

Beitrag zur Erfassung der Räumkraft einer ungleichförmigen
Strömung unter besonderer Berücksichtigung der Verhältnisse
im Tidegebiet.

Von Oberregierungsbaurat Dr.-Ing. Wulf Niebuhr

1. Ableitung der Geschiebefrachtzahl.

Unter Geschiebetrieb versteht man die Geschiebemenge, die in der Zeiteinheit durch einen bestimmten Querschnitt hindurchgeht. Bei Annahme einer linearen Beziehung zwischen dem Geschiebetrieb (G) und der an der Sohle angreifenden Schleppkraft ($S = j \cdot t \cdot J$) gilt:

$$(1) \quad G = c \cdot j \cdot J (Q - Q_0)$$

worin I das Widerstandsgefälle, Q den jeweiligen Durchfluss und c eine Konstante, die von den örtlichen Verhältnissen insbesondere dem maßgebenden Korndurchmesser des bewegten Geschiebes abhängt, bedeuten. Q_0 ist hierbei diejenige Durchflußmenge, bei der das Geschiebe eben noch ruht.

Nach der allgemeinen Abflußgleichung von Chézy kann $I = \frac{v^2}{k^2} \cdot R$ gesetzt werden, wobei v die jeweilige mittlere Stromgeschwindigkeit im Querschnitt bedeutet. Wird ferner der durchströmte Querschnitt mit F bezeichnet, so erhält man die Gleichung:

$$(2) \quad G = c \cdot j \cdot \frac{v^2}{k^2 \cdot R} (v - v_0) \cdot F$$

Da für große Spiegelbreiten B der hydraulische Radius R annähernd gleich der mittleren Tiefe gesetzt werden kann, erhält man, wenn gleichzeitig $\frac{c \cdot j}{k^2}$ gleich einer neuen Konstanten c' gesetzt wird:

$$(3) \quad G = c' \cdot B \cdot v^2 (v - v_0)$$

*) Bei ungleichförmiger Bewegung (Tidegebiet) setzt sich das Spiegelgefälle zusammen aus dem Beschleunigungsgefälle I_p und dem Reibungsgefälle I_r . Der aus der Beschleunigung bzw. Verzögerung der Stromgeschwindigkeit resultierende Betrag I_p hat an der Überwindung der Reibung und damit auch an der Geschiebebewegung keinen Anteil. Der Geschiebetrieb ist daher bei ungleichförmiger Bewegung dem sich allerdings ständig ändernden Reibungsgefälle I_r proportional.

Im Tidegebiet ändert sich sowohl die Geschwindigkeit v als auch der Durchflußquerschnitt F ständig mit der Zeit. Das während einer Tide stromauf bzw. stromab transportierte Geschiebe, die Geschiebefracht G_T erhält man daher durch Integration über die Stromdauer:

$$(4) \quad G_T = c' \cdot \int_0^D v^2 (v - v_0) \cdot B \cdot dt$$

worin D die Stromdauer bei Ebbe bzw. bei Flut bedeutet. Bei einer Unterteilung der Stromdauer in n -gleiche Teile erhält man die Geschiebefracht (G_T) entsprechend durch Summierung:

$$(5) \quad G_T = c' \cdot \frac{D}{n} \cdot \sum_1^n v^2 (v - v_0) \cdot B$$

Ändert sich die wirksame Breite B nicht wesentlich während der Stromdauer, so kann statt der variablen B eine konstante mittlere Breite B_m gesetzt werden. Den mittleren Geschiebetrieb G_m während der Stromdauer je Längeneinheit erhält man dann durch Division der Gleichung mit $B_m \cdot D$:

$$(6) \quad G_m = \frac{G_T}{B_m \cdot D} = c' \cdot \frac{\sum_1^n v^2 (v - v_0)}{n}$$

und die Geschiebefrachtzahl:

$$(6a) \quad \eta = \frac{G_m}{c'} = \frac{\sum_1^n v^2 (v - v_0)}{n}$$

η mit der Dimension m^3/s^3 ist eine nur von der Stromgeschwindigkeit abhängige Zahl, die zwar über die absolute Grösse der Geschiebefracht noch keine Aussage macht - dazu müsste erst die Konstante c' bestimmt werden - aber doch wohl als Maß für das relative Räumungsvermögen einer ungleichförmigen Strömung an einer bestimmten Stelle gelten kann. Jedenfalls darf erwartet werden, daß sie das Räumungsvermögen besser wiedergibt, als z.B. die einfache mittlere Geschwindigkeit dieser Strömung.

