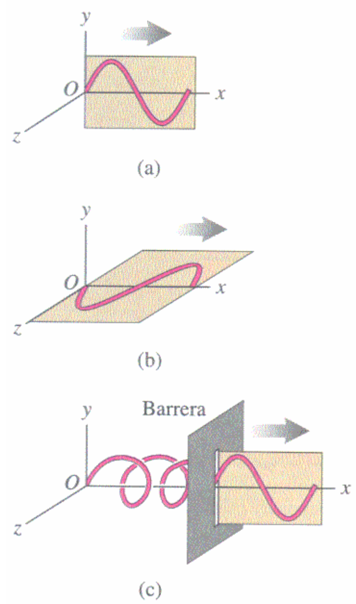
Polarización

1.- Introducción

La polarización es una característica de todas las ondas transversales. El tema será abordado tratando el problema desde la perspectiva de la parte visible del espectro electromagnético; sin embargo resulta útil pensar en el problema de una cuerda que en el equilibrio yace, supongamos, a lo largo del eje X. Los desplazamientos de la cuerda podrían ser en la dirección Y, y la cuerda siempre estaría en el plano XY o por el contrario los desplazamientos podrían ser en la dirección Z, y entonces la cuerda siempre estaría en el plano XZ.

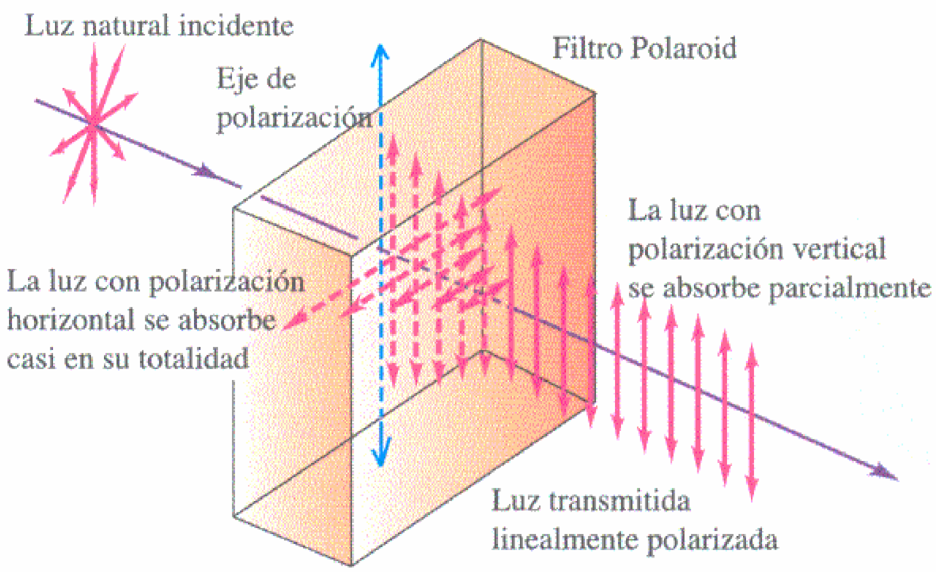


Cuando una onda tiene solo desplazamientos según Y o solo desplazamientos según Z decimos que está linealmente polarizada en la dirección Y o en la dirección Z respectivamente. En el caso de estas ondas en cuerdas (u ondas mecánicas en general) podemos diseñar un filtro polarizador, o simplemente polarizador, que sólo permita el paso de las ondas con cierta dirección de polarización. En la figura se puede ver que la cuerda puede deslizarse verticalmente en la ranura sin fricción, pero todo movimiento horizontal es imposible, es decir este filtro deja pasar las ondas polarizadas en la dirección Y e impide el paso de las ondas polarizadas en la dirección Z.

Como vimos en el tema anterior las OEM son transversales y. cuando estamos lejos de las fuentes, podemos considerarlas como ondas planas de modo que los campos eléctrico y magnético fluctuantes son perpendiculares entre sí y a su vez cada uno de ellos es perpendicular a la dirección de propagación. Se suele definir la dirección de polarización de una OEM como la dirección del vector campo eléctrico $\vec{E}$ y no la del campo magnético porque muchos detectores comunes de OEM responden a las fuerzas eléctricas sobre los electrones de los materiales pero no a las fuerzas magnéticas. Así la OEM que se propaga según la dirección positiva del eje X y está representada por

$$\begin{cases} \vec{E}(x,t) = E_0 \operatorname{sen}(\omega t - k\,x)\,\vec{j} \\ \vec{B}(x,t) = B_0 \operatorname{sen}(\omega t - k\,x)\,\vec{k} \end{cases}$$ es una onda polarizada en la dirección Y.

