



Technische Universität München
TUM School of Engineering and Design

Hochdynamische Miniaturantriebe mit hoher Positionsgenauigkeit

Julia Maria Höllthaler

Vollständiger Abdruck der von der TUM School of Engineering and Design der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades einer

Doktorin der Ingenieurwissenschaften

genehmigten Dissertation.

Vorsitz: Prof. Dr. Berna Özkale Edelman

Prüfer der Dissertation:

1. Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Ralph Kennel
2. Prof. Dr.-Ing. Rainer Hagl, TH Rosenheim

Die Dissertation wurde am 21.09.2021 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die TUM School of Engineering and Design am 16.06.2022 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit ist im Rahmen einer Forschungskooperation zwischen Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Ralph Kennel der Technischen Universität München und Prof. Dr.-Ing. Rainer Hagl der Technischen Hochschule Rosenheim entstanden.

Mein Dank gilt besonders meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Ralph Kennel für die herzliche Aufnahme an seinem Lehrstuhl der Elektrischen Antriebssysteme und Leistungselektronik sowie für die Betreuung dieser Arbeit.

Besonders möchte ich mich außerdem bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Rainer Hagl bedanken. Er ist nicht nur Zweitprüfer dieser Arbeit, sondern unterstützte mich bereits seit meinem Masterstudium. Vor allem in den letzten viereinhalb Jahren als Forschungsingenieurin trug das geschaffene Arbeitsumfeld, die vielen Diskussionen mit ihm und seine Anregungen maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit bei.

Weiterhin möchte ich mich bei meinen ehemaligen Arbeitskollegen an der Technischen Hochschule Rosenheim bedanken. Dabei gilt mein besonderer Dank Herrn Christian Pfuff, der durch die Entwicklung des mechanischen Testaufbaus zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat, sowie Herrn Markus Märkl für die ausgezeichnete Zusammenarbeit und vielfältige Unterstützung vor allem bei der Entwicklung der Elektronik.

Abschließend bedanke ich mich bei meiner Familie und meinen Freunden für die langjährige Unterstützung und vor allem für die hin und wieder notwendige Abwechslung und Ablenkung. Besonders bei meinem Freund möchte ich mich dafür bedanken, dass er in allen Phasen zu mir gehalten hat und mich bis zum Schluss unterstützt, motiviert und immer zum Lachen gebracht hat.

Julia Maria Höllthaler
Trostberg, September 2021

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit werden die Grenzen eines Servoantriebs an Hand eines Miniaturantriebs bezüglich hoher Dynamik bei gleichzeitig hoher Positionsgenauigkeit untersucht. Dabei wird nicht nur ein einzelner Teilbereich, sondern das Gesamtsystem betrachtet und optimiert. Es wird ein vollständig zeitdiskretes Modell eines mechanisch steifen Antriebs erarbeitet und damit die maximal mögliche Bandbreite der Regelkreise in Abhängigkeit von der Abtastzeit und der Verarbeitungstotzeit bestimmt. Außerdem werden Einflussfaktoren wie Positionsauswertung, Digitalisierung der Rückführgrößen und digitale Pulsweitenmodulation untersucht. Basierend auf den theoretischen Untersuchungen wird ein Miniaturantrieb mit einer hochofrequenten Leistungselektronik aufgebaut, mit dem die hohe Dynamik der Regelung und eine Positionsstabilität im Subnanometer Bereich nachgewiesen werden kann.

Abstract

In this work, the limitations of a servo drive concerning high dynamics with coincident high position accuracy are examined by means of a miniature drive. Without limiting the scope, the entire system is considered and optimized. A complete discrete-time model of a mechanically stiff drive is developed and the maximum possible bandwidth of the control loops is determined as a function of sampling time and processing dead time. In addition, influencing parameters such as position evaluation, digitization of the feedback variables and digital pulse width modulation are examined. Based on theoretical investigations, a miniature drive with power electronics intended for high switching frequencies is developed in order to realize and verify high dynamics in control and position stability in sub-nanometer range.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Stand der Technik.....	2
1.2	Anforderungen und Ziele der Arbeit.....	3
1.3	Gliederung.....	4
2	Servoantrieb.....	5
2.1	Positionsmessgeräte	6
2.1.1	Messgerät Regelgröße.....	6
2.1.2	Vergleichsmessgerät	8
2.2	Motor	9
2.3	Mechanisches Teilsystem.....	14
2.4	Elektronik	20
2.4.1	Motion Controller.....	20
2.4.2	Leistungselektronik	21
3	Positionsmessung und Analyse	23
3.1	Positionsberechnung.....	24
3.1.1	Auswerteelektronik.....	25
3.1.2	Grundlagen zur Unterteilung.....	26
3.1.3	CORDIC Algorithmus.....	30
3.1.4	Genauigkeit des Positionsmesswerts	31
3.2	Analyse der Positionsgenauigkeit	37
3.2.1	Begriffsdefinitionen	38
3.2.2	Analyse im Zeitbereich	40
3.2.3	Spektralanalyse	42
3.2.3.1	Definition	43
3.2.3.2	Beispiel	45
3.2.4	Rauschen	47
4	Digitale Pulsweitenmodulation.....	50
4.1	Auswirkung der Diskretisierung der PWM	52
4.1.1	Stromquantisierung.....	52
4.1.2	Auswirkung der Stromquantisierung auf die Position	53
4.2	Stromschwankung durch die PWM.....	60
4.3	Abtastzeitpunkte bei der PWM.....	65
4.3.1	Einfache oder doppelte Abtastung der PWM Periode.....	66

4.3.2	Überabtastung.....	67
4.4	Verzögerungszeiten	68
5	Digitalisierung der Messsignale	71
5.1	ADC Grundlagen	71
5.2	Bewertungskriterien von ADCs.....	73
5.3	Digitalisierung mit SAR ADCs.....	74
5.4	Digitalisierung mit Delta-Sigma ADCs.....	75
5.4.1	Modulator.....	75
5.4.2	Dezimierungsfiler	78
5.5	Vergleich der beiden ADCs	82
5.5.1	Strom	82
5.5.2	Position	84
5.5.3	Ergebnis des Vergleichs	89
5.6	Verifikation der benötigten ADC Bitbreite für das Positionssignal	90
5.6.1	Positionsmessgerät Regelgröße	90
5.6.2	Vergleichsmessgerät.....	92
6	Regelung	94
6.1	Bewertungskriterien von Regelkreisen	95
6.1.1	Dynamik.....	96
6.1.1.1	Analyse im Frequenzbereich	96
6.1.1.2	Analyse im Zeitbereich	97
6.1.2	Störgrößenunterdrückung.....	98
6.2	Regelkreisstruktur	99
6.3	Zeitdiskrete Beschreibung der Regelkreise	101
6.3.1	Reglerauslegung	102
6.3.2	Zustandsraumdarstellung.....	103
6.3.2.1	Regelstrecke	103
6.3.2.2	Generalisierte Zustandsraumbeschreibung des Regelungssystems ..	105
6.4	Vergleich von zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Auslegung	106
6.4.1	Stromregelkreis	106
6.4.2	Geschwindigkeitsregelkreis	108
6.4.3	Positionsregelkreis.....	109
6.5	Erreichbare Dynamik	111
6.5.1	Maximale Amplitudendurchtrittsfrequenzen.....	111
6.5.2	Analyse im Bode-Diagramm	113
6.5.3	Voraussetzungen zum Erreichen der Dynamiken.....	117

7	Verifikation am Teststand	119
7.1	Aufbau des Teststands	119
7.2	Ergebnisse der Verifikation	121
7.2.1	Verhalten im Frequenzbereich.....	122
7.2.1.1	Führungsverhalten, offener Kreis und Ausgangssensitivität.....	122
7.2.1.2	Lastverhalten	127
7.2.2	Positionsstabilität	130
7.2.3	Positionssprünge	140
7.2.4	Lastverhalten im Zeitbereich.....	143
8	Abschlussbetrachtung	145
A	Anhang	147
A.1	Bestimmung des Effektivwerts	147
A.2	Zeitdiskreter Vergleich zweier Kaskadenstrukturen	149
A.3	Zustandsraumdarstellung der zeitdiskreten Regelstrecke	151
A.4	Zustandsraumdarstellung des zeitdiskreten Gesamtmodells.....	153
	Abkürzungsverzeichnis	157
	Symbolverzeichnis	159
	Literaturverzeichnis	170

1 Einleitung

Die Einsatzgebiete von Servoantrieben sind vielfältig. Sie reichen von Werkzeugmaschinen über Roboter bis hin zu Fertigungs- und Messmaschinen in der Elektronik- und Halbleiterindustrie. In all diesen Gebieten wird eine immer höhere Dynamik bei gleichzeitig hoher Positionsgenauigkeit gefordert. Über die Dynamik der Antriebssysteme einer Maschine wird die Mengenleistung, also der Durchsatz pro Zeit, maßgeblich beeinflusst. Mit einer höheren Positionsgenauigkeit kann genauer positioniert werden. Dies ermöglicht zum Beispiel eine Verkleinerung der Gehäuse von Schaltkreisen und damit eine weitere Miniaturisierung elektronischer Baugruppen und der Produkte, die diese beinhalten, da Kontaktflächen und Abstände zwischen den Kontakten reduzierbar sind. Im Bereich der Halbleiterfertigung ist insbesondere eine kontinuierliche Verringerung der dynamischen Positionsabweichung eine wesentliche Voraussetzung, um immer feinere Strukturen mit hoher Mengenleistung kostenminimiert in Serie fertigen zu können. In dieser Applikation liegen die Anforderungen heute bereits im Subnanometer Bereich.

Je nach Fertigungs- und Messaufgabe wird ein Servoantrieb strom-, geschwindigkeits- oder positionsgeregelt betrieben, wobei auftretende Störungen zum Beispiel durch Reibung oder Prozesskräfte möglichst schnell ausgeregelt werden müssen. In der Halbleiterindustrie gibt es zwei unterschiedliche Aufgaben bei der Positionsregelung. Die hauptsächliche Bewegungsaufgabe sind Punkt-zu-Punkt Bewegungen, bei denen vor allem die Wiederholbarkeit sowie die Positionsstabilität des angefahrenen Punktes entscheidend ist. Die zweite Aufgabe sind Bewegungen mit konstanter Geschwindigkeit ohne zwischenzeitlichen Stillstand, bei der die Geschwindigkeitsstabilität und die dynamische Positionsabweichung entscheidend ist. Bei beiden Aufgaben werden meist Strom und Position gemessen und die Geschwindigkeit aus der gemessenen Position ermittelt.

In den letzten Jahren gab es viele Entwicklungen, um gleichzeitig die Positionsgenauigkeit und die Dynamik eines Servoantriebs zu steigern. Ausschlaggebend für die erreichbare Positionsgenauigkeit ist das Positionsmessgerät, die Auswertung der Messsignale sowie die Auflösung der Analog-Digital Konverter (ADC). Weiterentwickelte Messgeräte, neuartige oder verbesserte ADCs und eine zusätzliche Überabtastung sollen zu besseren Ergebnissen führen. Für eine Dynamikerhöhung ist die Schaltfrequenz der Leistungselektronik entscheidend. Hierfür sollen neue Halbleitermaterialien für Wide-Bandgap Halbleiter mit geringeren Schaltverlusten und höheren Schaltfrequenzen eingesetzt werden. Ebenso müssen die im Gesamtsystem auftretenden Verarbeitungstotzeiten durch eine hohe Rechenleistung der Hardware so gering wie möglich gehalten werden. Einen weiteren wesentlichen Einfluss haben die mechanischen Eigenschaften der Antriebskomponenten, wie Motor, mechanische Übertragungselemente, Führung und Positionsmessgeräte. Es muss zwischen mechanisch elastischen und mechanisch steifen Antrieben unterschieden werden. Während ein mechanisch steifer Antrieb so hohe mechanische Eigenfrequenzen besitzt, dass diese durch die Regelung nicht angeregt werden können, bildet ein mechanisch elastischer Antrieb ein schwingungsfähiges und schwerer regelbares System [1].

Wenn bei einem Servoantrieb gleichzeitig Dynamik und Positionsgenauigkeit erhöht wird, beeinflussen sich viele Parameter gegenseitig. Wenn nur ein Parameter verändert wird, kann sich dies negativ auf andere Eigenschaften auswirken. So kann zum Beispiel eine Dynamikerhöhung zu einer geringeren Positionsgenauigkeit führen. Die gemeinsame Steigerung von Dynamik und Positionsgenauigkeit lässt sich somit nur durch die Weiterentwicklung des Servoantriebs als Gesamtsystem erreichen.

1.1 Stand der Technik

Für Servoantriebe wird in industriellen Anwendungen größtenteils eine kaskadierte Regelungsstruktur aus Positions-, Drehzahl- und Stromregelung (Dreikaskadenregler) oder Positions- und Stromregelung (Zweikaskadenregler) verwendet. Zur Motoransteuerung werden meist Leistungshalbleiter mit Schaltfrequenzen zwischen 4 kHz und 16 kHz eingesetzt. Die Regelungs- und Steuerungsalgorithmen in Motion Controllern von Servoantrieben sind hauptsächlich in Software implementiert. Um diese Servoantriebe bezüglich Dynamik und Positionsgenauigkeit zu verbessern, gibt es verschiedene Ansätze zu den einzelnen Komponenten.

Ein Ansatz ist, die Regelungsalgorithmen zu verbessern ohne dabei eine andere Komponente des Servoantriebs zu verändern. Für die erreichbare Bandbreite eines mechanisch steifen Antriebs ist vor allem der unterlagerte Stromregelkreis entscheidend. Zur Verbesserung der dynamischen Laststeifigkeit gibt es Möglichkeiten mit einer zusätzlichen Beschleunigungsregelung [2]. Ein weiterer Ansatz zur Erhöhung der Dynamik im Stromregelkreis besteht darin, die Verarbeitungstotzeiten beispielsweise durch einen Smith Prädiktor oder Überabtastung zu verringern [3, 4]. Die Schaltfrequenzen betragen dabei 4 kHz bis 16 kHz. In [5] wird die dynamische Positionsgenauigkeit durch eine parameteradaptive hochdynamische Regelung gesteigert. Es gibt noch viele weitere Möglichkeiten mit komplexen Regelungsalgorithmen, welche beispielsweise in [6] aufgeführt sind. Allen gemeinsam ist das Ziel, mit unterschiedlichen Änderungen der Algorithmen die Dynamik bei zumindest gleichbleibender Positionsgenauigkeit zu verbessern.

Ein weiterer wichtiger Einflussfaktor auf Dynamik und Positionsgenauigkeit besteht in der Digitalisierung der Rückführgrößen Position und Strom für die Regelung. Für hochdynamische Anwendungen werden aktuell neben Sukzessive Approximation Register (SAR) ADCs Delta-Sigma ADCs verwendet. Ein Vorteil ist, dass Delta-Sigma ADCs prinzipbedingt eine Überabtastung integriert haben. Sie können für beide Rückführgrößen verwendet werden. In [7] und [8] sind beispielsweise Implementierungen für die Digitalisierung des Stromsignals vorgestellt, in denen mit dieser ADC Architektur eine hohe Dynamik erreicht wird. Weitere Beispiele sind in [9, 10, 11] aufgeführt. In [12] werden die Vorteile der Delta-Sigma Technologie für das rückgeführte Positionssignal betrachtet. Bei all diesen Entwicklungen wird das Potential der Delta-Sigma ADCs untersucht, ohne dabei andere Einflussfaktoren, wie die Schaltfrequenzen der Leistungshalbleiter, zu verändern.

Eine weitere entscheidende Komponente zur Dynamikerhöhung ist der Motion Controller. Durch die Implementierung der Regelalgorithmen auf einem Field Programmable Gate Array (FPGA) kann die Rechendauer zur Abarbeitung der Regelungsalgorithmen verkürzt werden. Weiterhin sind komplexere Algorithmen möglich, die in Software zu viel Zeit in Anspruch nehmen würden. Auch Überabtastungen der Rückführgrößen für höhere Genauigkeiten sind möglich. [8, 11] zeigen beispielsweise die Vorteile einer FPGA basierten Implementierung für hochdynamische Systeme.

Das Positionsmessgerät hat einen wesentlichen Einfluss auf die Positionsgenauigkeit, die im System erreicht werden kann. Durch die Abweichung der Messsignale von idealen Signalen entstehen Positionsmessfehler, die sich mehr oder weniger stark auf die Regelungseigenschaften auswirken [13, 14]. Außerdem ist entscheidend, wie der Positionsmesswert aus den beiden sinusförmigen Messsignalen des Positionsmessgeräts berechnet wird. Für diese Arkustangensberechnung existieren verschiedene Methoden, welche sich in Rechendauer und Genauigkeit unterscheiden. Beispiele hierfür sind in [15, 16] aufgeführt.

Die Ansteuerung von Servoantrieben erfolgt meist mit abschaltbaren Stromrichtern, wie Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistoren (MOSFETs) oder Bipolartransistoren mit isolierter Gate-Elektrode (IGBTs) aus Silizium [17]. Neuartige Halbleitermaterialien wie Galliumnitrid (GaN) oder Siliziumkarbid (SiC) ermöglichen bei hohen Spannungen geringere Schaltverluste und höhere Schaltfrequenzen, wodurch die Schaltfrequenzen auf 100 kHz und mehr erhöht werden können. Beispielhafte

Forschungsergebnisse, wie mit diesen Leitungsschaltern die Dynamik des Stromregelkreises erhöht werden, sind in [18] oder [19] aufgeführt.

Ein weiterer wichtiger Punkt besteht in der Auswirkung der Dynamikerhöhung auf den Servomotor. Die höheren Bandbreiten können dazu führen, dass mechanische Eigenfrequenzen angeregt werden, was zur Folge hat, dass zwar die Bandbreite des Stromregelkreises erhöht wird, nicht jedoch die des Positionsregelkreises, wie es in [18] der Fall ist. Eine Möglichkeit zur Verbesserung ist der Einsatz von Notch-Filtern mit genau der mechanischen Resonanzfrequenz. Dadurch kann diese Frequenz nicht mehr angeregt werden, was beispielhaft in [20] beschrieben ist. Das Problem von zusätzlichen Filtern ist allerdings eine gleichzeitige Verringerung der Dynamik. Die Grenzen bezüglich Dynamikerhöhung auf Grund von mechanischen Eigenfrequenzen sind in [21] dargestellt. Ziel ist es, das mechanische Teilsystem so auszulegen, dass die relevanten Eigenfrequenzen in einem so hohen Frequenzbereich liegen, in dem sie durch die Regelung nicht mehr angeregt werden. Der Antrieb kann dadurch nach [1, 21] als mechanisch steifer Antrieb betrachtet werden. Häufig ist diese Zielsetzung praktisch nicht umsetzbar.

1.2 Anforderungen und Ziele der Arbeit

In der vorliegenden Arbeit wird untersucht, wie positionsgeregelte Miniaturantriebe durch gesamtheitliche Betrachtung der wichtigsten Komponenten gleichzeitig in Dynamik und Positionsgenauigkeit verbessert werden können und wo im Gesamtsystem die Grenzen auftreten. Hierzu sollen alle Komponenten einzeln mit der jeweiligen Auswirkung auf das Gesamtsystem betrachtet werden. Die grundlegenden Zusammenhänge werden dabei ohne Begrenzung der regelungstechnischen Eigenschaften eines mechanisch elastischen Antriebs betrachtet, weshalb für die Verifikation ein Miniaturantrieb eingesetzt wird. Im Bereich der Regelung werden keine neuartigen Algorithmen entwickelt. Ziel ist es, durch eine vollständig zeitdiskrete Betrachtung des Regelkreises das Potential eines klassischen Regelungsansatzes zu verstehen und auszuschöpfen. In der Literatur wird meist eine kontinuierliche Auslegung bzw. nur Teilsysteme zeitdiskret betrachtet. Dies führt nie zu einer exakten Darstellung des realen Verhaltens. Ein weiterer Aspekt der Arbeit besteht in einem Vergleich zwischen SAR ADCs und Delta-Sigma ADCs in Hinblick auf Dynamik und Positionsgenauigkeit. Die Auswirkung der Schaltfrequenz der Leistungshalbleiter zur Ansteuerung des Servoantriebs wird im Zusammenhang mit den Bitbreiten von Strom- und Positionssignal untersucht. Ein Vergleich zwischen einer aktuell in der Industrie üblichen Abtastfrequenz mit einer um einen Faktor 10 höheren Frequenz soll die erarbeiteten Theorien verifizieren. Die Regelalgorithmen werden für die Verifikation vollständig auf einem FPGA implementiert. Ein weiteres wichtiges Augenmerk liegt in der maximal erreichbaren Positionsgenauigkeit, wobei vor allem die Auswertemethoden und die Auswirkung der Digitalisierung auf die Positionsberechnung untersucht werden.

Die Verifikation wird mit einem Teststand durchgeführt, welcher auf Grund hoher mechanischer Eigenfrequenzen als mechanisch steif betrachtet werden kann. Es soll ein Vergleich zwischen aktuell üblichen Schaltfrequenzen im Bereich von 10 kHz mit deutlich höheren Frequenzen von 100 kHz und mehr stattfinden. Dabei werden vor allem folgende Punkte untersucht:

- Verifikation des vollständig zeitdiskreten Regelkreismodells für alle Regelkreise (Strom, Geschwindigkeit und Position)
- Auswirkung auf das Führungsverhalten (Dynamik und Positionsgenauigkeit)
- Auswirkung auf das Störverhalten (Dynamik und Positionsgenauigkeit)
- Vergleich von unterschiedlichen ADC Architekturen
- Erreichbare Positionsstabilität in Abhängigkeit der Schaltfrequenz

1.3 Gliederung

In Kapitel 2 „Servoantrieb“ werden zunächst die wesentlichen Komponenten eines Servoantriebs erläutert. Basierend auf der Anforderung einer hochdynamischen und gleichzeitig hochgenauen Regelung werden die entscheidenden Eigenschaften in Bezug auf Positionsmessgeräte, Motor, mechanischer Aufbau, Motion Controller und Leistungselektronik herausgearbeitet. Zusätzlich wird der Miniaturantrieb vorgestellt, der für die spätere Verifikation verwendet wird.

Das Kapitel 3 „Positionsmessung und Analyse“ befasst sich zunächst mit der Positionsberechnung aus den Messsignalen des Positionsmessgeräts. Dabei wird der COordinate Rotation Digital Computer (CORDIC) Algorithmus als gängige Methode vorgestellt. Außerdem werden die Positionsfehler berechnet, die sich auf Grund der Diskretisierung ergeben und damit die maximale Positionsgenauigkeit in Bezug auf Diskretisierung und Annäherung mit dem CORDIC Algorithmus bestimmt. In einem zweiten Unterkapitel wird auf die Positionsanalyse eingegangen. Zunächst wird eine Begriffsdefinition bezüglich Messung der Positionsgenauigkeit und anschließend verschiedene Analyseverfahren in Zeit- und Frequenzbereich vorgestellt. Dies soll aufzeigen, wie die Positionsgenauigkeit im Detail charakterisiert werden kann. Zusätzlich dazu wird das für diese Arbeit relevante Positionsrauschen erläutert.

In Kapitel 4 „Digitale Pulsweitenmodulation“ ist die Erzeugung der Steuersignale für die Leistungsschalter mit Hilfe des Pulsweitenmodulationsverfahrens (PWM) beschrieben. Dabei werden die Auswirkungen der digitalen PWM auf die Strom- und die Positionsquantisierung in Abhängigkeit von Abtastrate und Taktrate der Hardware untersucht. So kann die notwendige Auflösung des Stromsignals ermittelt werden, mit welcher der Einfluss auf die Position minimal wird. Außerdem werden die Abtastzeitpunkte und Verzögerungszeiten bzw. Verarbeitungstotzeiten bei einer PWM aufgezeigt.

Ein entscheidender Punkt für eine hohe Dynamik mit gleichzeitig hoher Positionsgenauigkeit besteht in der Wahl eines geeigneten ADCs. In Kapitel 5 „Digitalisierung“ werden die beiden Architekturen SAR ADC und Delta-Sigma ADC miteinander verglichen, wobei der Einfluss der Bitbreite in Abhängigkeit von Abtast- und Taktrate theoretisch hergeleitet wird. Ziel dieses Kapitels ist es, die Grenzen der ADCs aufzuzeigen und den für die jeweilige Applikation bzw. den jeweiligen Servoantrieb bestmöglichen ADC auszuwählen. Messungen mit unterschiedlichen ADC Einstellungen sollen die Theorien für diesen Miniaturantrieb verifizieren.

In Kapitel 6 „Regelung“ wird ein vollständig zeitdiskretes, analytisches Zustandsraummodell für einen mechanisch steifen Antrieb vorgestellt. Mit diesem Modell ist es erstmalig möglich, alle Kaskaden des Regelkreises im Gesamtsystem vollständig zeitdiskret und im Vergleich zu einer numerischen Diskretisierung mit geringster Rechenleistung zu analysieren. Ein Vergleich zwischen zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Betrachtung soll aufzeigen, wie groß die Abweichung zu einem ganz oder teilweise zeitkontinuierlichen Ansatz sind. Außerdem wird auf Basis dieses Modells die maximal erreichbare Dynamik in Abhängigkeit von Verarbeitungstotzeit und Abtastzeit dargestellt, wobei auf das Führungs- und das Störverhalten eingegangen wird.

In Kapitel 7 „Verifikation am Teststand“ werden die vorgestellten Theorien mit Hilfe des in Kapitel 2 dargestellten Miniaturantriebs an Hand von Messungen verifiziert. Zur Bestätigung der Modelle wird das Führungs- und Lastverhalten sowie die Ausgangssensitivität ermittelt und mit den verschiedenen vorgestellten Analysemethoden verifiziert. Die Messergebnisse zeigen, inwieweit hochdynamische Regelungen mit Positionsstabilitäten im Subnanometer Bereich möglich sind.

Abschließend werden in Kapitel 8 „Abschlussbetrachtung“ die Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst und ein kurzer Ausblick auf mögliche weiterführende Arbeiten gegeben.

2 Servoantrieb

Servoantriebe werden häufig eingesetzt, wenn hohe Dynamiken im Führungs- und Störverhalten bei gleichzeitig hoher Positionsgenauigkeit gefordert sind. Die Einsatzgebiete sind sehr vielseitig - in Werkzeugmaschinen, in der Produktion, in der Elektronik- und Halbleiterindustrie oder bei verschiedenen Automatisierungsaufgaben mit Robotern. Ein Servoantrieb besteht aus einem Servomotor (Motor und Positionsmessgerät), dem Servoregler bzw. Motion Controller, der Leistungselektronik und dem mechanischen Teilsystem. Abbildung 2.1 zeigt das Blockschaltbild eines Servoantriebs.

