1. **Egyik végénél felfüggesztett rugóra 2 kg tömegű testet erősítünk. Ekkor a rugó megnyúlása 10 cm. (g = 10 2 s m)**
   a) Mekkora a rugó rugóállandója?
   b) Mennyi munkát végzünk, amíg további 5 cm-rel megnyújtjuk a rugót?
   (Összesen 6 pont+ 8 pont= 14 pont)
   (2005. május)

Megoldás:

a) *A rugóállandó meghatározása*

A nyújtóerő megadása **2 pont**

$F = mg = 20$ N

(Csak az érték megadása is elfogadható.)

Átváltás **1 pont**

$\Delta x = 0{,}1$ m

A rugóállandó kiszámítása

$F = Dx$ **1 pont**

$$D = \frac{F}{x} = \frac{20\ \text{N}}{0{,}1\ \text{m}} = 200\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$ **1+1 pont**

(A kifejezésért és a végeredményért. Csak a végeredmény megadásáért akkor adható meg a 2 pont, ha az előző összefüggést felírta a vizsgázó vagy hivatkozik az egyenes arányosságra. Utóbbi esetben az összefüggésre járó 1 pont is megadható akkor is, ha az nincs felírva.)

b) *A munkavégzés meghatározása*

I. megoldás

A rugalmas energia változásának kiszámítása **4 pont** *(bontható)*

$$E_1 = \frac{1}{2}Dx_1^2 = 1\ \text{J}$$

$\Delta x_2 = 0{,}15$ m

(Adatként történő megadása cm-ben is elfogadható.)

$$E_2 = \frac{1}{2}Dx_2^2 = 2{,}25\ \text{J}$$

$\Delta E = 1{,}25$ J

A nehézségi erő munkájának meghatározása **2 pont**

$W_{neh} = 1$ J

Az általunk végzett munka megadása **2 pont**

$W_F = \Delta E - W_{neh} = 0{,}25$ J

II. megoldás

F-s grafikon ábrázolása **2 pont**

A végzett munka jelölése a grafikonon **4 pont**

(Ha a vizsgázó a rugóerőt ábrázolja, és ezért a szükséges munkát a megfelelő trapéz területeként értelmezi, akkor 2 pont adható.)

Az általunk végzett munka kiszámítása a háromszög területe alapján **2 pont**

(Ha a vizsgázó a nyújtóerő átlagával számol, a számításra 4 pont adható.
A további 4 pont akkor adható, ha utal az erő és megnyúlás közötti egyenes arányosságra.)

III. megoldás

A munkát megadó összefüggés felírása **_2 pont_**

$W = \frac{1}{2} D x^2$

Átváltás, behelyettesítés **_1+2 pont_**

$x = 0{,}05$ m

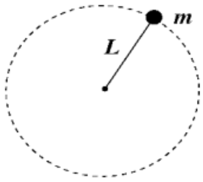
$W = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0{,}05^2$

A végzett munka kiszámítása **_3 pont_**

$W = 0{,}25$ J (bontható)

Összesen **14 pont**

2. Egy m = 5 kg tömegű test L =1m hosszúságú zsinóron, függőleges síkban forog. A forgás sebessége olyan, hogy amikor a test a körpálya legfelső pontján tartózkodik, a kötélben éppen nem ébred erő. (g=10 m/s²)



a) Mekkora a test pályamenti sebessége a körpálya legfelső pontján?
b) Mekkora a test pályamenti sebessége a körpálya legalsó pontján?
c) Mekkora a kötélben ébredő erő a körpálya legalsó pontján?
(2009. május id.)

Megoldás:

Adatok: $m = 5\,\mathrm{kg}$, $L = 1\,\mathrm{m}$, $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

a) *Annak felismerése és felírása, hogy a körpálya felső pontján a testre ható gravitációs erő egyenlő a körpályán történő mozgáshoz szükséges centripetális erővel:*

3 pont (bontható)

$$F^{cp}_{fent} = m \cdot g, \quad \text{azaz} \quad m \cdot \frac{v_{fent}^{\,2}}{L} = m \cdot g .$$

Rendezés és számítás:

