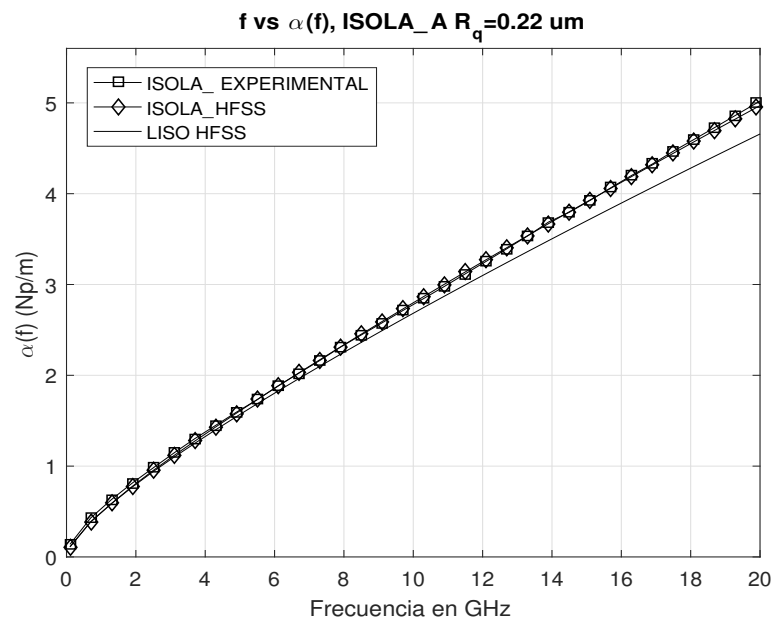


Figura 5.9: Resultados experimentales (ISOLA\_A) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraída mediante la impedancia superficial (4.2.16).

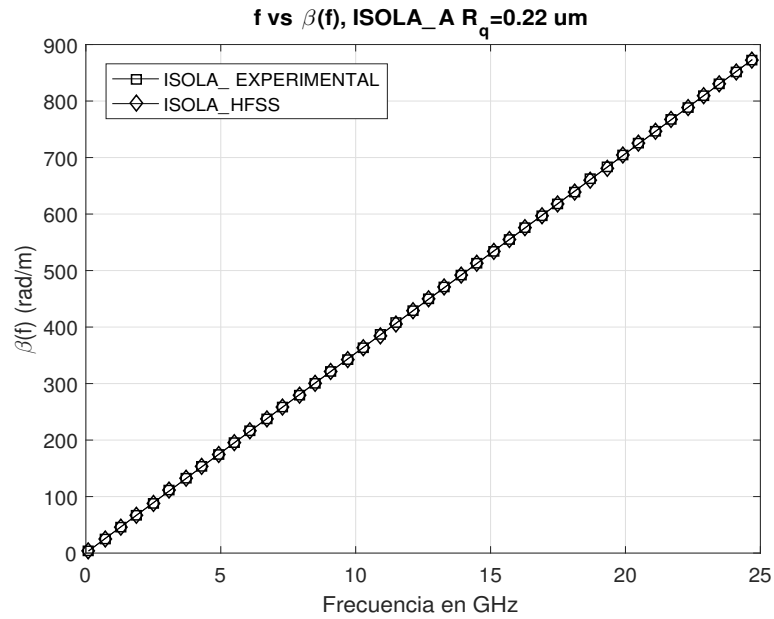


Figura 5.10: Resultados experimentales (ISOLA\_A) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraído mediante la impedancia superficial (4.2.16).

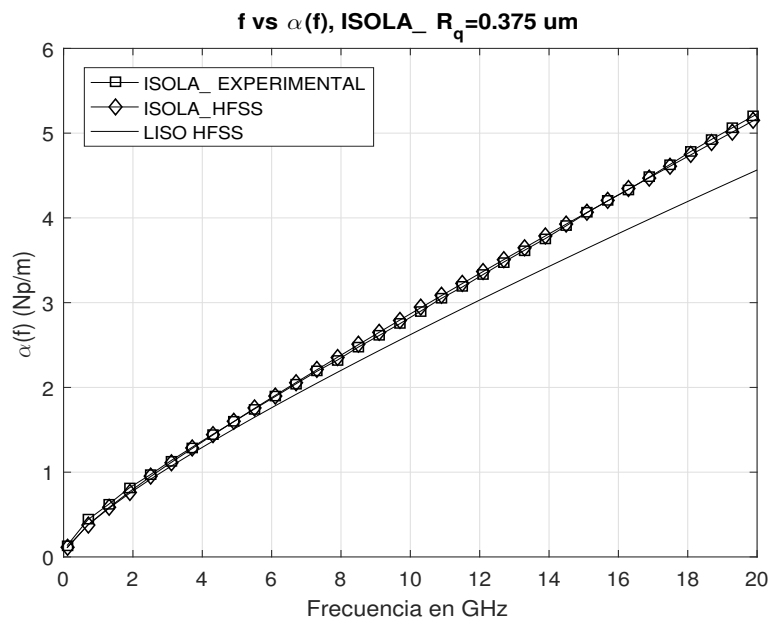


Figura 5.11: Resultados experimentales (ISOLA\_B) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraído mediante la impedancia superficial (4.2.16).