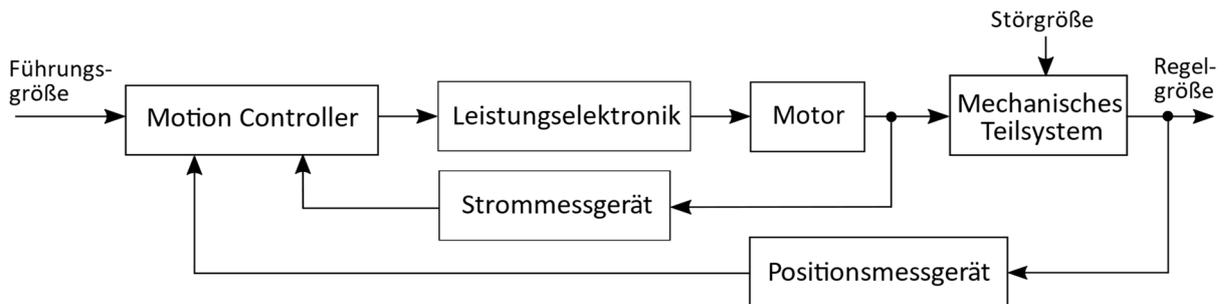


Abbildung 2.1 Blockschaltbild des Servoantriebs

Folgende Komponenten eines Servoantriebs werden in dieser Arbeit betrachtet:

- **Motor**
In einem Servoantrieb kommen verschiedene Motoren, wie Gleichstrommotoren oder Drehstrommotoren zum Einsatz. In dieser Arbeit soll ein Tauchspulenmotor verwendet werden, der die für das Forschungsvorhaben gewünschten Eigenschaften bezüglich der Dynamik liefert.
- **Leistungselektronik**
Die verwendete Leistungselektronik ist entscheidend für die erreichbare Dynamik. Aufgabe ist es, mit Leistungsschaltern den Motor möglichst schnell und präzise zu bewegen. Dabei gibt es je nach Motor und verwendeter Hardwarelösung verschiedene Halbleiter, die in Servoantrieben eingesetzt werden. Zur Betrachtung der neuesten Technologie werden in dieser Arbeit GaN High Electron Mobility Transistoren (GaN-HEMTs) eingesetzt.
- **Mechanisches Teilsystem**
Das mechanische Teilsystem eines Servoantriebs ist abhängig vom Einsatzgebiet und von der Bewegungsaufgabe. Der mechanische Teststand muss für die Zielsetzung dieser Arbeit so ausgelegt sein, dass die mechanischen Eigenfrequenzen die Regeldynamik bei den vorgegebenen PWM Frequenzen nicht beeinflussen.
- **Motion Controller (Regelungs- und Steuerungseinheit)**
Der Motion Controller wird für die Regelung und Steuerung der Bewegung benötigt. Der Regelalgorithmus kann je nach Dynamikanforderung entweder softwarebasiert auf einem Prozessor oder hardwarebasiert auf einem FPGA implementiert werden. Ein System on Chip (SoC) stellt eine Mischform dar, welche FPGA und Prozessor beinhaltet. Da in dieser Arbeit die maximal mögliche Dynamik untersucht werden soll, wird der hardwarebasierte Ansatz mit einer vollständigen Implementierung des Algorithmus auf den FPGA eines SoCs gewählt. Der Prozessor des SoCs wird nur zur Parameterübertragung genutzt.
- **Positionsmessgerät**
Durch die Verwendung eines Positionsmessgeräts, aus dessen Messsignalen die Rückführgröße für den Regler bestimmt wird, kann im Vergleich zur sensorlosen Regelung eine deutlich höhere Positionsgenauigkeit gewährleistet werden. Je besser das Messgerät ist,

desto genauer kann der Servoantrieb auf die Regelgröße geregelt werden. Das Messgerät wird im Folgenden als „Messgerät Regelgröße“ bezeichnet. In dieser Arbeit wird zusätzlich ein Vergleichsmessgerät benötigt, das zur Genauigkeitsverifikation die Position am Tool Center Point (TCP) misst.

- **Strommessgerät**

In dieser Arbeit wird das Stromsignal, das als Rückführgröße für den Regler benötigt wird, mit Hilfe eines Shunt-Widerstands ermittelt. Dies wird im Folgenden nicht näher betrachtet.

Weitere allgemeine Informationen zu Servoantrieben und deren Einsatzgebiete befinden sich in [1, 22]. In den folgenden Unterkapiteln werden die einzelnen Komponenten des Servoantriebs näher betrachtet.

2.1 Positionsmessgeräte

Es gibt verschiedene Arten von Messgeräten zur Positionsbestimmung, welche entweder eine mechanische Maßverkörperung besitzen oder die Lichtwellenlänge als Maßverkörperung verwenden. Bei mechanischen Maßverkörperungen existieren unterschiedliche Messprinzipien für verschiedene Einsatzbereiche und Anforderungen [1, 23]:

- **Positionsmessgeräte mit optoelektronischer Abtastung**

Dieses Messprinzip ist in Servoantrieben am weitesten verbreitet. Auf Grund der vergleichsweise kleinen Signalperioden von $0,128\ \mu\text{m}$ bis $200\ \mu\text{m}$ können Positionsfehler innerhalb einer Signalperiode von $\pm 1\ \mu\text{m}$ bis $\pm 0,001\ \mu\text{m}$ erreicht werden.

- **Magnetische Positionsmessgeräte**

Mit Signalperioden von $200\ \mu\text{m}$ bis $2\ \text{mm}$ ergibt sich ein Positionsfehler innerhalb einer Signalperiode von $\pm 10\ \mu\text{m}$ bis $\pm 1\ \mu\text{m}$.

- **Induktive Positionsmessgeräte**

Diese Messgeräte haben einen Positionsfehler innerhalb einer Signalperiode von $\pm 100\ \mu\text{m}$ bis $\pm 10\ \mu\text{m}$ auf Grund der vergleichsweise größeren Signalperioden von $20\ \text{mm}$ bis $2\ \text{mm}$.

Die Laser-Interferometrie beschreibt ein Messprinzip, bei dem die Wellenlänge des Laserstrahls als Maßverkörperung genutzt wird. Die berührungslose Positionsmessung mit sehr hoher Genauigkeit, insbesondere im Vakuum, wird sehr häufig als Kalibrierungs- oder Vergleichsmesssystem im Bereich von Produktions- und Messmaschinen eingesetzt. Die Wellenlänge kann dabei nach [24] Werte zwischen $0,1\ \mu\text{m}$ und $1\ \text{mm}$ annehmen. Mit einem Laser-Interferometer können Positionsänderungen bis in den Pikometer Bereich detektiert werden [25].

Weitere Informationen zu verschiedenen Positionsmessverfahren und eine ausführlichere Beschreibung zu den Prinzipien befinden sich in [1, 26, 27, 28].

2.1.1 Messgerät Regelgröße

Das optoelektronische Messprinzip ist für die Regelung von Servoantrieben am bedeutendsten. Auf Grund der vergleichsweise feinen Gitterstrukturen können hohe Anforderungen an die Positionsgenauigkeit insbesondere innerhalb einer Signalperiode erfüllt werden. Deshalb wird in dieser Arbeit ein solches Positionsmessgerät eingesetzt. Grundsätzlich wird dabei zwischen zwei Verfahren unterschieden:

- Abbildendes Messverfahren
 - Durchlichtverfahren
 - Reflexionsverfahren (Auflichtverfahren)
- Interferentielles Messverfahren

Beim abbildenden Messverfahren entsteht durch die Bewegung zweier aufeinander liegender feiner Teilungen gleicher Periode relativ zueinander eine Lichtmodulation, aus der die Position ermittelt werden kann. Prinzipiell besteht das Messgerät aus einer Lichtquelle, einem Kondensator, der das Licht bündelt, einer Abtastplatte mit der ersten Teilung, dem Maßstab mit der zweiten Teilung und den optoelektronischen Bauelementen. Wenn das gebündelte Licht durch die beiden Teilungen fällt, entstehen abwechselnd Hell- und Dunkelfelder. Dahinter befinden sich die optoelektronischen Bauelemente, die die ankommende Lichtintensität in elektrische Signale umwandeln. Beim Durchlichtverfahren wird ein lichtdurchlässiger Teilungsträger aus Glas oder Glaskeramik verwendet, beim Reflexionsverfahren dagegen ein lichtundurchlässiger Teilungsträger aus Stahl oder Glaskeramik. Messgeräte nach dem abbildenden Messverfahren verwenden Teilungsperioden von typischerweise $10\ \mu\text{m}$ bis $200\ \mu\text{m}$ [1, 26, 27].

Interferentielle Positionsmessgeräte besitzen Teilungsperioden von $8\ \mu\text{m}$ und kleiner. Dabei wird die Beugung und Interferenz von Licht ausgenutzt, das an fein geteilten Gittern entsteht. Abbildung 2.2 zeigt den Aufbau und das Prinzip. Da die Abtastsignale weitestgehend oberwellenfrem sind, können sie hoch unterteilt werden. Interferentielle Positionsmessgeräte werden vor allem bei hohen Anforderungen an Auflösung und Positionsgenauigkeit eingesetzt, weshalb in dieser Arbeit ein solches Positionsmessgerät verwendet wird. Das ausgewählte Messgerät besitzt eine Signalperiode von $4\ \mu\text{m}$. Der Positionsfehler innerhalb einer Signalperiode beträgt laut Datenblatt $\pm 4\ \text{nm}$ und das Positionsruschen wird mit $0,4\ \text{nm RMS}$ bei einer -3dB Grenzfrequenz von $1\ \text{MHz}$ angegeben [27].

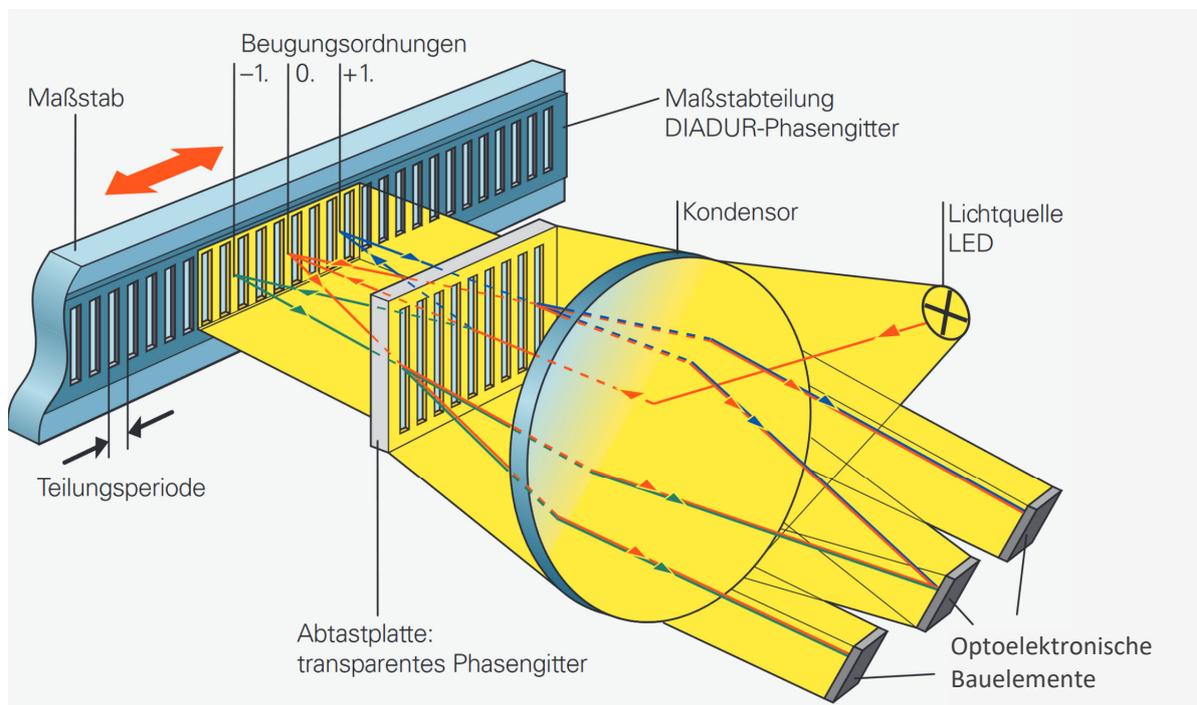


Abbildung 2.2 Optoelektronische Abtastung nach dem interferentiellen Messverfahren [27]

2.1.2 Vergleichsmessgerät

Eine wichtige Voraussetzung für das Vergleichsmessgerät besteht in einer deutlich höheren Positionsgenauigkeit als die des Messgeräts Regelgröße. Bei vielen Mess- und Prüfverfahren werden Laser-Doppler-Vibrometer (LDV) eingesetzt, da diese aktuell die höchste Positions- und Geschwindigkeitsauflösung liefern. Nach [25] werden damit Amplitudenauflösungen bis in den Femtometer-Bereich ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$) ermöglicht. Die Laserwellenlänge beträgt dabei $\lambda_{\text{Laser}} = 1550 \text{ nm}$ mit einer Signalperiode von $x_{\text{SP}}^{\text{Laser}} = 775 \text{ nm}$. Zur Auswertung der Messsignale wird keine Software des Herstellers verwendet, sondern die beiden sinusförmigen Signale werden für einen synchronen Vergleich nach demselben Verfahren wie beim Positionsmessgerät Regelgröße ausgewertet. Durch die Unterteilung der sinusförmigen Signale können Positionsaufösungen im Pikometerbereich erreicht werden [29].

Grundsätzlich kann der Abstand zwischen Vergleichsmessgerät und Messobjekt sehr groß sein. Ein entscheidender Punkt für die erreichbare Messgenauigkeit ist die exakte Laserwellenlänge λ , die vom Brechungsindex n_B der Luft abhängig ist:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n_B} \quad (2.1)$$

λ_0 entspricht dabei der Laserwellenlänge im Vakuum. Der Brechungsindex n_B ist abhängig von der Dichte der Luft und dadurch vor allem von den Parametern Druck, Temperatur, relative Feuchte und CO_2 -Gehalt. Zur Ermittlung des Brechungsindex gibt es die Edlén-Formel [30] oder einige daraus verbesserte Formeln und Verfahren [26, 31]. Im Vakuum beträgt der dimensionslose Brechungsindex genau 1, in Luft unter Normbedingungen nach [24] ca. 1,00029. Eine Temperaturänderung von $0,01^\circ\text{C}$ führt nach [31] zu einer Änderung des Brechungsindex von $\Delta n_B = 10^{-8}$. Mit Gleichung (2.1) folgt für den in dieser Arbeit verwendeten Laser eine Änderung der Wellenlänge von $\Delta \lambda_{\text{Laser}} = 1,55 \cdot 10^{-5} \text{ nm}$. Bei einem Abstand von 50 mm zwischen Laser und Messobjekt ergibt sich damit eine Abweichung in der gemessenen Position von:

$$\Delta x_{\text{Laser}} = \frac{\lambda_{\text{Laser}}}{2} \left(\frac{2 \cdot 50 \text{ mm}}{\lambda_{\text{Laser}}} - \frac{2 \cdot 50 \text{ mm}}{\lambda_{\text{Laser}} + \Delta \lambda_{\text{Laser}}} \right) \quad (2.2)$$

$$\Delta x_{\text{Laser}} = 50 \text{ mm} \left(1 - \frac{1550}{1550 + 1,55 \cdot 10^{-5}} \right) = 0,5 \text{ nm} \quad (2.3)$$

Somit führt eine Temperaturänderung von $0,01^\circ\text{C}$ bei einem Messabstand von 50 mm bereits zu einer Messabweichung von 0,5 nm.

Für die Genauigkeitsbestimmung des positionsgeregelten Antriebs muss unter anderem eine Position in Regelung gehalten und dabei die Positionsänderung am TCP mit dem Vergleichsmessgerät gemessen werden (Positionsstabilität). Da Fertigungs- und Messaufgaben, an denen die Position exakt gehalten werden müssen, nur einige hundert Millisekunden bis wenige Sekunden dauern, genügt für die Vergleichsmessung eine sehr kurze Messzeit von wenigen Sekunden. Entscheidend dabei sind vor allem die beiden Einflussparameter Temperatur und Druck. Wichtig ist ein möglichst kurzer Messweg und vor allem möglichst konstante Bedingungen. Ein Laser-Doppler-Vibrometer ist bei entsprechenden Umgebungsbedingungen mit sehr kurzem Messweg als Vergleichsmessgerät zur sehr genauen Positionsbestimmung für diese Arbeit geeignet.

2.2 Motor

Tauchspulenmotoren werden häufig eingesetzt, wenn eine hohe Dynamik und gleichzeitig eine hohe Präzision bei kleinen Verfahrwegen sowie geringen zu bewegenden Massen und Lastkräften gefordert sind. Typische Anwendungsbeispiele sind sehr kleine Montageaufgaben feinwerktechnischer Produkte. Auch die sehr schnellen und präzisen Bewegungen des TCPs bei Bondaufgaben werden teilweise von Tauchspulenmotoren übernommen. Die Motoren funktionieren nach dem Prinzip, dass bei einem stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld eine Kraft entsteht. Diese Lorentzkraft ist abhängig von Leiterlänge, Strom und magnetischer Flussdichte und steht immer senkrecht zur Magnetfeld- und Stromrichtung [1]. Abbildung 2.3 zeigt ein Schnittbild mit dem prinzipiellen Aufbau eines rotationssymmetrischen Tauchspulenmotors, welcher in dieser Arbeit verwendet wird. Der Motor besteht aus einem Stator (hellgrau) mit integriertem Permanentmagneten (grün) und einem beweglichen Teil (Spulenträger, dunkelgrau), auf dem eine Spule gewickelt ist (orange). Je nachdem, in welche Richtung die Spule bestromt wird, entsteht nach dem Lorentz-Prinzip eine Kraft F nach oben oder unten.

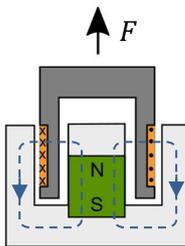


Abbildung 2.3 Schnittbild und Wirkungsweise eines Tauchspulenmotors

Durch die Änderung des Stroms an der Spule wird eine Spannung induziert. Der lineare Zusammenhang zwischen Strom und induzierter Spannung wird durch die Induktivität L_M des Motors beschrieben. Außerdem besitzt die Spule einen ohmschen Widerstand R_M . Der Strom wird über eine Spannungsänderung zeitverzögert aufgebaut, wobei die Dynamik von der elektrischen Zeitkonstante T_{El} des Motors abhängig ist. Je geringer die elektrische Zeitkonstante ist, desto schneller kann der Strom aufgebaut werden. Vereinfacht betrachtet besteht das elektrische Ersatzschaltbild eines Tauchspulenmotors aus der Induktivität L_M und dem in Serie geschaltetem Widerstand R_M . Als Übertragungsfunktion G_M ergibt sich ein Verzögerungsglied 1. Ordnung (PT₁-Element), für das gilt:

$$G_M(s) = \frac{1}{R_M} \frac{1}{\frac{L_M}{R_M} s + 1} = \frac{1}{R_M} \frac{1}{T_{El} s + 1} \quad (2.4)$$

Bei der Auswahl des Motors sind für die Dynamik die Werte des Widerstands R_M und der Induktivität L_M von zentraler Bedeutung. Der Wert des Widerstands R_M ist entscheidend für den Proportionalanteil des Stromreglers und somit der maximal möglichen Spannungsüberhöhung [32]. Die Induktivität L_M trägt maßgeblich zu Stromschwankungen bei, denn mit $U = L \, dI/dt$ folgt [33]:

$$\Delta I = \frac{U_i}{L_M} \Delta t \quad (2.5)$$

Je geringer die Schaltzeiten bei gleichbleibender induzierter Gegenspannung U_i und Induktivität L_M sind, desto kleiner wird die Stromschwankung. Allerdings ist bei standardmäßigen Spulen der Wert der Induktivität frequenzabhängig. Dies hat zur Folge, dass trotz geringerer Schaltzeiten die Stromschwankungen größer werden können.

Die elektrische Zeitkonstante eines Motors T_{El} ist für die Dynamik des Stromregelkreises entscheidend und muss auf die Abtastzeit T_s abgestimmt sein. Für hochdynamische Regelungen mit einer Abtastzeit von beispielsweise $T_s = 10 \mu s$, welche ungefähr zehnmal geringer ist, als aktuell in der Industrie

üblich, muss die elektrische Zeitkonstante des Motors um diesen Faktor geringer sein. Solche Motoren sind aktuell am Markt kaum verfügbar. Zusätzlich besitzen die verfügbaren Motoren meist frequenzabhängige Eigenschaften.

Aus regelungstechnischer Sicht mit linearem Reglermodell ist es vorteilhaft, dass die beiden Werte R_M und L_M im regelungstechnisch relevanten Frequenzbereich frequenzunabhängig sind. Je größer das Verhältnis zwischen auftretender Frequenz im Strom zum Drahtdurchmesser der Spule ist, desto größer sind neben standardmäßigen DC-Verlusten sogenannte Wirbelstromverluste [34]. Der Name kommt daher, dass sich das Magnetfeld lokal verändert und dadurch eine inhomogene Verteilung entsteht [35]. Die Effekte für die Entstehung dieser Wirbelströme beruhen auf dem Skin-Effekt (Randschichteffekt) und dem Proximity-Effekt (Nahwirkungseffekt), welche im Folgenden genauer erläutert werden.

Skin-Effekt

Durch den Strom in einem Leiter werden bei Wechselspannung innerhalb und außerhalb konzentrische Magnetfelder erzeugt, wodurch elektrische Felder im Leiter induziert werden, die zu Wirbelströmen führen. Dies führt zu einer Verringerung der Stromdichte in der Mitte des Leiters und einer Erhöhung am Rand. Je höher die auftretende Frequenz ist, desto geringer wird die Eindringtiefe δ_E des Stroms. δ_E ist definiert als der Abstand vom Leiterrand bis zu dem Punkt, an dem die Stromdichte auf einen Wert von $1/e$ verringert ist. Dadurch steigt der Widerstand mit höheren Frequenzen an, was zur Folge hat, dass bei einer ungeeigneten Spulenauslegung die elektrischen Verluste und die Erwärmung der Spule bei höheren PWM Frequenzen deutlich höher sind [34, 36].

Solange die Eindringtiefe δ_E kleiner als ein Drittel des verwendeten Leiterdurchmessers ist, folgt nach [34]:

$$\delta_E = \frac{1}{\sqrt{\pi \mu_0 \sigma_E f}} \quad (2.6)$$

Dabei beschreibt μ_0 die magnetische Feldkonstante, σ_E die Leitfähigkeit des Leitermaterials und f die auftretende Frequenz. Abbildung 2.4 stellt diesen Zusammenhang für einen Leiter aus Kupfer grafisch dar. Bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz beträgt die Eindringtiefe ungefähr $\delta_E = 0,66$ mm. Durch eine Erhöhung der PWM Frequenz auf $f_{PWM} = 100$ kHz sinkt diese auf $\delta_E = 0,21$ mm, was verdeutlicht, dass der Strom mit zunehmender Frequenz immer näher am äußeren Rand verläuft.

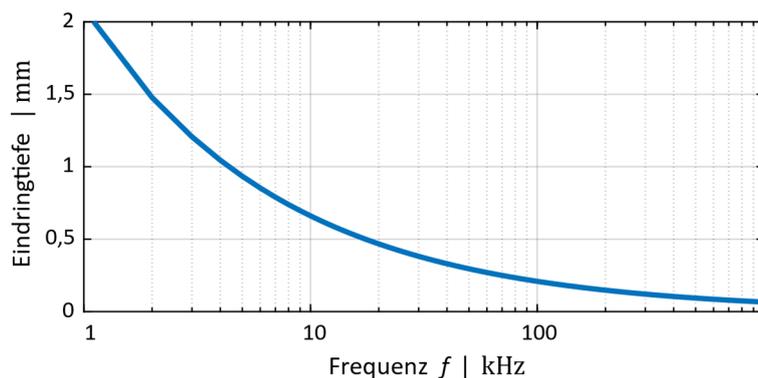


Abbildung 2.4 Eindringtiefe in Abhängigkeit der Frequenz

Abbildung 2.5 verdeutlicht den Effekt visuell für einen Leiter mit einem Radius von $r = 2$ mm, der mit einem Strom von 1 A mit verschiedenen Frequenzen durchflossen wird. Dabei ist die Stromdichte von dunkelblau nach rot zunehmend. Bei einer Frequenz von $f = 50$ Hz ist die Stromverteilung konstant über den kompletten Querschnitt. Je höher die Frequenz wird, desto höher wird die Stromdichte am Rand.

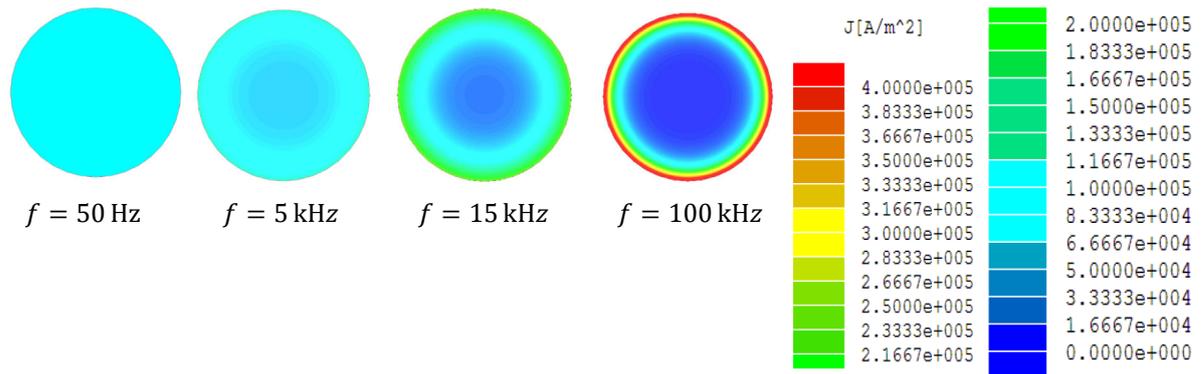


Abbildung 2.5 Stromverteilung in einem Leiter mit Radius $r = 2$ mm für unterschiedliche Frequenzen [34]

Proximity-Effekt

Der Proximity-Effekt beschreibt die Auswirkung des entstehenden Magnetwechselfelds außerhalb des Leiters. Wenn sich im Feld ein weiterer Leiter befindet, wird darin ein elektrisches Feld induziert, was Wirbelströme verursacht. Sie fließen dabei kreisförmig und verändern den effektiven Strom nicht, allerdings führt dies mit zunehmender Frequenz zu einer Erhöhung der ohmschen Verluste. Wichtige Einflussfaktoren sind neben der magnetischen Leitfähigkeit des Leiters und der Frequenz vor allem der Abstand der Leiter zueinander [34, 35]. Abbildung 2.6 veranschaulicht das Prinzip, bei dem das Magnetfeld des ersten Leiters in einem zweiten Leiter konzentrische Wirbelströme verursacht, welche zu einer verstärkten Stromdichte führen.