Dependiendo de la aplicación puede resultar de utilidad la generación de ***OEM polarizadas***, así por ejemplo las emitidas por una emisora de radio están generalmente polarizadas con el fin de lograr una mayor eficiencia en la recepción de las señales de dichas emisoras y por consiguiente las antenas receptoras deben orientarse de un modo determinado, por ejemplo las antenas de TV situadas en los tejados o azoteas de España se componen de elementos horizontales (paralelos al suelo) debido a que las OEM de las emisoras están polarizadas paralelamente al suelo. Por el contrario la mayoría de las OEM naturales y otras artificiales como por ejemplo la luz de las bombillas eléctricas y las lámparas fluorescentes, no está polarizada. Las fuentes de luz que radian ondas en la parte visible del espectro se genera en las moléculas que forman las fuentes de manera que las ondas emitidas por una molécula cualquiera pueden estar, al igual que las ondas emitidas por una antena de radio, linealmente polarizadas, pero como cualquier fuente de luz real contiene un nº muy elevado de moléculas con orientaciones al azar la luz emitida por la fuente es una mezcla aleatoria de ondas linealmente polarizadas en todas las direcciones trasversales posibles. A esta luz se le conoce con el nombre de ***natural o luz no polarizada***. Para crear luz polarizada a partir de luz natural no polarizada se usan unos elementos llamados filtros que son dispositivos análogos a la ranura para las ondas mecánicas. Los filtros polarizadores para las OEM presentan diferentes detalles en su construcción dependiendo de la longitud de onda de la OEM. Para microondas con una longitud de onda de unos cuantos centímetros, un buen polarizador es una disposición de cables conductores paralelos colocados muy juntos y aislados unos de otros, en estos los electrones se pueden mover libremente a lo largo de la longitud de los cables y lo harán como respuesta a una onda cuyo campo $\vec{E}$ es paralelo a los cables. Las corrientes resultantes en los conductores disipan energía mediante calentamiento Ri^2; esta energía disipada proviene de la onda, de manera que la onda que pase por la rejilla verá muy reducida su amplitud. Las ondas con el campo $\vec{E}$ orientado de manera perpendicular a los cables pasa a través de la rejilla casi sin verse afectadas, puesto que los electrones no se pueden desplazar a través del aire que hay entre los cables conductores. Por tanto una onda que atraviese dicho filtro estará predominantemente polarizada en una dirección perpendicular a los cables. Para la luz visible el filtro polarizador más común es un material conocido con el nombre comercial de Polaroid, utilizado en gafas de sol y en objetivos de cámaras fotográficas. Dicho material incorpora sustancias que presentan la propiedad de dicroísmo, que significa que presenta una absorción selectiva en la que una de las componentes del campo se absorbe con mucha más intensidad que la otra, de modo que el Polaroid trasmite el 80 % o más de la intensidad de una onda polarizada según una dirección paralela a cierto eje del material, llamado eje de polarización, $\vec{e}_P$, pero sólo el 1 % o menos de la intensidad de las ondas polarizadas perpendicularmente a este eje. Las moléculas que componen estos materiales presentan una forma alargada, indicada por la orientación $\vec{u}_M$, de modo que en el proceso de construcción del material todas las moléculas del filtro se sitúan de tal modo que las orientaciones $\vec{u}_M$ sean todas ellas paralelas. Esta dirección alargada $\vec{u}_M$ es perpendicular al eje de polarización $\vec{e}_P$; y estas moléculas absorben preferentemente la luz que está polarizada a lo largo de $\vec{u}_M$, al igual que los cables conductores de un filtro polarizador de microondas.



En los análisis que siguen se supondrá que los polarizadores son ideales, es decir que permiten el paso del 100% de la luz incidente que está polarizada en la dirección del eje de polarización, pero bloquea totalmente la luz polarizada perpendicularmente al eje de polarización (ni que decir tiene que un dispositivo con estas propiedades no se puede lograr).

2.- Polarización de OEM planas. Clasificación.

Como hemos dicho en la introducción, la polarización de una onda plana uniforme describe la forma y el lugar geométrico de la punta del vector $\vec{E}$ (en un plano perpendicular a la dirección de propagación) en un punto dado del espacio en función del tiempo. En el caso más general este lugar geométrico es una elipse y decimos que la onda está elípticamente polarizada; y en ciertas condiciones la elipse puede degenerar en una circunferencia o en un segmento de línea recta, en cuyo caso la polarización se llama polarización circular o lineal respectivamente.

Supongamos, para fijar ideas, una onda plana uniforme que se propaga según la dirección positiva Z, esto quiere decir que el campo eléctrico más general para una onda monocromática de frecuencia ω se puede escribir, teniendo en cuenta que $\vec{E}\perp\vec{u}_z$, como

$$\hat{\vec{E}}(z,t)=\hat{\vec{E}}_0\,e^{j(\omega t-kz)}=\left(\hat{E}_{0x}\vec{u}_x+\hat{E}_{0y}\vec{u}_y\right)e^{j(\omega t-kz)}=\left(\hat{E}_{0x}e^{-j(kz)}\vec{u}_x+\hat{E}_{0y}e^{-j(kz)}\vec{u}_y\right)e^{j(\omega t)}\quad(39)$$

En la expresión anterior el acento circunflejo francés encima de una variable indica que ésta es compleja. De cuerdo con la expresión anterior el fasor del campo eléctrico está compuesto de dos componentes, la componente *x* y la componente *y*; así

$$\hat{\vec{E}}(z)=\hat{E}_x(z)\vec{u}_x+\hat{E}_y(z)\vec{u}_y\ \ /\ \ \hat{E}_x(z)=\hat{E}_{0x}e^{-j(kz)}\ \text{ y }\ \hat{E}_y(z)=\hat{E}_{0y}e^{-j(kz)}\quad(40)$$

