



## QUADRILÁTEROS E NÍVEIS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO: UM ESTUDO DA ABORDAGEM EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

*Adriana Souza Oliveira Gomes<sup>1</sup>*

### RESUMO

Este artigo apresenta um estudo<sup>2</sup> que teve por objetivo analisar a abordagem dada pelos Livros Didáticos (LD) de matemática para que o aluno avance em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico na aprendizagem sobre quadriláteros notáveis. Para o desenvolvimento da pesquisa foram analisados vinte livros didáticos do terceiro ciclo do ensino fundamental, em uma abordagem qualiquantitativa. Como base teórica principal adotou-se a teoria de Van Hiele. Ao final da investigação, constatou-se que o livro didático pouco pode oferecer para que os alunos do terceiro ciclo do ensino fundamental supere o mero aspecto da visualização dos quadriláteros. A maioria dos livros didáticos exigem os dois primeiros níveis segundo a teoria de Van Hiele (visualização e análise) e que os conteúdos e exercícios apresentados pelos autores pouco podem contribuir para a progressão dos níveis geométricos, pois estes se apresentam como estratégias didáticas baseadas, principalmente, na memorização.

**PALAVRAS-CHAVE:** Quadriláteros. Pensamento geométrico. Livro didático de matemática.

---

<sup>1</sup> Licenciada em Matemática. Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (UNIFESSPA). E-mail: [adrianasouza\\_oliveira@hotmail.com](mailto:adrianasouza_oliveira@hotmail.com).

<sup>2</sup> Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), orientado pelo prof. Dr. Ronaldo Barros Ripardo.

## **1 Introdução**

Embora o esforço destinado à expansão do ensino da geometria no ensino fundamental tenha ampliado, os conteúdos sobre esse assunto ainda permanecem no seio dos que causam temor aos alunos. Diante disso, gerou em mim uma inquietação que motivou a pesquisar sobre qual a abordagem dada pelos Livros Didáticos (LD) de matemática para que o aluno avance em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico na aprendizagem sobre quadriláteros notáveis, em específico sobre se o que é proposto permite ao aluno avançar nos níveis do pensamento geométrico segundo as proposições teóricas de Van Hiele.

## **2 Aprendizagem de geometria e os níveis de Van Hiele**

As dificuldades apresentadas pelo os alunos com relação à geometria não é um problema atual. Há muito tempo vários educadores têm se empenhado em pesquisar a respeito desse tema e sobre possíveis medidas de intervenção. Motivados por essas questões, um casal holandês, Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, desenvolveu a teoria de Van Hiele (CROWLEY, 1994). Tal teoria consiste na divisão do pensamento geométrico em cinco níveis, chamados visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor, seguindo uma sequência numérica de 0 a 4 respectivamente.

No nível 0, o da visualização, a criança identifica as figuras geométricas através da visualização física e não por suas propriedades. Nesta fase os alunos são capazes de identificar um quadrado, um retângulo, porém ainda não conseguem classificá-los quanto as suas propriedades, pois estas ainda são desconhecidas pelos alunos.

No nível 1, o da análise, os alunos são capazes de identificar algumas propriedades das figuras geométricas, mesmo que de forma simples. Nesta fase o aluno começa a fazer uma análise das propriedades das figuras geométricas, porém não conseguem estabelecer relações entre elas.

No nível 2, o da dedução informal ou ordenação, o aluno consegue identificar as propriedades das figuras geométricas e fazer relações que no nível anterior não era estabelecido. Nesta fase de aprendizagem os alunos possuem conhecimento suficiente para compreender que um retângulo também é um quadrado por possuírem as mesmas propriedades, porém com algumas limitações. "Neste nível os alunos não compreendem o significado da dedução como um todo ou o papel dos

axiomas [...] os alunos são capazes de acompanhar demonstrações formais, mas não conseguem enxergar como se pode alterar a ordem lógica".

No nível 3, o da dedução formal, o aluno além de memorizar os axiomas tem a capacidade de fazer demonstrações, a partir de propriedades e conceitos adquiridos nas fases anteriores. Um aluno neste nível consegue entender que algumas propriedades são deduzidas ou ligadas a outras e consegue distinguir entre uma afirmação e sua recíproca.

Por fim, no nível 4, rigor, o aluno é capaz de explicitar o conhecimento geométrico de forma bem avançada. É capaz de fazer suas próprias demonstrações com o rigor matemático necessário.