1 + 1 pont

$$v_{fent} = \sqrt{L \cdot g} \Rightarrow v_{fent} = 3{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

b) *Az energiamegmaradás felírása a körpálya alsó pontján:*

3 pont (bontható)

$$\frac{m}{2} \cdot v_{fent}^{\,2} + m \cdot g \cdot 2 \cdot L = \frac{m}{2} \cdot v_{lent}^{\,2}$$

Rendezés és számítás:

1 + 1 pont

$$v_{lent} = \sqrt{v_{fent}^{\,2} + g \cdot 4 \cdot L} = \sqrt{5 \cdot \mathrm{L} \cdot \mathrm{g}} \Rightarrow v_{lent} = 7{,}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

c) *Annak felismerése és felírása, hogy a körpálya alsó pontján a testre ható kötélerő egyenlő a körpályán történő mozgáshoz szükséges centripetális erőnek és a gravitációs erőnek az összegével:*

3 pont (bontható)

$$F_{kötél} = m \cdot g + F^{cp}_{lent}$$

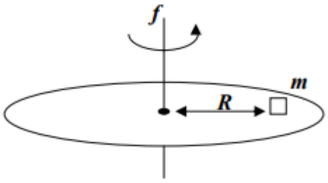
Rendezés és számítás:

1 + 1 pont

$$F_{kötél} = m \cdot \frac{v_{lent}^{\,2}}{L} + m \cdot g = 6\,m \cdot g \Rightarrow F_{kötél} = 300\,\mathrm{N}$$

Összesen: 15 pont

3. Egy függőleges tengely körül forgó, vízszintes síkú korongon a tengelytől R = 1 m távolságra m = 2 kg tömegű test helyezkedik el. A test a koronghoz képes nyugalomban van, azzal együtt forog f = 0,4 Hz frekvenciával.
a) Mekkora a test és a korong közt ébredő tapadási erő?
b) Legalább mekkora a korong és a test között a tapadási együttható? (g = 10 m/s²)



(2010. május id.)

Megoldás:

Adatok: $m = 2$ kg, $R = 1$ m, $f = 0,4$ Hz, $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) *A dinamikai feltétel értelmezése:*

3 pont

$F_{cp} = F_s$

(Lehet szövegesen is: a test körpályán tartásához szükséges centripetális erőt a tapadási erő szolgáltatja.)

A pályamenti sebesség felírása és kiszámítása:

2 + 2 pont

$v = 2\pi \cdot R \cdot f = 2,51\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (vagy $\omega = 2\pi \cdot f = 2,51\frac{1}{s}$)

A centripetális erő, azaz a tapadási erő felírása és kiszámítása:

2 + 2 pont

$F_s = F_{cp} = m \cdot a_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{R} = 12,6$ N (vagy $F_s = F_{cp} = m \cdot R \cdot \omega^2 = 12,6$ N)

(Amennyiben a vizsgázó a pályamenti sebességet nem számítja ki, hanem paraméteresen számol vele, de a végeredmény helyes, a teljes pontszám jár.)

b) *A tapadási együttható felírása és kiszámítása:*

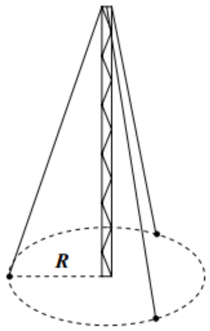
2 + 3 pont

$F_s \le \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \frac{F_s}{m \cdot g} \le \mu \Rightarrow \mu \ge 0,63$

(Amennyiben a vizsgázó egyenlőtlenség helyett egyenlőséget ír, 1 pontot kell levonni.)

Összesen 16 pont

4. Egy 50 méter magas antennát három ponton rögzítenek erős drótsodronnyal. A rögzítési pontok R = 20 méter sugarú kör mentén helyezkednek el, egymástól egyenlő távolságra.
a) Összesen mekkora erővel húzza lefelé a három rögzítősodrony az antennát, ha mindegyikben 5000 N erő ébred?
b) Miért célszerű a sodronyokat egy kör mentén, egymástól egyenlő távolságra rögzíteni a földhöz?



(2010. október)

Megoldás:

Adatok: $h = 50\ \text{m}$, $R = 20\ \text{m}$, $F = 5000\ \text{N}$

a) *A feladat értelmezése:*

2 pont

A sodronyok által kifejtett erők függőleges összetevőinek eredőjét kell meghatározni.