En esta expresión $\hat{E}_{0x}$ y $\hat{E}_{0y}$ son las amplitudes complejas de $\hat{E}_x(z)$ y $\hat{E}_y(z)$ respectivamente, y como cualquier nº complejo se caracteriza por un módulo y una fase. La polarización de una onda depende de la fase de $\hat{E}_{0y}$ con respecto a la de $\hat{E}_{0x}$ pero no de las fases absolutas de $\hat{E}_{0x}$ y $\hat{E}_{0y}$. Convenimos, pues, en elegir como referencia la fase de $\hat{E}_{0x}$ (se asigna a $\hat{E}_{0x}$ un ángulo de fase nulo) y en llamar δ a la fase de $\hat{E}_{0y}$ con respecto a la fase de $\hat{E}_{0x}$; es decir δ es la diferencia de fase entre las componentes *x* e *y* de $\hat{\vec{E}}(z)$. Si $\hat{E}_{0x}=a_x$, $\hat{E}_{0y}=a_y e^{j\delta}$ entonces $\hat{\vec{E}}(z)=\left(a_x\vec{u}_x+a_y e^{j\delta}\vec{u}_y\right)e^{-j(kz)}$ y el campo instantáneo es $\vec{E}(z,t)=\operatorname{Re}\left[\hat{\vec{E}}(z)e^{j(\omega t)}\right]=a_x\cos(\omega t-kz)\vec{u}_x+a_y\cos(\omega t-kz+\delta)\vec{u}_y$ cuyo módulo es

$$E(z,t)=\left|\hat{\vec{E}}(z,t)\right|=\left(a_x^2\cos^2(\omega t-kz)+a_y^2\cos^2(\omega t-kz+\delta)\right)^{1/2}\quad(41),$$

y cuya dirección en el plano $x-y$, dada por el ángulo Θ, es

$$\Theta(z,t)=\arctan\left(\frac{a_y\cos(\omega t-kz+\delta)}{a_x\cos(\omega t-kz)}\right)\quad(42)$$

El estado de polarización de una onda que avanza según una dirección de propagación se define como la curva que describe el extremo del vector en función del tiempo sobre un plano que es perpendicular a dicha dirección de propagación; en nuestro ejemplo por conveniencia y sin pérdida de generalidad se elige el plano z = 0.

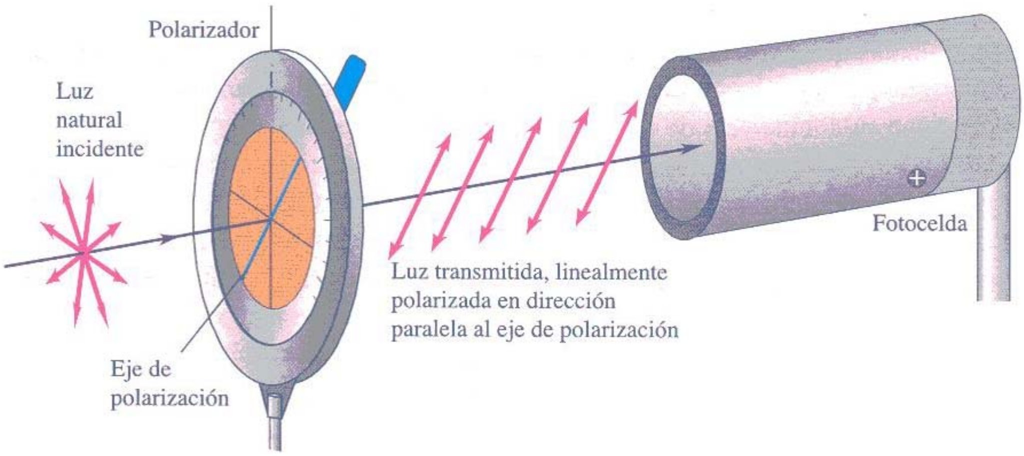
De los valores de los parámetros de las ecuaciones (41) y (42) se distinguen los siguientes estados de polarización.

1.- Polarización lineal.

Se dice que una onda está linealmente polarizada si las componentes *x* e *y* del campo eléctrico están en fase ($\delta = 0$) o en oposición de fase ($\delta = \pi$); ya que para todo plano z = cte (en particular z = 0) el extremo del campo eléctrico describe una recta en el plano *x* – *y*. Si z = 0 y $\delta = 0$ o $\delta = \pi$ el campo eléctrico se escribe, respectivamente, como $\hat{\vec{E}}(0,t) = \left[a_x\vec{u}_x + a_y\vec{u}_y\right]\cos(\omega t)$ o $\hat{\vec{E}}(0,t) = \left[a_x\vec{u}_x - a_y\vec{u}_y\right]\cos(\omega t)$. El módulo de estos 2 vectores es idéntico y vale $E(0,t) = \left[a_x^2 + a_y^2\right]^{1/2}\cos(\omega t)$ mientras que el valor de la inclinación dada por Θ es $\Theta_0 = \arctan\left(\frac{a_y}{a_x}\right)$ o $\Theta_\pi = \arctan\left(\frac{-a_y}{a_x}\right)$ que como puede verse es independiente tanto de z como de t. Esto nos dice que, para cada caso, la orientación no cambia y que está, respectivamente, en el 1er – 3er cuadrante o en el 2º - 4º cuadrante. Si $a_y = 0$, la onda estará polarizada según *x* y si $a_x = 0$ la onda estará polarizada según *y*.