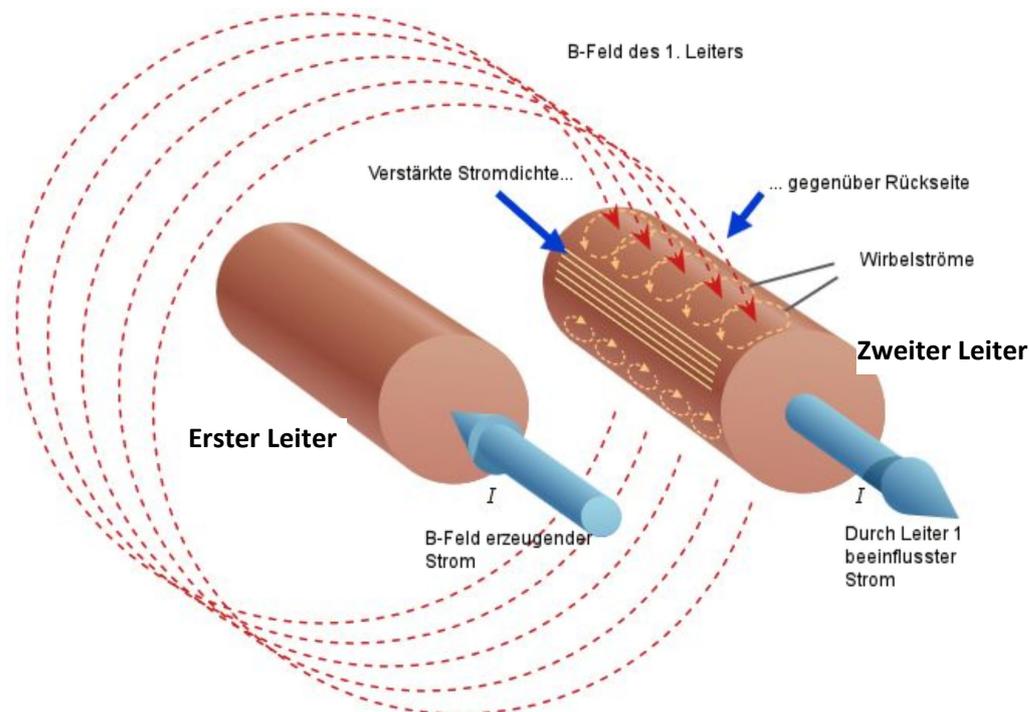


Abbildung 2.6 Veranschaulichung des Proximity-Effektes [36]

Abbildung 2.7 verdeutlicht den Effekt für einen Leiter mit einem Radius von $r = 2$ mm, der in einem Magnetfeld eines anderen Leiters mit einem Strom von 1 A mit unterschiedlichen Frequenzen durchflossen wird. Der Abstand der beiden Leiter beträgt in der Simulation 5 mm und die Stromdichte ist dabei von dunkelblau nach rot zunehmend. Bei einer Frequenz von $f = 50$ Hz ist die Stromverteilung konstant über den kompletten Querschnitt, aber je höher die Frequenz wird, desto höher wird der Einfluss des anderen Leiters und somit der Proximity-Effekt.

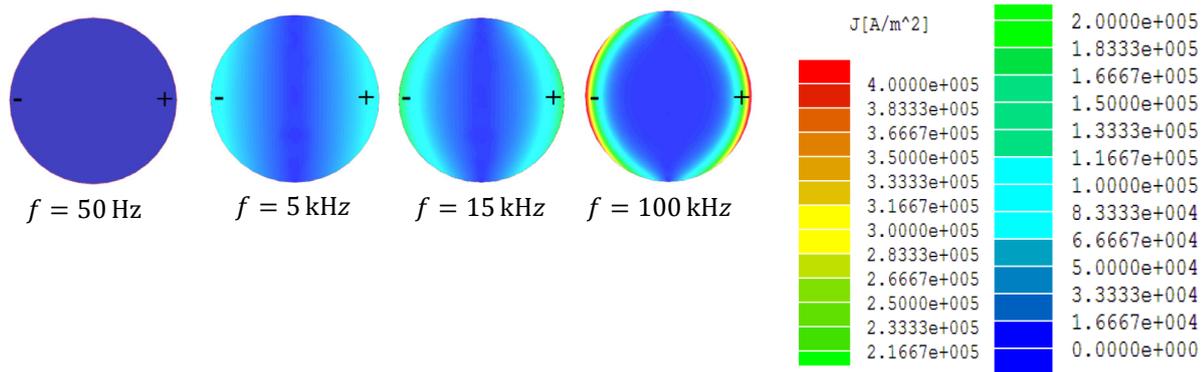


Abbildung 2.7 Stromverteilung in einem Leiter mit Radius $r = 2$ mm, der sich in einem magnetischen Wechselfeld mit unterschiedlichen Frequenzen befindet [34]

Entscheidend bei der Auslegung eines Tauchspulenmotors für einen hochdynamischen Servoantrieb mit möglichst geringer Frequenzabhängigkeit ist somit vor allem der Drahtdurchmesser der verwendeten Spule. Dieser muss so gewählt werden, dass der Einfluss der beiden Effekte möglichst gering ist. Der Skin-Effekt ist abhängig von der Eindringtiefe. Durch einen größeren Durchmesser wird der DC-Widerstand viel geringer, was zur Folge hat, dass mit steigendem Leiterdurchmesser der Einfluss des Skin-Effekts kleiner wird. Beim Proximity-Effekt ist es genau anders herum. Durch einen steigenden Leiterdurchmesser wird dieser Effekt größer, da die größere Fläche zu größeren induzierten Strömen führt. Somit ergibt sich insgesamt gesehen ein auf die Frequenz abgestimmter idealer Durchmesser [34].

In [36] ist beispielsweise für einen Frequenzbereich von $100 \text{ kHz} < f < 200 \text{ kHz}$ ein Durchmesser eines Einzeldrahtes von $0,063 \text{ mm} < d < 0,079 \text{ mm}$ angegeben. Die geringen Durchmesser führen zu hohen DC-Widerständen, welche durch die Verwendung eines Leiters, der aus einzelnen verdrehten Litzen besteht, verhindert werden kann. Diese Art von Leiter kann man sich als eine Vielzahl an parallelen Wicklungen vorstellen und wird Hochfrequenz-Litze (HF-Litze) genannt. Durch die Verwendung solcher HF-Litzen sind Skin-Effekt und Proximity-Effekt gering [34, 35].

Zusätzlich ist die elektrische Leitfähigkeit des Spulenträger Materials entscheidend. Je größer die Leitfähigkeit des Materials ist, desto größer ist die frequenzabhängige Auswirkung auf Induktivität und Widerstand. Abbildung 2.8 zeigt die Messergebnisse verschiedener einzelner Spulen ohne den zusätzlichen Stator mit dem Magneten aus Abbildung 2.3. Dabei werden unterschiedliche Spulenmaterialien mit Leitern aus nur einem Draht mit einer Spule mit HF-Litze verglichen. Oben sind Induktivität (durchgezogene Linien) und Widerstand (gestrichelte Linien) und unten die elektrische Zeitkonstante dargestellt. Alle drei Größen werden dabei auf den Wert bei einer Frequenz von $f = 20 \text{ Hz}$ bezogen. Aluminium besitzt die höchste elektrische Leitfähigkeit mit $\sigma_E = 37 \text{ MS/m}$. Edelstahl hat einen Wert von ungefähr $\sigma_E = 1,4 \text{ MS/m}$, während Keramik ein Isolator ist [37]. Somit sinkt die in der Abbildung oben dargestellte Induktivität bei Aluminium über der Frequenz am schnellsten. Bei Edelstahl beginnt der Abfall der Induktivität ungefähr eine Dekade später und bei Keramik als nichtleitender Werkstoff ist die Induktivität über den dargestellten Frequenzbereich annähernd konstant. Auf Grund des Skin- und Proximity-Effekts steigen die Widerstände bei allen drei Materialien mit einfachen Spulendrähten aus einer Litze über der Frequenz extrem an. Nur bei der Keramikspule mit HF-Litze bleibt der Widerstand frequenzunabhängig. In der Darstellung der elektrischen Zeitkonstante zeigt dementsprechend nur die Kombination aus Keramik und HF-Litze ein relativ konstantes Verhalten im regelungstechnisch relevanten Frequenzbereich, weshalb diese Kombination für den für diese Arbeit eigens entwickelten Tauchspulenmotor festgelegt wird.

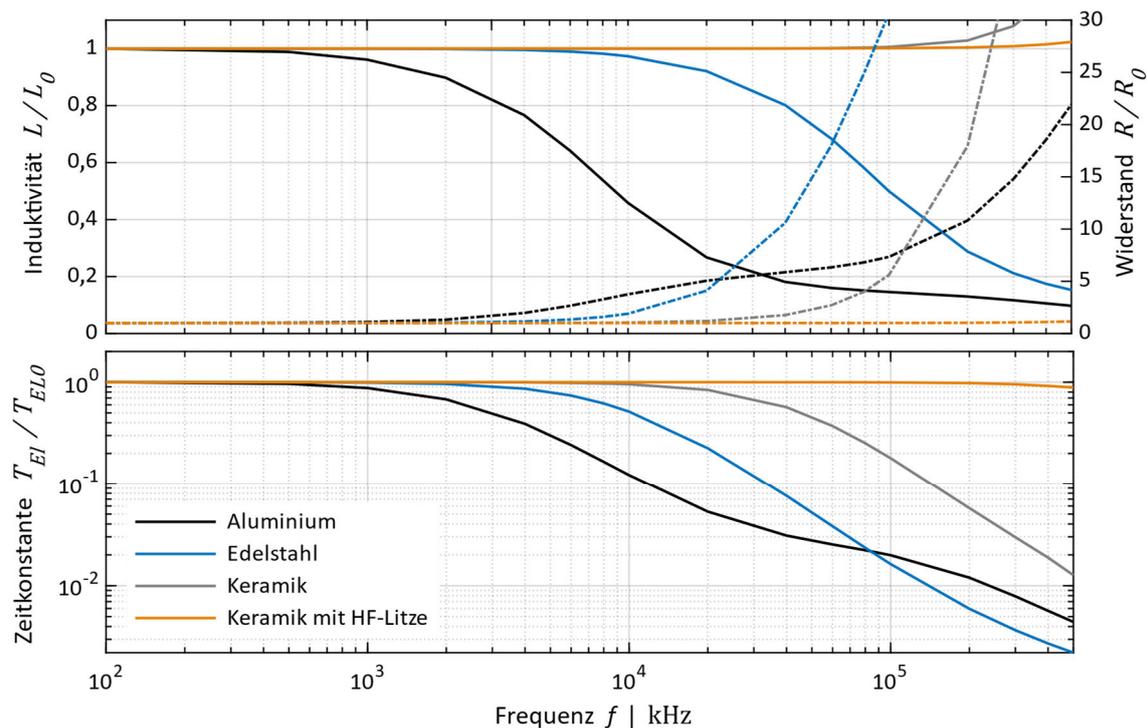


Abbildung 2.8 Messergebnisse verschiedener Spulen mit einer Bezugsfrequenz für R_0 , L_0 und T_{EL0} von $f = 20$ Hz

Die wichtigsten Daten des entwickelten Motors sind in Tabelle 2.1 dargestellt. Abbildung 2.9 zeigt links das Ergebnis einer FEM (Finite Elemente Method) Simulation des ausgelegten Motors mit FEMM (FEM Magnetics). Dabei sind die zugehörigen Feldlinien und das homogene Magnetfeld im Bereich der Spule, das für eine gleichmäßige Krafterzeugung mit möglichst geringen Querkräften notwendig ist, dargestellt. Auf Grund des rotationssymmetrischen Motors reicht hierfür eine 2D Simulation des halben Motors aus. Rechts ist ein Bild des gefertigten Motors mit HF-Litze dargestellt.

Tabelle 2.1 Daten Tauchspulenmotor

Bemessungsspannung	$U_M = 24$ V
Induktivität	$L_M = 220$ μ H
Widerstand	$R_M = 4,5$ Ω
Elektrische Zeitkonstante	$T_{El} = 48,9$ μ s
Kraftkonstante	$c_F = 0,62$ N/A

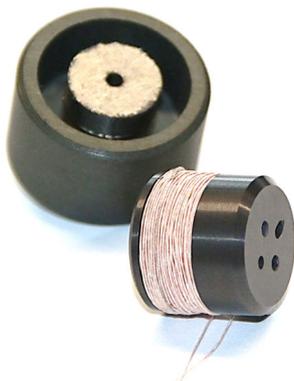
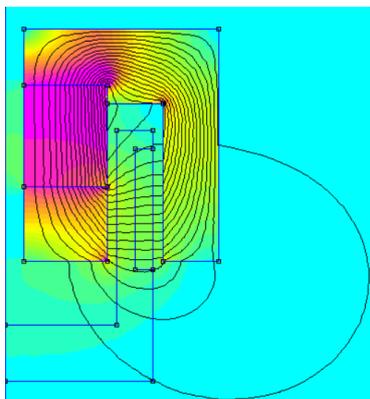


Abbildung 2.9 Simulation (links) und Foto (rechts) des entwickelten Tauchspulenmotors

2.3 Mechanisches Teilsystem

Um die hohe Dynamik nicht nur im Stromregelkreis, sondern auch im Geschwindigkeits- und Positionsregelkreis zu erreichen, ist vor allem das verwendete mechanische Teilsystem entscheidend [18, 21]. Eine Erhöhung der Dynamik im Positionsregelkreis wird durch eine Erhöhung des Proportionalanteils des Positionsreglers K_p erreicht. Nach [1] hängt die Proportionalverstärkung des Positionsreglers K_p bei der einfachsten Modellierung als Ein-Masse Schwinger, bei der die Dynamik des Geschwindigkeitsregelkreises vernachlässigt wird, nur von der Kennkreisfrequenz ω_{0M} und dem Dämpfungsgrad D_M der mechanischen Übertragungselemente ab. Abbildung 2.10 zeigt diesen Zusammenhang für einen überschwingfreien Positioniervorgang. Der Dämpfungsgrad von Servoantrieben befindet sich nach [1] in der Regel im linearen Bereich der normierten Proportionalverstärkung von $0 \leq D_M \leq 0,2$ und für diesen Bereich gilt:

$$\frac{K_p}{\omega_{0M}} = \frac{K_p}{2\pi f_{0M}} \sim D_M \quad (2.7)$$

Aus Gleichung (2.7) geht hervor, dass der Proportionalanteil des Positionsreglers K_p durch Erhöhung der mechanischen Eigenfrequenz f_{0M} oder des Dämpfungsgrads D_M erhöht werden kann. Dies ist je nach verwendetem mechanischen Aufbau häufig nicht erreichbar, so dass zwar eine Dynamikerhöhung im Stromregelkreis möglich ist, im Positionsregelkreis aber nicht [18].

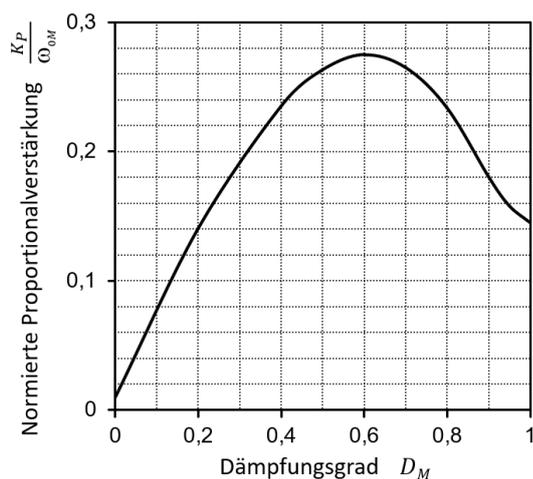


Abbildung 2.10 Zusammenhang zwischen Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrad der mechanischen Übertragungselemente und der maximal zulässigen Proportionalverstärkung für einen überschwingfreien Positioniervorgang [1]

Ziel der Arbeit ist es, dass die relevanten Eigenfrequenzen der Mechanik in einem so hohen Frequenzbereich auftreten, dass diese die Regelungsdynamik bei der angestrebten PWM Frequenz nicht limitieren und somit höhere Dynamiken im Stromregelkreis und entsprechend im Positionsregelkreis umsetzbar sind. Dadurch kann nach [1] eine „quasi-steife“ Mechanik erreicht und durch einen Doppelintegrator modelliert werden, was in Abbildung 2.11 dargestellt ist. Reibeffekte werden dabei zunächst vernachlässigt.

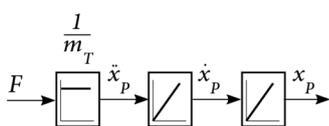


Abbildung 2.11 Modell einer „quasi-steifen“ Mechanik

Um diese „quasi-steife“ Mechanik zu erreichen, müssen bei der Auslegung vor allem Steifigkeit und Dämpfung des Systems genauer betrachtet werden. Die Steifigkeit beschreibt den Widerstand gegen eine elastische Verformung und soll so groß wie möglich sein. Sie hängt von der Geometrie und den

verwendeten Werkstoffen ab. Durch höhere Steifigkeiten bei gleichbleibender Masse können die Eigenfrequenzen erhöht werden. Auf Grund der Dämpfung im System wird Energie in Form von Wärme aus dem schwingenden System abgeführt, wodurch die Amplitude einer Schwingung mit der Zeit kleiner wird. Die Dämpfung im System ist abhängig von Fügestellen und von den verwendeten Materialien. Je größer der Dämpfungsgrad des Systems ist, desto höher kann die Proportionalverstärkung des Positionsreglers eingestellt werden, ohne dass ein Überschwingen auftritt. Allerdings entsteht dadurch mehr Wärme im System.

Abbildung 2.12 zeigt ein Konstruktionsbild des in dieser Arbeit verwendeten mechanischen Teststands. Der Aufbau ist auf Grund der gewünscht hohen Steifigkeit kompakt und, um niedrige Eigenfrequenzen nicht anzuregen, symmetrisch aufgebaut. Der bewegte Teil besteht im Wesentlichen aus Schlitten, einem Maßstab zur Positionsmessung, Führungen und zwei Spulenträger für die Tauchspulenmotoren. Da eine Verifikation des Lastverhaltens durchgeführt wird, beinhaltet der Aufbau einen zweiten Tauchspulenmotor, der als Lastmotor fungiert. Die Führungen sollen unter anderem eine hohe Genauigkeit, hohe Steifigkeit, einen geringen Verschleiß, eine einfache Handhabung und ein gutes Reibungsverhalten besitzen [38]. Heutzutage werden hauptsächlich Wälzführungen oder hydrostatische Gleitführungen verwendet [39]. Da der Aufbau von hydrostatischen Führungen auf Grund der geringen Größe und eines notwendigen Schmierstoffkreislaufs mit externer Pumpe viel komplexer ist, werden in dieser Arbeit Wälzführungen verwendet. Nach [38] sollen bei hohen Genauigkeitsanforderungen Rollen als Wälzkörper verwendet werden, weshalb der Miniaturantrieb Kreuzrollenführungen besitzt, was in dieser Arbeit aber nicht weiter vertieft und verifiziert wird. Hierfür sei auf [38, 40] verwiesen. Schlitten und Spulenträger sind aus Siliziumnitrid gefertigt. Siliziumnitrid ist ein Keramikwerkstoff, welcher eine sehr hohe Steifigkeit mit einem E-Modul von 320 GPa und eine sehr geringe Dichte von nur $3,21 \text{ g/cm}^3$ aufweist [37, 41]. Dadurch kann der bewegte Teil sehr steif und gleichzeitig leicht aufgebaut werden. Die gesamte Masse des bewegten Teils beträgt $m_T = 39 \text{ g}$ bei einem Verfahrensweg von $\pm 2 \text{ mm}$.

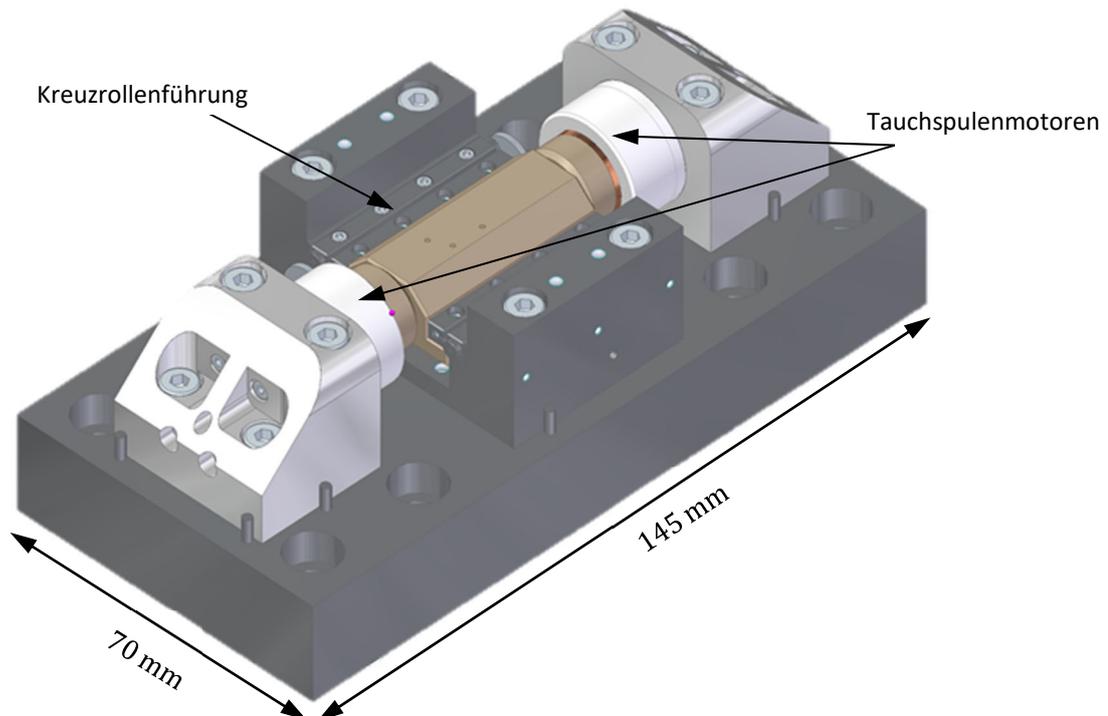


Abbildung 2.12 Konstruktionsbild des mechanischen Teststands

Abbildung 2.13 zeigt ein Schnittbild des mechanischen Teststands mit den bewegten Teilen aus Schlitten und Spulenträger (braun), den Spulendrähten (orange) und dem Maßstab (blau). Da für die Verifikation unter anderem eine Messung am TCP mit einem berührungslosen Vergleichsmessgerät

durchgeführt wird, ist der Aufbau so konstruiert, dass der Laserstrahl des Vergleichsmessgeräts (hier grün dargestellt) durch eine Bohrung im feststehenden Teil auf den TCP geführt wird.

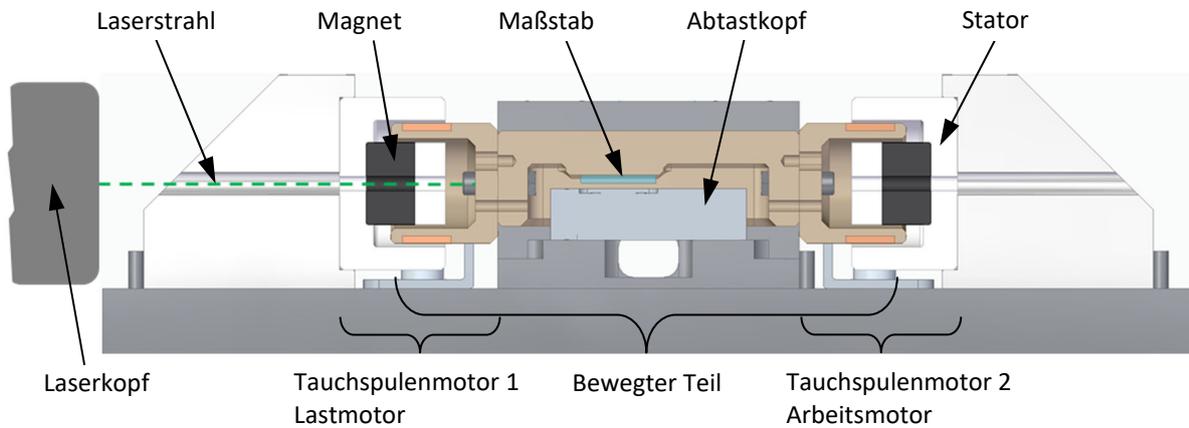


Abbildung 2.13 Schnittbild des mechanischen Teststands

Abbildung 2.14 stellt das Simulationsergebnis des Übertragungsverhaltens dar. Bei einer Frequenz von $f_{01} = 13,2 \text{ kHz}$ tritt eine erste durch die Motoren angeregte Resonanzstelle auf, bei der es sich um ein Nicken der Statoren handelt. Diese Eigenfrequenz wirkt nur minimal auf den Positionsmesswert zurück und es kommt zu fast keiner Phasenhebung. Die zweite relevante Eigenfrequenz beträgt $f_{02} = 19,7 \text{ kHz}$ und die dritte $f_{03} = 35 \text{ kHz}$, bei denen es sich um zwei Biegeschwingungen handelt. Das Ergebnis der FEM Simulation dieser ersten drei relevanten Eigenfrequenzen ist in Abbildung 2.15 dargestellt.