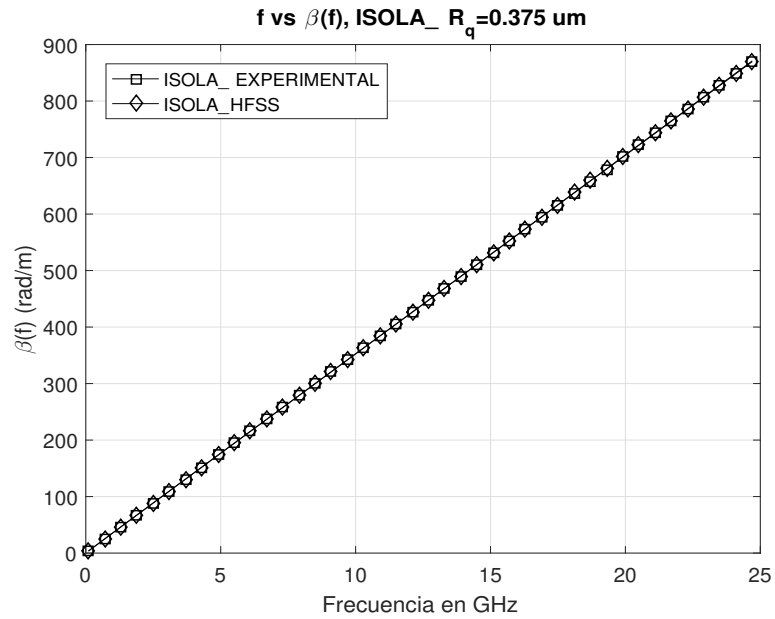


Figura 5.12: Resultados experimentales (ISOLA\_B) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraído mediante la impedancia superficial (4.2.16).

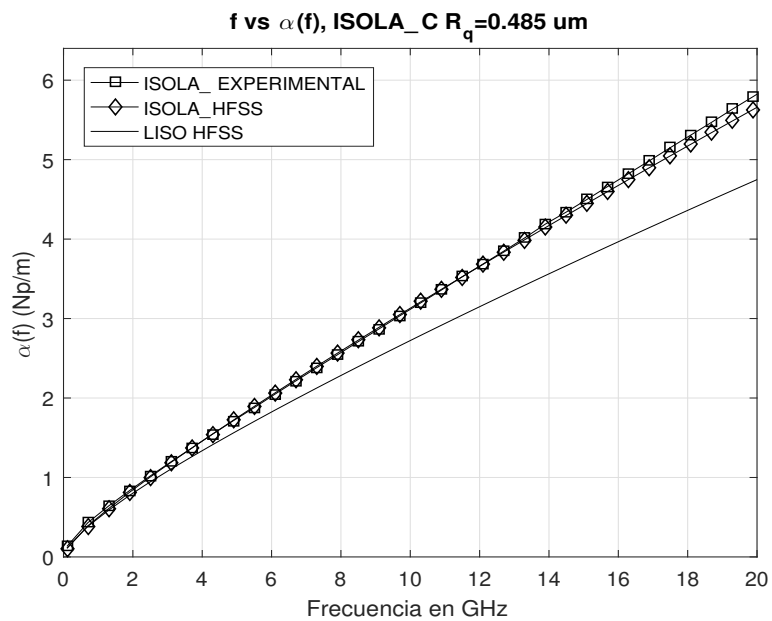


Figura 5.13: Resultados experimentales (ISOLA\_C) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraído mediante la impedancia superficial (4.2.16).