1.A) Ley de Malus

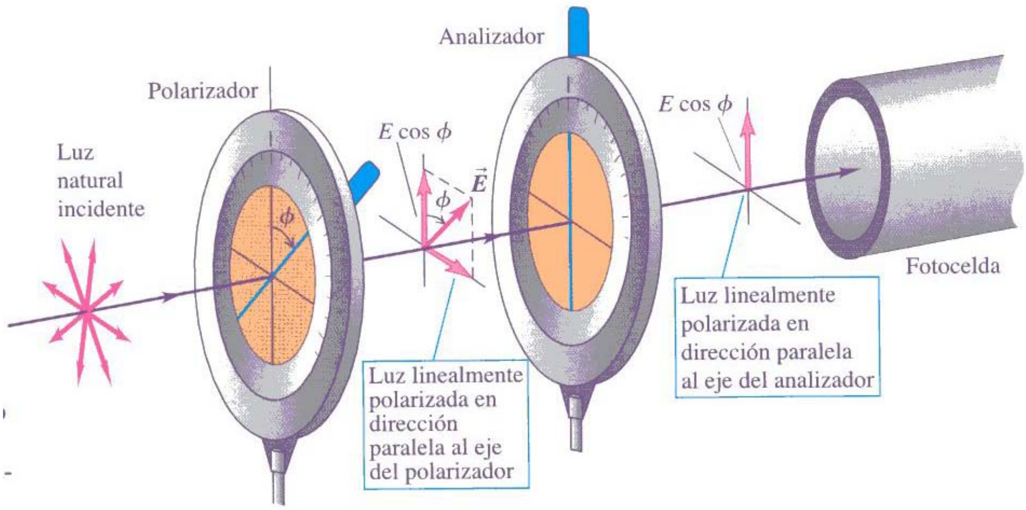
Consideremos una OEM (luz) no polarizada que incide sobre un polarizador lineal como se muestra en la figura. El campo eléctrico de la onda puede descomponerse en dos partes, una paralela al eje de polarización y otra perpendicular a dicho eje; esta parte será eliminada por lo que emerge una OEM polarizada linealmente con su campo eléctrico vibrando en la dirección del eje de polarización. La intensidad de la OEM que emerge del polarizador es justo la mitad de la incidente ya que como la OEM incidente es una mezcla aleatoria de todos los estados de polarización, las dos componentes en las que podemos dividir el campo eléctrico son, en promedio, iguales y debido a que el polarizador sólo deja pasar una componente la intensidad de la OEM emergente será la mitad de la incidente.



Surge una segunda pregunta, si esta OEM polarizada linealmente incide sobre un segundo polarizador (analizador) cuyo eje de polarización forma un ángulo ϕ con el eje del primer polarizador, ¿Cuál será la intensidad trasmitida? Igual que antes podemos descomponer el campo eléctrico de la onda polarizada en dos componentes, una paralela al eje de polarización del analizador (que pasará) y otra perpendicular (que no pasará).

La amplitud de la componente paralela será $E\cos\phi$, y como la intensidad de la onda es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico, entonces se tiene

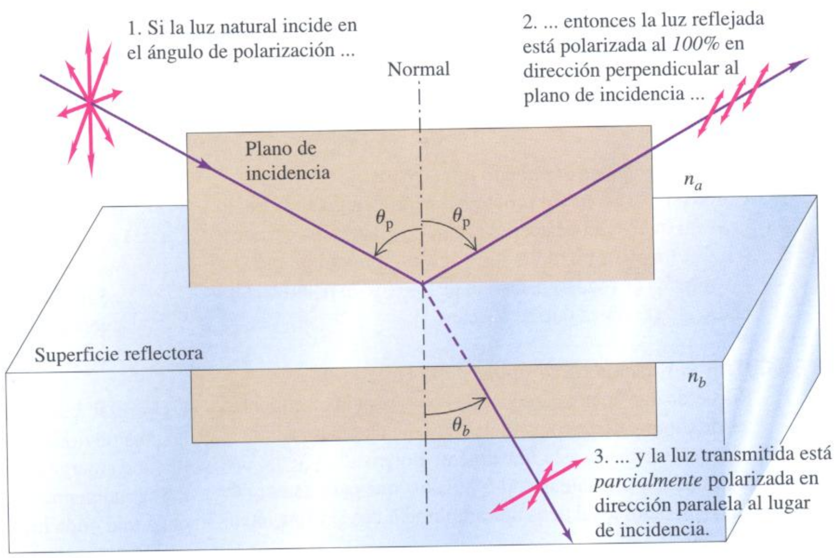
$$I = I_{\mathrm{m}}\cos^2\phi \quad (43)$$ (*ley de Malus*).