As proposições teóricas de Van Hiele, apesar de pouco conhecida de boa parte os professores, além de ter algumas limitações, possui um caráter norteador para o professor de matemática, pois possibilita ao educador orientar suas atividades quanto à aprendizagem de geometria dos alunos a partir do que a teoria propõe como níveis.

### **3 Método**

Esta pesquisa foi desenvolvida em três fases. A primeira fase, a bibliográfica, acerca material já elaborado e publicado, principalmente em livros e artigos científicos (GIL, 2008), que subsidiaram na construção da fundamentação teórica e para construção da pergunta norteadora da pesquisa: qual a abordagem dada pelos LD de matemática para que o aluno avance em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico na aprendizagem sobre quadriláteros notáveis?

Na segunda fase foi feito um levantamento de dados de 20 LD de matemática, de coleções e autores diferentes, sendo 10 do sexto ano e 10 do sétimo ano do ensino fundamental. O critério de escolha foi fazerem parte dos livros distribuídos pelo MEC para as escolas públicas do município de São Domingos do Araguaia-PA. Para a escolha dos livros, foram consideradas as informações dos professores que trabalham nas escolas, sob a afirmativa de que os livros eram de qualidade e que estes já tinham sido utilizados por eles anteriormente. Depois dessa seleção, foram observados no sumário apenas os conteúdos e exercícios relacionados aos quadriláteros. Posteriormente foi feito um levantamento sobre os

três primeiros níveis de desenvolvimento geométrico exigidos no conteúdo dos livros pesquisados, de acordo com a teoria de Van Hiele.

A terceira fase consistiu na análise dos dados, que são predominantemente qualitativas, embora não se furte a uma análise quantitativa em certos momentos. A preferência por uma abordagem qualitativa se deu porque esse tipo de pesquisa preocupa-se com os aspectos importantes da realidade, centrando na compreensão e explicação das dinâmicas das relações sociais (GERHARTDT, 2009). O subsídio principal foram as vertentes teóricas de Van Hiele (CROWLEY, 1998), enfatizando prioritariamente os três primeiros níveis, visualização, análise e dedução informal.

Quanto aos exemplos utilizados para parte da discussão foram limitados aos de três livros, por considerar que tais obras dariam conta de assegurar a qualidade da discussão. Tais livros foram: 'Matemática e realidade', 'A conquista da matemática' e 'Ideias e desafios'.

#### **4 Resultados e discussão**

Os livros cujos exemplos foram deles retirados serão denominados 1, 2 e 3 para nomear, respectivamente, os livros Matemática e realidade, A conquista da Matemática e Ideias e desafios.

Convém ressaltar que embora o planejamento da prática pedagógica de responsabilidade do professor, é necessário que os autores dos LD se preocupem como são expostos os conteúdos e as atividades nos livros, pois a realidade de muitas escolas públicas está relacionada ao apego do professor a esse material como único recurso pedagógico. A expressão sequência didática será utilizada neste texto para referir-se aos conteúdos e atividades dos livros didáticos analisados.

Nesta seção será discutida de uma maneira mais geral a frequência com que atividades propostas abordam os níveis do pensamento geométrico (visualização, análise e dedução informal) no vinte LD. O gráfico a seguir mostra a frequência das atividades que exploram os níveis propostos.

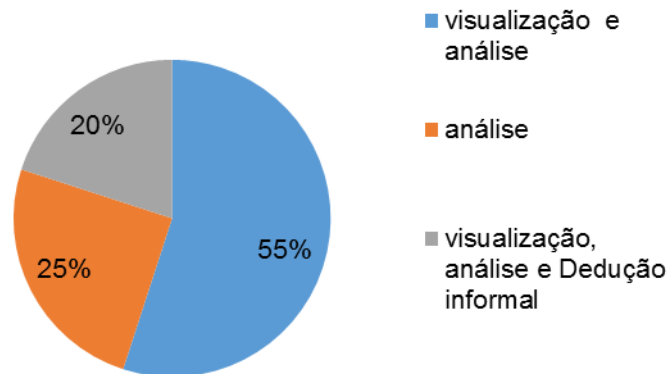


Gráfico 1 - Resultado da análise dos livros didáticos segundo a teoria de Van Hiele  
Fonte - Dados da pesquisa.