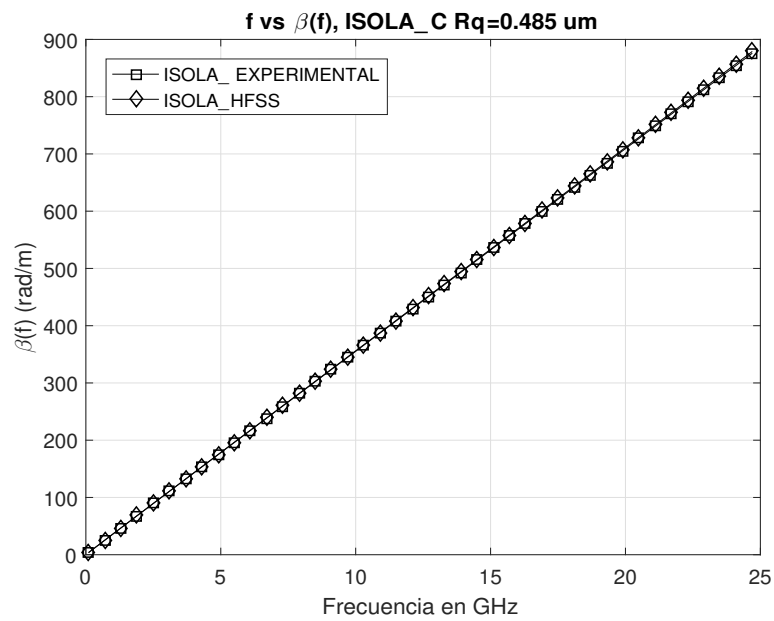


Figura 5.14: Resultados experimentales (ISOLA\_C) contra simulaciones que incluyen rugosidad superficial abstraído mediante la impedancia superficial (4.2.16).



## Capítulo 6

# Conclusiones y futuros trabajos

### 6.1. Conclusiones

Existe una variedad de láminas de cobre utilizadas en la fabricación de circuitos PCB para alta frecuencia, aunque la gran mayoría están constituidas mayoritariamente de cobre, el proceso mediante los cuales fueron añadido los niveles de rugosidad determinan el comportamiento estadístico de los perfiles que está tiene. Es preferible utilizar bajos niveles de rugosidad en el conductor cuándo es importante cuidar los aspectos disipativos presentes en el sistema, por otra parte, sí requerimos de diseños que se relacionen al uso de circuitos en situaciones adversas puede preferirse una mayor adherencia del cobre al dieléctrico, efecto que logran aumentando los valores de rugosidad en el conductor, pero a cambio de ello sacrificando un aumento en la disipación de potencia.

Las funciones de distribución asociadas a la rugosidad son una forma alternativa para describir funciones de conductividad analíticas, mediante las cuales, es posible obtener valores de impedancia superficial que incluyan los efectos de rugosidad de los metales. Se corrigieron algunos detalles del modelado con relación ha la utilización directa de una distribución normal, además fueron compactados los análisis numéricos en fórmulas para la impedancia superficial. Éstos pequeños detalles nos evitan un análisis de estabilidad y convergencia a las soluciones numéricas, procedimiento que puede ser más difícil que el problema original.

La validez del método gradiente fue usado para obtener impedancias superficiales que abstraen el comportamiento de la rugosidad superficial, en el camino nos dimos cuenta que descripciones estadísticas distintas a la distribución normal ó en su caso métodos concretos para específicas familias de láminas de cobre PCB para alta frecuencia pueden formularse. La anterior actividad es quizá la forma más prometedora de explicar porqué distintos valores de  $R_z$  pueden tener el mismo  $R_q$  y viceversa, o al menos utilizar más parámetros metrológicos de la rugosidad para describir de mejor manera los efectos de las pérdidas en el conductor.

La aplicación directa del concepto impedancia superficial presenta algunos inconvenientes en su implementación a baja frecuencia, por ello algunos efectos adicionales se deberán considerar en la impedancia superficial de metales para mejorar la precisión de las soluciones numéricas a baja frecuencia, consideramos que éste aspecto es importante debido a que una gran mayoría de simuladores optimizados para alta frecuencia que van desde

los circuitales hasta campos completos, utilizan el concepto impedancia superficial para computar el comportamiento electromagnético sin comentar de los límites para aplicabilidad, tampoco de las sucesivas aproximaciones que pueden manejarse en el marco de las mejoras del mismo método. Es un imperfecto no del todo cuestionable en el sentido que ha esas bajas frecuencias los problemas de mallado al conductor no están presentes y otras técnicas de computo pueden ser usadas, pero sin el concepto impedancia superficial es probable que muy pocos diseños de alta frecuencia pudieran simularse. Pero si no quiere tolerar ligeras inexactitudes de baja frecuencia pueden optar por aplicar directamente el modelo de conductividad analítico en el simulador o construir  $\alpha$  partiendo de conocer el valor de  $R$  (resistencia por unidad de longitud del modelo de línea de transmisión), una forma explorada de calcular  $R$  bajo ciertas mejoras es mostrado en el apéndice dos.

## 6.2. Futuros trabajos

Las siguientes actividades tienen muchas posibilidades para acarrear resultados novedosos que anteriormente no han sido tratados con detalle en el ámbito de la electrónica de radiofrecuencia, por ello consideramos que merecen la pena ser explorados por alguien.

Realizar una clasificación que tome en cuenta el proceso de fabricación de láminas de cobre para PCB de alta frecuencia, dicho procedimiento puede explicar porqué existe una variedad de fórmulas tipo cociente de potencia rugoso a liso y cuál es la que mejor se adapta a las características del resultado real.

Explorar a fondo los detalles de la implementación de la impedancia superficial, así como el surtido de posibilidades que ofrece los marcos perturbativos para mejorar las soluciones a baja frecuencia.