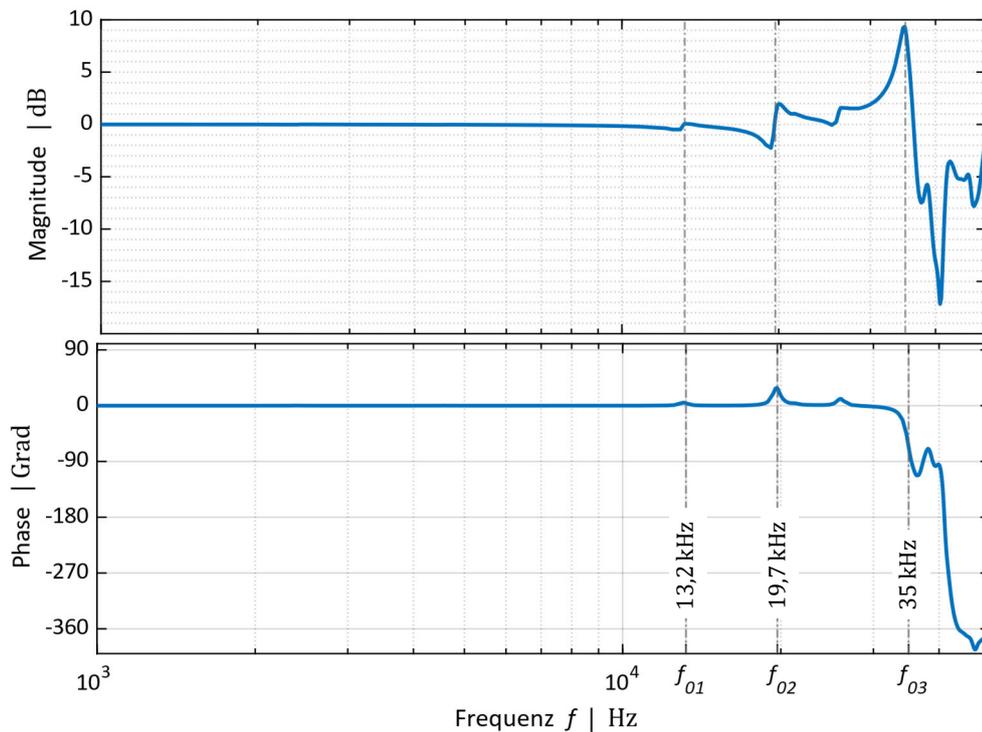
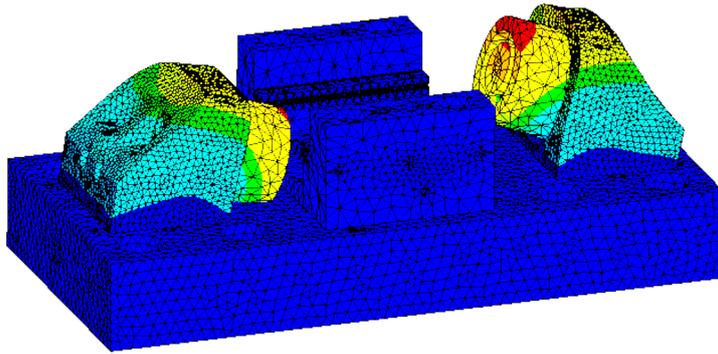
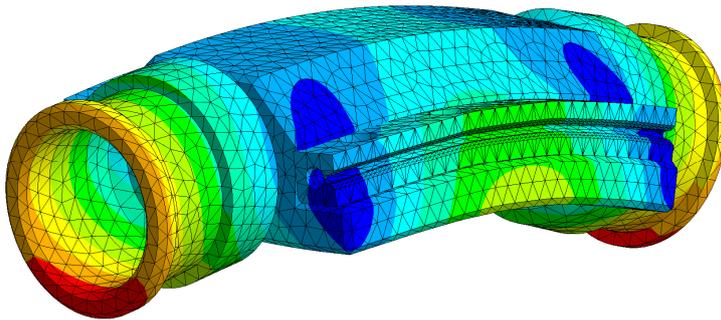
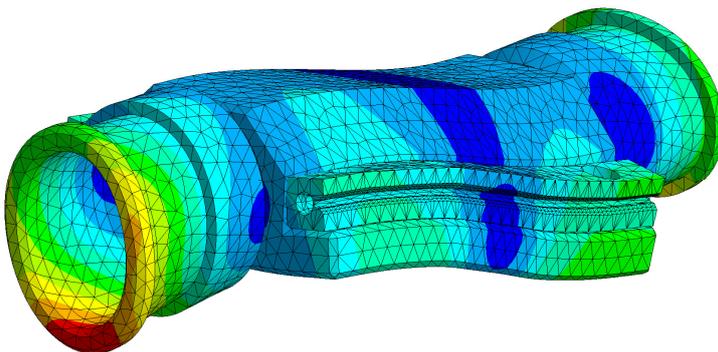


Abbildung 2.14 Übertragungsverhalten des Miniaturantriebs

FEM Simulation der Eigenform bei $f_{01} = 13,2$ kHzFEM Simulation der Eigenform bei $f_{02} = 19,7$ kHzFEM Simulation der Eigenform bei $f_{03} = 35$ kHz**Abbildung 2.15** FEM Simulationen der ersten drei relevanten Eigenfrequenzen

Eine weitere wichtige Eigenschaft des mechanischen Teststands ist das Reibungsverhalten im Führungssystem. Es gibt eine Vielzahl von Reibmodellen, um diese nichtlinearen Effekte auf die Regelung zu beschreiben. Weiterhin existieren verschiedene Ansätze, um diese zu kompensieren [42, 43, 44]. Reibung ist meist abhängig von der Relativgeschwindigkeit und kann dabei in verschiedene Bereiche eingeteilt werden. Da in dieser Arbeit vor allem die Positionsstabilität und nicht die Regelung mit konstanter Geschwindigkeit im Vordergrund steht, wird hier nur der Bereich der Haftreibung und nicht-gleitenden Auslenkung betrachtet. Für den Einfluss der anderen Bereiche, wie Grenzschichtschmierung, partielle Schmierung mit dem Stribeck-Effekt oder Vollschmierung sei auf [42, 45] verwiesen. 1977 hat R.D. Dahl in [46] das Phänomen beschrieben, dass bei Kugellagern ein linearer Zusammenhang zwischen Kraft und Winkeländerung besteht. Die Kontaktstellen verhalten sich wie Federn, bis die Kraft groß genug ist, dass die Teile aufeinander gleiten. Diese „Federn“ verformen sich elastisch und führen zu einer minimalen Positionsänderung, was die nicht-gleitende Auslenkung beschreibt. Somit kann diese Reibung als Kraft F_R beschrieben werden, die proportional zum Produkt aus Auslenkung und Federsteifigkeit ist [42].

Mit Δx_P als Positionsauslenkung und c_x als Federsteifigkeit gilt:

$$F_R = c_x \Delta x_P \quad (2.8)$$

Dieser Effekt kann mit einem gedämpften Ein-Masse Schwinger modelliert werden. Es beschreibt kein vollständiges Reibmodell, sondern gilt lediglich für den Bereich der nicht-gleitenden Auslenkung. Abbildung 2.16 zeigt das Modell eines gedämpften Ein-Masse Schwingers, in dem m_T die Masse des bewegten Teils der Mechanik, c_x die Federsteifigkeit und d_x den Dämpfungskoeffizienten darstellt.

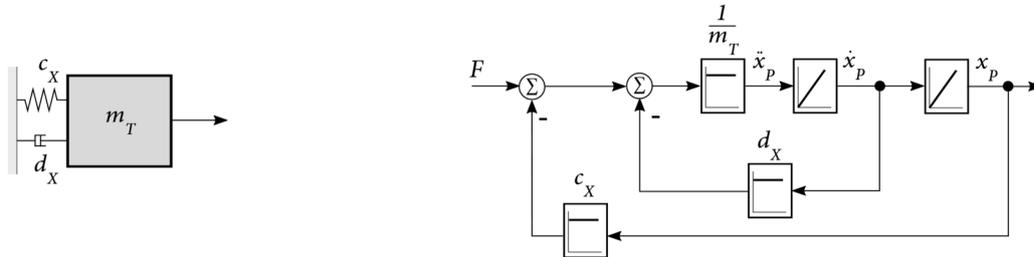


Abbildung 2.16 Gedämpfter Ein-Masse Schwinger (links) und zugehöriges Blockschaltbild (rechts)

Mit Abbildung 2.16 ergibt sich die Bewegungsgleichung:

$$\ddot{x}_P(t) = \frac{1}{m_T} F(t) - \frac{c_x}{m_T} x_P(t) - \frac{d_x}{m_T} \dot{x}_P(t) \quad (2.9)$$

Die Übertragungsfunktion des Verzögerungsglieds zweiter Ordnung (PT₂-Glieder) lautet:

$$G_M(s) = \frac{x_P(s)}{F(s)} = \frac{1}{c_x} \frac{1}{\frac{m_T}{c_x} s^2 + \frac{d_x}{c_x} s + 1} \quad (2.10)$$

$\frac{1}{\omega_0^2}$ $\frac{2D_{MB}}{\omega_0}$

Damit kann die Eigenfrequenz der Führungen f_{MB} bestimmt werden:

$$f_{MB} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_x}{m_T}} \quad (2.11)$$

Der Dämpfungsgrad D_{MB} errechnet sich mit:

$$D_{MB} = \frac{\omega_0 d_x}{2 c_x} = \frac{d_x}{2} \sqrt{\frac{1}{m_T c_x}} \quad (2.12)$$

Zur Verifikation des Reibeffekts nach dieser Modellierung werden zwei Messungen durchgeführt. Die erste Messung dient der experimentellen Bestimmung der Federsteifigkeit c_x . Dafür werden nacheinander kleinste Stromsollwerte vorgegeben und die jeweilige Positionsänderung, welche sich noch im Bereich der nicht-gleitenden Auslenkung befindet, gemessen. Mit dem Zusammenhang aus Gleichung (2.8) kann die Federsteifigkeit ermittelt werden. Abbildung 2.17 zeigt das Ergebnis dieser Messung, wobei die blauen Punkte die Messwerte und die orange Linie die Ausgleichsgerade darstellen.

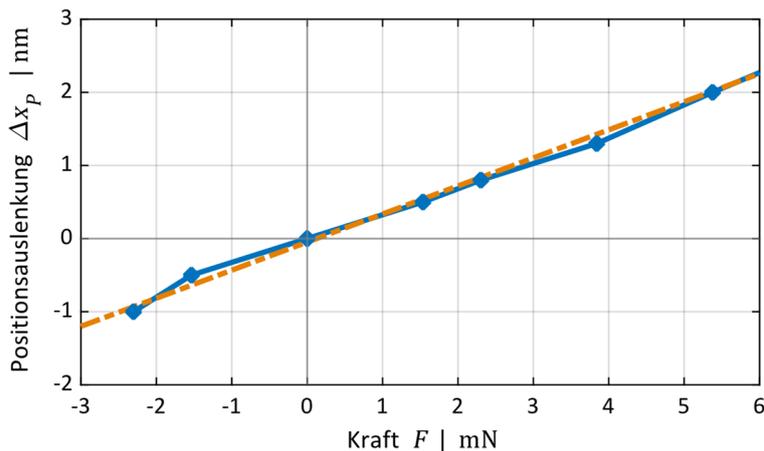


Abbildung 2.17 Bestimmung der Federsteifigkeit

Mit der ermittelten Federsteifigkeit und der Masse des bewegten Teils kann nach Gleichung (2.11) die Eigenfrequenz bestimmt werden zu:

$$f_{MB} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_x}{m_T}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2,79 \frac{\text{mN}}{\text{nm}}}{0,039 \text{ kg}}} = 1,35 \text{ kHz} \quad (2.13)$$

Mit einer zweiten Messung soll das Modell im Frequenzbereich verifiziert werden. Dafür wird ein sinusförmiges Stromsignal mit einer linearen Erhöhung der Frequenz vorgegeben. Das Stromsignal ist dabei so klein, dass sich die Positionsänderung im Bereich der nicht-gleitenden Auslenkung befindet. Bei der Messung werden Stromsignal und Positionsauslenkung gemessen und daraus ein Bode-Diagramm erstellt, das in Abbildung 2.18 als blaue Kurve gezeigt ist. Die dargestellte orange Linie beschreibt die Simulation eines PT₂-Elements mit der ermittelten Federsteifigkeit und der vorgegebenen bewegten Masse. Der ermittelte Dämpfungsgrad beträgt dabei $D = 0,09$. Messung und Simulation passen sehr gut übereinander, womit die Modellierung des Effekts der nicht-gleitenden Auslenkung auf Grund der Führungen bestätigt werden kann.

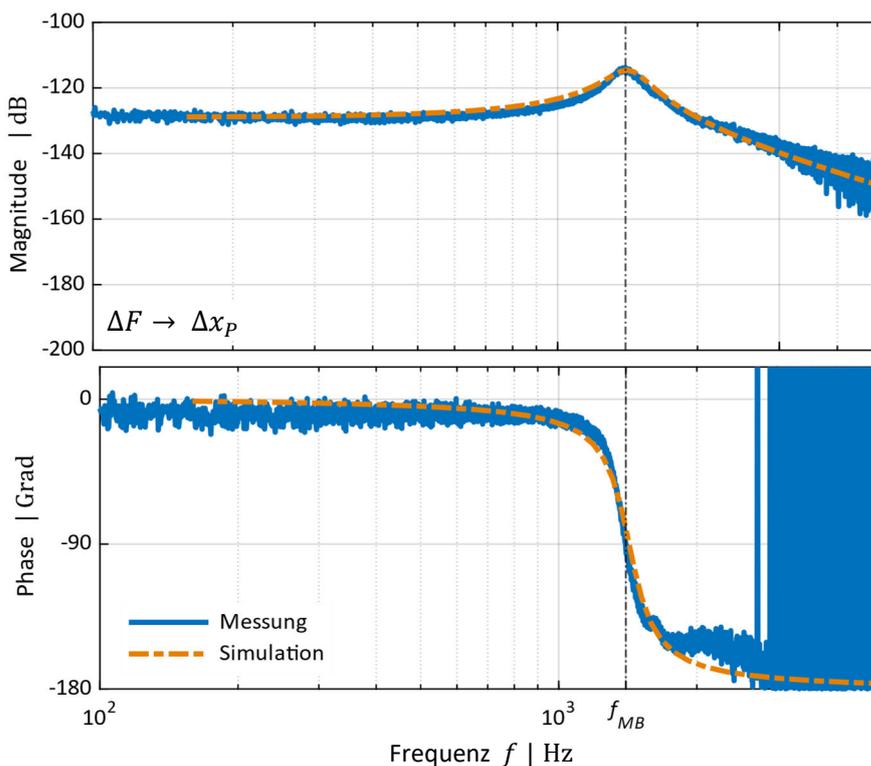


Abbildung 2.18 Bode-Diagramm

2.4 Elektronik

2.4.1 Motion Controller

Servoantriebe werden heutzutage meist mit Hilfe von Mikrocontrollern oder digitalen Signalprozessoren (DSP) geregelt. Um die Berechnungszeiten der Regelalgorithmen zu verkürzen und die Verarbeitungstaktezeiten im System zu verringern, werden immer leistungsfähigere Systeme entwickelt. Dadurch kann die Dynamik des Regelkreises erhöht werden. Mit Hilfe von FPGAs, welche im Vergleich zu Mikrocontroller den Vorteil der parallelen Verarbeitung aufweisen, können Berechnungszeiten massiv verkürzt werden. Es gibt bereits einige Entwicklungen von Servoantrieben, bei denen der Stromregler, der von der Dynamik am zeitkritischsten ist, auf einem FPGA und die überlagerten Regelkreise für Geschwindigkeit und Position auf Grund geringerer Dynamikanforderungen auf einem Mikrocontroller implementiert sind [1, 47].

Ziel dieser Arbeit ist die maximale Dynamik für alle Regelkreise, weshalb alle Regelalgorithmen auf einem FPGA berechnet werden. Die in dieser Arbeit eingesetzte Hardware ist das in Abbildung 2.19 links dargestellte Evaluierungsboard ZCU102 von Xilinx®, welches den Multiprozessor System-on-a-Chip (MPSoC) Zynq® UltraScale+™ beinhaltet [48]. Darin befindet sich neben dem leistungsfähigen FPGA und mehreren Prozessoren 4 GB DDR4 Random Access Memory (RAM), der für eine Messdatenspeicherung zur späteren Auswertung genutzt werden kann. Vor allem für die Verifikation der Positionsstabilität bei hohen Dynamiken wird dies benötigt, da das Positionssignal in der vollständigen Auflösung mit hoher Taktrate ausgewertet werden muss. Die Kommunikation zwischen PC und Regler findet über einen Prozessor statt. Das Board besitzt zusätzlich zwei FPGA Mezzanine Card (FMC) Steckverbinder, an denen die benötigte Hardware angebonden wird. Eines dieser eigens entwickelten Boards ist in Abbildung 2.19 rechts dargestellt und beinhaltet die ADCs, die zur Digitalisierung der Rückführgrößen für die Regelung (Strom und Position) benötigt werden. Außerdem verbindet dieses Interfaceboard das Evaluierungsboard mit der Leistungselektronik, welches im nächsten Abschnitt genauer betrachtet wird.

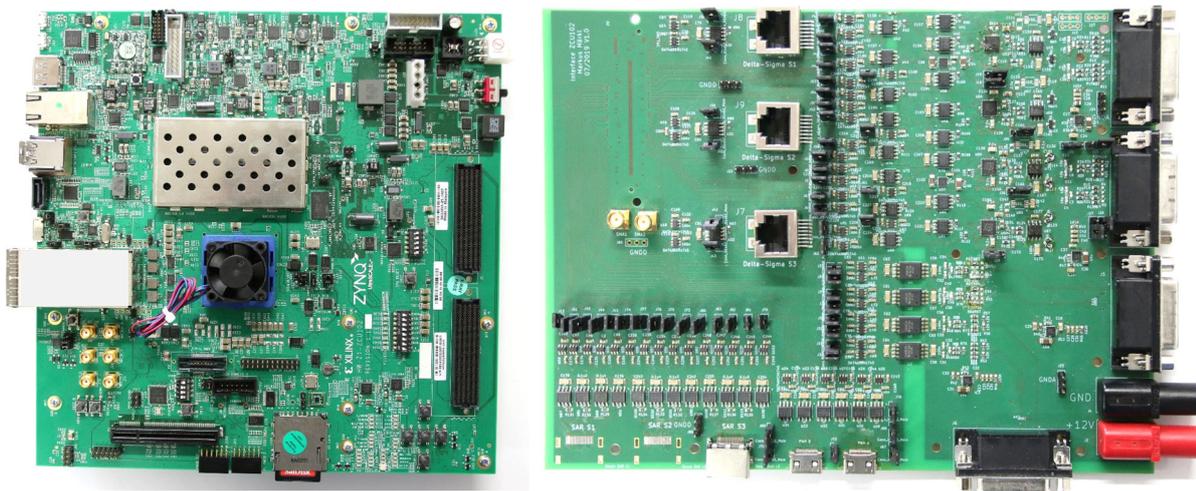


Abbildung 2.19 Evaluierungsboard (links) und Interfaceboard (rechts)

Die Signalverarbeitung der ADCs, der Regelungsalgorithmus und die Signalerzeugung der Ansteuer-signale werden auf dem FPGA implementiert. Die notwendigen Algorithmen können dabei entweder direkt in Hardwarebeschreibungssprache (HDL Code) geschrieben oder modellbasiert entwickelt werden. In diesem Forschungsprojekt wird der modellbasierte Ansatz mit einem automatisierten Workflow auf Basis von MATLAB®, Simulink® sowie weiteren MathWorks® Tools verwendet. Abbildung 2.20 zeigt die Übersicht der eigenen modellbasierten Entwicklungsumgebung. Ziel dieses Ansatzes ist es, dass nur ein Simulink® Modell entwickelt wird, mit dem zusätzlich zur Simulation und unabhängig

des Zielsystems sowohl C oder C++ Code mit dem Simulink® Coder für eine Softwareentwicklung oder HDL Code mit dem HDL Coder™ für eine Hardware Implementierung generiert werden kann. Außerdem ist der Ansatz geeignet, dass mit dem selben HDL Code eine anwendungsspezifische integrierte Schaltung (ASIC) modellbasiert entwickelt werden kann. In dieser Arbeit wird der automatisierte Weg vom Simulink® Modell mit Hilfe des HDL Coders™ bis hin zum fertigen Bitstrom für den FPGA verwendet.

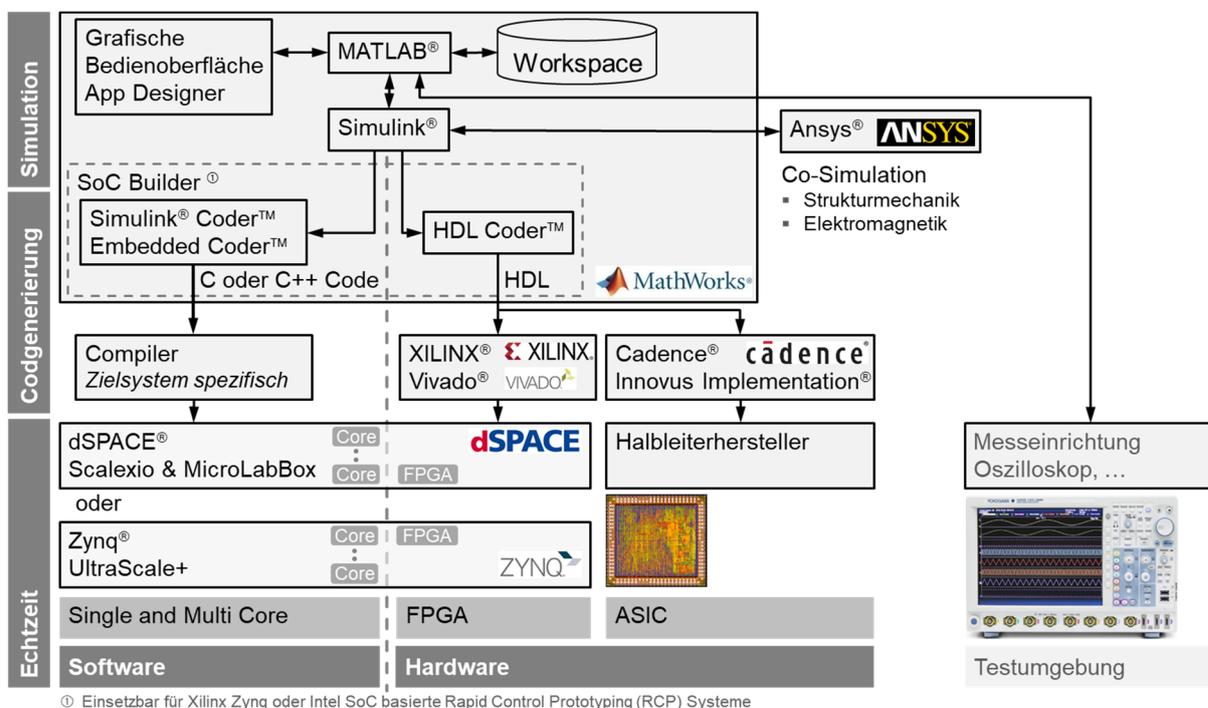


Abbildung 2.20 Übersicht zur modellbasierten Entwicklung basierend auf MATLAB®, Simulink® und weiterer MathWorks® Tools

2.4.2 Leistungselektronik

Servoantriebe werden heutzutage bis zu einer Spannung von $U = 1000\text{ V}$ typischerweise mit selbstgeführten (abschaltbaren) Stromrichtern, wie MOSFETs und IGBTs, angesteuert [17, 49]. MOSFETs sind unipolare Bauelemente, die prinzipbedingt eine Diode in Sperrichtung benötigen. Damit sind zwar hohe Schaltfrequenzen möglich, allerdings ergeben sich hohe Durchlassverluste, weshalb die maximal mögliche Spannung begrenzt ist. Die Durchlassverluste der bipolaren IGBTs sind viel geringer, wodurch höhere Spannungen möglich sind. Dafür ist die Schaltfrequenz auf Grund höherer Schaltverluste begrenzt. Neben dem standardmäßigen Halbleitermaterial Silizium (Si) sind in den letzten Jahren einige Halbleiter auf Galliumnitrid und Siliziumkarbid Basis entstanden. Diese Wide-Bandgap Halbleiter besitzen eine größere Bandlückenenergie zwischen Valenzband und Leitungsband, was zu höheren Spannungsfestigkeiten, geringeren Schaltverlusten und letztendlich höheren Schaltfrequenzen führt. Abbildung 2.21 zeigt eine Übersicht der Einsatzbereiche verschiedener Leistungshalbleiter. Mit SiC-MOSFETs ist es möglich, für höhere Spannungen bis $U = 1200\text{ V}$ die Schaltfrequenzen zu erhöhen. GaN-HEMTs können aktuell nur für Spannungen bis $U = 650\text{ V}$ eingesetzt werden, aber mit viel höheren Schaltfrequenzen. Ein Vorteil dieses bipolaren Halbleiters ist außerdem, dass keine Paralleldioden benötigt werden. [49]

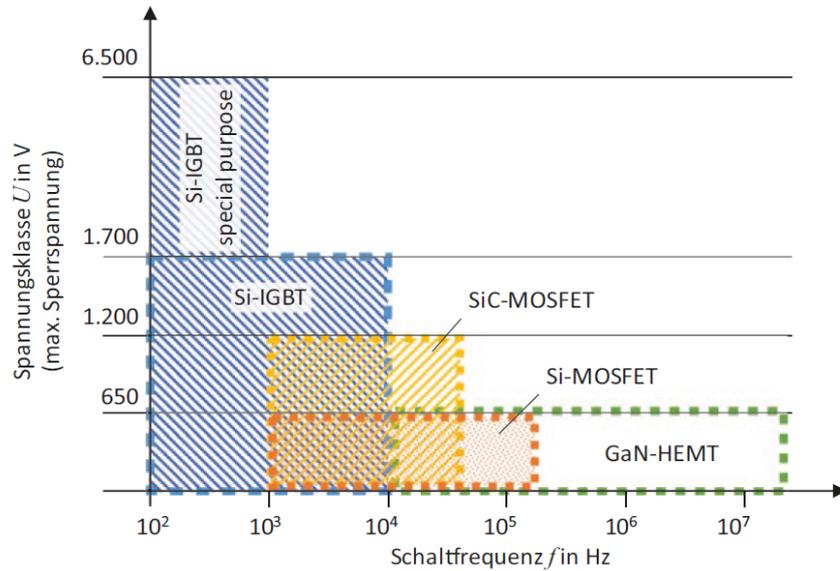


Abbildung 2.21 Übersicht der typischen Einsatzbereiche von taktenden Leistungshalbleitern [49]

Das Ziel der Arbeit besteht in einer hohen Regelungsdynamik durch Erhöhung der PWM Frequenz, weshalb eine hochoaktende Leistungselektronik eingesetzt werden muss. Da es sich bei dem verwendeten Aufbau um ein einphasiges System mit einer Spannung von $U = 24\text{ V}$ handelt, könnten mit einfachen Si-MOSFETs hohe Schaltfrequenzen erreicht werden. Nachdem einige erfolgreiche Entwicklungsergebnisse für Drehstromantriebe mit den neueren Leistungshalbleitern im Forschungsumfeld, in dem diese Arbeit erfolgte, entstanden sind [18, 50], werden für die hochoaktende Leistungselektronik GaN-HEMTs Schaltelemente verwendet. Abbildung 2.22 zeigt das eigens entwickelte Leistungselektronik Board für die Verifikation.