Die Geschiebefrachtzahlen lassen sich für jeden beliebigen Querschnitt errechnen, sofern die Grenzgeschwindigkeit v_0 und der Geschwindigkeitsverlauf in Abhängigkeit von der Zeit im einzelnen bekannt sind. Dieser kann durch an Ort und Stelle durchgeführte Strommessungen oder aber auch durch eine Tidewellenberechnung ermittelt werden. Letztere hat den Vorteil, daß die Geschwindigkeiten für eine bestimmte, meistens mittlere Tide, erhalten werden, während die örtlich gemessenen Geschwindigkeiten, da meistens unterschiedlichen Tiden zugehörig, nicht unmittelbar miteinander vergleichbar sind. Ihre Umrechnung auf mittlere Tide wäre erforderlich. Die Summenbildung nach Gleichung (6a) ist umständlich und zeitraubend insbesondere, wenn es sich um die Nachrechnung einer grösseren Anzahl von Querschnitten, wie es meistens z.B. bei Regulierungsmaßnahmen der Fall ist, handelt. Das Ziel der folgenden Ausführungen soll daher sein, einen Ausdruck für die Geschiebefracht bzw. Geschiebefrachtzahl zu suchen, der diese nur noch als Funktion der mittleren Geschwindigkeit v_m (zugleich Tiefen-Querschnitt- und Tide-Mittel) erscheinen lässt; eine Grösse die meistens bekannt ist bzw. leicht ermittelt werden kann.

2. Die Geschiebefracht G_T als Funktion der mittleren Tidegeschwindigkeit v_m .

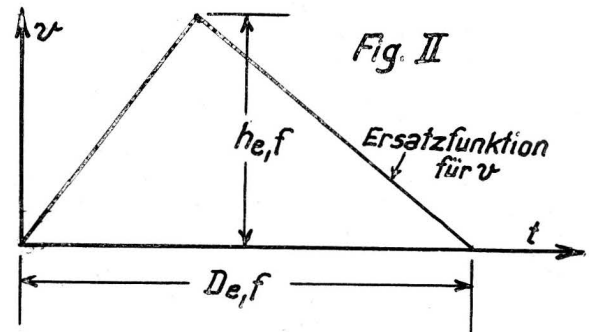
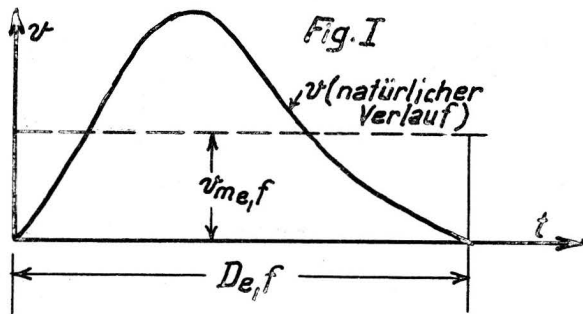
Die Gleichung für die Geschiebefracht G_T lautete allgemein:

$$(4) \quad G_T = c' \cdot \int_0^D v^2 (v - v_0) \cdot B \cdot t$$

Die Funktion $v = f(t)$ ist für Ebbe und Flut verschieden und ändert sich ausserdem von Profil zu Profil. Sie lässt sich mathematisch nur angenähert ausdrücken.

Denkt man sich in erster Annäherung die wirkliche Geschwindigkeitsfläche (Figur 1) ersetzt durch ein Dreieck mit der Basis D und der Höhe h (Figur 2), so kann gesetzt werden:

$$(7) \quad v = t \cdot \frac{h}{t_h}$$



Dieser Wert für v , in Gleichung (4) eingesetzt, ergibt, wenn wieder für die variable B eine konstante mittlere Breite B_m gesetzt wird, nach Umformung und Integration:

$$(8) \quad G_T = c' \cdot B_m \cdot D \cdot \left(\frac{h^3}{4} - \frac{h^2 \cdot v_0}{3} \right)$$

oder wenn h als Funktion von v_m - angenähert werde gradlinige Beziehung angenommen - ersetzt wird durch:

$$h = m \cdot v_m$$

$$(9) \quad G_T = c' \cdot B_m \cdot D \cdot m^2 \cdot v_m^3 \left(\frac{m}{4} - \frac{v_0}{3 \cdot v_m} \right)$$

