

# NÚMEROS ÍNDICE (I)

Introducción a la Estadística

GRADO EN ADE (Tema 6)

GRADO EN ECONOMÍA (Tema 12)



# Números índice

- Un número índice se define como una medida estadística que sirve para conocer las fluctuaciones de los valores de una variable o grupo de variables a lo largo del tiempo. (ECONOMÍA)
- Un número índice es una medida estadística diseñada para poner de manifiesto los cambios en una variable (o grupo de variables relacionadas) con respecto a una determinada característica (generalmente el tiempo). (ADE)

# Números índice simples

- El número índice simple mide la variación porcentual que sufre la magnitud de **una variable** frente al periodo base.
- El periodo base se 'marca' con 0,  $P_0$ ,  $Y_0$ , ...

$t$	$Y_t$	$I_t$
$t_0$	$Y_0$	$\frac{Y_0}{Y_0} \cdot 100$
$t_1$	$Y_1$	$\frac{Y_1}{Y_0} \cdot 100$

# Números índice

$t$	$Y_t$	$I_t$
2019 AÑO BASE	34	$I_{2019/2019} = 100$
2020	37	$I_{2020/2019} = \frac{37}{34} \cdot 100 = 108,82$

En 2020 el valor de  $Y$  ha aumentado un 8,82% con respecto a 2019.

A esto se le llama **tasa de variación** o **tasa de crecimiento**:

$$Ti_t\% = I_t - 100$$

# EJEMPLO: Número de estudiantes matriculados en *Estadística*

CAMPUS	2016	2017	2018	2019
Noroeste	63	70	40	49
Este-Centro	88	93	75	56
Madrid	108	94	68	58
Sur	97	97	81	70

# Tabla de números índice simples, con base 2016

	2016	2017	2018	2019
Noroeste	63	70	40	49
Este-Centro	88	93	75	56
Madrid	108	94	68	58
Sur	97	97	81	70

**Solución:**

	2016	2017	2018	2019
Noroeste	100%	$I_{16}^{17} = \frac{70}{63} \cdot 100 = 111,11\%$		
Este-Centro	100%			
Madrid	100%			
Sur	100%			

# Tabla de números índice simples, con base 2016

	2016	2017	2018	2019
Noroeste	63	70	40	49
Este-Centro	88	93	75	56
Madrid	108	94	68	58
Sur	97	97	81	70

## Solución:

	2016	2017	2018	2019
Noroeste	100%	$I_{16}^{17} = \frac{70}{63} \cdot 100 = 111,11\%$	63,49	77,78
Este-Centro	100%	105,68	85,23	63,64
Madrid	100%	87,04	62,96	53,70
Sur	100%	100,00	83,51	72,16

# Interpretación de los datos

	2016	2017	2018	2019
Noroeste	100%	$I_{16}^{17} = \frac{70}{63} \cdot 100 = 111,11\%$	63,49%	77,78%
Este-Centro	100%	105,68%	85,23%	63,64%
Madrid	100%	87,04%	62,96%	53,70%
Sur	100%	100,00%	83,51%	72,16%

- En 2017, el número de matrículas en el campus Noroeste se ha incrementado un 11,11% con respecto al año 2016 ( $11,11 = 111,11 - 100$ ). La **variación porcentual** ha sido de un 11,11%.
- En 2019, el número de matrículas en el campus de Madrid se ha incrementado en  $100 - 63,64 = -36,36\%$  con respecto a 2016, es decir ha disminuido un 36,36%.



# Cuestiones de redondeo y notación

- Normalmente en las tablas aparecen los números con %. Sin embargo hay veces en las que no.
- En cuanto al número de decimales, normalmente se toman uno o dos. En el libro cada vez aparece una cosa.
- En cuanto a si redondeamos o simplemente trucamos tampoco hay una norma clara. En el libro aparecen varias versiones.

# Tasas de variación

- Tasa de variación  $T_t = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1$
- Tasa de variación entre un período y el período base ( $t-i$ ):

$$Ti_t\% = \left( \frac{Y_t - Y_{t-i}}{Y_{t-i}} \right) \cdot 100 = \left( \frac{Y_t}{Y_{t-i}} - 1 \right) \cdot 100 = I_t - 100$$

- Tasa de variación entre dos períodos cualesquiera:

$$Th_t = \left( \frac{Y_t - Y_{t-h}}{Y_{t-h}} \right) = \left( \frac{Y_t}{Y_{t-h}} - 1 \right) = \frac{I_t}{I_{t-h}} - 1$$