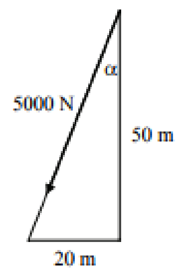
(Ha a vizsgázó számításaiban ezt a gondolatmenetet követi, vagy rajzban egyértelműen ábrázolja, a pontszám szöveges kifejtés nélkül is jár.)

A sodronyokban ébredő erő függőlegessel bezárt szögének meghatározása:

2 pont

$\text{tg}\alpha = \dfrac{20\ \text{m}}{50\ \text{m}} \Rightarrow \alpha = 22°$

(Ábrát rajzolni nem szükséges, amennyiben a szög meghatározása helyes, a teljes pontszám ábra hiányában is jár.)



A sodronyokban ébredő erő függőleges komponensének meghatározása:

2 + 2 pont

$F_{függ} = F \cdot \cos\alpha$
$F_{függ} \approx 4640\ \text{N}$

(Az erő függőleges komponense más összefüggésekből is meghatározható. Amennyiben a számolás helyes, a teljes pontszám jár akkor is, ha pl. a fenti szöget egyáltalán nem határozta meg a vizsgázó.)

Az oszlopra ható függőleges erő meghatározása:

2 + 1 pont

$F_{összes} = 3 \cdot F_{függ}$
$F_{összes} \approx 13900\ \text{N}$

b) *Magyarázat megadása:*

3 pont

A sodronyokat azért célszerű egy kör mentén, egymástól egyenlő távolságra rögzíteni, hogy az antenna stabil legyen, a szél semmilyen irányból ne tudja megdönteni.
(Ha a vizsgázó csak a vízszintes irányú erőkomponensek nulla eredőjére utal, 1 pont adható! A stabilitásra való bármilyen helyes utalás esetén a 3 pont megadható!)

Összesen 14 pont

5. A fotonok lendületének köszönhetően a tükröket erőlökés éri, amikor fotonok ütköznek a felületüknek, vagyis a tükröző felületre a fény nyomást gyakorol. Ezen alapszik az űrszondák esetén alkalmazható napvitorla ötlete. A napvitorla egy vékony, tükröző fóliából ké- szült lemez, amely a Napból érkező fény nyomását használja az űrszonda sebességváltoztatásához vagy pályamó- dosításához. A képen látható IKAROS űrszonda napvitorlája négyzet alakú, a négyzet oldala 50 méter.

A mellékelt táblázatban a Nap fényéből származó fénynyomás elméleti értékét adtuk meg a Naptól való távolság függvényében. A megadott értékek egy pontosan a Nap felé fordított, tehát a Nap sugaraira lényegében merőleges felületre vonatkoznak.

Távolság (csillagászati egység)	1	1,5	2	3	4	5
p (10^{-7} N/m^2)	90	40	22,5	10	5,7	?

a) A táblázatból vett adatok segítségével állapítsa meg, hogy hányad részére csökken a Nap fényének nyomása, ha a Naptól vett távolság kétszeresére, háromszorosára nő!
b) Mekkora lesz a Nap fényének nyomása 5 csillagászati egység távolságban?
c) Miért csökken a Nap fényének nyomása, ha a Naptól vett távolság növekszik?
d) Mekkora vonzóerőt fejt ki a Nap egy tőle 1 csillagászati egység (1 CSE) távolságban lévő 200 kg tömegű űrszondára?
e) Mekkora oldalélű, négyzet alakú, Nap felé fordított napvitorla esetén tudná a Nap űrszondára gyakorolt gravitációs vonzóerejét a fénynyomásból származó erő kiegyenlíteni ebben a távolságban? (Tekintsünk el a vitorla saját tömegétől!)