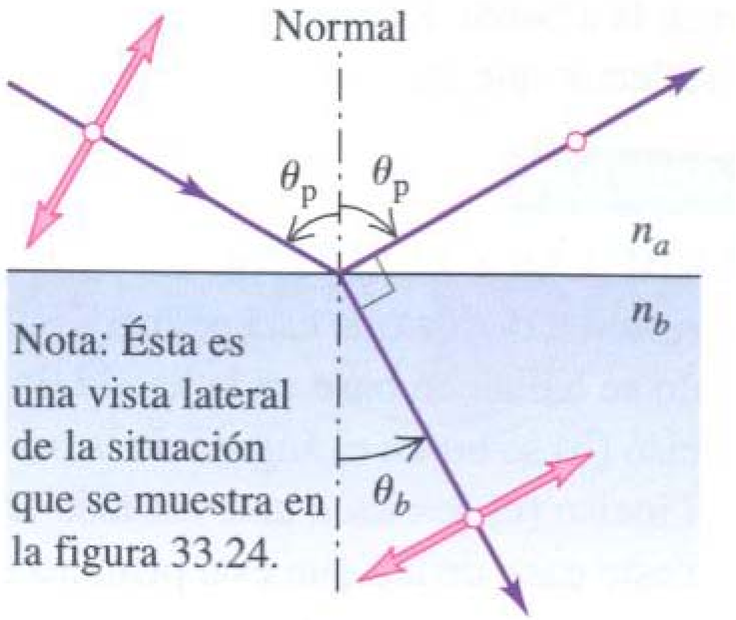
La expresión anterior solo es aplicable si la OEM que incide en el analizador ya está polarizada linealmente; en la expresión I_{m} representa la máxima intensidad de la OEM trasmitida ($\phi = 0$) e I es la intensidad trasmitida cuando el ángulo es ϕ.

1.B) Polarización por reflexión: ley de Brewster.

La luz relejada por una interfaz puede estar polarizada total o parcialmente. Si una luz natural incide sobre una superficie reflectora que separa dos materiales ópticos transparentes, para la mayoría de los ángulos de incidencia la componente del campo eléctrico perpendicular al plano de incidencia (o paralela a la superficie reflectora) se refleja con más intensidad que la componente paralela al plano de incidencia. En este caso la luz reflejada se dice que está parcialmente polarizada en la dirección normal al plano de incidencia. Esto se debe a las condiciones de contorno; hay que recordar que $E_{2t} = E_{1t}$ y $\varepsilon_{r1}E_{1n} = \varepsilon_{r2}E_{2n}$.



Pues bien, existe un ángulo de incidencia, llamado ángulo de polarización θ_p, para el cual la componente del campo eléctrico situada en el plano de incidencia no se refleja en absoluto (sólo se refracta), mientras que la componente del campo normal al plano de incidencia se refleja y se refracta. La luz reflejada, en este caso, está polarizada linealmente de manera total en el plano perpendicular al de incidencia.



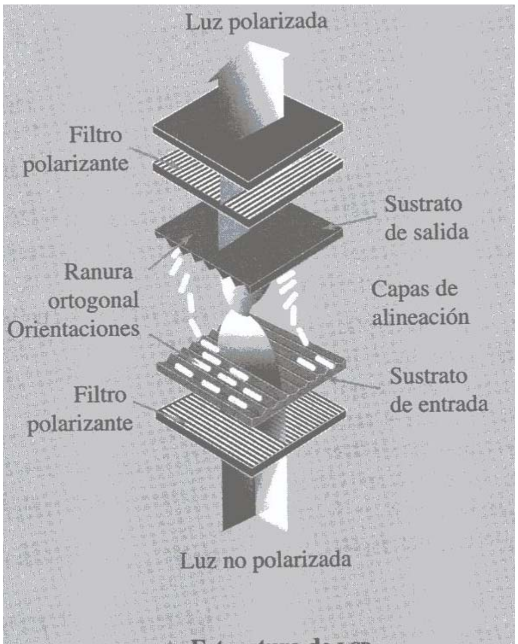
En 1812 el señor David Brewster descubrió, que para dicho ángulo de incidencia, el rayo reflejado y el rayo trasmitido formaban un ángulo de 90^0. Con esto se desprende que

$$\hat{\theta}_r = \hat{\theta}_i = \hat{\theta}_p \text{ y } \hat{\theta}_p + \hat{\theta}_t = \pi/2 \;\Rightarrow\; n_1 \text{sen}\,\hat{\theta}_p = n_2 \text{sen}\,\hat{\theta}_t = n_2 \cos\hat{\theta}_p \;\Rightarrow\; \tan\hat{\theta}_p = \frac{n_2}{n_1} \quad (44)$$

A esta relación se le conoce con el nombre de *ley de Brewster*, que puede ser deducida del modelo ondulatorio utilizando las ecuaciones de Maxwell.