# Tasas de variación

	2016	2017	2018	2019
Noroeste	100%	111,11%	63,49%	77,78%
Este-Centro	100%	105,68%	85,23%	63,64%
Madrid	100%	87,04%	62,96%	53,70%
Sur	100%	100,00%	83,51%	72,16%

Tasa de crecimiento entre el año 2018 y el 2016 del campus Este-Centro:

- $T_{2018/2016}\% = 85,23 - 100 = -14,77\%$

Tasa de crecimiento entre 2019 y 2017 del campus sur:

- $T_{2019/2017} = \frac{53,70}{87,04} - 1 = -0,38 \text{ } (-38\%)$

# Tasas de variación

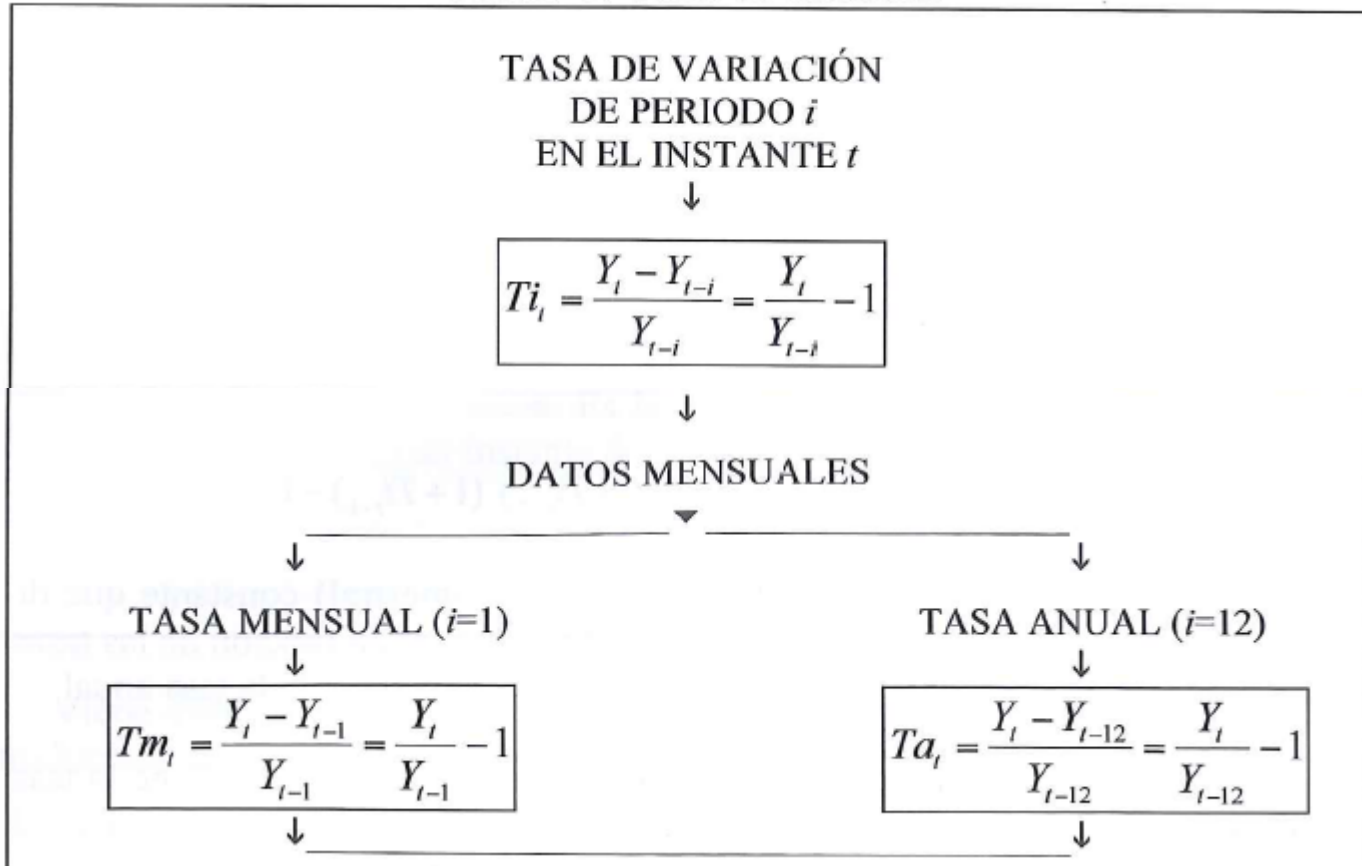
	2016	2017	2018	2019
Noroeste	100%	111,11%	63,49%	77,78%
Este-Centro	100%	105,68%	85,23%	63,64%
Madrid	100%	87,04%	62,96%	53,70%
Sur	100%	100,00%	83,51%	72,16%