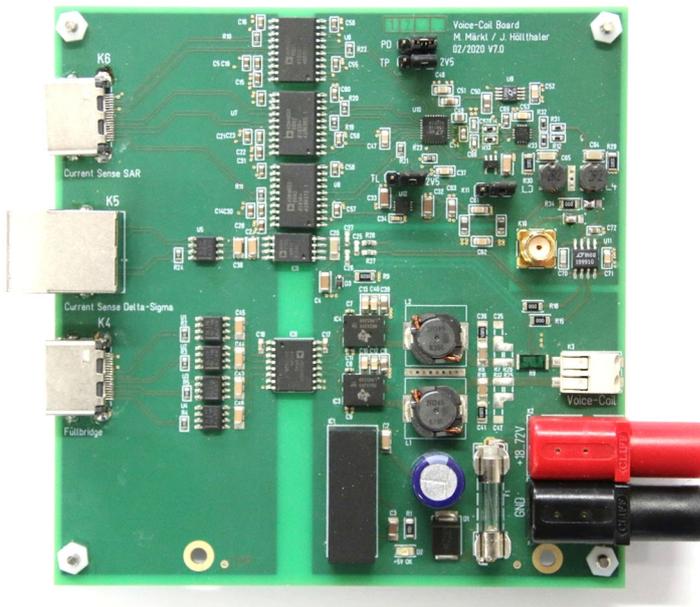


Abbildung 2.22 Leistungselektronik Board

3 Positionsmessung und Analyse

Für hochdynamische Positionsregelungen von Servoantrieben mit Positionsgenauigkeiten im Subnanometer Bereich bestehen höchste Anforderungen an die eingesetzten Positionsmessgeräte. In dieser Arbeit sollen insbesondere die Grenzen von Positionsmessgeräten auf Grund der Diskretisierung und der weiteren Verarbeitung der Messsignale untersucht werden. Aus verschiedenen Gründen, wie geringer Bauraum, begrenzte Zugänglichkeit oder Verschmutzung, wird die Position mit dem Messgerät Regelgröße meist nicht am TCP, sondern an einem vom TCP mehr oder weniger weit entfernten Messort gemessen. Ein weiteres Messgerät – das Vergleichsmessgerät – dient der Genauigkeitsbestimmung am TCP und darf keinen Einfluss auf die regelungstechnischen Eigenschaften des Antriebs haben. Abbildung 3.1 zeigt eine schematische Übersicht des Regelkreises mit beiden Messgeräten. Entscheidend für das Antriebsverhalten sind die Positionsmesswerte des Messgeräts Regelgröße y_p und der daraus gebildete Positionsmesswert y_{FBP} und zur Genauigkeitsbestimmung die Positionsmesswerte des Vergleichsmessgeräts y_{TCP} bzw. y_{PC} .

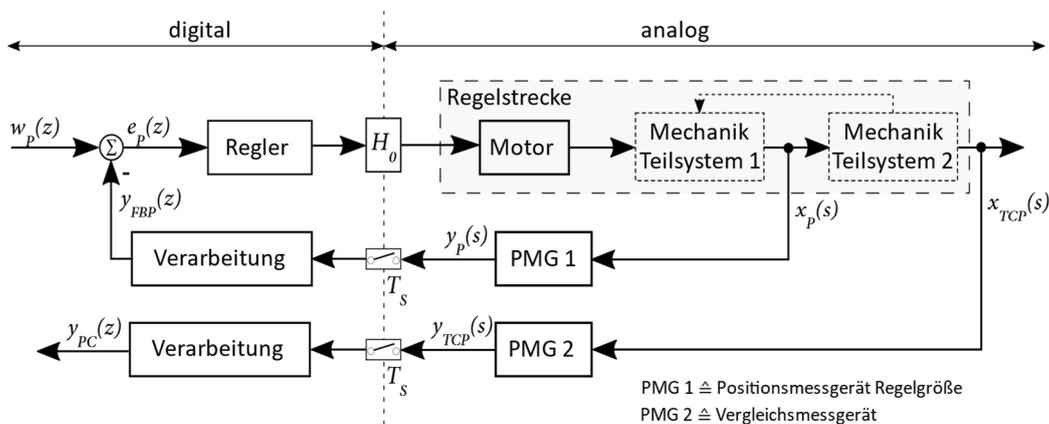


Abbildung 3.1 Übersicht Regelkreis zur Analyse der Positionsgenauigkeit

Unabhängig von der Art der Positionsmessung entstehen fast immer zwei um 90° phasenverschobene sinusförmige Messsignale, welche digitalisiert und ausgewertet werden müssen. Sowohl bei der Erzeugung der Messsignale im Positionsmessgerät, als auch in der weiteren Signalverarbeitung entstehen Messfehler. Mögliche Positionsmessfehler auf Grund nicht idealer Messsignale sind:

- Langperiodische Fehler durch Fehler in der Maßverkörperung oder der Abtastung
- Fehler durch Positionsrauschen
- Unterteilungswinkelfehler durch
 - Unterschiedliche Signalamplituden der beiden Signale
 - Nullpunktabweichung
 - Abweichung der 90° Phasenverschiebung
 - Signaloberwellen

Diese Fehler werden in der Arbeit nicht weiter betrachtet und es wird auf [1, 2, 13, 27] verwiesen. Die Fehler, die bei der Digitalisierung oder bei der Verarbeitung und Berechnung des Positionsmesswerts aus den beiden sinusförmigen Messsignalen entstehen, werden im Folgenden genauer untersucht. Für Produktionsaufgaben des Antriebssystems werden zwei verschiedene Aspekte betrachtet:

- **Position ändern**

Dabei wird ein Bewegungsprofil mit definierter Geschwindigkeit, Beschleunigung oder Ruck vorgegeben, dem der aktuelle Positionswert möglichst gut folgen soll.

- **Position halten**

Bei diesem Vorgang soll die angefahrne Position möglichst gut gehalten werden. Die dabei erreichbare Positionstabilität ist für die Qualität der Fertigungs- oder Messaufgabe von Bedeutung.

Während die Untersuchung der erreichbaren Dynamik in Bezug auf den Zustand „Position ändern“ im Kapitel 6 „Regelung“ ausführlich betrachtet wird, werden in diesem Kapitel verschiedene Analysemethoden zum Thema Genauigkeitsbestimmung während „Position halten“ beschrieben. Nach einer einführenden Begriffsdefinition bezüglich Dynamik werden Methoden im Zeit- und im Spektralbereich vorgestellt.

3.1 Positionsberechnung

Die Messsignale des Messgeräts Regelgröße und die des Vergleichsmessgeräts sind zwei um 90° phasenverschobene sinusförmige Signale mit den Amplituden \hat{u}_1 , \hat{u}_2 und einer nominalen Amplitude \hat{u}_n . Die Signalperiode eines Sinussignals entspricht in dieser Arbeit der Signalperiode des Messgeräts Regelgröße oder der halben Wellenlänge des Lasers beim Vergleichsmessgerät. Die normierten, idealen Messsignale können dargestellt werden als:

$$u_1^*(x_P) = \frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_n} \sin\left(2\pi \frac{x_P}{x_{SP}}\right) = \frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_n} \sin(\varphi_{SP}) \quad (3.1)$$

$$u_2^*(x_P) = -\frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_n} \cos\left(2\pi \frac{x_P}{x_{SP}}\right) = -\frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_n} \cos(\varphi_{SP}) \quad (3.2)$$

Abbildung 3.2 stellt die normierten, idealen und um 90° phasenverschobenen Messsignale links in einer Signalperiode und rechts vektoriell dar. Wenn die beiden Signale mit Amplitude $\hat{u}_1 = \hat{u}_2 = \hat{u}_n$ zueinander aufgetragen werden, entsteht in vektorieller Darstellung ein Kreis [1].

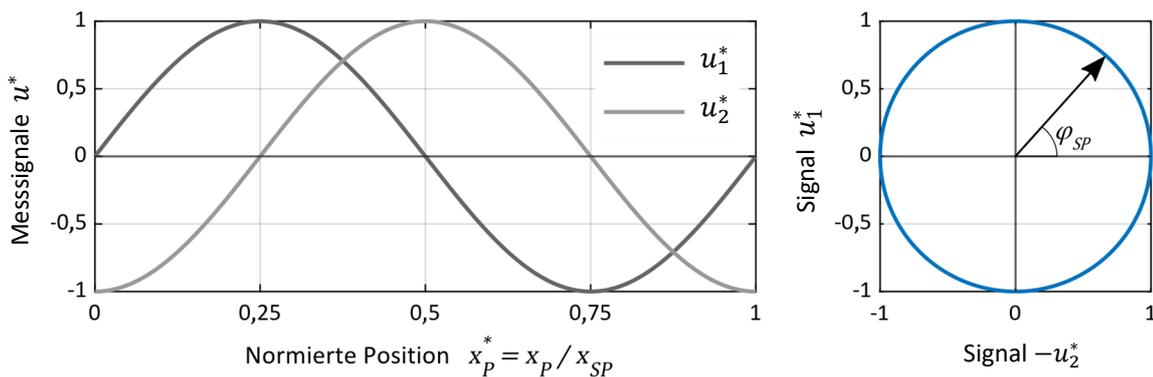


Abbildung 3.2 Darstellung der normierten, idealen Messsignale in einer Signalperiode (links) und vektoriell (rechts) für $\hat{u}_1 = \hat{u}_2 = \hat{u}_n$

3.1.1 Auswertelektronik

Um aus den beiden Messsignalen einen Positionsmesswert größer einer Signalperiode mit hoher Auflösung zu generieren, ist eine Auswertelektronik notwendig. Alle folgenden Betrachtungen beziehen sich auf den Positionsmesswert des Messgeräts Regelgröße y_P , gelten aber genauso für das Vergleichsmessgerät mit dem Positionsmesswert y_{PC} . Gängige Auswertelektroniken besitzen einen analogen Schwellwertschalter, mit dem die Anzahl an Signalperioden durch Zählen der Nulldurchgänge bestimmt wird. Zur Erreichung der hohen Auflösung wird nach der Diskretisierung der Messsignale der Winkel φ_{SP} innerhalb einer Signalperiode durch Unterteilung ermittelt. Der Positionsmesswert y_P errechnet sich durch Addition des Zählerwerts der Signalperioden a_{SP} und dem Positionsmesswert innerhalb einer Signalperiode:

$$y_P = a_{SP} x_{SP} + \frac{\varphi_{SP}}{2\pi} x_{SP} \quad (3.3)$$

Da in dieser Arbeit die Auswertung vollständig digital auf einem FPGA stattfindet, gibt es keine analogen Schmitt-Trigger und das Signal wird erst nach der Digitalisierung vollständig ausgewertet. Die Messsignale werden mit einer Taktfrequenz von mindestens $f_{AD} = 10$ MHz abgetastet. Abbildung 3.3 zeigt eine schematische Übersicht der Auswertung. Die Position größer einer Signalperiode wird mit Hilfe einer Flankenerkennung und anschließendem Zählen der Signalperioden bestimmt. Die Bestimmung der Position innerhalb einer Signalperiode wird in zwei weitere Schritte aufgliedert. Zunächst wird ermittelt, in welchem Oktanten sich der Positionsmesswert befindet und dieser Wert gespeichert, wobei beispielhaft Oktant 1 Winkel zwischen 0° und 45° beschreibt (siehe Abbildung 3.3). Sofern erforderlich, werden die Messwerte der beiden Signale in den ersten Oktanten rotiert und dann die Unterteilung durchgeführt. Der Positionsmesswert ergibt sich aus der Summe des Periodenzählers a_{SP} , des Oktantenzähler z_O und der Unterteilung.

$$y_P = a_{SP} x_{SP} + \frac{z_O - 1}{8} x_{SP} + \frac{\varphi_{SP,0}}{2\pi} x_{SP} \text{ mit } z_O \in [1, 2, \dots, 8] \quad (3.4)$$

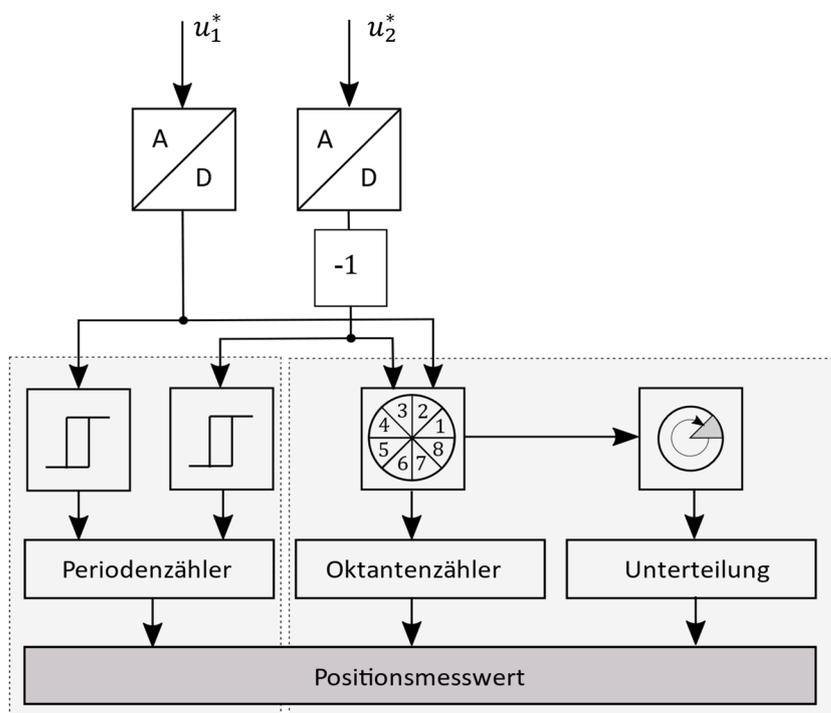


Abbildung 3.3 Schematische Übersicht zur Auswertung des Positionsmesswerts

3.1.2 Grundlagen zur Unterteilung

Abbildung 3.4 zeigt die Zusammenhänge der trigonometrischen Funktionen am Einheitskreis zur Bestimmung der Position aus den beiden Messsignalen. Dabei muss unterschieden werden zwischen dem Signalperiodenwinkel φ_{SP} , der den tatsächlichen Winkel beschreibt, und dem Unterteilungswinkel φ_{SD} , welcher den berechneten Winkel darstellt. Der Winkel φ_{SD} wird berechnet mit:

$$\varphi_{SD} = \operatorname{atan}\left(\frac{u_1^*}{-u_2^*}\right) \quad (3.5)$$

Daraus berechnet sich die Position innerhalb einer Signalperiode y_{SP} mit:

$$y_{SP} = \frac{x_{SP}}{2\pi} \operatorname{atan}\left(\frac{u_1^*}{-u_2^*}\right) \quad (3.6)$$

Bei den trigonometrischen Funktionen am Einheitskreis muss beachtet werden, in welchem Quadranten der Wert liegt. Für den Unterteilungswinkel φ_{SD} gilt nach [51] folgender Zusammenhang:

$$\varphi_{SD} = \begin{cases} \operatorname{atan}\left(\frac{u_1^*}{-u_2^*}\right) & \text{für } u_1^* \geq 0 \text{ und } u_2^* < 0 \text{ (1. Quadrant)} \\ \operatorname{atan}\left(\frac{u_1^*}{-u_2^*}\right) + \pi & \text{für } u_1^* \geq 0 \text{ und } u_2^* > 0 \text{ (2. Quadrant)} \\ \operatorname{atan}\left(\frac{u_1^*}{-u_2^*}\right) + \pi & \text{für } u_1^* < 0 \text{ und } u_2^* > 0 \text{ (3. Quadrant)} \\ \operatorname{atan}\left(\frac{u_1^*}{-u_2^*}\right) + 2\pi & \text{für } u_1^* < 0 \text{ und } u_2^* < 0 \text{ (4. Quadrant)} \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } u_1^* > 0 \text{ und } u_2^* = 0 \\ \frac{3\pi}{2} & \text{für } u_1^* < 0 \text{ und } u_2^* = 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Zur Berechnung der Arkustangens Funktion in einer digitalen Elektronik muss auf eine numerische Methode mit eingeschränkter Bitbreite zurückgegriffen werden. Je höher die Auflösung sein soll, desto größer ist der Speicherbedarf und der Zeitaufwand für die Berechnung. Es gibt verschiedene numerische Methoden, wobei alle Implementierungen auf einer Beschränkung der Arkustangens Berechnung auf den ersten Quadranten oder den ersten Oktanten basieren. Dadurch ergeben sich unter anderem Vorteile in Speicherbedarf und Berechnungszeit. [16] zeigt beispielhaft verschiedene Möglichkeiten zur Transformation des Positionsmesswerts in den ersten Quadranten oder Oktanten. Bei all diesen Methoden entstehen Berechnungsfehler und es werden Rechenoperatoren benötigt, die in Hardware nicht einfach zu implementieren sind. Im Folgenden wird eine Methode beschrieben, welche aus rechenzeiteffizienten Operatoren besteht.

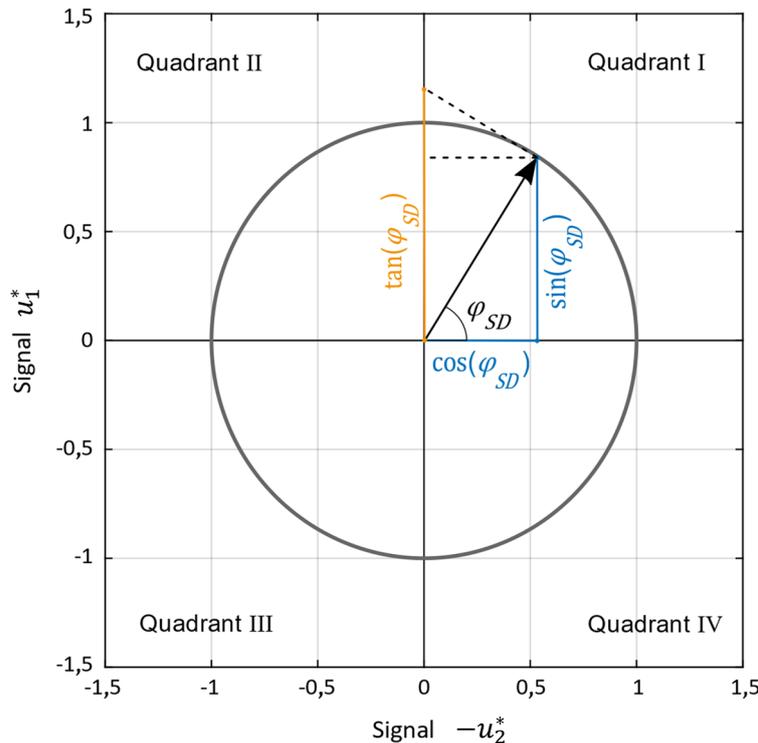


Abbildung 3.4 Trigonometrische Funktionen im Einheitskreis der Messsignale

Methode zur Transformation der Messsignale in den ersten Oktanten

Die Methode basiert auf bis zu drei aufeinanderfolgenden Dreh-Transformationen. Abbildung 3.5 zeigt eine beispielhafte schematische Übersicht von drei aufeinanderfolgenden Rotationen. Abbildung 3.6 stellt die für die Unterteilung notwendige Schrittfolge mit den jeweiligen Werten der beiden Messsignale u_1^* und u_2^* und des Oktantenzählers z_O dar.

Befindet sich das Signal beispielhaft in Quadrant III oder IV, wird eine Drehung **1** um π (180°) durchgeführt. Dabei wird der Wert aus dem vierten in den zweiten Quadranten oder aus dem dritten in den ersten Quadranten rotiert.

Die neuen Signale $\tilde{u}_1^*(x_{P1})$ und $-\tilde{u}_2^*(x_{P1})$ werden berechnet mit:

$$\tilde{u}_1^*(x_{P1}) = \sin(\varphi_{SP}(x_{P1})) = \sin(\varphi_{SP}(x_{P0}) - \pi) \quad (3.8)$$

$$-\tilde{u}_2^*(x_{P1}) = \cos(\varphi_{SP}(x_{P1})) = \cos(\varphi_{SP}(x_{P0}) - \pi) \quad (3.9)$$

Daraus folgt:

$$\tilde{u}_1^*(x_{P1}) = -\sin(\varphi_{SP}(x_{P0})) = -\tilde{u}_1^*(x_{P0}) \quad (3.10)$$

$$-\tilde{u}_2^*(x_{P1}) = -\cos(\varphi_{SP}(x_{P0})) = \tilde{u}_2^*(x_{P0}) \quad (3.11)$$

Der Messwert kann anschließend nur noch im Bereich des ersten oder zweiten Quadranten sein. Befindet sich das Signal im zweiten Quadranten, muss eine Drehung **2** um $1/2 \pi$ (90°) durchgeführt werden, worauf der Messwert nur noch im ersten Quadranten sein kann und die Arkustangensberechnung eindeutig ist. Befindet sich der Wert im zweiten Viertel des ersten Quadranten, kann dieser durch eine Drehung **3** um $1/4 \pi$ (45°) in den ersten Oktanten rotiert werden. Dieser Schritt ist je nach anschließendem Verfahren nicht mehr zwingend notwendig.

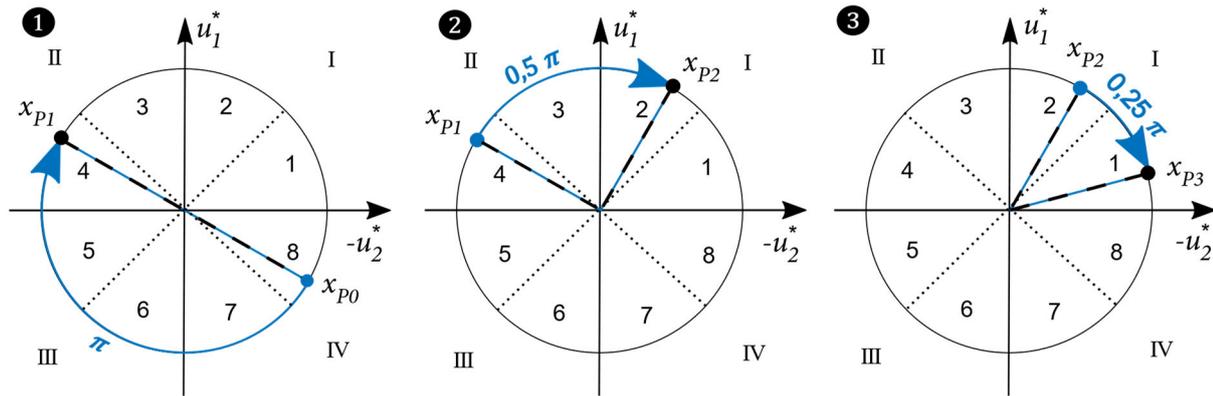


Abbildung 3.5 Schematische Abfolge einer beispielhaften Auswertung der sinusförmigen Messsignale

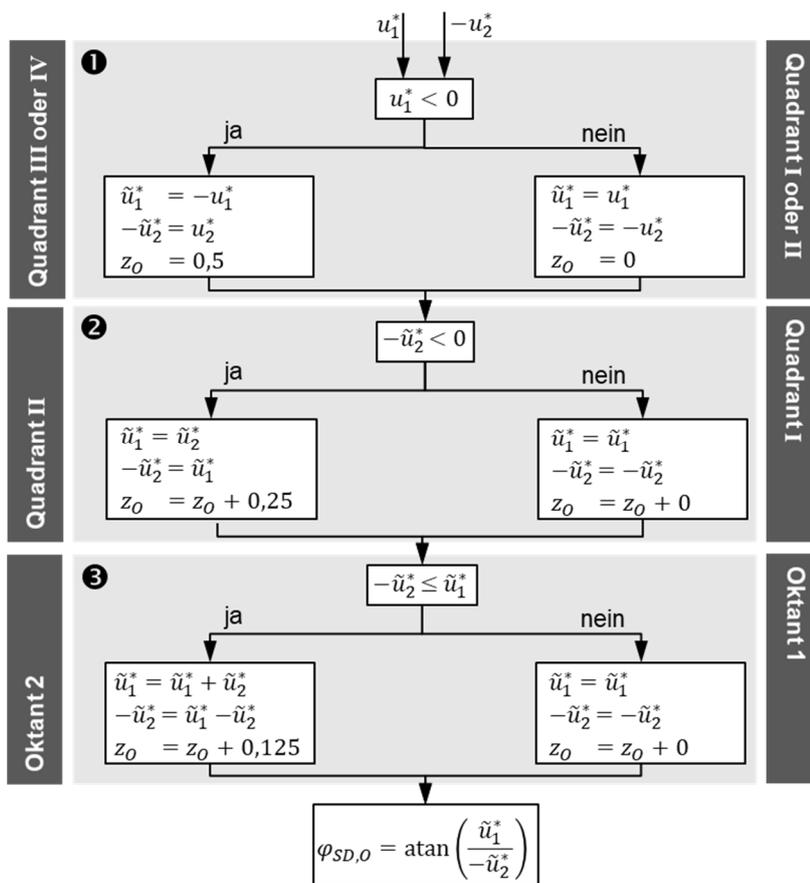


Abbildung 3.6 Schrittfolge zur Transformation der Messsignale

Bestimmung der Arkustangens Funktion

Zur Ermittlung der durch die Transformation eindeutig im ersten Oktanten definierten Arkustangens Funktion gibt es verschiedene Methoden, wie zum Beispiel Lookup Tabellen (mit und ohne Interpolationen) oder verschiedene Approximationsverfahren.

Die Bestimmung des Arkustangens mit Hilfe einer Lookup Tabelle ist bezüglich Rechenzeit die schnellste Methode. Dabei werden alle möglichen Kombinationen der Messsignale mit den jeweiligen Arkustangens Ergebnissen in Tabellen abgespeichert. Zusätzlich können Interpolationen zwischen den Werten eingefügt werden. Nachteil dieser Methode ist die Abhängigkeit des Speicherbedarfs von der Auflösung. Um die notwendige Division aus Gleichung (3.5) zu vermeiden, muss eine zweidimensionale Lookup Tabelle generiert werden. Bei einer beispielhaften Auflösung der sinusförmigen Messsignale von 12 Bit muss eine Tabelle mit $2^{12} \times 2^{12}$ Einträgen implementiert werden, was zu 4096×4096 möglichen Positionsmesswerten mit beispielsweise 15 Bit führt. Insgesamt würde dies zu einem Speicherbedarf von ungefähr 31,5 MByte führen. Die Methode ist zwar sehr schnell, aber nur auf Kosten von sehr hohem Speicherplatzbedarf realisierbar.