Como se observa no gráfico, 55% dos LD pesquisados exigem dos alunos a compreensão simultânea dos dois primeiros níveis geométricos (visualização e análise). A visualização consiste em o aluno reconhecer os nomes das figuras apenas através da visualização. A análise consiste em conhecer as figuras por suas propriedades: paralelismo, ângulos e lados. O gráfico mostra também que 25% dos livros didáticos exigem somente o nível 1 (análise) e 20% exigem os três primeiros níveis (visualização, análise e dedução informal).

De acordo com o gráfico, o resultado nos parece positivo, à medida que os autores dos livros estão propondo atividades que exploram os diferentes níveis do pensamento geométrico. Porém é necessário levarmos em consideração o nível que os alunos se encontram, o que se mostra um pouco divergente. Pesquisas têm revelado que muitos alunos possuem dificuldades em reconhecer e diferenciar os quadriláteros especiais. Segundo Diniz (2013), alunos que ele pesquisou que estavam no 9º ano do Ensino fundamental, ainda estavam na fase da visualização.

Segundo Crowley (1994), de acordo com as propriedades do modelo da teoria de Van Hiele, é necessário que o aluno tenha alcançado o nível de visualização para então passar para o nível de análise, ou seja, a progressão dos níveis ocorre de forma sucessiva. A ausência da progressão dos níveis geométricos de forma sucessiva pode culminar em uma combinação inadequada. Esta propriedade pode se apresentar da seguinte forma:

Se o aluno está num certo nível e o curso num nível diferente, o aprendizado e o progresso desejado podem não se verificar. Em particular, se o professor, material didático, conteúdo, vocabulário, e assim por diante,

estiverem num nível mais alto que o aluno, este não será capaz de acompanhar os processos que estarão sendo empregado. (CROWLEY, 1994. p.5).

Neste caso, isto pode ser um dos motivos que dificulta o avanço de um nível geométrico para outro, visto que os alunos passam de uma série para outra com limitações sobre os conteúdos geométricos que deveriam ter aprendido na série anterior. Os LD por sua vez, pouco contribuem para superação dessas dificuldades pois os mesmos seguem um ritmo de aprendizagem comum para coletividade o que significa dizer que essa responsabilidade e esse desafio devem fazer parte das estratégias e dos objetivos do planejamento do professor com o intuito de amenizar essa carência.

Com relação à análise dos conteúdos e das atividades dos três livros selecionados, estes apresentam características semelhantes. Os autores do livro 1 fazem uma breve introdução conceituando os quadriláteros e em seguida exigem dos alunos, através de exercícios, habilidades relacionadas ao nível de visualização e análise, como mostra a figura a seguir.

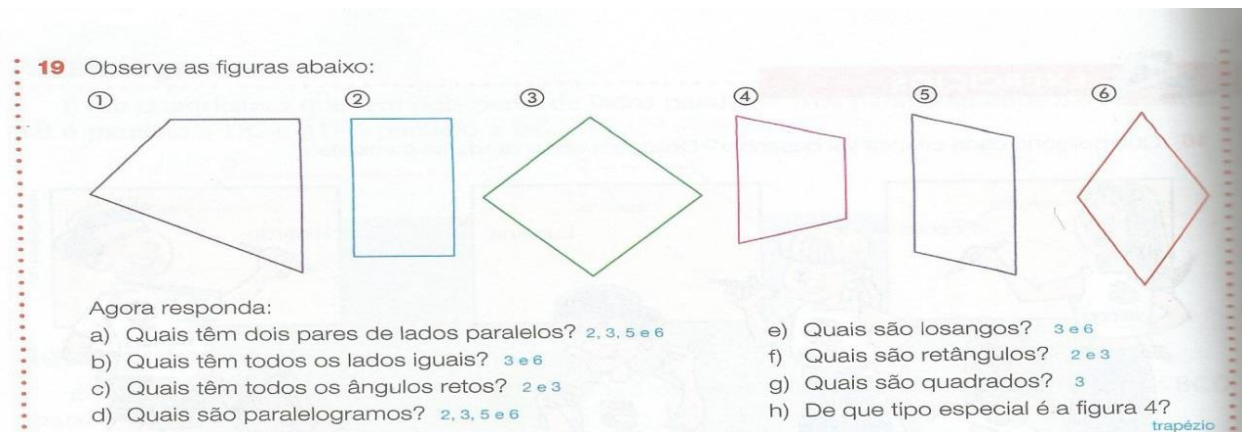


Figura 1 - Exercício sobre as figuras quadriláteras do livro 1.  
Fonte - Iezzi (2009)