Tasa media acumulativa de crecimiento anual entre el año 2019 y el 2016 en el campus Sur:

- $$TMa = \sqrt[3]{1 + T_{2019/2016}} - 1 =$$
$$\sqrt[3]{1 + \frac{72,16}{100}} - 1 - 1 = -0,103 \text{ (-10,3\%)}$$

# Libro, Pág.225, APÉNDICE C

Cuadro C.-Tasas de variación



## EQUIVALENCIA ENTRE TASAS

↓

$$Ta_t = (1 + Tm_{t-12}) \times (1 + Tm_{t-11}) \times \dots \times (1 + Tm_{t-1}) - 1$$

↓

$$TMM_t = \sqrt[12]{(1 + Tm_{t-12}) \times (1 + Tm_{t-11}) \times \dots \times (1 + Tm_{t-1})} - 1 \quad (*)$$

↓

$$TMM_t = \sqrt[12]{(1 + Ta_t)} - 1$$

$$Ta_t = (1 + TMM_t)^{12} - 1$$

↓

DATOS TRIMESTRALES  
(CAMBIAR 12 POR 4)

(\*) Tasa media mensual ( $TMM_t$ ) = media geométrica de  $(1 + Tm_{t,j})$   $j=1,2, \dots, 12$

# Pág. 229

## DATOS TRIMESTRALES

$t$	$Y_t$
2000.4	121,4
2001.1	120,7
2001.2	126,1
2001.3	122,1
2001.4	127,2

### TASAS TRIMESTRALES

$$Tt_{2001.1} = \frac{120,7}{121,4} - 1 = -0,006(-0,6\%)$$

$$Tt_{2001.2} = \frac{126,1}{120,7} - 1 = 0,045(4,5\%)$$

$$Tt_{2001.3} = \frac{122,1}{126,1} - 1 = -0,032(-3,2\%)$$

$$Tt_{2001.4} = \frac{127,2}{122,1} - 1 = 0,042(4,2\%)$$

$$Ta_{2001} = \frac{127,2}{121,4} - 1 = 0,0478(4,78\%)$$

### TASA ANUAL



### EQUIVALENCIA ENTRE TASAS

$$Ta_{2001} = (1 - 0,006)(1 + 0,045)(1 - 0,032)(1 + 0,042) - 1 = 0,0478(4,78\%)$$

$$TMt_{2001} = \sqrt[4]{(1 - 0,006)(1 + 0,045)(1 - 0,032)(1 + 0,042)} - 1$$

$$= \sqrt[4]{1,0478} - 1 = 0,0117 = 0,0117(1,17\%)$$

$$Ta_{2001} = (1 + 0,0117)^4 - 1 = 0,0476(4,76\%)$$

# Propiedades de los números índice

Idealmente deberían cumplir (no siempre cumplen todos) :

- **Existencia:** ha de tener un valor finito distinto de 0
- **Identidad:**  $I_n^n = 100$
- **Inversión:**  $I_t^0 = \frac{1}{I_0^t}$
- **Proporcionalidad:** Si en el periodo actual todas las magnitudes experimentan una variación proporcional, el número índice tiene que experimentar también dicha variación.



# Propiedades de los números índice

- **Homogeneidad:** un número índice no puede estar afectado por los cambios que se realicen en las unidades de medida.
- **Propiedad cíclica o circular:**

$$\frac{I_a^b}{100} \cdot \frac{I_b^c}{100} \cdot \frac{I_c^a}{100} = 1 \text{ (para 3 periodos)}$$

- **Propiedad cíclica o circular modificada:**

$$\frac{I_a^b}{100} \cdot \frac{I_b^c}{100} = \frac{I_a^c}{100}$$

# Números índices complejos sin ponderación

- Si nos interesa conocer el total de alumnos matriculados por año en todos los campus de la tabla debemos utilizar un índice complejo.
- Son sin ponderación porque no le damos más importancia a los alumnos de un campus que de otro.