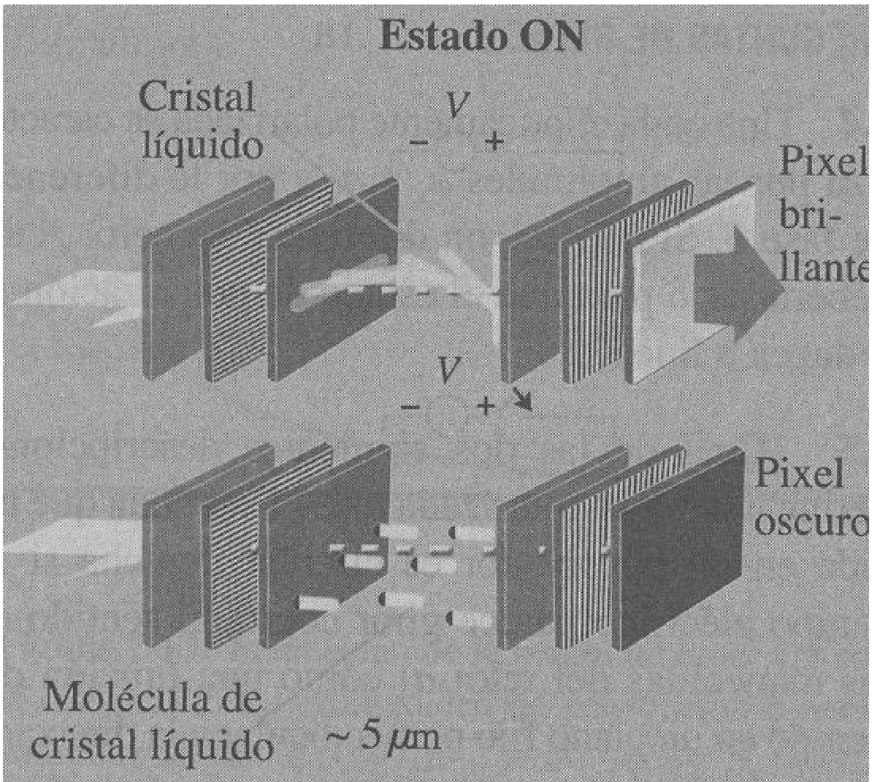
Como aplicación citar *las gafas de sol* que utilizan filtros polarizadores. La razón es que cuando la luz solar se refleja en una superficie horizontal (el plano de incidencia es vertical) la luz reflejada contiene mucha luz polarizada en la dirección horizontal y en consecuencia cuando la luz incide sobre la superficie lisa de un lago o de una carretera asfaltada ocasiona brillos indeseados, para eliminar dichos brillos y mejorar la visión los fabricantes utilizan en sus gafas un material polarizador con su eje vertical por lo que muy poca luz polarizada horizontalmente se trasmite al ojo.

Una segunda aplicación de interés son los cristales líquidos que se usan para la construcción de pantallas de visualización (LCD: *pantallas de cristal líquido*) aplicadas a relojes digitales, teléfonos celulares, pantallas de portátiles, algunos televisores y otros sistemas electrónicos. Los cristales líquidos son un híbrido entre sólido y líquido y entre ellos hay una variedad llamada nemático torcido, cuyas moléculas tienen una tendencia natural a adoptar una estructura espiral cuando el material se coloca entre sustratos de vidrio finamente rasurados con orientaciones perpendiculares. La espiral molecular hace que el sistema se comporte como un polarizador de ondas ya que una luz no polarizada que incide sobre el sustrato de entrada sigue la orientación de la espiral y emerge con una polarización paralela a la dirección de la ranura.

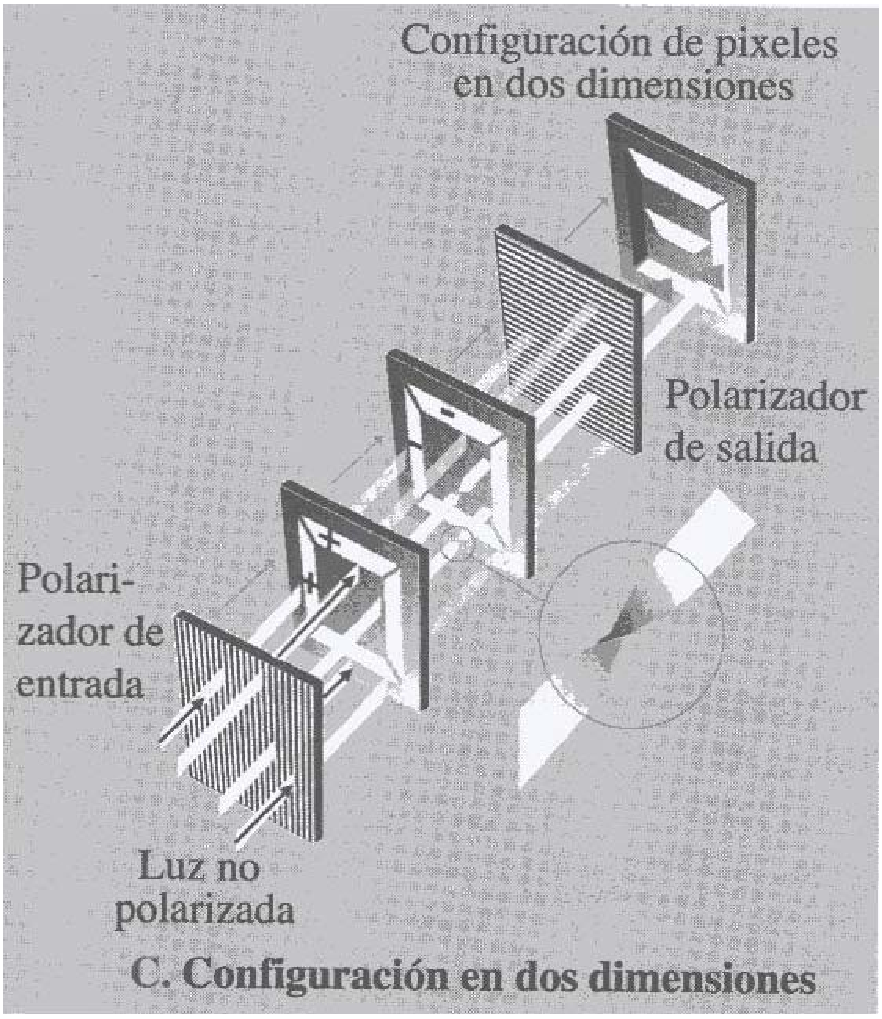


A. Estructura de LCD

Otra propiedad relevante de estos materiales es que la estructura espiral se puede desenrollar (y hacer que las moléculas se orienten en una misma dirección) bajo la influencia de un campo eléctrico. Debido a esta propiedad se puede controlar que un píxel de una pantalla se vea oscuro o luminoso y actuando sobre un conjunto de píxeles podamos visualizar una imagen (el voltaje de control para cada píxel se consigue utilizando transistores de película delgada). En pantallas de color cada píxel tiene 3 subpixeles con filtros de color complementarios (rojo, verde y azul).