Die Geschiebefracht G_T lässt sich somit darstellen als Funktion von v_m sowie einer Konstanten m , die die Form der Geschwindigkeitsfläche wiedergibt. Für ein bestimmtes Profil kann aus den tatsächlich gemessenen bzw. gerechneten Geschwindigkeiten das Integral (Gleichung 4) mit beliebiger Genauigkeit durch den Summenausdruck (Gleichung 5) wiedergegeben werden. Durch Gleichsetzen des letzteren mit dem entsprechenden Ausdruck in Gleichung (9):

$$(10) \quad \frac{\sum_{i=1}^n v^2 (v-v_0)}{n} = m^2 \cdot v_m^3 \left(\frac{m}{4} - \frac{v_0}{3 \cdot v_m} \right) = r$$

Erhält man für m eine kubische Gleichung von der Form:

$$(11) \quad m^3 - \frac{4}{3} m^2 \cdot \frac{v_0}{v_m} - \frac{4r}{v_m^3} = 0$$

Ihre reelle kubische Wurzel ergibt:

$$(12) \quad m = \sqrt[3]{\frac{128}{729} \frac{v_o^3}{v_m^3} + \frac{4r}{v_m^3} + \frac{4}{9} \frac{v_o}{v_m}}$$

Die Grösse m drückt das Verhältnis der Hilfsgrösse h zur mittleren Geschwindigkeit v_m aus. Sie ist abhängig von der Art des Geschwindigkeitsverlaufes. Es ergeben sich daher zwar für Ebbe und Flut im allgemeinen unterschiedliche Werte. Es zeigt sich aber, daß die m -Werte für Flut (m_f) und für Ebbe (m_e) je für sich für eine bestimmte Flußstrecke mit annähernd gleichen Strömungsverhältnissen nur geringen Schwankungen unterliegen. Es scheint daher angängig, für bestimmte nach ihrem Verhalten hinsichtlich des Geschwindigkeitsverlaufes zu bemessende Flußstrecken mit konstanten m -Werten zu rechnen.

3. Die Berücksichtigung der unterschiedlichen Geschwindigkeitsverteilung in der Lotrechten bei Ebbe und Flut.

Infolge unterschiedlicher Dichteverhältnisse im Querschnitt einer Tideströmung (Brackwasserzone) ist erfahrungsgemäß bei Flut die sohlennahe Geschwindigkeit im allgemeinen verhältnismässig grösser als diejenige bei Ebbe. Die sohlennahe Geschwindigkeit ist aber ausschlaggebend für die Geschiebepbewegung. Die auf die mittlere Geschwindigkeit v_m bezogene Geschiebefracht G_T (Gleichung 9) ist daher für Flut und Ebbe nicht gleichwertig.

Den bei gleicher mittlerer Profilgeschwindigkeit unterschiedlichen sohlennahen Geschwindigkeiten bei Ebbe und Flut soll durch Einführung eines Reduktionsfaktors $n = \frac{nf}{ne}$ Rechnung getragen werden.

Hierin bedeuten nf das Verhältnis der sohlennahen Geschwindigkeit bei Flut zur mittleren Profilgeschwindigkeit bei Flut und ne das entsprechende Verhältnis bei Ebbe.

Das Verhältnis n gibt also an, um wieviel die mittlere Ebbegeschwindigkeit grösser sein muss als die mittlere Flutgeschwindigkeit, um eine gleiche mittlere sohlennahe Geschwindigkeit und damit auch eine gleiche Räumkraft zu gewährleisten, oder die gemessenen bzw. errechneten mittleren Ebbegeschwindigkeiten müssen durch n geteilt werden, um vergleichbare Geschiebefrachten für Flut und Ebbe zu erhalten.