	2016	2017	2018	2019
Noroeste	100%	111,11%	63,49%	77,78%
Este-Centro	100%	105,68%	85,23%	63,64%
Madrid	100%	87,04%	62,96%	53,70%
Sur	100%	100,00%	83,51%	72,16%

# En ECONOMÍA:

## 12.2. NÚMEROS ÍNDICES COMPLEJOS

Cuando el número índice se refiere a varias variables conjuntamente, se habla de número índice compuesto o complejo. Sean estas las siguientes

$t$	$Y_{1t}$	$Y_{2t}$	....	$Y_{nt}$
1	$Y_{11}$	$Y_{21}$	....	$Y_{n1}$
2	$Y_{12}$	$Y_{22}$	....	$Y_{n2}$
..	....	....	....	....
$T$	$Y_{1T}$	$Y_{2T}$	....	$Y_{nT}$

### 12.2.1. NÚMEROS ÍNDICES COMPLEJOS SIN PONDERAR

La forma de construir el índice complejo es promediar los índices simples de las variables. Así, es habitual calcular la *media aritmética* de los índices simples. Es decir

$$\bar{I}_t = \frac{\sum_{i=1}^n I_{it}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Y_{it}}{Y_{i0}} \times 100}{n}$$

Otra forma de obtención es la denominada *media agregativa* que consiste en sumar los valores de las variables en cada periodo obteniendo una única serie a la que se calcula el índice simple. Es decir

$$Ia_t = \frac{\sum_{i=1}^n Y_{it}}{\sum_{i=1}^n Y_{i0}} \times 100$$

# Números índices complejos sin ponderación

Hay varios tipos de índices:

Índice media aritmética de índices simples **o de Sauerbeck**:

$$I = P_S = \frac{I_1 + I_2 + \dots + I_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N I_i}{N}$$

	2016	2017	2018	2019
Noroeste	100%	111,11%	63,49%	77,78%
Este-Centro	100%	105,68%	85,23%	63,64%
Madrid	100%	87,04%	62,96%	53,70%
Sur	100%	100,00%	83,51%	72,16%
$P_S$	100%	$\frac{111,11 + 105,68 + 87,04 + 100}{4}$		

# Números índices complejos sin ponderación

Hay varios tipos de índices:

Índice media aritmética de índices simples **o de Sauerbeck**:

$$I = P_S = \frac{I_1 + I_2 + \dots + I_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N I_i}{N}$$

	2016	2017	2018	2019
Noroeste	100%	111,11%	63,49%	77,78%
Este-Centro	100%	105,68%	85,23%	63,64%
Madrid	100%	87,04%	62,96%	53,70%
Sur	100%	100,00%	83,51%	72,16%
$P_S$	100%	100,96%	73,80%	66,82%

# Números índices complejos sin ponderación

Índice **media geométrica** de índices simples :

$$I = P_G = \sqrt[N]{I_1 \cdot I_2 \cdot \dots \cdot I_N} = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N I_i}$$

Ejercicio 1: completa la tabla con el índice media geométrica

	2016	2017	2018	2019
Noroeste	100%	111,11%	63,49%	77,78%
Este-Centro	100%	105,68%	85,23%	63,64%
Madrid	100%	87,04%	62,96%	53,70%
Sur	100%	100,00%	83,51%	72,16%
$P_G$	100%			

# Número índices complejos sin ponderación

Índice **media armónica** de índices simples :

$$I = P_A = \frac{N}{\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} + \dots + \frac{1}{I_N}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{I_i}}$$

Ejercicio 2: completa la tabla con el índice media armónica

	2016	2017	2018	2019
Noroeste	100%	111,11%	63,49%	77,78%
Este-Centro	100%	105,68%	85,23%	63,64%
Madrid	100%	87,04%	62,96%	53,70%
Sur	100%	100,00%	83,51%	72,16%
$P_A$	100%			

# Números índices complejos sin ponderación

Índice media agregativa de índices simples **o de Bradstreet-Dutot**:

$$I = P_{B-D,t} = \frac{x_{1t} + x_{2t} + \dots + x_{Nt}}{x_{10} + x_{20} + \dots + x_{N0}} = \frac{\sum_{i=1}^N x_{it}}{\sum_{i=1}^N x_{i0}}$$

donde  $x_{0t}$  representa el datos (¡ojo!, no son los índices) iniciales del período base y  $I_{it}$  los del período actual

Ejercicio 3: completa la tabla con el índice media agregativa

	2016	2017	2018	2019
Noroeste	63	70	40	49
Este-Centro	88	93	75	56
Madrid	108	94	68	58
Sur	97	97	81	70
$P_{B-D,t}$	100%			



# SOLUCIONES

- Ejercicio 1:

	2016	2017	2018	2019
$P_G$	100%	100,55%	73,03%	66,18%

- Ejercicio 2:

	2016	2017	2018	2019
$P_A$	100%	100,12%	72,28%	65,62%

- Ejercicio 3:

	2016	2017	2018	2019
$P_{B-D,t}$	100%	99,44%	74,16%	65,45%