Realizar un estudio desde la perspectiva del método del gradiente, que involucre funciones de conductividad proporcionales a distribuciones acumuladas más generales que la distribución normal acumulada. Esto parece ser prometedor en el sentido que durante el procesamiento de información obtenida del microscopio de barrido electrónico, en la mayoría de casos no se obtiene un sesgo con valor cero.

Añadirle herramientas de procesos estocásticos y tratamientos estadísticos como Monte Carlo, a la construcción de las simulaciones. Por ejemplo, realizar  $n$  simulaciones distintas en ubicación de elementos de rugosidad pero con propiedades estadísticas parecidas y ver si el comportamiento efectivamente es tendencial o está muy fuertemente influido por la forma precisa de rugosidad aleatoria. No confundir esta metodología con la del dibujado real de los elementos de rugosidad.

Explorar métodos para extraer de manera efectiva valores de los parámetros GRLC en el marco del modelo concentrado de línea de transmisión. Debido a que la comprobación experimental del resultado del apéndice II, requiere conocer al menos de  $R$  e incluso separar dichos valores un su contribución pista y plano tierra de ser posible.

## Apéndice A

# Impedancias superficiales en HFSS

En esta primera sección del apéndice comentaremos como insertar el valor de impedancia superficial (4.2.16), en simulaciones de campo completo donde la rugosidad superficial tiene que ser considerada, particularizamos nuestra explicación a una microstrip. Manuales como [22] y [49] brindan información de las consideraciones que deberán de tenerse en cuenta para que las simulaciones resulten ser correcta, en los mismos manuales se explica como habrá de hacerse el dibujado de las microstrip e incluso en el menú del software existen ejemplos para las simulaciones de una microstrip.

Consideremos que en la geometría del microstrip, los Waveport, consideraciones de convergencia y barridos de frecuencia han sido asignados, sola las consideraciones de rugosidad no han sido tomados en cuenta. A continuación explicaremos como asignar una frontera tipo impedancia superficial a una región plana.

Asignación de impedancia superficial en software HFSS:

1. Almacene la información de la impedancia superficial en archivos de extensión “.tab”, en el caso del microstrip que simulamos, la rugosidad esta presente en las caras del conductor que se unen a la placa dieléctrica por ello tenemos que almacenar los valores de impedancia en cuatro archivos parte real e imaginaria en archivos por separado.
2. Los archivos de extensión “.tab” agréguelos como variable tipo “Dataset”, véase la ayuda interna del software si no tiene idea al respecto.
3. De la misma manera que se asigna condiciones de frontera, seleccione la cara del conductor que usted sabe que tiene rugosidad y asigne una condición de frontera tipo “Impedance”, en la ventana que se abre, véase la figura A.1, ingrese los siguientes valores

$$\begin{aligned} \text{Resistance} &: \text{pwl}(\text{Tu\_Variable\_real}, \text{Freq}) \\ \text{Reactance} &: \text{pwl}(\text{Tu\_Variable\_imag}, \text{Freq}) \end{aligned}$$

cabe aclarar que si la impedancia a ingresar fuese una fórmula en término de funciones elementales, esta puede ser ingresada como tal, en los manuales del software

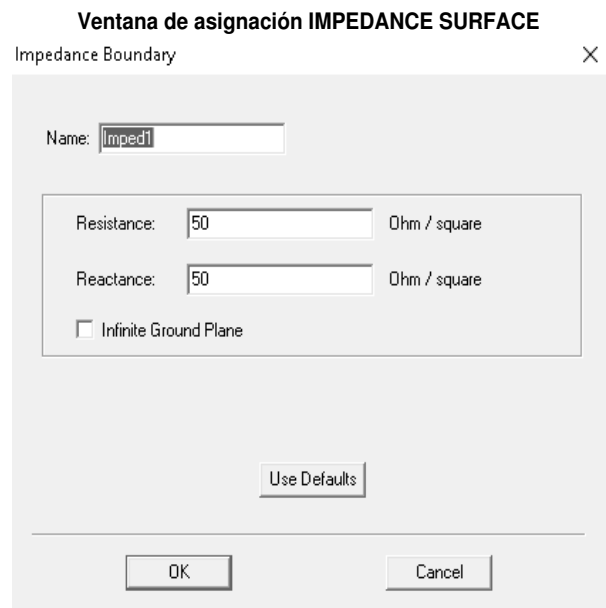


Figura A.1: Ventana de asignación de impedancias superficiales.

hay información de que tipos de funciones consideran elementales. La anterior forma de incluir rugosidad sería la forma unificada de ingresar valores como Hammerstad, Huray, etc, siguiendo los mismos pasos.