Eine weitere Möglichkeit zur Approximation besteht zum Beispiel in der Taylor-Reihenentwicklung. Die Bestimmung beruht dabei nach [51] auf folgender Gleichung:

$$\operatorname{atan}(x) = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{x^{2i+1}}{2i+1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots \quad (3.12)$$

Die Auflösung erhöht sich mit der Anzahl an Iterationsschritten, wodurch ein Kompromiss zwischen Auflösung und Rechenzeit gefunden werden muss. Ein großer Nachteil dieser Methode besteht in den notwendigen Multiplikationen, die sehr rechenzeitintensiv sind.

Es gibt viele andere Näherungen, wie beispielhaft in [52] oder [15] beschrieben, wobei bei den meisten dieser Verfahren Multiplikationen oder Divisionen notwendig sind.

Die am weitesten verbreitete Methode zur Approximation der Arkustangens Funktion beruht auf dem im Jahr 1959 von VOLDER entwickelten CORDIC Algorithmus [53]. Bei dem Verfahren wird durch iterative Drehung immer kleiner werdender Teilwinkel der exakte Winkel der Arkustangens Funktion zu den beiden sinusförmigen Messsignalen bestimmt. Der Vorteil dieses iterativen Verfahrens ist, dass effizient zu implementierende und wenig rechenzeitintensive Standardoperatoren, wie Addierer, Schieberegister und Speicherregister, benötigt werden. Das Verfahren kann neben der Arkustangens Funktion für Sinus-, Cosinus- und Wurzelfunktionen eingesetzt werden. 1971 wurde der Algorithmus von WALTHER für weitere wichtige Funktionen weiterentwickelt, wie Hyperbelfunktionen, Eulersche Zahl und natürlicher Logarithmus [54]. Dieser Algorithmus wird in vielen Taschenrechnern oder für vorgefertigte Funktionen in Software oder Hardware verwendet und hat sich als Standard etabliert.

3.1.3 CORDIC Algorithmus

Der CODRIC Algorithmus beruht auf einem iterativen Verfahren, welches die Koordinatentransformation bei Rotation im kartesischen Koordinatensystem verwendet. Durch Rotation des Positionsmesswerts (x_i, y_i) um den Winkel φ ergibt sich der neue Positionsmesswert (x_{i+1}, y_{i+1}) nach [51] durch:

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Mit dem Zusammenhang trigonometrischer Funktionen [51]:

$$\sin(\varphi) = \pm \frac{\tan(\varphi)}{\sqrt{1 + \tan^2(\varphi)}} \quad (3.14)$$

$$\cos(\varphi) = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(\varphi)}} \quad (3.15)$$

kann Gleichung (3.13) für den ersten Quadranten umgeformt werden zu:

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(\varphi)}} \begin{bmatrix} 1 & -\tan(\varphi) \\ \tan(\varphi) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Ziel ist es, den Winkel $\varphi = \varphi_{SD,0}$ aus den beiden Messsignalen des Positionsmessgeräts u_1^* und $-u_2^*$ möglichst genau zu bestimmen. Durch eine iterierende Drehung immer kleiner werdender Teilwinkel α_i kann der Winkel $\varphi_{SD,0}$ zunehmend genauer bestimmt werden. Die Anzahl der notwendigen Iterationen muss auf Grund der geforderten Positionsgenauigkeit unter Berücksichtigung der vorhandenen Bitbreite bestimmt werden. Der zusätzliche Parameter σ_i gibt die jeweilige Drehrichtung von Iterationsschritt i an, wobei sich bei einem positiven Drehwinkel $\sigma_i = 1$ und einem negativen Drehwinkel $\sigma_i = -1$ ergibt. Es folgt:

$$\varphi_{SD,0} = \sum_{i=0}^{n-1} \sigma_i \cdot \alpha_i \quad \text{mit } \sigma_i \in \{-1, 1\} \quad (3.17)$$

Damit ändert sich Gleichung (3.16) zu:

$$\begin{bmatrix} -u_{2,i+1}^* \\ u_{1,i+1}^* \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(\alpha_i)}} \begin{bmatrix} 1 & -\sigma_i \tan(\alpha_i) \\ \sigma_i \tan(\alpha_i) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -u_{2,i}^* \\ u_{1,i}^* \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Der wichtigste Schritt besteht in der Eliminierung der Multiplikation mit Hilfe eines Schieberegisters. Dafür werden nur Teilwinkel verwendet, die folgende Beziehung erfüllen:

$$\tan(\alpha_i) = 2^{-i} \quad \text{mit } i = 1, \dots, n \quad (3.19)$$

So können die iterativen Teildrehungen definiert werden mit:

$$\begin{bmatrix} -u_{2,i+1}^* \\ u_{1,i+1}^* \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2^{-2i}}} \begin{bmatrix} 1 & -\sigma_i 2^{-i} \\ \sigma_i 2^{-i} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -u_{2,i}^* \\ u_{1,i}^* \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Der Winkel selbst ergibt sich durch:

$$\varphi_{SD,0,i+1} = \varphi_{SD,0,i} - \sigma_i \operatorname{atan}(2^{-i}) \quad (3.21)$$

Da es sich um vordefinierte Teilwinkel handelt, kann die Arkustangens Funktion vorab für jede Iterationsstufe berechnet und gespeichert werden. Zur Berechnung des gesuchten Winkels sind nur noch wenig rechenzeitintensive Operatoren, wie Vergleicher, Addierer und Schiebeoperatoren

notwendig. Da für die Positionsbestimmung nur der Winkel und nicht die jeweilige Amplitude der Messsignale entscheidend ist, wird der Skalierungsfaktor $1/\sqrt{1+2^{-2i}}$ vernachlässigt. Zur Berechnung des gesuchten Positionswinkels $\varphi_{SD,0}$ innerhalb des ersten Oktanten aus den beiden modifizierten Messsignalen ergeben sich die drei notwendigen Iterationsformeln:

$$u_1^*[i+1] = u_1^*[i] - \sigma_i 2^{-i} u_2^*[i] \quad (3.22)$$

$$-u_2^*[i+1] = -u_2^*[i] - \sigma_i 2^{-i} u_1^*[i] \quad (3.23)$$

$$\varphi_{SD,0}[i+1] = \varphi_{SD,0}[i] - \sigma_i \operatorname{atan}(2^{-i}) \quad (3.24)$$

3.1.4 Genauigkeit des Positionsmesswerts

Die Genauigkeit des Positionsmesswerts hängt stark von der Signalverarbeitung ab. Die sinusförmigen, analogen Messsignale der Positionsmessgeräte werden mit Hilfe von ADCs zeit- und wertediskretisiert, wodurch ein Quantisierungsfehler entsteht. Je nach Verfahren ergibt sich ein weiterer Fehler bei der wertediskreten Arkustangens Berechnung.

Der Quantisierungsfehler verursacht grundsätzlich einen Fehler in der Unterteilung. Der Unterteilungswinkelfehler $\Delta\varphi_{SD}$ ist allgemein definiert als die Differenz zwischen dem tatsächlichen Signalperiodenwinkel φ_{SP} und dem berechneten Unterteilungswinkel φ_{SD} :

$$\Delta\varphi_{SD} = \varphi_{SP} - \varphi_{SD} \quad (3.25)$$

Um eine einheitliche Aussage unabhängig vom verwendeten Positionsmessgerät treffen zu können, wird der Messfehler auf die Signalperiode skaliert. Dabei ist der relative Maximalwert des möglichen Fehlers innerhalb einer Signalperiode $x_{SP,F,max}^*$ ausschlaggebend:

$$x_{SP,F,max}^* = \frac{\max \left| \frac{\Delta\varphi_{SD}}{2\pi} x_{SP} \right|}{x_{SP}} = \frac{\max |\Delta\varphi_{SD}|}{2\pi} \quad (3.26)$$

Diskretisierung der sinusförmigen Messsignale

Entscheidend bei der Diskretisierung der analogen, sinusförmigen Messsignale ist der maximal mögliche Spannungsbereich des ADCs. Die Messsignale sollten eine gleichbleibende Amplitude aufweisen, wobei diese bei optoelektronischen, induktiven und magnetischen Messgeräten beispielsweise je nach Abstand zwischen Lichtquelle und Maßverkörperung oder temperaturabhängig variieren können. Deshalb muss der Spannungsbereich des ADCs eine gewisse Sicherheit im Vergleich zur nominalen Amplitude beinhalten, damit die zu digitalisierenden Sinussignale bei größeren Amplituden nicht verfälscht werden. Diese Sicherheit ist gegeben durch einen maximalen Aussteuerbereich, welcher um einen Sicherheitsfaktor s_p größer ist, als die nominale Amplitude. Der notwendige Aussteuerbereich des ADCs ist somit definiert als:

$$\hat{u}_{AD} = s_p \hat{u}_n \quad (3.27)$$

Mit $s_p = 1,2$ ist der maximale Aussteuerbereich des ADCs beispielhaft 20 % größer als die nominale Amplitude. Die Amplituden \hat{u}_{1S} und \hat{u}_{2S} werden berechnet werden mit:

$$\hat{u}_{1S} = \frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_{AD}} = \frac{\hat{u}_1}{s_p \hat{u}_n} \quad (3.28)$$

$$\hat{u}_{2S} = \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_{AD}} = \frac{\hat{u}_2}{s_p \hat{u}_n} \quad (3.29)$$

Des Weiteren kann das Signal bei einer sehr hohen Drehzahl oder Geschwindigkeit des Messobjekts eine geringere Amplitude aufweisen, was zusätzlich betrachtet werden muss. Bei Signalen mit einer

beispielhaften nominalen Amplitude $\hat{u}_n = 1$ und einem Sicherheitsfaktor $s_p = 1,2$ folgen die Werte aus Tabelle 3.1.

Tabelle 3.1 Charakteristische Werte für Signale mit nominaler Amplitude $\hat{u}_n = 1$ und Sicherheitsfaktor $s_p = 1,2$

		\hat{u}_1	\hat{u}_{AD}	\hat{u}_{1S}
Vollaussteuerung	$\hat{u}_1 = s_p \hat{u}_n$	1,2	1,2	1
Nominale Amplitude	$\hat{u}_1 = \hat{u}_n$	1	1,2	0,833
Halbe Amplitude	$\hat{u}_1 = 0,5 \hat{u}_n$	0,5	1,2	0,42
Viertelte Amplitude	$\hat{u}_1 = 0,25 \hat{u}_n$	0,25	1,2	0,21

Durch die Wertequantisierung werden die idealen Messsignale aus Gleichung (3.1) und (3.2) mit einem Quantisierungsfehler e_u^* überlagert. Dieser ist vom Signalperiodenwinkel φ_{SP} abhängig und für jedes Signal unterschiedlich. Mit den Annahmen eines zusätzlichen Sicherheitsfaktors und eines Quantisierungsfehlers e_u^* ändern sich die Gleichungen der idealen, analogen Signale (3.1) und (3.2) ähnlich wie in [2] zu:

$$u_{1Q}^*(x_p) = \hat{u}_{1S} \sin(\varphi_{SP}) + e_{u1}^*(\varphi_{SP}) = u_{1S}^*(\varphi_{SP}) + e_{u1}^*(\varphi_{SP}) \quad (3.30)$$

$$u_{2Q}^*(x_p) = -\hat{u}_{2S} \cos(\varphi_{SP}) + e_{u2}^*(\varphi_{SP}) = -u_{2S}^*(\varphi_{SP}) + e_{u2}^*(\varphi_{SP}) \quad (3.31)$$

Abbildung 3.7 zeigt im oberen Bild das skalierte Sinussignal bei angenommener nominaler Amplitude $\hat{u}_1 = \hat{u}_n$ und einem Sicherheitsfaktor von $s_p = 1,2$. u_{1S}^* beschreibt dabei das ideale Sinussignal und u_{1Q}^* das quantisierte Signal mit einer zur Verdeutlichung sehr geringen ADC Bitbreite von $N_{ADC}^P = 4$ Bit. Der grau schraffierte Bereich stellt den auf Grund des Sicherheitsfaktors zusätzlichen Sicherheitsbereich dar. Im unteren Teil ist der Quantisierungsfehler als Differenz der beiden Sinussignale gezeigt.

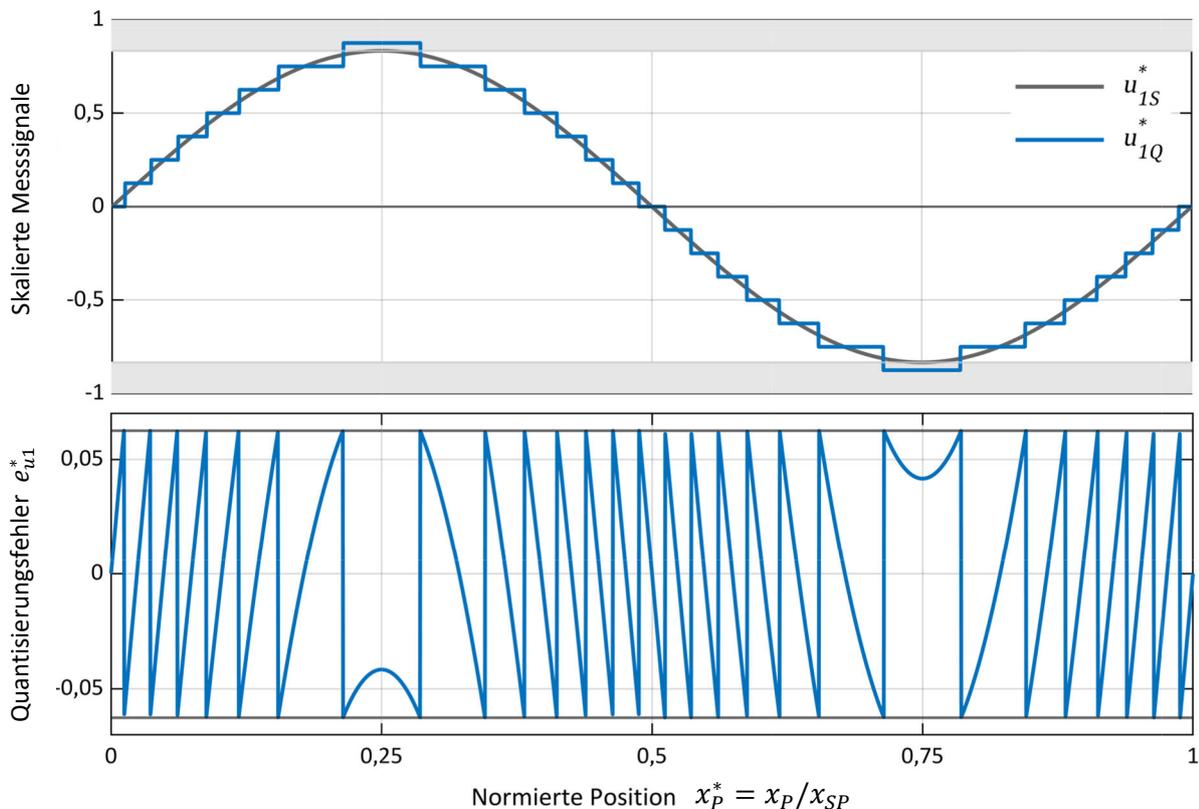


Abbildung 3.7 Ideales und quantisiertes Sinussignal, sowie Quantisierungsfehler innerhalb einer Signalperiode x_{SP} für ADC Bitbreiten $N_{ADC}^P = 4$ Bit

Die Auflösung q_u des auf ± 1 skalierten ADC Aussteuerbereichs beträgt auf Grund der Quantisierung mit der ADC Bitbreite N_{ADC}^P :

$$q_u = \frac{2}{2^{N_{ADC}^P}} = \frac{1}{2^{N_{ADC}^P - 1}} \quad (3.32)$$

Daraus folgt der maximale Quantisierungsfehler $e_{u,max}^*$:

$$e_{u,max}^* = \frac{q_u}{2} = \frac{1}{2^{N_{ADC}^P}} \quad (3.33)$$

Dieser maximale Quantisierungsfehler ist in Abbildung 3.7 unten mit den beiden horizontalen grauen Linien eingezeichnet. Abbildung 3.8 zeigt den Vergleich zwischen idealem und diskretisiertem Sinussignal in vektorieller Darstellung.

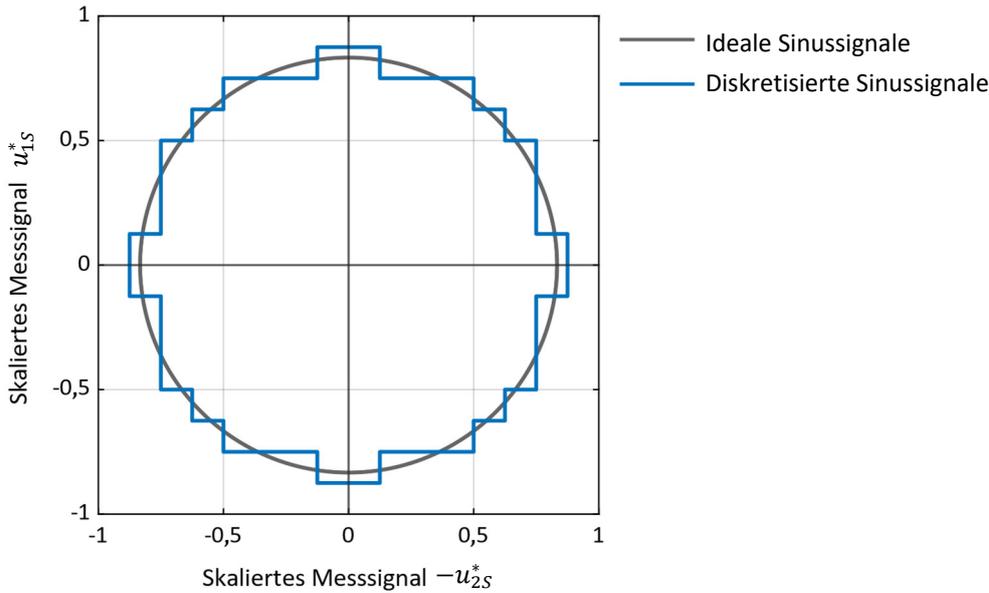


Abbildung 3.8 Vergleich von idealen und diskretisierten Sinussignalen mit einer ADC Bitbreite von $N_{ADC}^P = 4$ Bit

Auswirkung auf die ideale Arkustangens Berechnung

Um die Auswirkung auf die ideale Arkustangens Berechnung bestimmen zu können, muss der Unterteilungswinkelfehler aus Gleichung (3.25) berechnet werden. Da nur der Fehler auf Grund der Quantisierung berechnet werden soll, wird von idealen Signalen mit gleichen Amplituden $\hat{u}_{1S} = \hat{u}_{2S} = \hat{u}_S$ ausgegangen. Der durch die Quantisierung veränderte Unterteilungswinkel kann nach dem gleichen Verfahren wie die Nullpunktabweichung in [2] berechnet werden:

$$\varphi_{SD} = \text{atan} \left(\frac{u_{1Q}^*}{-u_{2Q}^*} \right) = \text{atan} \left(\frac{\hat{u}_S \sin(\varphi_{SP}) + e_{u1}^*(\varphi_{SP})}{\hat{u}_S \cos(\varphi_{SP}) - e_{u2}^*(\varphi_{SP})} \right) \quad (3.34)$$

Somit ergibt sich für den Unterteilungswinkelfehler $\Delta\varphi_{SD}$:

$$\Delta\varphi_{SD} = \varphi_{SP} - \text{atan} \left(\frac{\hat{u}_S \sin(\varphi_{SP}) + e_{u1}^*(\varphi_{SP})}{\hat{u}_S \cos(\varphi_{SP}) - e_{u2}^*(\varphi_{SP})} \right) \quad (3.35)$$

$$\tan(\varphi_{SP} - \Delta\varphi_{SD}) = \frac{\hat{u}_S \sin(\varphi_{SP}) + e_{u1}^*(\varphi_{SP})}{\hat{u}_S \cos(\varphi_{SP}) - e_{u2}^*(\varphi_{SP})} \quad (3.36)$$

$$\frac{\sin(\varphi_{SP} - \Delta\varphi_{SD})}{\cos(\varphi_{SP} - \Delta\varphi_{SD})} = \frac{\hat{u}_S \sin(\varphi_{SP}) + e_{u1}^*(\varphi_{SP})}{\hat{u}_S \cos(\varphi_{SP}) - e_{u2}^*(\varphi_{SP})} \quad (3.37)$$

Mit den Additionstheoremen nach [51] folgt:

$$\frac{\sin(\varphi_{SP}) \cos(\Delta\varphi_{SD}) - \cos(\varphi_{SP}) \sin(\Delta\varphi_{SD})}{\cos(\varphi_{SP}) \cos(\Delta\varphi_{SD}) + \sin(\varphi_{SP}) \sin(\Delta\varphi_{SD})} = \frac{\hat{u}_S \sin(\varphi_{SP}) + e_{u1}^*(\varphi_{SP})}{\hat{u}_S \cos(\varphi_{SP}) - e_{u2}^*(\varphi_{SP})} \quad (3.38)$$

Durch Ausmultiplizieren von Gleichung (3.38) und einer Division mit $\cos(\Delta\varphi_{SD})$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} \hat{u}_S \sin(\Delta\varphi_{SD}) + e_{u2}^*(\Delta\varphi_{SD}) \sin(\varphi_{SP}) \cos(\Delta\varphi_{SD}) + e_{u1}^* \cos(\varphi_{SP}) \cos(\Delta\varphi_{SD}) \\ - e_{u2}^*(\Delta\varphi_{SD}) \cos(\varphi_{SP}) \sin(\Delta\varphi_{SD}) + e_{u1}^*(\Delta\varphi_{SD}) \sin(\varphi_{SP}) \sin(\Delta\varphi_{SD}) = 0 \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \tan(\Delta\varphi_{SD}) (\hat{u}_S - e_{u2}^*(\varphi_{SP}) \cos(\varphi_{SP}) + e_{u1}^*(\varphi_{SP}) \sin(\varphi_{SP})) \\ = -e_{u2}^*(\varphi_{SP}) \sin(\varphi_{SP}) - e_{u1}^*(\varphi_{SP}) \cos(\varphi_{SP}) \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\tan(\Delta\varphi_{SD}) = \frac{-[e_{u2}^*(\varphi_{SP}) \sin(\varphi_{SP}) + e_{u1}^*(\varphi_{SP}) \cos(\varphi_{SP})]}{\hat{u}_S + e_{u1}^*(\varphi_{SP}) \sin(\varphi_{SP}) - e_{u2}^*(\varphi_{SP}) \cos(\varphi_{SP})} \quad (3.41)$$

Da es sich nur um sehr kleine Unterteilungswinkelfehler $\Delta\varphi_{SD}$ handelt, kann die Gleichung mit $\tan(x) \approx x$ vereinfacht werden. Ebenso kann e_{u1}^* und e_{u2}^* als klein angenommen werden, so dass folgt:

$$\Delta\varphi_{SD} \approx \frac{-e_{u2}^*(\varphi_{SP})}{\hat{u}_S} \sin(\varphi_{SP}) - \frac{e_{u1}^*(\varphi_{SP})}{\hat{u}_S} \cos(\varphi_{SP}) \quad (3.42)$$

Um den maximalen Fehler abzuschätzen, wird innerhalb einer Signalperiode für jeden Winkel φ_{SP} der maximale Quantisierungsfehler $e_{u,max}^* = \max(e_{u1}^*) = \max(e_{u2}^*)$ angenommen. Dies setzt voraus, dass in der Nähe von jedem Winkel φ_{SP} die Quantisierungsfehler $e_{u1}^*(\varphi_{SP})$ und $e_{u2}^*(\varphi_{SP})$ jeweils die Extremwerte $\pm e_{u,max}^*$ annehmen und es ergibt sich:

$$\max|\Delta\varphi_{SD}| \approx \max\left(\frac{-e_{u,max}^*}{\hat{u}_S} [\sin(\varphi_{SP}) + \cos(\varphi_{SP})]\right) \quad (3.43)$$

Mit

$$\max(\sin(\varphi_{SP}) + \cos(\varphi_{SP})) = \max\left(\sqrt{2} \sin\left(\varphi_{SP} + \frac{\pi}{4}\right)\right) = \sqrt{2} \quad (3.44)$$

vereinfacht sich Gleichung (3.43) zu:

$$\max|\Delta\varphi_{SD}| \approx \frac{e_{u,max}^*}{\hat{u}_S} \cdot \sqrt{2} \quad (3.45)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (3.33) in Gleichung (3.45) ergibt sich:

$$\max|\Delta\varphi_{SD}| \approx \frac{\sqrt{2}}{\hat{u}_S} \cdot \frac{1}{2^{N_{ADC}^P}} \quad (3.46)$$

Mit Gleichung (3.26) folgt für den genäherten, maximalen Quantisierungsfehler des Positionsmesswerts y_p innerhalb einer Signalperiode in Abhängigkeit von der ADC Bitbreite N_{ADC}^P :

$$x_{SP,F,max}^* = \frac{\max|\Delta\varphi_{SD}|}{2\pi} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \hat{u}_S} 2^{-N_{ADC}^P} \quad (3.47)$$

$$\text{mit } \hat{u}_S = \frac{\hat{u}}{s_p \hat{u}_n} \text{ und } \hat{u} = \hat{u}_1 = \hat{u}_2$$

Abbildung 3.9 stellt den prozentualen, maximalen Quantisierungsfehler der idealen Arkustangens Berechnung aus den diskretisierten Messsignalen dar. Der Fehler ist dabei auf die Signalperiode skaliert. Es wird ein Sicherheitsfaktor von $s_p = 1,2$ angenommen. Bei einer Signalperiode von $x_{SP} = 4 \mu\text{m}$ und nominalen Amplituden der Messsignale entspricht dies für eine beispielhafte ADC Bitbreite von $N_{ADC}^P = 12$ Bit einen maximalen Fehler von $x_{SP,F,max}^* = 0,066 \text{‰}$ bzw. $0,26 \text{ nm}$.