Nas opções a, b, c, d são exigidos o nível 1 segundo a teoria de Van Hiele, ou seja os alunos devem responder baseado apenas no aspecto visual da figura, com atenção as características. Para resolução dessas opções os alunos devem compreender os conteúdos sobre retas paralelas, ângulos e diagonais, porém o exercício não propõe mecanismo que poderia dá suporte aos alunos, para afirmar que um lado de uma figura é maior ou menor que outra, ou seja, falta de

nomenclaturas essenciais para o entendimento da geometria, como: indicação de ângulo reto, indicação de lado congruentes entre outros fundamentais para a compreensão da geometria. Estes conteúdos, caso o professor tenha seguido o cronograma do LD, foi ministrado no primeiro bimestre, ao passo que o conteúdo de quadriláteros é visto no quarto bimestres, conforme este livro. A necessidade de fazer uma revisão sobre conteúdo é inevitável, porém esta revisão não está inserida nos conteúdos sobre quadriláteros.

Com relação às opções e, f, g, h, caso os alunos não consigam responder as opções anteriores de forma correta, estes classificarão as figuras geométricas levando em consideração apenas o aspecto visual, neste caso as opções exigem o nível 0 de compreensão geométrica dos alunos. Porém as figuras são apresentadas de uma forma não usual em relação a sua posição. Esta forma de apresentar as figuras é um ponto positivo da atividade, visto que essa nova situação pode causar uma reflexão nos alunos sobre o fato de a rotação das figuras não alterar suas propriedades.

No livro 2, o conteúdo sobre quadriláteros se apresenta juntamente com conteúdo sobre triângulo. Os autores utilizam poucas páginas para fazerem uma rápida definição dos quadriláteros e em seguida apresentam um exercício de fixação. Embora os autores utilizem a malha quadriculada na atividade, que poderia explorar os conceitos de paralelismo e ângulos, estes se limitaram a exigir dos alunos a verificação apenas dos tipos de figuras. Neste tipo de atividade os alunos poderão responder sem muitas dificuldades, utilizando o conhecimento visual.

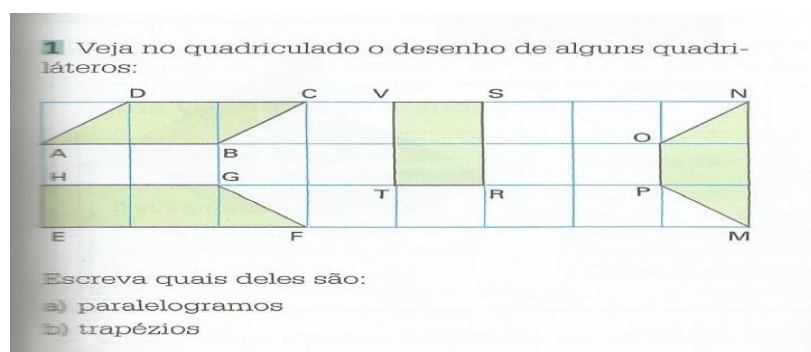


Figura 2 - Utilização da malha quadriculada na formulação do exercício do livro 2.  
Fonte - Giovanni (1998)

Os autores poderiam apresentar uma atividade que chamasse atenção do aluno e com questionamentos do tipo: Qual a medida dos ângulos formados pelo

quadrilátero VSTR? Ou, quais semelhanças e diferenças entre os quadriláteros ABCD e EFGH? Os PCN recomendam para esta série atividades geométricas que focalizem os procedimentos de observação, representações e construções de figuras, bem como o manuseio de instrumentos de medidas que permitam aos alunos fazer conjecturas sobre algumas propriedades dessas figuras (BRASIL, 1998). A situação demonstra a necessidade da intervenção do professor, quanto à reformulação e adequação das atividades apresentadas nos livros didáticos.