## Apéndice B

### Dado un valor de $K$ cuál es la resistencia.

En este apéndice explicaremos como obtener una resistencia que incluye los efectos de la rugosidad superficial, a partir del conocimiento de la resistencia sin rugosidad. Este trabajo a sido abordado con anterioridad, pero en [37] no ofrecen la posibilidad de escribir una fórmula completamente analítica y en [50] no consideran los efectos de tomar la división en un lugar diferente a la mitad del trazo conductivo. Vamos a comentar de cómo podemos mejorar un poco dicho trabajo

Para la comprobación de nuestra propuesta generaremos simulaciones de líneas de transmisión microstrip en software HFSS, realizaremos unas simulaciones con impedancia superficial y otras sin impedancia superficial, a esta última simulación adicionalmente le son calculada la corriente que pasa por rectángulos que unidos forman el trazo del conductor original, uno encima del otro, véase la figura B.1. Para evitar problemas que incluyan la separación de las pérdidas, en todas las simulaciones no se consideran las pérdidas del trazo del conductor de tierra, tampoco los efectos de pérdidas del dieléctrico.

Son validas para el análisis de la resistencia, las siguientes relaciones [50]:

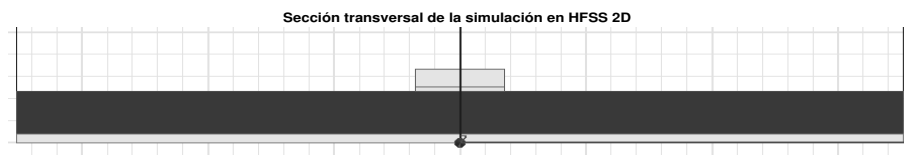


Figura B.1: Sección transversal de las simulaciones computacionales utilizadas para obtener la resistencia del trazo por donde va la señal. Se considera un dieléctrico perfecto y PEC en el plano de tierra.

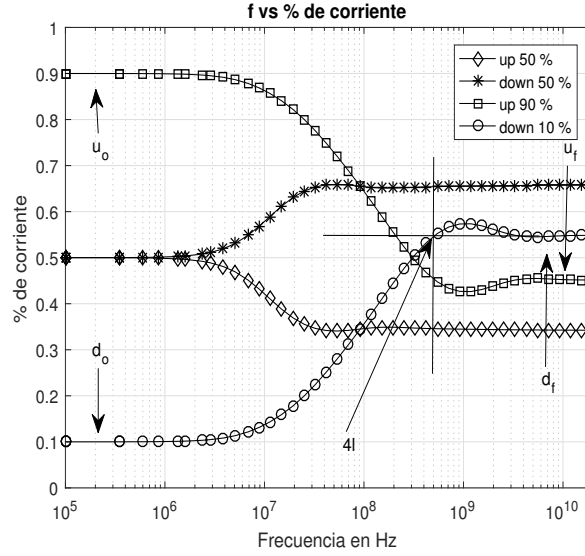


Figura B.2: Imagen para interpretar los parámetros de la propuesta para modelar una resistencia con efectos de la rugosidad. Los valores  $\text{Down}_o = d_o$ ,  $\text{Down}_f = d_f$ ,  $\text{Up}_o = u_o$  y  $\text{Up}_f = u_f$  son la razón de corriente superior e inferior, inicial y final respectivamente.

$$\begin{aligned}
 R_{\text{up}}(f) &= \frac{R_{\text{smooth}}(f)}{k_{\text{up}}} \\
 R_{\text{down}}(f) &= \frac{R_{\text{smooth}}(f)}{k_{\text{down}}} \\
 R_r(f) &= K(f)R_{\text{down}}(f) \\
 R_{\text{rough}}(f) &= R_{\text{up}} || R_r(f) \\
 &= \frac{\frac{KR_{\text{smooth}}}{k_{\text{down}}k_{\text{up}}}}{\frac{K}{k_{\text{down}}} + \frac{1}{k_{\text{up}}}} \\
 &= \frac{K}{Kk_{\text{up}} + k_{\text{down}}} R_{\text{smooth}}.
 \end{aligned}$$

los sufijos up, down refieren a la sección superior e inferior del conductor dividido. Por simulación numérica se obtiene la cantidad porcentual de corriente que pasa en la sección de arriba del conductor  $k_{\text{up}}$ , de la misma manera se obtiene la cantidad de corriente que pasa por la sección inferior del conductor  $k_{\text{down}}$ , para evitar el procedimiento de multividir el trazo del conductor como en [50] puede optar por computar la corriente desde las ecuaciones de Maxwell, véase los manuales del software HFSS [22] y [49] para ver el uso del FIELD CALCULATOR de ANSYS.