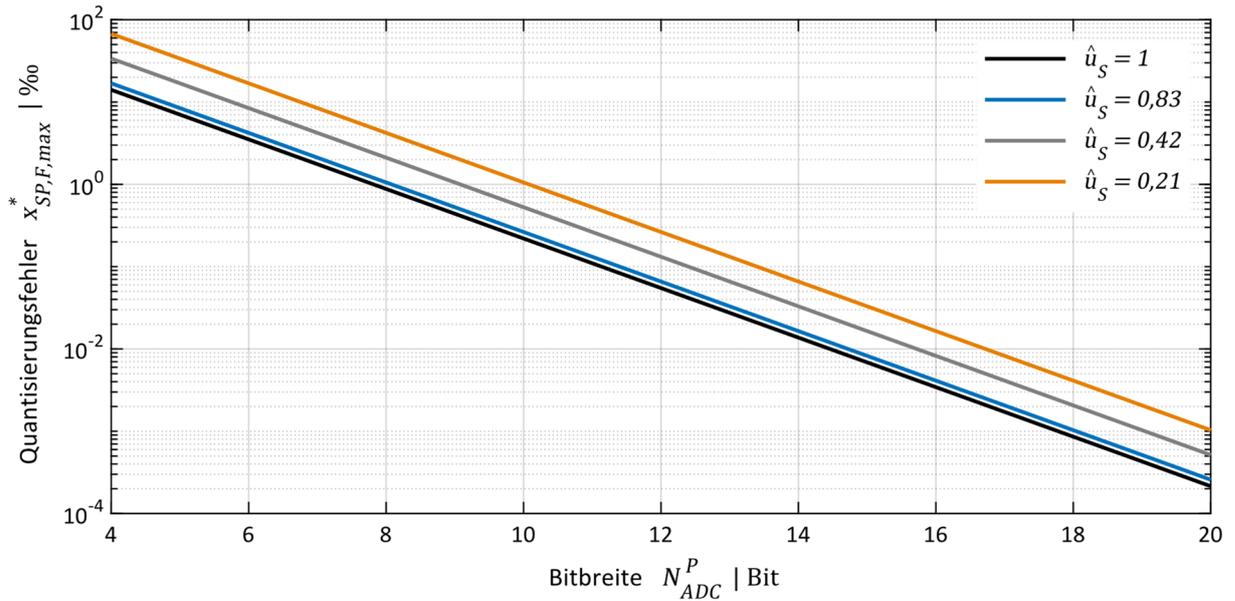


Abbildung 3.9 Maximaler Quantisierungsfehler innerhalb einer Signalperiode x_{SP} in Abhängigkeit der ADC Bitbreite N_{ADC}^P

Der maximale Quantisierungsfehler des Positionsmesswerts y_P , der nach der idealen Arkustangens Berechnung durch die quantisierten Messsignale entsteht, beträgt nach Gleichung (3.47):

$$q_P^* = \frac{q_P}{x_{SP}} = x_{SP,F,max}^* = \frac{1}{\sqrt{2} \pi} \frac{s_P \hat{u}_n}{2^{N_{ADC}^P} \hat{u}} \quad (3.48)$$

Aus Gleichung (3.48) wird deutlich, dass mit größerem Sicherheitsfaktor oder kleiner werdender Amplitude des Messsignals der Quantisierungsfehler zunimmt. Wenn sich die Amplitude beispielsweise von der nominalen Amplitude auf ein Viertel verringert, steigt der maximale Quantisierungsfehler auf das Vierfache an.

Zusätzlich zum Fehler durch die Quantisierung der Messsignale bei angenommener idealer Arkustangens Berechnung ergibt sich ein weiterer Fehler auf Grund der nicht idealen, wertediskreten Arkustangens Berechnung, welcher abhängig vom Verfahren ist. Während bei einer Lookup Tabelle nur die Bitbreite des Ausgangswerts entscheidend ist, ist beim CORDIC Algorithmus zusätzlich die Anzahl der Iterationsschritte von Bedeutung. Es ist vorteilhaft die Bitbreite des Positionsmesswerts so zu wählen, dass der Fehler kleiner ist, als der maximale Quantisierungsfehler auf Grund der idealen Arkustangens Berechnung. Für die Bitbreite des diskret berechneten Positionsmesswerts N_{y_P} bei Skalierung auf die Signalperiode x_{SP} gilt mit Gleichung (3.48):

$$2^{-N_{y_P}} \leq \frac{2^{-N_{ADC}^P} s_P \hat{u}_n}{\sqrt{2} \pi \hat{u}} \quad (3.49)$$

$$N_{y_P} \geq N_{ADC}^P + 2,15 + \underbrace{\text{lb}\left(\frac{\hat{u}}{s_P \hat{u}_n}\right)}_{\leq 0} \quad (3.50)$$

$$N_{y_P} \geq N_{ADC}^P + 2,15 \quad (3.51)$$

Die Auflösung des Winkels φ_{SP} aus dem CORDIC Algorithmus ist zusätzlich durch die Anzahl der Iterationsschritte n bestimmt und kann nach Gleichung (3.19) berechnet werden mit:

$$\varphi_{SP,q,CORDIC} = \text{atan}(2^{-n}) \quad (3.52)$$

Da für sehr kleine Werte von x $\text{atan}(x) \approx x$ gilt, folgt

$$\varphi_{SP,q,CORDIC} \approx \frac{1}{2^n} \quad (3.53)$$

Somit kann die Anzahl der Iterationsschritte bestimmt werden durch:

$$n = N_{y_p} \geq N_{ADC}^P + 2,15 \quad (3.54)$$

Um den Quantisierungsfehler des Positionsmesswerts y_p möglichst gering zu halten, muss die Bitbreite des Positionsmesswerts mit diskretisierten Messsignalen und diskreter Arkustangens Berechnung drei Bit mehr besitzen, als die ADC Bitbreite. Außerdem sollte die Anzahl an Iterationsschritten des CORDIC Algorithmus immer drei größer sein, als die ADC Bitbreite N_{ADC} . Die Auflösung des berechneten Positionsmesswerts ist maßgeblich durch die Anzahl an Iterationsschritten festgelegt und könnte durch eine höhere Anzahl an Schritten noch deutlich erhöht werden. Auf Grund des viel größeren Quantisierungsfehlers ist dies allerdings nicht zielführend. Abbildung 3.10 zeigt beispielhaft das Ergebnis für eine ADC Bitbreite von $N_{ADC}^P = 4$ Bit und einer Bitbreite des Positionswerts von $N_{y_p} = 7$ Bit mit sieben Iterationsschritten des CORDIC Algorithmus. Dabei werden Nominalsignalamplituden mit $\hat{u} = \hat{u}_1 = \hat{u}_2$ und $s_p = 1,2$ angenommen. Oben ist die auf die Signalperiode x_{SP} skalierte Position dargestellt. Die blaue Kurve beschreibt das Ergebnis für die Position, die mit dem CORDIC Algorithmus berechnet ist, und die schwarze Kurve stellt die ideale Position mit kontinuierlichen Messsignalen dar. Im unteren Bild ist der gesamte Quantisierungsfehler gezeigt, wobei die grauen Linien den maximalen Quantisierungsfehler des Positionsmesswerts y_p beschreiben, der nach (3.48) berechnet wird mit:

$$q_p^* = \frac{2^{-N_{ADC}^P} s_p \hat{u}_n}{\sqrt{2} \pi \hat{u}} = \frac{2^{-N_{ADC}^P} 1,2}{\sqrt{2} \pi 1} = 0,0169 \quad (3.55)$$

An den Linien wird ersichtlich, dass es sich um eine Maximalabschätzung aus der Wertediskretisierung handelt und der Quantisierungsfehler immer kleiner bleibt, als der damit berechnete Wert.

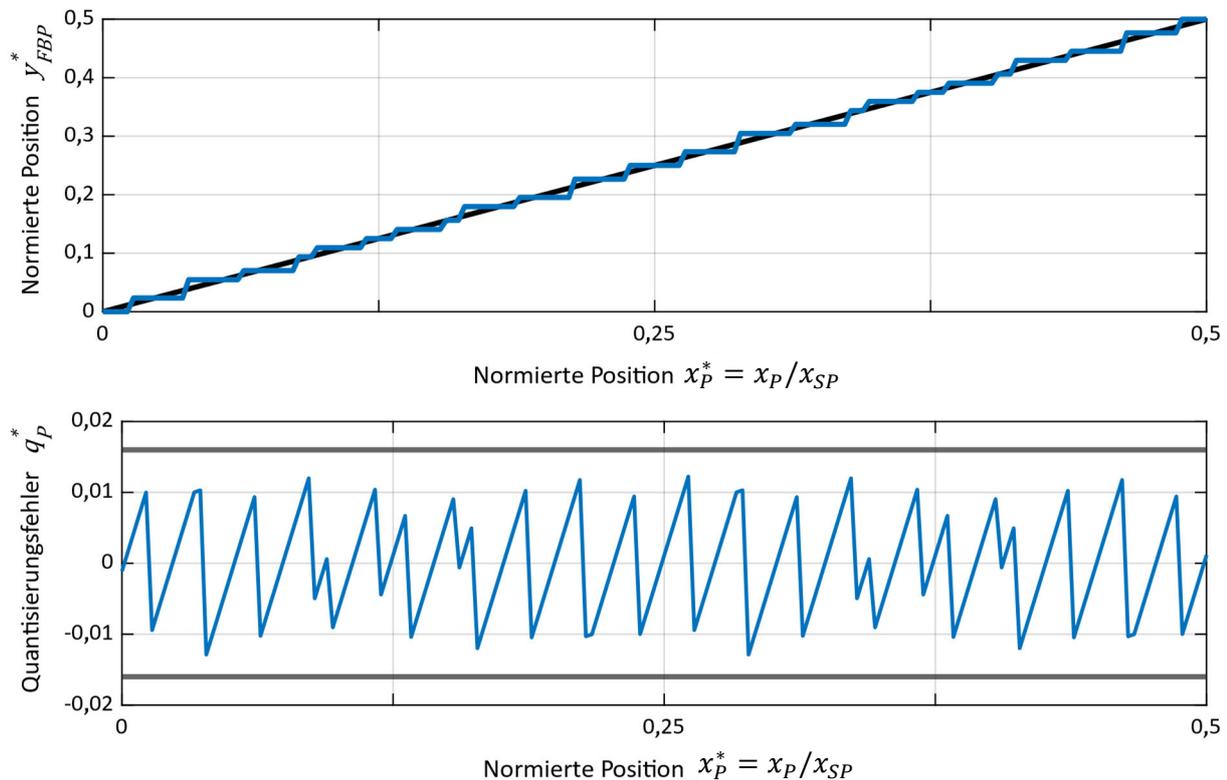


Abbildung 3.10 Ergebnis der Positionsberechnung aus den sinusförmigen Messsignalen mit einer ADC Bitbreite von $N_{ADC}^P = 4$ Bit

Somit kann zusammengefasst werden, dass bei geeigneter Schrittanzahl des CORDIC Algorithmus kein zusätzlicher Fehler durch die Berechnung entsteht und so der Fehler bei der Bestimmung des Positionsmesswerts auf den Quantisierungsfehler zurückzuführen ist. Dieser ist je nach Position unterschiedlich groß, wobei der maximale Quantisierungsfehler mit Gleichung (3.48) angenähert werden kann.

3.2 Analyse der Positionsgenauigkeit

Ziel der Arbeit ist es, bei sehr hoher Dynamik der Regelkreise gleichzeitig eine hohe Positionsgenauigkeit zu erreichen. Zur Analyse wird der Regelfehler des Positionsmessgeräts Regelgröße und die Positionsabweichung am TCP durch das Vergleichsmessgerät verwendet. Die digital berechneten Positionsmesswerte der beiden Messgeräte werden gespeichert und müssen anschließend so analysiert werden, dass Aussagen über erreichbare Positionsgenauigkeiten und Limitationen getroffen werden können. In Abbildung 3.11 ist eine schematische Übersicht des Regelungssystems mit der Analyse der Positionsgenauigkeit dargestellt.

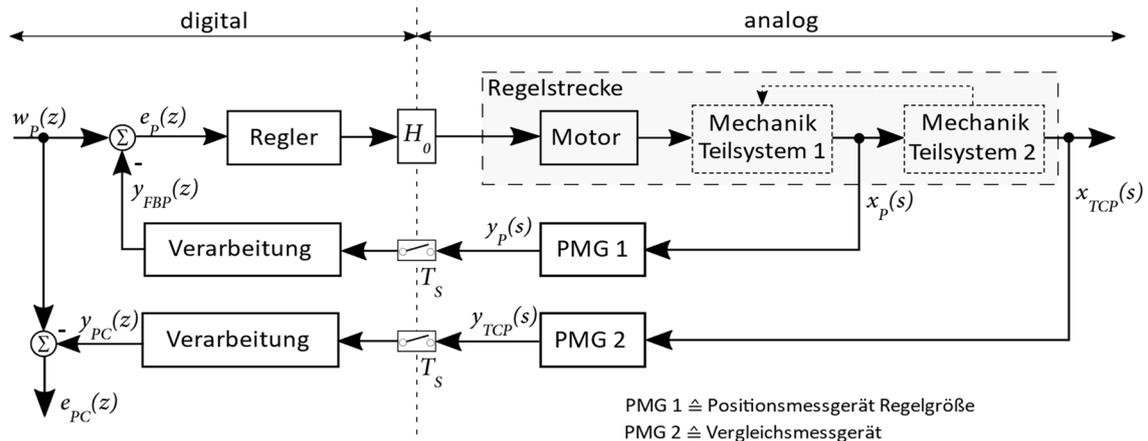


Abbildung 3.11 Schematische Übersicht des Regelungssystems mit der Analyse der Positionsgenauigkeit

Der Regelfehler e_p , der zur Analyse des Positionsregelkreises verwendet wird, wird durch die Differenz aus Sollwert w_p und Istwert der Rückführgröße y_{FBP} bestimmt:

$$e_p = w_p - y_{FBP} \quad (3.56)$$

Zur Analyse der Positionsabweichung am TCP wird die Differenz aus Sollwert und Positionsmesswert des Vergleichsmessgeräts verwendet:

$$e_{PC} = w_p - y_{PC} \quad (3.57)$$

Ein weiterer entscheidender Punkt bei der Analyse ist die Art des Signals, wobei es sich bei den Positionsmesswerten immer um Zufallssignale handelt [55, 56]. Im Folgenden werden zwei verschiedene Analyseverfahren für diese Signale beschrieben. Mit Hilfe der statistischen Auswertung wird das Positionssignal im Zeitbereich ausgewertet, während mit der Spektralanalyse das Signal in den Frequenzbereich transformiert wird und damit frequenzspezifische Fehler sichtbar werden.

In dieser Arbeit werden zwei Aufgaben bei der Positionsregelung betrachtet - das Halten einer Position zur Bestimmung der Positionsstabilität und eine Verfahrbewegung von einer Position in eine andere zur Bestimmung der dynamischen Positionsabweichung. Zur Auswertung der dynamischen Positionsabweichung werden in dieser Arbeit ausschließlich Positionssprünge und keine Bewegungsprofile verwendet. Für die Auswertung der Bewegungsprofile mit konstanter Geschwindigkeit sei auf [57] verwiesen. Tabelle 3.2 zeigt eine Übersicht der Positionsanalyse in dieser Arbeit. Die Analyse des Regelfehlers aus dem Messgerät Regelgröße dient dabei der Identifikation und Zuordnung der auftretenden Abweichungen, während das Vergleichsmessgerät die eigentliche Positionsgenauigkeit am TCP bestimmt und somit das Antriebssystem charakterisiert. Zur Ermittlung der Positionsstabilität wird ein Zeitraum von $t = 2$ s betrachtet, da Produktionsprozesse meist kürzer oder deutlich kürzer als zwei Sekunden sind und damit eine Vielzahl von Prozessaufgaben abgedeckt werden. Die Beurteilung der erreichbaren dynamischen Positionsabweichung wird in Kapitel 6 ausführlich

betrachtet. In diesem Kapitel werden die Analysemethoden für die Positionsstabilität im Zeit- und im Frequenzbereich beschrieben.

Tabelle 3.2 Positionsanalyse

Begriff	Positionssollwert	Messgröße	Analyseart
Positionsstabilität	Halten für einen Zeitraum von $t = 2\text{ s}$	Regelfehler e_p	Zeitbereich und Frequenzbereich
		Abweichung am TCP e_{PC}	Zeitbereich und Frequenzbereich
Dynamische Positionsabweichung	Positionssprung im Nanometerbereich	Regelfehler e_p	Zeitbereich
		Abweichung am TCP e_{PC}	Zeitbereich
	Positionssprung im Mikrometerbereich	Regelfehler e_p	Zeitbereich
		Abweichung am TCP e_{PC}	Zeitbereich

3.2.1 Begriffsdefinitionen

Zur Beurteilung der Positionsgenauigkeit muss zwischen verschiedenen Begriffsdefinitionen wie Unsicherheiten und Abweichungen oder Genauigkeit, Präzision und Richtigkeit unterschieden werden. Dabei sind vor allem die Normen DIN ISO 5725-1 für die allgemeinen Grundlagen und Begriffe der Genauigkeit von Messverfahren und Messergebnissen, der „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“ (GUM) als international anerkannter Leitfaden zur Auswertung von Messunsicherheiten [58], DIN 55350 für statistische Definitionen und DIN 1319 für die Messtechnik selbst von Bedeutung [59, 60]. Abbildung 3.12 zeigt den Zusammenhang zwischen den grundlegenden Begriffen oben im kartesischen Koordinatensystem und unten für eine Einzelachse. Die einzelnen Begriffe sind nach [58, 59, 60, 61, 62] definiert als:

- **Richtiger Wert**

Der richtige Wert beschreibt einen akzeptierten Bezugswert, der sehr nahe am wahren Wert liegt oder mit diesem identisch ist. In vielen Fällen der Messtechnik ist der richtige Wert aber unbekannt, sodass abgeleitete Größen wie Richtigkeit und Messabweichung nicht bestimmt werden können. Dafür müssen Messunsicherheiten angegeben werden. In dieser Arbeit kann der Positionsmesswert des Vergleichsmessgeräts als akzeptierter Bezugswert angesehen werden. In Abbildung 3.12 ist der richtige Wert jeweils im Nullpunkt eingezeichnet. Der wahre Wert selbst ist nach Definition nicht messbar und in Abbildung 3.12 nicht enthalten.

- **Richtigkeit**

Die Richtigkeit beschreibt die Abweichung zwischen dem richtigen Wert und dem Mittelwert einer Messreihe. Je besser die Richtigkeit ist, desto kleiner sind die systematischen Messabweichungen. Wenn keine systematischen Messabweichungen mehr existieren, ist die Messung richtig.

- **Präzision**

Die Präzision ist unabhängig vom richtigen Wert und beschreibt die Streuung von Messwerten relativ zum Erwartungswert. Sie wird meist mit der Standardabweichung angegeben, welche später ausführlich beschrieben wird. Die Präzision beschreibt zufällige Messabweichungen. Darunter fallen auch deterministische Störeinflüsse von Störgrößen, die nicht erfasst werden. Wenn keine zufälligen Messabweichungen mehr existieren, ist ein Ergebnis präzise.

- **Genauigkeit**

Die Genauigkeit ist ein allgemeiner Qualitätsbegriff für eine Messung, welcher sich auf Richtigkeit und Präzision bezieht. Somit werden dadurch sowohl systematische als auch zufällige Abweichungen beschrieben. Wenn keine Messabweichungen existieren, ist ein

Messergebnis genau. Da in der Regel der wahre Wert unbekannt ist, bleibt die Genauigkeit ein qualitativer Begriff und ist in Abbildung 3.12 nicht enthalten. Angaben zur Genauigkeit werden durch die Messunsicherheit quantifiziert.

- **Auflösung**

Die Auflösung beschreibt den kleinsten wahrnehmbaren Unterschied zwischen Messungen und kann von der Bitbreite abhängen.

- **Messabweichung**

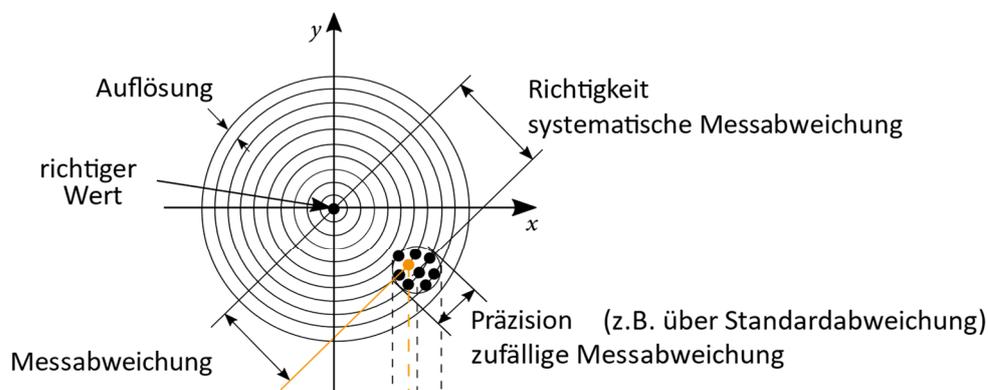
In Abbildung 3.12 ist exemplarisch ein Messpunkt in orange hervorgehoben. Dieser besitzt eine bestimmte Messabweichung zum richtigen Wert, welche sich aus der Summe der zufälligen Messabweichungen und der systematischen Messabweichungen ergibt.

- **Messunsicherheit**

Neben den allgemeinen Begriffen zur Positionsgenauigkeit muss beschrieben werden, wie das Messergebnis vollständig angegeben wird. Dafür wird die Messunsicherheit eingeführt, die definiert ist als Schätzwert für die Streuung der Abweichung des wahren Wertes vom gemessenen Wert. Sie beschreibt Messabweichungen, die sich aus den zufälligen Messabweichungen und systematischen Messabweichungen zusammensetzen. Für die Bestimmung der Messunsicherheit sind Messungen oder statistische Beschreibungen von bekannten Störeinflüssen notwendig. Es gibt nach [62] verschiedene Einflusskomponenten auf die Messunsicherheit, wie zum Beispiel:

- Verfahren (Anzahl und Dauer der Messungen, Anzahl der Bediener, ...)
- Messgerät (Mess- und Auswertesoftware, Temperatur, Kalibrierung, ...)
- Umgebung (Temperatur, Feuchtigkeit, Schwingungen, Luftdruck, Schmutz, Licht, ...)
- Messobjekt (Temperatur, Material, Oberfläche, Position, Schwingungen,...)
- Bediener (Handhabung, Sorgfalt, Erfahrung,...)

Kartesisches Achssystem



Einzelachse

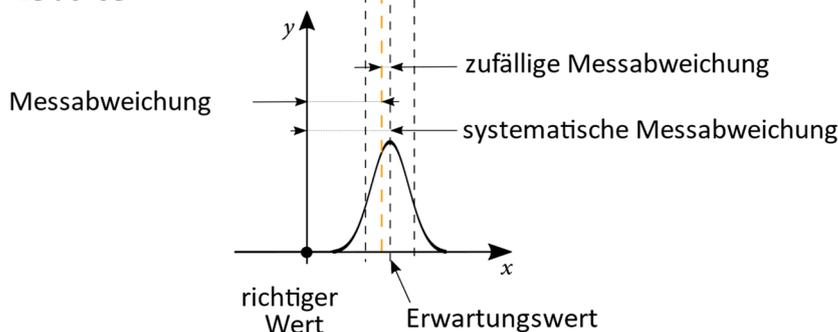


Abbildung 3.12 Grundlegende Begriffe zur Genauigkeit

Abbildung 3.13 zeigt die Zusammensetzung des vollständigen Messergebnisses unter Berücksichtigung der in Abbildung 3.12 definierten Begriffe [63].

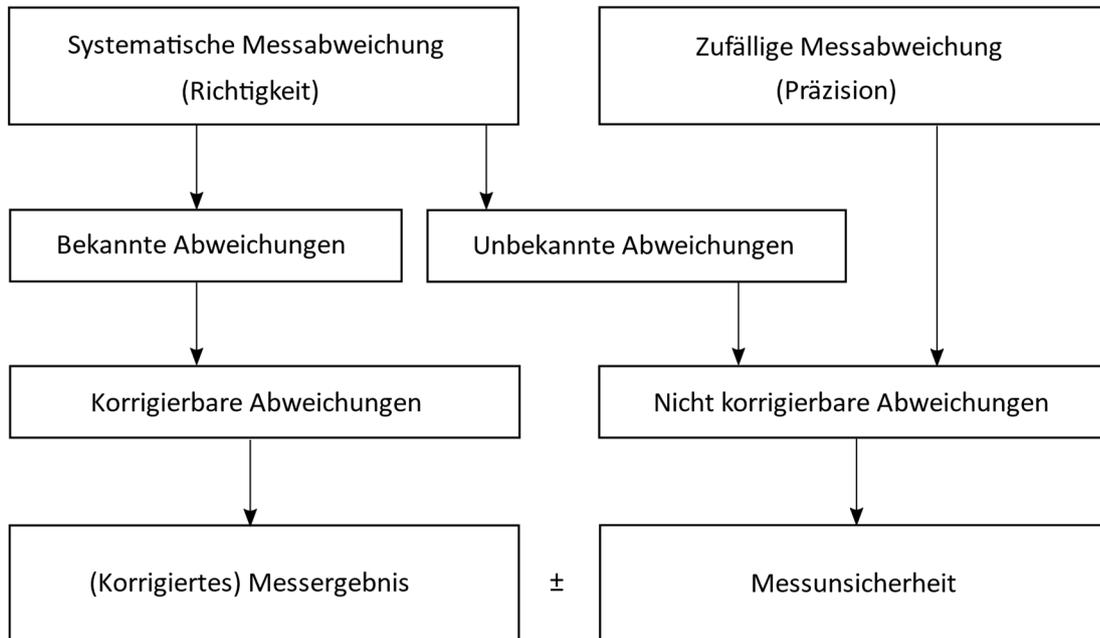


Abbildung 3.13 Vollständige Angabe eines Messergebnisses

In dieser Arbeit wird das Messergebnis für die Positionsstabilität nach Abbildung 3.13 angegeben. Für eine gute Vergleichbarkeit werden alle Messungen mit dem selben Aufbau, gleichen Umgebungsbedingungen durch einen temperierten Raum und mit kurzem zeitlichen Abstand der einzelnen Messungen zueinander durchgeführt. Dabei werden keine systematischen Effekte betrachtet und so keine Fehlerkorrektur durchgeführt. Die Messunsicherheit wird somit als Präzision mit Hilfe der Standardabweichung angegeben.