Die Bestimmungsgleichungen für vergleichbare Geschiebefrachten G_{Tf} und G_{Te} lauten dann unter Bezug auf Gleichung (9):

$$(13) \quad G_{Tf} = c \cdot B_{mf} \cdot D_f \cdot m_f^2 \cdot v_{mf}^3 \left(\frac{m_f}{4} - \frac{v_o}{3 \cdot v_{mf}} \right)$$

*)

$$(14) \quad G_{Te} = c \cdot B_{me} \cdot D_e \cdot m_e^2 \cdot \frac{v_{me}^3}{n^3} \left(\frac{m_e}{4} - \frac{v_o \cdot n^2}{3 \cdot v_{me}} \right)$$

4. Die Größenordnung und Streubreite der Verhältniszahlen m u. n gezeigt am Beispiel des Emders Fahrwassers (Emden bis Knock).

Aus im Emders Fahrwasser durchgeführten Strommessungen wurden für die Meßprofile I und II am Anfang und Ende des etwa 8 km langen Fahrwassers die m-Werte getrennt für Ebbe und Flut ermittelt. Die Ergebnisse sind in der nachfolgenden Tafel 1 zusammengestellt. Die Grenzggeschwindigkeit v_o wurde hierbei mit 0,20 m/s angenommen.

Tafel 1

m_f und m_e -Werte für die Meßprofile I und II
($v_o = 0,20$ m/s)

Meßstelle	m_f	m_e
I Nord	1,885	1,818
I Süd	1,856	1,780
II Nord	1,830	1,804
II Süd	1,810	1,713
im Mittel	1,845	1,779

Die Einzelwerte weichen mit -1,9% und +2,2 % für m_f bzw. mit -3,4 % und +2,2 % für m_e nur unerheblich vom Mittel ab.

*) n erscheint in Gleichung (14) als Divisor von v_{me} gleichzeitig aber auch als Multiplikation von v_o , da bei Ebbe erst bei einer entsprechend grösseren Profilgeschwindigkeit als bei Flut die die Geschiebebewegung einleitende sohlennahe Grenzggeschwindigkeit auftritt.

Für das gleiche Fahrwasser wurden auch die Verhältniszahlen n_f und n_e aus durchgeführten Strommessungen ermittelt. Die Auswertung der Strommessungen in 53 Meßstellen ergab im einzelnen folgende Werte (Tafel 2).

Tafel 2

n_f und n_e -Werte für das Emden Fahrwasser (Emden bis Knock)

Profil	n_f	n_e	$n = n_f/n_e$
1	0,842	0,741	1,135
2	0,866	0,684	1,267
3	0,807	0,704	1,146
4	0,867	0,706	1,227
5	0,935	0,694	1,349
6	0,813	0,687	1,183
7	0,868	0,688	1,263
8	0,894	0,661	1,352
9	0,823	0,676	1,239
10	0,817	0,664	1,232
im Mittel	0,853	0,691	1,234

Im Hinblick auf die bei jeder Strommessung unvermeidlichen Fehlerquellen, insbesondere im Tidegebiet, wo immer nur eine beschränkte Anzahl Messungen bei ein und derselben Tide durchgeführt werden kann, erscheint die Übereinstimmung der n_f und n_e -Werte untereinander gut. Der unterschiedliche Charakter des Geschwindigkeitsprofils in der Lotrechten bei Flut und Ebbe kommt jedenfalls eindeutig zum Ausdruck. Die Abweichungen der extremen Werte vom arithmetischen Mittel betragen für n_f + 9,6 % und -5,4 %, für n_e + 7,2 % und -3,9 %. Aus den n_f und n_e -Werten ergeben sich die n -Werte in der letzten Spalte der Tafel. Im Mittel kann für das Fahrwasser Emden/Knock mit einer Verhältniszahl $n = 1,23$ gerechnet werden, d.h. bei gleicher mittlerer Profilgeschwindigkeit für Ebbe und Flut ist bei Ebbe mit einer um 23 % geringeren sohlennahen Geschwindigkeit zu rechnen.

Zusammenfassung:

Es wurde der Versuch unternommen, einen das Räumungsvermögen einer ungleichförmigen Strömung erfassenden Ausdruck zu ermitteln. Hierbei war auszugehen von der allgemein bekannten Gleichung für die Schleppkraft und der Abflußgleichung von Chézy. Unter Benutzung dieser Gleichungen ergab sich ein mit "Geschiebefrachtzahl" bezeichneter Wert η (Gleichung 6a) als Funktion des Geschwindigkeitsverlaufes der Strömung über die Zeit, der als Vergleichswert für das jeweilige Räumungsvermögen einer Strömung zu gelten geeignet erscheint.