De la forma en que se saturan las funciones, véase la figura B.3, es inmediato dos tipo de funciones que son candidatos a ser ajustes conocidos algunos parámetros de inspección simple desde las realizaciones gráficas (inspirada en las famosas constantes de tiempo para llenar un capacitor en circuito RC). Es posible escribir  $k_{\text{down}}(f)$ ,  $k_{\text{up}}(f)$  en términos de fórmulas sencillas como:

$$k_{\text{down}}(f) = \frac{d_o + \frac{f}{l}d_f}{1 + \frac{f}{l}}$$

$$k_{\text{up}}(f) = \frac{u_o + \frac{f}{l}u_f}{1 + \frac{f}{l}}$$

$$k_{\text{down}}(f) = d_o + (d_f - d_o)(1 - e^{-\frac{f}{l}})$$

$$k_{\text{up}}(f) = u_o + (u_f - u_o)(1 - e^{-\frac{f}{l}})$$

observe que de los cinco valores sólo tres parámetros son independientes, véase la figura [B.2](#) para interpretar los valores<sup>1</sup>. La comparación de los ajustes para una propuesta de modelo de un polo - un cero y exponencial se muestra en la figura [\(B.3\)](#)

Como la aplicación efectiva de las fórmulas requiere de conocer la resistencia sin rugosidad, razonemos como sigue, en DC y a baja frecuencia se tiene  $R = R_{\text{DC}}$ , en frecuencia alta  $R$  es proporcional a la  $\sqrt{f}$  (supongamos que proporción es dada por  $a$ ), con alto grado de aproximación podemos proponer  $R = a\sqrt{f} \coth(b\sqrt{\pi\mu\sigma}ft_c)$ , calculando el límite en baja frecuencia, tenemos:

$$R_{\text{DC}} = \frac{at_c}{b\sqrt{\pi\mu\sigma}}$$

donde es posible escribir el valor de  $b$  en término de parámetros conocidos. El error de tal propuesta es mostrado en [B.4](#), observe que prácticamente barre todas las frecuencias hasta los GHz, con una tolerancia razonable.

Un caso particular de  $R$  para valores típicos de una línea microstrip con coeficiente de razón potencia rugoso a liso dado por la fórmula de Hammerstad, es mostrado en la figura [B.5](#).

---

<sup>1</sup>Un término proporcional a  $\frac{f}{f_o}e^{-\frac{f}{f_o}}$  puede agregarse para mejorar exactitud en el punto de inflexión de la curva en caso exponencial.

58 APÉNDICE B. DADO UN VALOR DE K CUÁL ES LA RESISTENCIA.

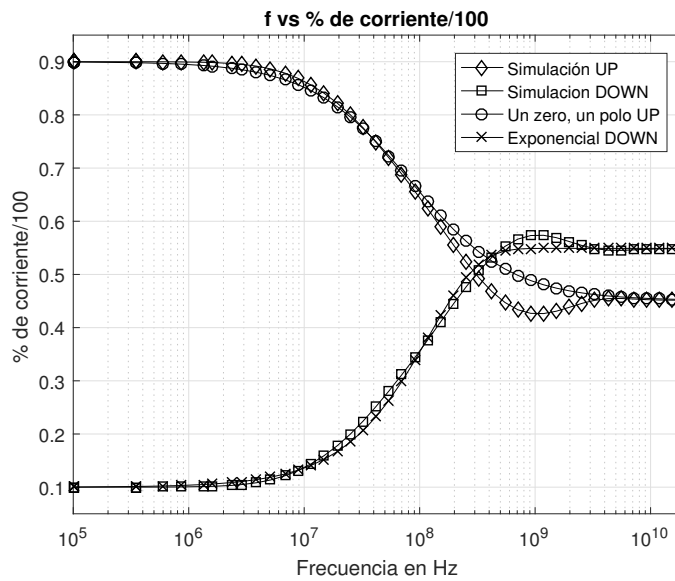


Figura B.3: f vs Razón de corriente en zona superior e inferior del trazo conductivo.

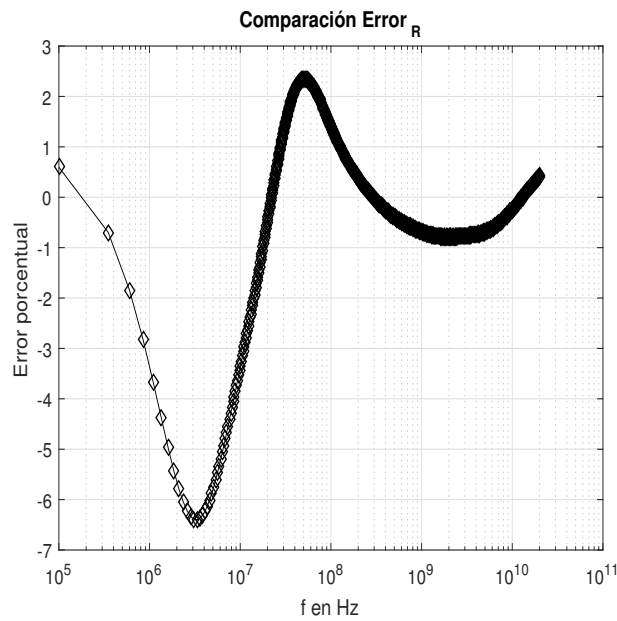


Figura B.4: Error al asumir una propuesta analítica para la resistencia sin rugosidad y su comparación con la simulación numérica.