B2. Estado OFF



2.- Polarización circular.

Se produce cuando los módulos de las componentes son iguales y la diferencia de fase es $\delta = \pm\pi/2$; si $\delta = \pi/2$ se dice que la polarización es dextrógira o a derechas y si $\delta = -\pi/2$ se dice que la polarización es levógira o a izquierdas.

Tanto para la polarización dextrógira como para la levógira se tiene que el módulo del campo eléctrico es constante

$E(0,t) = \left(a^2\cos^2(\omega t) + a^2\cos^2(\omega t \pm \pi/2)\right)^{1/2} = \left(a^2\left(\cos^2(\omega t) + \text{sen}^2(\omega t)\right)\right)^{1/2} = a$, así que el extremo describe una circunferencia.

Para la *polarización dextrógira* la orientación, en el plano z = 0, viene dada por

$\Theta(0,t) = \arctan\left(\dfrac{a\cos(\omega t + \pi/2)}{a\cos(\omega t)}\right) = \arctan\left(-\dfrac{\text{sen}(\omega t)}{\cos(\omega t)}\right) = -\omega t$, lo que nos dice que el ángulo disminuye con el tiempo o lo que es equivalente el vector campo eléctrico gira en el sentido de las agujas de un reloj.

Para la *polarización levógira* la orientación, en el plano z = 0, viene dada por

$\Theta(0,t) = \arctan\left(\dfrac{a\cos(\omega t - \pi/2)}{a\cos(\omega t)}\right) = \arctan\left(\dfrac{\text{sen}(\omega t)}{\cos(\omega t)}\right) = \omega t$, lo que nos dice que el ángulo aumenta con el tiempo o lo que es equivalente el vector campo eléctrico gira en el sentido contrario de las agujas de un reloj.

3.- Polarización elíptica.

Es el caso más general y se da cuando $0 \neq a_x \neq a_y \neq 0$ y $\delta \neq 0$. En estos casos el extremo del vector campo eléctrico describe una elipse en el plano perpendicular a la dirección de propagación, cuya forma y el sentido de recorrido dependen de los valores a_x, a_y y δ. En estas elipses se definen las direcciones ξ (dirección del eje mayor de la elipse de valor a_ξ) y η (dirección del eje menor de la elipse de valor a_η), junto con los ángulos γ (llamado *ángulo de rotación* que es el ángulo entre la dirección del eje mayor con el eje de las X para el caso que nos ocupa, propagación según Z y que es positivo si cos $\delta > 0$ y negativo en caso contrario) y χ (llamado *ángulo de elipticidad* y que verifica $\tan\chi = \pm a_\eta / a_\xi$ correspondiendo el signo positivo cuando la polarización es dextrógira y el negativo cuando es levógira, siendo los valores positivos si sen $\delta > 0$ y negativos en caso contrario). Los valores de dichos ángulos se determinan mediante las expresiones siguientes:

$$\tan(2\gamma) = \tan(2\Theta_0)\cos\delta \;/\; -\frac{\pi}{2} \leq \gamma \leq \frac{\pi}{2} \text{ siendo } \tan(\Theta_0) = \frac{a_y}{a_x} \;/\; 0 \leq \Theta_0 \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{sen}(2\chi) = \operatorname{sen}(2\Theta_0)\operatorname{sen}\delta \;/\; -\frac{\pi}{4} \leq \chi \leq \frac{\pi}{4} \text{ siendo } \tan(\Theta_0) = \frac{a_y}{a_x} \;/\; 0 \leq \Theta_0 \leq \frac{\pi}{2}$$