Assim como a reformulação das atividades do livro didático parece ser algo necessário, também deve ser prioridade do professor a escolha criteriosa dos materiais que serão utilizados em sala de aula. Estes materiais devem favorecer as fases de aprendizagem conforme a teoria de Van Hiele (CROWLEY, 1994). Estas fases podem ser potencializadas por meio de atividades que permitam o diálogo do aluno com o professor, que os alunos tenham a oportunidade de questionar e de procurar soluções. O geoplano, uma espécie de tabulário onde são cravados pregos, formando uma malha composta por linha e colunas de fácil construção, pode ser uma útil ferramenta para realização de atividades que favoreça o desenvolvimento das fases de aprendizagem, que segundo Crowley (1994), possibilitará a aquisição de cada um dos níveis.

No livro 3 os autores utilizam uma situação problema para introduzir o conceito sobre os quadriláteros. Esses problemas possuem alguns questionamentos que possibilitam um ponto de partida para a construção dos conceitos de quadriláteros. Assim, as duas páginas seguem a estrutura de questionamentos e pequenos texto. Os autores exigem dos alunos habilidades adquiridas nos dois primeiros níveis, principalmente a visualização, como mostra a Figura 3.



**Fazer e aprender**

Faça todas as atividades desta seção em seu caderno.

**11.** Quais paralelogramos têm todos os ângulos retos e todos os lados com medidas iguais? *Quadrados.*

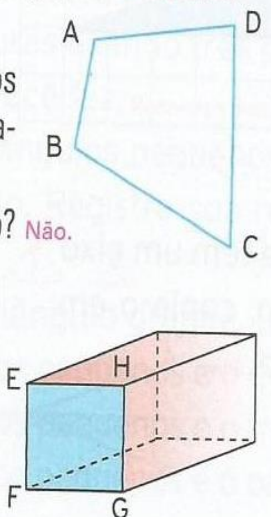
**12.** Faça o que se pede.

a) A, B, C, D;  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{DA}$ ;  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$ ,  $\hat{D}$ .  
 b) ABCD é um paralelogramo? *Não.*  
 c) ABCD é um trapézio? *Não.*

**13.** Identifique os lados, os vértices e os ângulos da face quadrada do paralelepípedo.

Lados:  $\overline{EF}$ ,  $\overline{FG}$ ,  $\overline{GH}$ ,  $\overline{HE}$ .  
 Vértices: E, F, G, H.  
 Ângulos:  $\hat{EFG}$ ,  $\hat{FGH}$ ,  $\hat{GHE}$ ,  $\hat{HEF}$ .

**14.** ( )



O diagrama mostra dois elementos geométricos. O primeiro é um quadrilátero ABCD com vértices rotulados A, B, C e D. O segundo é uma face quadrada de um paralelepípedo, com vértices rotulados E, F, G e H. As arestas da face quadrada são EF, FG, GH e HE.

Figura 3 - Exercício do livro 3  
 Fonte - Mori (2009)

Nesse tipo de exercício o aluno deve conseguir resolver com os conhecimentos correspondentes ao nível de análise. Porém, as perguntas fechadas que os autores fazem do tipo "sim ou não" como mostra a questão das letras b e c do exercício acima, pouco contribui para o raciocínio dos alunos pois as questões deveriam ser acrescidas de perguntas como porque são paralelogramos ou trapézio. Esse tipo de questionamento pode direcionar o aluno a refletir sobre os diferentes tipos de soluções. A limitação que os autores impõem as questões pode favorecer uma aula em que os alunos se tornem meros espectadores, sem ter a oportunidade de fazer indagações, comparações ou apresentar outras possíveis soluções. Quanto a isso os PCN, afirmam que o estabelecimento de relações é fundamental para que o aluno compreenda efetivamente os conteúdos matemáticos, pois, abordados de forma isolada, eles não se tornam uma ferramenta eficaz para resolver problemas e para a aprendizagem/construção de novos conceitos (BRASIL, 1998).

Desse modo, deve-se considerar a forma como se apresenta determinados conteúdos e atividades, a fim de analisar se estes possam ou não beneficiar as

progressões dos níveis geométricos dos alunos. De acordo com a teoria Van Hiele (CROWLEY, 1994), as atividades que poderão proporcionar resultado positivo quanto à progressão dos níveis devem apresentar como etapa inicial a participação de professores e alunos através de uma comunicação diretiva através de informações sobre o conteúdo a ser estudado. Esta atividade deve possibilitar aos alunos mesmo que acompanhados construir outras respostas a certos problemas. Deve proporcionar aos alunos a fazer conexões com conteúdo anteriormente aprendidos e que estes alunos possam utilizar essas informações em situações mais complexas.