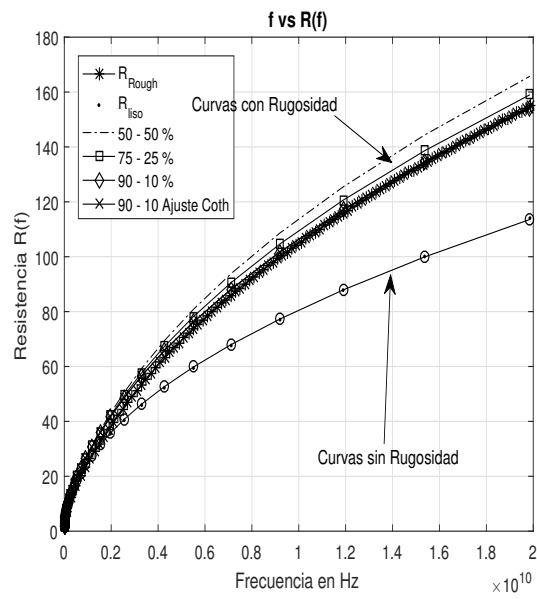


Figura B.5:  $f$  vs  $R(f)$ , muestran los casos de resistencias sin rugosidad y las resistencias del caso rugoso ambos analíticos, se comparan con las obtenidas por inclusión de impedancia superficial lisa o con rugosidad por solución numérica.

60 APÉNDICE B. DADO UN VALOR DE K CUÁL ES LA RESISTENCIA.

# Bibliografía

- [1] D. M. Pozar, *Microwave engineering*. John Wiley & Sons, 2009.
- [2] W. H. Hayt and J. A. Buck, *Engineering electromagnetics*. McGraw-Hill New York, 2001, vol. 6.
- [3] G. Gonzalez, *Microwave transistor amplifiers: analysis and design*. Prentice hall New Jersey, 1997, vol. 2.
- [4] R. Corporation, “Cooper foils for high frequency materials.”
- [5] J. Coonrod, “Different copper foils for different reasons.”
- [6] H. Johnson, H. W. Johnson, and M. Graham, *High-speed signal propagation: advanced black magic*. Prentice Hall Professional, 2003.
- [7] R. Garg, I. Bahl, and M. Bozzi, *Microstrip lines and slotlines*. Artech house, 2013.
- [8] Wikipedia, “Bandas de frecuencia,” 2018, [Internet; editado 9-septiembre-2018]. [Online]. Available: [https://es.wikipedia.org/wiki/Bandas\\_de\\_frecuencia](https://es.wikipedia.org/wiki/Bandas_de_frecuencia)
- [9] —, “Uhf,” 2018, [Internet; editado 17-agosto-2018]. [Online]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/UHF>
- [10] —, “Shf,” 2017, [Internet; editado 02-mayo-2017]. [Online]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/SHF>
- [11] E. M. Pérez, E. Mandado, and Y. Mandado, *Sistemas electrónicos digitales*. Marcombo, 2007.
- [12] W. Tomasi, *Sistemas de comunicaciones electrónicas*. Pearson educación, 2003.
- [13] M. Cauwe and J. De Baets, “Broadband material parameter characterization for practical high-speed interconnects on printed circuit board,” *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, vol. 31, no. 3, pp. 649–656, 2008.
- [14] S. P. Morgan Jr, “Effect of surface roughness on eddy current losses at microwave frequencies,” *Journal of Applied Physics*, vol. 20, no. 4, pp. 352–362, 1949.
- [15] E. Hammerstad and F. Bekkadal, “Microstrip handbook elab report,” *STF*, vol. 44, p. A74169.