A gravitációs állandó: $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$, a Nap tömege: $M_{Nap}=2 \cdot 10^{30}$ kg, 1 csillagászati egység (1 CSE) = $150 \cdot 10^9$ m

(2012. május)

Megoldás:

Adatok: m=200 kg, a= 50 m, $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$, $M_{Nap} = 2 \cdot 10^{30}$ kg, 1CSE = $150 \cdot 10^9$ m

a) *A napfénynyomás csökkenésének megadása:*

1 + 1 pont

A táblázatból vett adatpárok segítségével a keresett arányok felírhatók:

$\frac{p_{2CSE}}{p_{1CSE}} = \frac{1}{4}$ (1 pont), $\frac{p_{3CSE}}{p_{1CSE}} = \frac{1}{9}$ (1 pont),

b) *Az 5 CSE távolságban uralkodó fénynyomás meghatározása:*

6 pont
(bontható)

$$\frac{p_{5CSE}}{p_{1CSE}} = \frac{1}{25} \rightarrow p_{5CSE} = \frac{90}{25} \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = 3{,}6 \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

(Annak felismerése, hogy a nyomás a távolság négyzetével fordítottan arányos 3 pont, a konkrét arány meghatározása 1 pont, az egyenlet felírása 1 pont, számítás 1 pont.)

c) *A napfény nyomáscsökkenésének indoklása :*

2 pont

A napfény nyomása azért csökken, mert a távolsággal a Nap fényének ereje csökken. (Bármilyen más megfogalmazás is elfogadható, pl. a napsugárzás intenzitása csökken, kevesebb foton éri a vitorlát stb.)

d) *Az űrszondára ható gravitációs erő felírása és kiszámítása:*

2 + 2 pont

$$F_1 = \gamma \frac{m \cdot M_{Nap}}{R^2} = 1{,}19\ \mathrm{N}$$

e) *Az űrszonda szükséges vitorlaméretének kiszámítása:*

6 pont
(bontható)

$$F_{fény} = p \cdot A \rightarrow 1{,}19 = 90 \cdot 10^{-7} \cdot (d)^2,$$

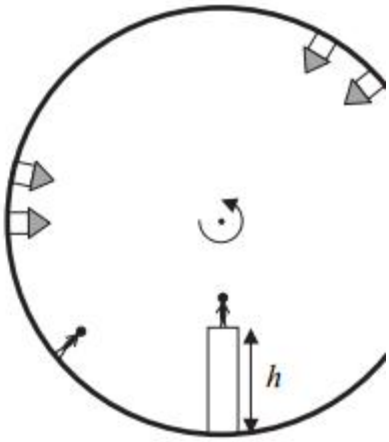
(A fény nyomóerejének paraméteres felírása 2 pont, a felület felírása a vitorla élhossza (d) segítségével 1 pont, a konkrét adatok behelyettesítése 1 pont).

$$d = \sqrt{\frac{1{,}19}{90 \cdot 10^{-7}}} \approx 360\ \mathrm{m}$$

(Az egyenlet d-re rendezése 1 pont, számítás 1 pont)

Összesen 20 pont

6. **Arthur C. Clarke egyik regényében feltűnik a Naprendszerben egy idegen űrhajó. Ez egy 20 km átmérőjű, hosszú henger, amely 4 percenként megfordul a tengelye körül. Üreges belsejében egy egész kis világot hordoz magában, amely a henger palástjának belső oldalán helyezkedik el. A „földön álló” (azaz a henger belső palástján tartózkodó, a hengerrel együtt forgó) űrhajósok úgy érzik, mintha gravitációs erő szorítaná őket a talajhoz.**
a) Mekkora erővel nyomja a „talaj” egy, az űrhajóban a „földön” álló, 80 kg tömegű űrhajós talpát? Mekkora ebben a világban a mesterséges „gravitációs” gyorsulás a talajon?
b) Hány kilométer magasra kell felmásznia egy megfelelően magas toronyházban az űrhajósnak, ha azt akarja elérni, hogy a rá ható mesterséges gravitáció az eredeti érték harmadára csökkenjen?
c) Az űrkolónia lakói a hétvégén a földi sportrendezvényekhez hasonlóan szeretnének távol- és magasugróversenyeket szervezni. Ehhez arra van szükségük, hogy az általuk a „talajon” érzékelt mesterséges gravitációs gyorsulás pontosan a földi értékkel legyen egyenlő (g = 9,8 m/s^2). Mekkorára kell átállítani ennek érdekében az űrhajó tengely körüli forgásának periódusidejét? (Azt az időt, amely alatt körbefordul a tengelye körül a henger.)