Os resultados discutidos acima evidenciam, mesmo que de forma breve, que as atividades propostas pelos autores dos LD analisados pouco colaboram para a progressão dos níveis geométricos dos alunos. No entanto, caso o professor reformule o exercício, utilizando para resolução deste a construção de figuras através do geoplano, por exemplo, este poderá se transformar em um exercício potencial.

## **5 Considerações finais**

Qual a abordagem dada pelos livros didáticos (LD) de matemática para que o aluno avance em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico na aprendizagem sobre quadriláteros notáveis? Com o objetivo de responder a questão diretriz dessa pesquisa, foi feito um estudo em LD sobre o assunto e estudo teórico sobre os níveis de Van Hiele.

Ao analisar os livros foi possível perceber que a maioria deles exigem os níveis 0 e 1, e que estes estão alinhados quanto as suas exigências. No entanto, as atividades propostas nos livros nem sempre contemplam a possibilidade de progressão destes níveis, pois são poucas as atividades de cunho investigativo, fomentam mais o estilo unidirecional e expositivo.

Apesar de o LD ser um forte aliado dos professores, este pouco contribui para progressão dos níveis geométricos, pois o mesmo propõe um ritmo comum às abordagens dos conteúdos para todos os alunos, o que não é uma realidade da escola, ou seja, exige um nível e o aluno está em outro. Outro importante ponto observado é que embora muito recomendada, não foram encontradas atividades que exigiam dos alunos a construção de figuras quadriláteras e utilização de régua e

compasso nos LD pesquisados. Essas atividades são essenciais para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

A análise dos três livros evidencia o pouco tempo destinado aos estudos dos quadriláteros, embora não tenha sido esse o foco, observou-se que poucas páginas dos livros são destinadas a este conteúdo. Embora os autores possam ter se esforçado, poucas são as atividades que favorecem situações que encaminhem o aluno à reflexão e às descobertas, a maioria dos exercícios são de fixação. Nos três livros analisados poucas são as propostas de atividades que pudessem desenvolver de forma significativa o pensamento geométrico dos alunos.

Portanto, é necessário que o professor tenha a sensibilidade para perceber as lacunas dos livros didáticos e as reais necessidades dos alunos e assim promover estratégias que possibilite amenizar esses problemas. Também é relevante observar o grau do pensamento geométrico que os alunos se encontram. Esta observação poderá focalizar as estratégias de ensino e aproximar a realidade da sala de aula com as propostas dos livros didáticos.

Nesse sentido, esse trabalho pode motivar sérias discussões sobre como está sendo abordados os conteúdos e atividades nos LD sobre ensino de quadriláteros e também motivar professores e futuros professores a desenvolverem sequências didáticas que possam contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos e que possam amenizar as fragilidades encontradas nos livros didáticos.

## **6 Referência**

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. 5ª a 8ª série, Brasília, SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. 5ª a 8ª série. Brasília: SEF, 1997.

CROWLEY, L. M. **O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico**. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. [org.]. *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Atual, 1994. p. 1-20

DINIZ, L. S. **Habilidades e níveis de pensamento geométrico: o conhecimento sobre quadriláteros de alunos do ensino fundamental**. Trabalho de Conclusão de Curso. (Licenciatura em Matemática). Faculdade de Matemática. Universidade Federal do Pará, Marabá, 2013.

GEOVANI, J. R. **A conquista da matemática: 6º ano**/ José Ruy Geovanni, Benedito Castrucci, Jose Ruy Giovanni Jr. São Paulo. Editora Júnia La Scala, 1998.

GERHARDT, T. E. **Pesquisa qualitativa**. in: GERHARDT, T. E; SILVEIRA, D. T. [org.] . Métodos de pesquisa. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 31-33.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. - São Paulo: Atlas, 2008.

IEZZI, G. **Matemática e realidade: 6º ano**/Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado. - 6.ed.. São Paulo. Editora Saraiva. 2009  
IEZZI, G. **Matemática e realidade: 6º ano**/Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado. - 6.ed.. São Paulo. Editora Saraiva. 2009.

MORI, I. **Matemática: ideias e desafios: 6º ano**/Iracema Mori, Dulce Satilko Onaga. 15 ed. São Paulo. Editora Saraiva 2009.