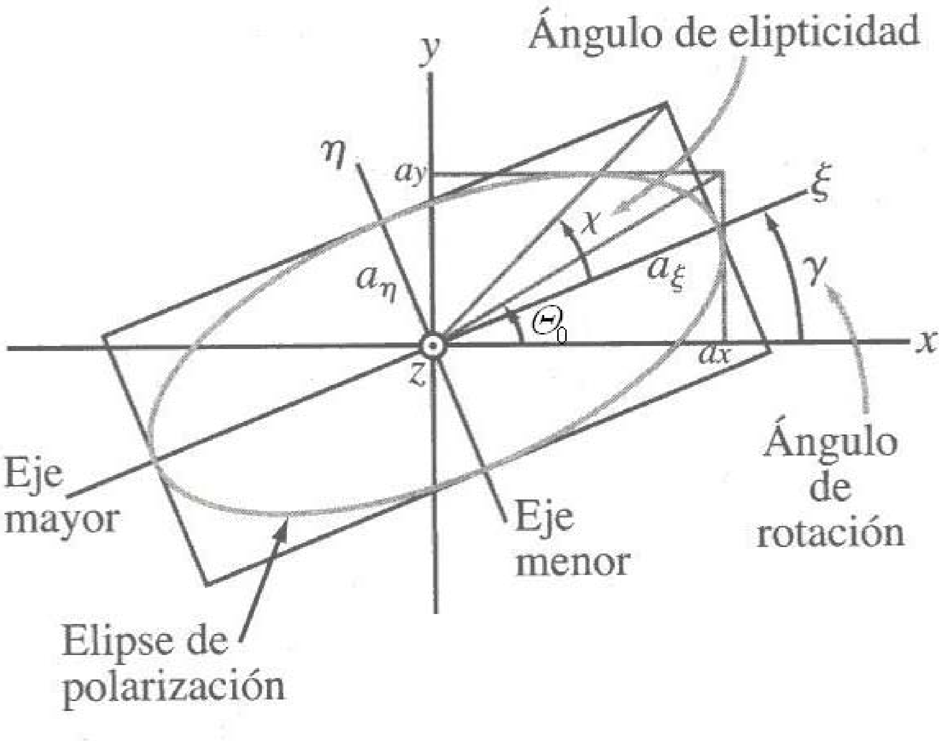


Figura 7-11: Elipse de polarización en el plano *x-y* con la onda que viaja en la dirección *z* (hacia fuera de la página).

En el caso de OEM con frecuencias de radio, se pueden crear las polarizaciones circulares o elípticas mediante dos antenas orientadas en ángulo recto, alimentadas por el mismo trasmisor pero intercalada en una de ellas una red de fase que introduzca la diferencia de fase apropiada. En el caso de la luz, se introduce un desplazamiento de fase por medio de un material que presenta una propiedad llamada *birrefringencia* (esto quiere decir que las ondas viajan a su través con diferentes velocidades dependiendo de su estado de polarización; el ejemplo más común es la calcita que para la luz cuya longitud de onda en el vacío es λ = 589 nm presenta un índice de refracción de 1,658 para una cierta polarización y 1,486 para la dirección perpendicular a la anterior). Así si dos ondas tienen direcciones de polarización perpendiculares según las direcciones de birrefringencia y entran en fase en el material, a la salida, en general, no estarán en fase, o lo que es lo mismo si una luz está linealmente polarizada y se propaga según la dirección perpendicular al plano de birrefringencia, su campo eléctrico se descompone en las direcciones de birrefringencia y en consecuencia a la salida las dos componentes no estarán en fase Si las amplitudes de las ondas son iguales y el material tiene el espesor justo para introducir una diferencia de fase de un cuarto de ciclo, entonces el cristal convierte la luz linealmente polarizada en luz circularmente polarizada. Un cristal de este tipo recibe el nombre de *placa de cuarto de onda*.

Ejercicio

Determine el estado de polarización de una onda plana cuyo campo eléctrico es

$$\vec{E}(z,t) = 3\cos\left(\omega t - k\,z + 30^0\right)\vec{u}_x - 4\,\mathrm{sen}\left(\omega t - k\,z + 45^0\right)\vec{u}_y$$

Solución

Vamos a escribir la onda en la forma de cosenos en las componentes de modo que las amplitudes de ambas sean positivas. El campo se puede reescribir como

$$\vec{E}(z,t) = 3\cos\left(\omega t - k\,z + 30^0\right)\vec{u}_x - 4\,\mathrm{sen}\left(\omega t - k\,z + 45^0\right)\vec{u}_y =$$

$$= 3\cos\left(\omega t - k\,z + 30^0\right)\vec{u}_x - 4\cos\left(\omega t - k\,z + 45^0 - 90^0\right)\vec{u}_y =$$

$$= 3\cos\left(\omega t - k\,z + 30^0\right)\vec{u}_x + 4\cos\left(\omega t - k\,z + 45^0 - 90^0 + 180^0\right)\vec{u}_y =$$

$$= 3\cos\left(\omega t - k\,z + 30^0\right)\vec{u}_x + 4\cos\left(\omega t - k\,z + 135^0\right)\vec{u}_y$$

De lo anterior se deduce $a_x = 3$; $a_y = 4$; $\delta = 135^0 - 30^0 = 105^0$ y por tanto

$$\Theta_0 = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) = 53{,}1^0 \;;$$

$$\tan(2\gamma) = \tan\left(2\cdot 53{,}1^0\right)\cos\left(105^0\right) = 0{,}89 \;\Rightarrow\; 2\gamma = \begin{cases} 20{,}8^0 \\ -138{,}4^0 \end{cases} \;\Rightarrow\; \gamma = -69{,}2^0 \;(\cos\delta < 0)$$

$$\mathrm{sen}(2\chi) = \mathrm{sen}\left(2\cdot 53{,}1^0\right)\mathrm{sen}\left(105^0\right) = 0{,}93 \;\Rightarrow\; 2\chi = \begin{cases} 68{,}0^0 \\ 112{,}0^0 \end{cases} \;\Rightarrow\; \chi = 34{,}0^0 \;(\mathrm{sen}\,\delta > 0)$$

Resumiendo se trata de una polarización elíptica dextrógira.

Fuentes principales del documento:

Física Universitaria. 11ª edición. Volumen 2. Sears, Zemansky, Young, Freedman. Pearson 2004

Fundamentos de aplicaciones en electromagnetismo. 5ª edición. F. Ulaby. Pearson 2007