(2014. október)

Megoldás:

Adatok: $D = 20$ km, $T = 240$ s, $m = 80$ kg, $h = 2$ km, $g_{Föld} = 9{,}8$ m/s^2

a) *Annak felismerése, hogy a keresett nyomóerő egyenlő az űrhajóst körpályán tartó centripetális erővel:*

1 pont

Amennyiben a vizsgázó ezt nem írja le, de később egyértelműen ennek megfelelően számol, a teljes pontszám jár.

A keresett nyomóerő felírása és kiszámítása:

2 + 1 pont

$$F_{ny} = F_{cp} = m \cdot R \cdot \omega^2 = m \cdot \frac{D}{2} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 80\ \text{kg} \cdot 10\ \text{km} \cdot \left(\frac{2\pi}{240\ \text{s}}\right)^2 = 548\ \text{N}$$

Annak felismerése, hogy a körmozgás centripetális gyorsulását tekinthetjük „gravitációs" gyorsulásnak:

1 pont

A keresett gyorsulás felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$$g = a_{cp} = R \cdot \omega^2 = 10\ \text{km} \cdot \left(\frac{2\pi}{240\ \text{s}}\right)^2 = 6{,}85\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{vagy} \quad g = a_{cp} = \frac{F_{cp}}{m} = 6{,}85\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) *A keresett nyomóerő felírása és kiszámítása:*

$$g' = R' \cdot \omega^2 = \text{x km} \cdot \left(\frac{2\pi}{240\ \text{s}}\right)^2 = 2{,}28\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2 pont

$$x = \frac{R}{3} = \frac{10}{3}\text{km} = 3{,}33\ \text{km}$$

1 pont

A keresett magasság 10 km – x = 6,67 km

1 pont

c) *A keresett periódusidő felírása és kiszámítása:*

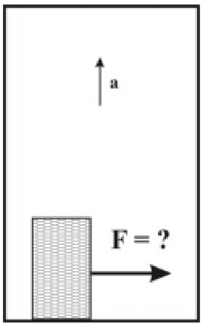
4 pont
(bontható)

Mivel $g'' = R \cdot \omega'^2 = g_{Föld}$ (1 pont), tehát

$T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g_{Föld}}} \approx 200\,\text{s}$ (felírás és számítás, 2 + 1 pont)

Összesen 15 pont

7. Egy liftben állunk, és éppen akkor próbáljuk meg odébb húzni a bőröndünket, amikor a lift 1,5 m/s^2 gyorsulással elindul fölfelé. Mekkora vízszintes irányú erőt kell a bőröndre kifejtenünk, hogy meg tudjuk mozdítani, ha a tömege 24 kg, a lift padlója és a bőrönd között a tapadási súrlódási együttható 0,5? (g = 9,8 m/s^2)



(2016. május id.)

Megoldás:

Adatok: $a = 1{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $m = 24$ kg, $g = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\mu = 0{,}5$.

A dinamikai helyzet értelmezése és a lift padlója által a bőröndre kifejtett erő meghatározása:

10 pont
(bontható)

A bőröndre két függőleges irányú erő hat, a lefelé ható súlyerő (1 pont) és a lift padlója által kifejtett nyomóerő (1 pont). Ezen két erő eredője gyorsítja a bőröndöt függőlegesen fölfelé (4 pont). (Ezt a felismerést nem szükséges leírni, egy, az erőket ábrázoló ábráért vagy a Newton-egyenlet helyes felírásáért is teljes pontszám jár, amennyiben a két erő összegének és a gyorsulásnak a kapcsolatát megadja a vizsgázó.)

Mivel $F_{ny} - G = m \cdot a$, és

$G = m \cdot g = 235{,}2\text{ N} = 235\text{ N}$ (1 pont),

illetve $m \cdot a = 36\text{ N}$ (1 pont),

$\Rightarrow F_{ny} = 271\text{ N}$ (2 pont).

A súrlódási erő meghatározása és a szükséges húzóerő megadása:

5 pont
(bontható)

A tapadási súrlódási erő maximális értéke:

$F_t = \mu \cdot F_{ny} = 135{,}5\text{ N}$ (képlet + számítás, 2 + 1 pont),

a húzóerőnek pedig ennél nagyobbnak kell lennie, $F_t < F_h$ (2 pont).

Összesen 15 pont