Für die besonderen Verhältnisse im Tidegebiet wurde die Geschiebefrachtzahl η als Funktion von der mittleren Tidegeschwindigkeit v_m dargestellt (Gleichung 9). Der jeweilige Geschwindigkeitsverlauf wird hierbei durch eine im einzelnen zu bestimmende Konstante "m" (Gleichung 12) ausgedrückt, und die unterschiedliche Geschwindigkeitsverteilung in der Lotrechten bei Ebbe und Flut (Brackwasserzone) durch Einführung eines Reduktionsfaktors "n" berücksichtigt. Schließlich wurden am Beispiel des Emders Fahrwassers (Emden bis Knock) zahlenmässige Angaben über Grössenordnung und Streuungsbreite der Konstanten "m" und "n" mitgeteilt.

Die Geschiebefrachtzahl η wurde lediglich bezogen auf das Geschwindigkeitsverhalten einer Strömung, nicht dagegen auf den für Beginn und Umfang des Geschiebetransportes maßgebenden Korndurchmesser, sie gibt daher auch nur einen Verhältnisswert an. Über die voraussichtliche Grösse des Geschiebetransportes wird keine Aussage gemacht. Ihre Anwendung setzt deshalb annähernd gleiche Geschiebeverhältnisse auf der zu untersuchenden Flußstrecke voraus, wie es im Tidegebiet meistens auf grösseren Strecken der Fall ist. Unerheblich erscheint dabei, ob das Geschiebe auf der Flußsohle rollend bzw. springend oder als Suspension im ganzen Querschnitt fortbewegt wird, da jedes Korn, das transportiert wird, zunächst einmal von der Sohle losgelöst werden muss, d.h. die Menge des transportierten Geschiebes ist ausschliesslich eine Funktion der sohlennahen Geschwindigkeit, was Voraussetzung der Ableitung war. Eine weitere Einschränkung bezüglich des Korndurchmessers muss hierbei noch gemacht werden

insofern, als die Ableitung sich nur auf das Sediment beziehen kann, das während der Kenterzeit auch zur Ablagerung kommt nicht dagegen auf die feineren Sinkstoffe, die sich längere Zeit im Wasser schwebend halten. Der jeweilige Gehalt der Wasserführung an diesen Stoffen ist von der sohlennahen Geschwindigkeit nicht bzw. nur bedingt abhängig sondern er wird vielmehr von anderen Faktoren wie z.B. dem Chemismus der Brackwasserzone maßgebend bestimmt. Wie eingehende Messungen in der Tide-Ems gezeigt haben, lag dort die untere Grenze für den von der Strömungsgeschwindigkeit abhängenden Geschiebetransport bei einem Korndurchmesser $\sim = 0,05$ mm.

Das Problem des Geschiebetransportes ist viel zu verwickelt, als daß die oben wiedergegebene verhältnismässig einfache Ableitung den Anspruch auf Vollständigkeit erheben könnte. Andererseits erscheint es durchaus zweifelhaft, ob es überhaupt möglich ist, alle in das Problem eingehenden Faktoren genügend genau zu erfassen. Das Problem wurde daher bewusst soweit wie möglich vereinfacht und lediglich auf die sicher maßgebliche Stromgeschwindigkeit bezogen. In einem praktischen Fall (Emder-Fahrwasser) zeigte sich, daß zwischen dem Verhältnis der Geschiebefrachtzahl Flut zu Ebbe und der Auflandungs- bzw. Erhaltungs-Tendenz in der Stromrinne eine entsprechende Beziehung zu bestehen scheint. Die erfahrungsgemäß im Gleichgewicht befindlichen Stromabschnitte zeigten ein erheblich günstigeres Flut-Ebbe-Verhältnis als die der ständigen Auflandung unterliegenden Abschnitte. Es darf hieraus gefolgert werden, daß die Geschiebefrachtzahl als kennzeichnender Wert für das Räumungsvermögen eines Stromes und damit auch als mitbestimmender Faktor bei der Querschnittsbemessung einer auszubauenden Flußstrecke gelten kann.