- 
- [16] Y. Shlepnev, “Unified approach to interconnect conductor surface roughness modeling.”
- [17] R. Torres-Torres and V. H. Vega-González, “An approach for quantifying the conductor and dielectric losses in pcb transmission lines,” in *Electrical Performance of Electronic Packaging and Systems, 2009. EPEPS’09. IEEE 18th Conference on*. IEEE, 2009, pp. 235–238.
- [18] J. Jackson and R. K. Zia, “Classical electrodynamics,” *Physics Today*, vol. 30, p. 61, 1977.
- [19] S. V. Yuferev and N. Ida, *Surface impedance boundary conditions: a comprehensive approach*. CRC press, 2009.
- [20] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, O. C. Zienkiewicz, and R. L. Taylor, *The finite element method*. McGraw-hill London, 1977, vol. 36.
- [21] O. Kashurkin, “Measurements and simulation of conductor-related loss of pcb transmission lines,” 2016.
- [22] H. Ansoft, “14, user manual,” 2013.
- [23] M. V. Lukic and D. S. Filipovic, “Modeling of 3-d surface roughness effects with application to coaxial lines,” *IEEE Trans. Microw. Theory Tech*, vol. 55, no. 3, pp. 518–525, 2007.
- [24] S. Groiss, I. Bardi, O. Biro, K. Preis, and K. R. Richter, “Parameters of lossy cavity resonators calculated by the finite element method,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 32, no. 3, pp. 894–897, 1996.
- [25] P. G. Huray, S. Hall, S. Pytel, F. Oluwafemi, R. Mellitz, D. Hua, and P. Ye, “Fundamentals of a 3-d “snowball” model for surface roughness power losses,” in *Signal Propagation on Interconnects, 2007. SPI 2007. IEEE Workshop on*. IEEE, 2007, pp. 121–124.
- [26] G. Gold and K. Helmreich, “A physical model for skin effect in rough surfaces,” in *Microwave Integrated Circuits Conference (EuMIC), 2012 7th European*. IEEE, 2012, pp. 631–634.
- [27] X. Ma, “Modeling of conductor surface roughness effect,” 2015.
- [28] G. Gold and K. Helmreich, “Effective conductivity concept for modeling conductor surface roughness,” in *Proc. DesignCon*, 2014, pp. 480–500.
- [29] —, “Surface impedance concept for modeling conductor roughness,” in *Microwave Symposium (IMS), 2015 IEEE MTT-S International*. IEEE, 2015, pp. 1–4.
- [30] S. Yuferev and N. Ida, “Selection of the surface impedance boundary conditions for a given problem,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 35, no. 3, pp. 1486–1489, 1999.

- 
- [31] S. Yuferev, L. Proekt, and N. Ida, "Surface impedance boundary conditions near corners and edges: Rigorous consideration," *IEEE transactions on magnetics*, vol. 37, no. 5, pp. 3465–3468, 2001.
- [32] A. M. A. Low-Frequency, "Electromagnetic analysis guide," 2013.
- [33] J. A. Marshall, "Measuring copper surface roughness for high speed applications," in *Proc. IPC*, 2015, pp. 1–6.
- [34] Q. Chen and N. Wong, "A stochastic integral equation method for resistance extraction of conductors with random rough surfaces," in *Intelligent Signal Processing and Communications, 2006. ISPACS'06. International Symposium on*. IEEE, 2006, pp. 411–414.
- [35] L. Tsang, X. Gu, and H. Braunisch, "Effects of random rough surface on absorption by conductors at microwave frequencies," *IEEE microwave and wireless components letters*, vol. 16, no. 4, pp. 221–223, 2006.
- [36] E. Hammerstad and O. Jensen, "Accurate models for microstrip computer-aided design," in *Microwave Symposium Digest, 1980 IEEE MTT-S International*. IEEE, 1980, pp. 407–409.
- [37] J. C. Rautio and V. Demir, "Microstrip conductor loss models for electromagnetic analysis," *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, vol. 51, no. 3, pp. 915–921, 2003.
- [38] L. D. Landau, J. Bell, M. Kearsley, L. Pitaevskii, E. Lifshitz, and J. Sykes, *Electrodynamics of continuous media*. elsevier, 2013, vol. 8.
- [39] J. R. Reitz and F. J. Milford, "Fundamentos de la teoría electromagnética," 1969.
- [40] C. M. Bender and S. A. Orszag, *Advanced mathematical methods for scientists and engineers I: Asymptotic methods and perturbation theory*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [41] L. C. Evans, "Partial differential equations (providence, ri: American mathematical society)," 1998.
- [42] A. Kerr, "Surface impedance of superconductors and normal conductors in em simulators," *MMA Memo*, vol. 21, no. 245, pp. 1–17, 1999.
- [43] G. Gold and K. Helmreich, "Modeling of transmission lines with multiple coated conductors," in *Microwave Conference (EuMC), 2016 46th European*. IEEE, 2016, pp. 635–638.
- [44] M. R. Spiegel, J. J. Schiller, R. A. Srinivasan, and M. LeVan, *Probability and statistics*. Mcgraw-hill New York, 2009, vol. 2.

- [45] G. Gold and K. Helmreich, “A physical surface roughness model and its applications,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 65, no. 10, pp. 3720–3732, 2017.
- [46] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables*. Courier Corporation, 1965, vol. 55.
- [47] L. C. Andrews and L. C. Andrews, *Special functions of mathematics for engineers*. McGraw-Hill New York, 1992.
- [48] J. Reynoso-Hernández, “Unified method for determining the complex propagation constant of reflecting and nonreflecting transmission lines,” *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 13, no. 8, pp. 351–353, 2003.
- [49] H. U. Manual, “Ansoft corp,” *Pittsburgh, PA, USA*, 2005.
- [50] C. G. ROBLES, “Impacto de la rugosidad en líneas conductoras en la atenuación de las señales en circuitos impresos,” 2012.