3.2.2 Analyse im Zeitbereich

Bei Positionsmesswerten in digital geregelten Antrieben handelt es sich um zeit- und wertediskrete Signale. Dabei ist die Zeitdiskretisierung abhängig von der Abtastfrequenz der Messsignale und die Wertediskretisierung von der Auflösung der Unterteilung. Zur Auswertung im Zeitbereich können die Messwerte in Häufigkeitsverteilungen dargestellt werden. Ein Beispiel für eine grafische Darstellung sind Histogramme, bei denen die x-Achse die möglichen Werte und die y-Achse die zugehörige absolute Häufigkeit bzw. Wahrscheinlichkeit beschreibt. In Abbildung 3.14 ist ein Beispiel eines diskreten Zufallssignals mit 1000 zufälligen Werten im Intervall $[-1 \text{ nm}; 1 \text{ nm}]$ im zeitlichen Verlauf (links) und im Histogramm (rechts) dargestellt.

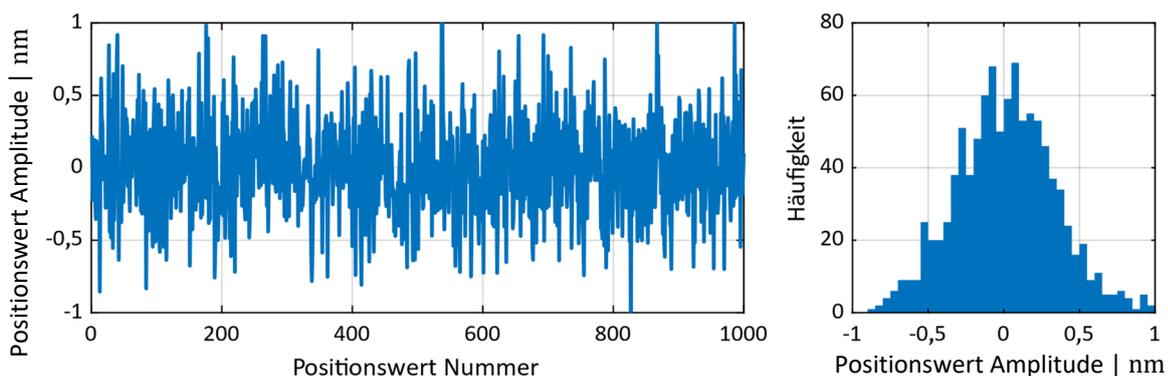


Abbildung 3.14 Diskretes Zufallssignal mit zugehörigem Histogramm

Für eine Aussage über die Positionsstabilität muss die Messunsicherheit in Form einer Wahrscheinlichkeit angegeben werden, mit welcher der Positionsmesswert innerhalb eines bestimmten Intervalls liegt. Dadurch wird eine Abweichung bzw. Unsicherheit des Positionsmesswerts ermittelt.

Es gibt verschiedene Arten von stetigen Verteilungen, wie beispielsweise die Gleichverteilung, die beschreibt, dass alle Signale innerhalb eines Intervalls mit der gleichen Wahrscheinlichkeit vorkommen. Eine der wichtigsten stetigen Verteilungen für die Auswertung von Messergebnissen ist die GAUSS'sche Normalverteilung. Der zentrale Grenzwertsatz besagt, dass die additive Zusammensetzung vieler, beliebig verteilter Zufallsgrößen mit einer Normalverteilung approximiert werden kann. Da bei Messungen stetiger Signale viele voneinander unabhängiger Einflüsse zu einer Summe vieler verschiedener kleiner Messabweichungen führt, kann bei der Analyse von zeitdiskreten Messergebnissen eine Approximation der Normalverteilung angenommen werden [64].

Die Wahrscheinlichkeitsdichte einer GAUSS-Verteilung für die Positionsmesswerte wird beschrieben mit [64]:

$$f(y_p | \mu_p, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(y_p - \mu_p)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.58)$$

Dabei entspricht y_p dem Positionsmesswert, μ_p dem Erwartungswert der Position und σ der Standardabweichung. Der Erwartungswert μ_p gibt die Position an, die in Regelung gehalten werden soll und stellt den Schwerpunkt der Dichte dar. Das Integral unter der Dichte in einem bestimmten Intervall definiert die Wahrscheinlichkeit, dass das Signal in diesem Intervall liegt.

Es gibt vordefinierte Streuintervalle, welche die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten bereits definieren. Abbildung 3.15 zeigt die Normalverteilung mit den jeweils vordefinierten Flächen der Streuintervalle und den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten. Wenn der Erwartungswert mit einer 1σ -Abweichung angegeben wird, ist die Wahrscheinlichkeit bei ca. 68,27 %, dass sich die Zufallsvariable in diesem Intervall befindet. Eine Wahrscheinlichkeit von 99,999 % ist bei einer $4,89164\sigma$ -Abweichung gegeben [64]. Die ermittelte Standardabweichung σ stellt somit eine Aussage über die maximale Abweichung des tatsächlichen Positionsmesswerts vom erwarteten Wert und so die jeweilige Positionsstabilität dar.

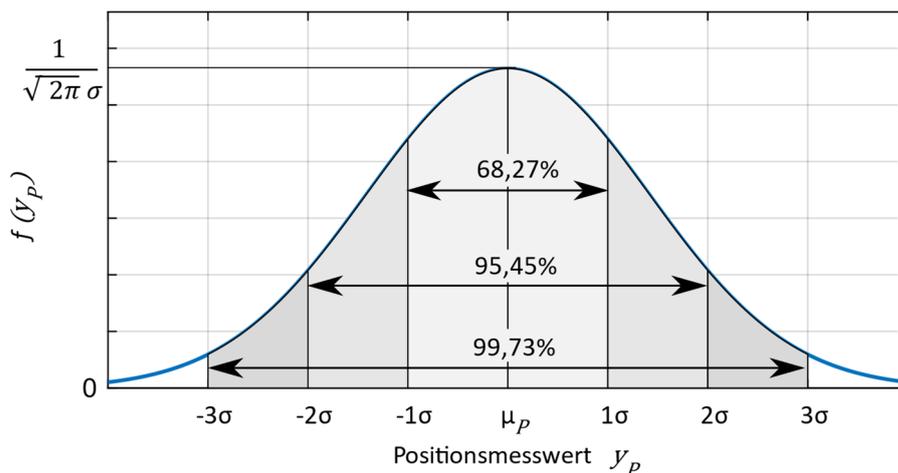


Abbildung 3.15 Wahrscheinlichkeiten der Normalverteilung

Um das beispielhafte Histogramm aus Abbildung 3.14 auszuwerten, wird dieses mit einer angenäherten Normalverteilung mittels MATLAB approximiert. Aus der Normalverteilung ergibt sich der Erwartungswert μ_p und die Standardabweichung σ . Abbildung 3.16 zeigt ein Histogramm mit der überlagerten Normalverteilung.

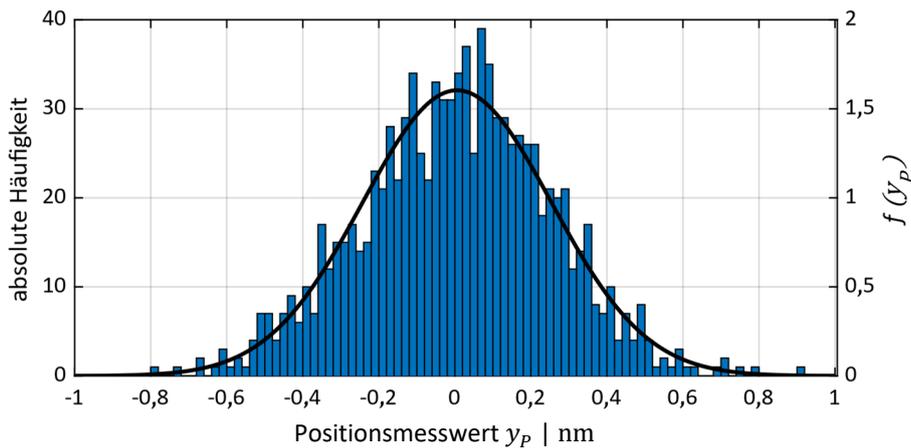


Abbildung 3.16 Histogramm Analyse

Mit Gleichung (3.58) kann aus der angenäherten Normalverteilung der Erwartungswert μ_P und die Standardabweichung σ bestimmt werden. Am Maximum der Kurve gilt:

$$f(y_P = \mu_P) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(y_P - \mu_P)^2}{4\sigma^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \quad (3.59)$$

Für das Zufallssignal in Abbildung 3.16 folgt mit $\mu_P = 0$ nm:

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1,6} = 0,249 \text{ nm} \quad (3.60)$$

Die Messunsicherheit wird meist als 2σ -Abweichung angegeben. Es ergibt sich eine Wahrscheinlichkeit von 95,45%, dass sich der Positionsmesswert im Intervall $y_P = 0 \pm 0,498$ nm befindet. Eine Aussage über vorhandene Frequenzanteile kann mit dieser Methode nicht getroffen werden.

3.2.3 Spektralanalyse

Mit Hilfe der Spektralanalyse können die Positionsmesswerte im Frequenzbereich analysiert werden. Durch die Transformation vom Zeitbereich in den Frequenzbereich wird ermittelt, welche Frequenzen mit welchen Signalamplituden oder Leistungen im Messsignal auftreten. Mit Zuordnung der Signalanteile zu bestimmten Frequenzen wird die Ursache der Abweichung analysiert, welche in dieser Arbeit beispielhaft Eigenresonanzen des mechanischen Antriebs oder Schaltfrequenzen der Elektronik sein können. Für die Spektralanalyse gibt es verschiedene Verfahren, wie die Fourier-Reihe, die diskrete Fouriertransformation, die Fouriertransformation oder die spektrale Leistungsdichte, die je nach Art des Signals und der Analyseaufgabe angewendet werden. Wenn es sich um kontinuierliche, periodische Signale handelt, wird die Analyse mit der Fourier-Reihe durchgeführt, während die diskrete Fouriertransformation für zeitdiskrete, periodische Signale verwendet wird. Die Fouriertransformation kann nur für Signale berechnet werden, die um einen Zeitpunkt konzentriert sind und schnell genug zu beiden Seiten abfallen. Für nichtperiodische Signale ohne diesen Abfall steht die spektrale Leistungsdichte zur Verfügung. Sie wird insbesondere für Signale mit stochastischen, stationären Signalanteilen verwendet. Die spektrale Leistungsdichte gibt die Leistung des Signals in einem infinitesimalen Frequenzabschnitt wieder. Dabei erfolgt die Darstellung über der Frequenz entweder mit dem Amplitudendichtespektrum (ASD) oder dem Leistungsdichtespektrum (PSD), wobei PSD und ASD einen quadratischen Zusammenhang aufweisen. Da es sich bei den Positionsmesswerten um zeitdiskrete, stochastische Signale handelt, wird im Folgenden die spektrale Leistungsdichte genauer betrachtet. Weitere Informationen zu den anderen Verfahren der Spektralanalyse können [65, 66] oder [67] entnommen werden.

Die spektrale Leistungsdichte kann verwendet werden, um aus Spannungssignalen die vorhandenen Rauschanteile zu ermitteln. Die mittlere elektrische Leistung P_{el} berechnet sich an einem ohmschen Verbraucher allgemein mit

$$P_{el} = U_{eff} I_{eff} = \frac{U_{eff}^2}{R} = I_{eff}^2 R \quad (3.61)$$

und wird in Watt (W) angegeben. Die Einheit von Leistungsdichtespektren elektrischer Signale ist meist nicht (W/Hz) sondern (V^2/Hz) und stellt somit keine Leistung im eigentlichen Sinn dar, sondern eine mit einem Widerstand $R = 1 \Omega$ skalierte Leistung. Da die spektrale Leistungsdichte auch die Varianz einer Größe pro Frequenzintervall darstellt, ist der Begriff verallgemeinert und muss nicht mit einer physikalischen Leistung verbunden sein. Sie wird angegeben in Einheiten der Größe im Quadrat pro Frequenzintervall. Neben der Analyse von elektrischen Signalen wird das Leistungsdichtespektrum häufig in der Schwingungsanalyse verwendet. Durch Skalierung der Messsignale ergibt sich die für Leistungsdichtespektren mechanischer Schwingungen typische Einheit von $((m/s^2)^2/Hz)$, was die Leistungsdichte der Beschleunigung darstellt. In dieser Arbeit sind auf Grund der Analyse von Positionsmesswerten vor allem Leistungsdichtespektren der Position mit der Einheit (nm^2/Hz) entscheidend.

3.2.3.1 Definition

Das Leistungsdichtespektrum kann entweder als Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion oder als mittlere Leistung eines Zufallsprozesses mit Mittelung über alle Musterfunktionen interpretiert werden, weshalb es verschiedene Definitionen gibt [68]. Grundsätzlich ist das Leistungsdichtespektrum für positive und negative Frequenzen definierbar. Eine mögliche Definition für Frequenzen $f \geq 0$ lautet [65, 66, 69]:

$$S_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} (|X_T(f)|^2 + |X_T(-f)|^2) \quad (3.62)$$

X_T wird berechnet mit:

$$X_T(f) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_p(t) e^{-2\pi j f t} dt \quad (3.63)$$

Da in der Praxis keine Berechnung gegen eine unendliche Zeit durchgeführt werden kann, muss für die spektrale Leistungsdichte S_{xx} ein Schätzwert ermittelt werden. Grundsätzlich gibt es eine kontinuierliche und eine diskrete Variante bei der Bildung der spektralen Leistungsdichte, wobei bei der diskreten Implementierung sowohl eine Normierung „pro Sample“ als auch „pro Frequenzintervall“ möglich ist. Das geschätzte Leistungsdichtespektrum soll mit einer endlichen Anzahl an zufälligen Messsignalen dem idealen Spektrum möglichst gut angenähert werden. Durch die Berechnung der geschätzten, spektralen Leistungsdichte über eine endliche Zeit entstehen Randeffekte, die Fehler verursachen (spectral leakage). Aus diesem Grund müssen zusätzliche Fensterungen durchgeführt werden. Grundsätzlich gibt es zur Berechnung des Schätzwerts aus einer endlichen Anzahl an Messwerten mehrere Möglichkeiten, zum Beispiel [65]:

- Korrelogramm nach Blackman-Tuckey
- Periodogramm mit der Wiener-Khintchine-Methode

Bei der Berechnung aus einem Korrelogramm nach Blackman-Tuckey wird zuerst die Autokorrelationsfunktion (AKF) gebildet. Dabei handelt es sich um eine Quadrierung und Bildung des Erwartungswerts aus dem ursprünglichen Signal. Anschließend wird mit Hilfe der Fouriertransformation das Leistungsdichtespektrum ermittelt [65, 69]. Beim Verfahren mit Periodogramm wird zunächst mit Hilfe der Fouriertransformation eine Musterfunktion im Frequenzbereich ermittelt und mit dieser anschließend das Leistungsdichtespektrum durch Quadrierung und Erwartungswertbildung

geschätzt [65, 68]. In dieser Arbeit wird zur Schätzung des diskreten Leistungsdichtespektrums für positive Frequenzen ein Periodogramm mit Fensterfunktion und Normierung pro Frequenzintervall verwendet. Je größer die Anzahl N der Datenwerte ist, desto besser ist die Schätzung des PSDs. Wenn das Spektrum aus nur einem Periodogramm mit einer großen Messwertanzahl N geschätzt wird, besitzt es eine hohe Varianz. Dies hat zur Folge, dass das Messsignal in verschiedene Segmente aufgeteilt wird, wodurch mehrere Periodogramme gebildet werden können, die im Mittel eine bessere Abschätzung des Leistungsdichtespektrums bewirken. Es gibt verschiedene Möglichkeiten für die Segmentaufteilung und Mittelung der Einzelperiodogramme mit Variationen in der Überlappung und der Art der Fensterung einzelner Segmente. Die Bartlett-Methode beschreibt zum Beispiel eine Aufteilung der Messsignale in nicht überlappende Segmente, eine Berechnung der einzelnen Periodogramme für jedes Segment und eine anschließende Mittelung. Vorteil dieser Methode ist eine Verringerung der Varianz im Vergleich zu einem einzelnen Periodogramm über den kompletten Datensatz. Eine Weiterentwicklung dieses Ansatzes besteht in der Welch-Methode [70]. Hierbei werden die Werte in Segmente mit Überlappung aufgeteilt, womit gleiche Messwerte in verschiedenen Einzelperiodogrammen verwendet werden und so die Varianz weiter verringert wird. Zusätzlich werden die einzelnen Periodogramme vor der Mittelung gefenstert [65, 70].

Bei der diskreten Variante mit positiven Frequenzen gilt für die spektrale Leistungsdichte:

$$S_{XX}[k] = \begin{cases} \frac{1}{\Delta f} \hat{S}[0] & \text{für } k = 0 \\ \frac{1}{\Delta f} (\hat{S}[k] + \hat{S}[N - k]) & \text{für } 1 \leq k < \frac{N}{2} \\ \frac{1}{\Delta f} \hat{S}\left[\frac{N}{2}\right] & \text{für } k = \frac{N}{2} \end{cases} \quad (3.64)$$

Die zugehörige Frequenz kann berechnet werden mit:

$$f_k = k \Delta f \quad (3.65)$$

$$\Delta f = \frac{1}{N T_A} \quad (3.66)$$

Mit der Mittelung über M Teilanalysen zu je N Datenwerten gilt:

$$\hat{S}[k] = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \hat{S}_m[k] \quad (3.67)$$

$$\hat{S}_m[k] = \frac{1}{N \sum_{n=0}^{N-1} w[n]^2} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x\left[n + m \frac{M}{2}\right] \cdot w[n] \cdot e^{-2jn \frac{k}{N}} \right|^2 \quad (3.68)$$

Die Fensterfunktion $w[n]$ lautet beispielhaft:

$$w[n] = \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \right) \quad (3.69)$$

Eine wichtige Eigenschaft des Leistungsdichtespektrums nach dem Satz von Plancherel lautet:

$$\int_0^{\infty} S_{XX}(f) df = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x_p(t)|^2 dt \quad (3.70)$$

Diese Eigenschaft hat zur Folge, dass durch Integration über das Leistungsdichtespektrum der Effektivwert des Messwerts x_p bestimmt werden kann. Das Ergebnis der Integration bzw. des Aufsummierens der geschätzten spektralen Leistungsdichte wird kumuliertes Leistungsspektrum (CPS) genannt.

3.2.3.2 Beispiel

Im Folgenden wird mit Hilfe eines Beispiels, in dem die Position Null gehalten werden soll, die Auswertung des Leistungsdichtespektrums verdeutlicht. Das Signal wird dabei mit einer Frequenz von $f_A = 1$ MHz abgetastet und für eine Messdauer von $t = 1$ s ausgewertet. Im Signal treten drei sinusförmige Störsignale unterschiedlicher Frequenz ($St1, St2$ und $St3$) auf, die ausschnittsweise in Abbildung 3.17 dargestellt sind. Die genauen Eigenschaften sind in Tabelle 3.3 enthalten. Abbildung 3.18 zeigt einen Ausschnitt des abgetasteten Signals der Positionsmesswerte.

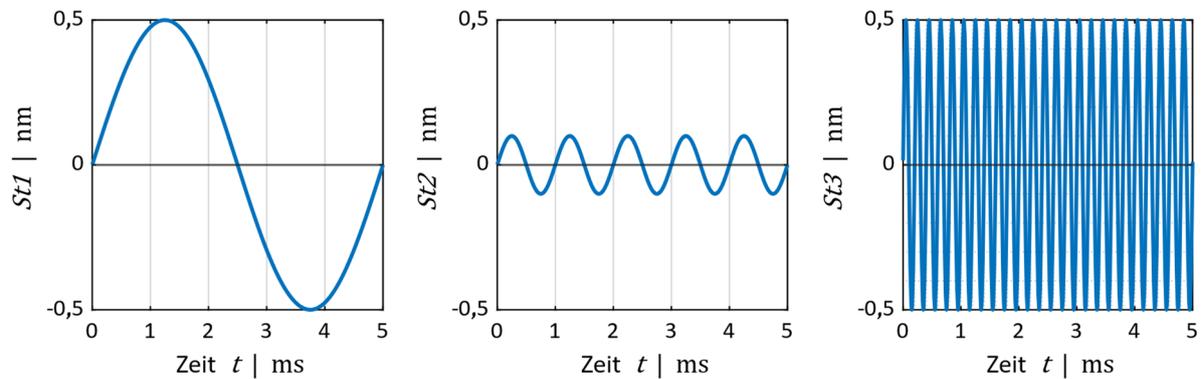


Abbildung 3.17 Störsignale

Tabelle 3.3 Eigenschaften der Störsignale

	Frequenz	Amplitude	Effektivwert
❶	$f_{St1} = 200$ Hz	$\hat{x}_{St1} = 0,5$ nm	$x_{RMS,St1} = 0,354$ nm
❷	$f_{St2} = 1000$ Hz	$\hat{x}_{St2} = 0,1$ nm	$x_{RMS,St2} = 0,071$ nm
❸	$f_{St3} = 5000$ Hz	$\hat{x}_{St3} = 0,5$ nm	$x_{RMS,St3} = 0,354$ nm

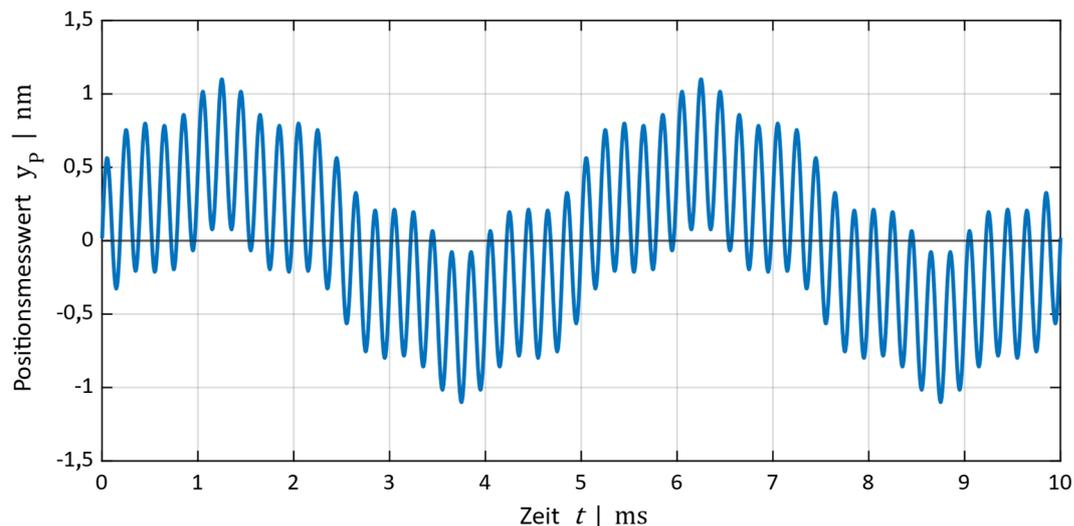


Abbildung 3.18 Beispielhafte Positionsmesswerte mit drei sinusförmigen Störfrequenzen

Der Effektivwert des Gesamtsignals beträgt $x_{P,RMS} = 0,505$ nm. In Abbildung 3.19 ist das PSD des beispielhaften Signals nach der Welch-Methode mit Hanning-Fenster und 50 % Überlappung dargestellt. Dabei sind die drei auftretenden Störfrequenzen erkennbar. Durch einen Flächenvergleich an den Störimpulsen bei linearer Achsenskalierung kann die Größenordnung der Amplitude abgeschätzt werden. Der Fläche der Störpeaks bei den Frequenzen $f_{St1} = 200$ Hz und $f_{St3} = 5$ kHz ist ungefähr gleich groß, was zu einer ähnlichen Amplitude führt. Bei $f_{St2} = 1$ kHz ist die Fläche und somit die Amplitude geringer. Die genauen Amplituden und Effektivwerte können mit Hilfe des kumulierten Leistungsspektrum bestimmt werden.

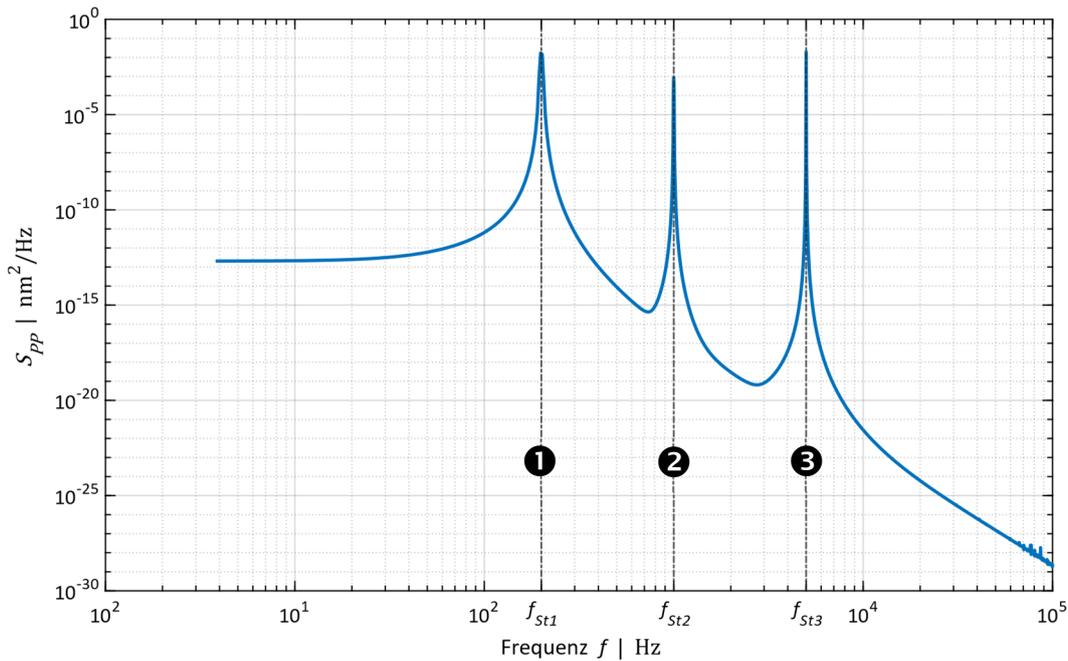


Abbildung 3.19 Leistungsdichtespektrum nach der Welch-Methode

Aus dem kumulierten Leistungsspektrum (CPS) kann der RMS-Wert des gesamten Signals oder der RMS-Wert für einen bestimmten Frequenzbereich ermittelt werden. Es gibt zwei verschiedene Möglichkeiten für die Aufsummierung des PSDs – aufsteigend und beginnend mit der niedrigsten Frequenz oder absteigend beginnend mit der höchsten Frequenz. In Abbildung 3.20 sind die beiden Möglichkeiten für das CPS anhand des Beispiels aus Abbildung 3.19 dargestellt. Je nachdem, welcher Frequenzbereich für die jeweilige Auswertung bedeutend ist, wird eine der beiden Möglichkeiten verwendet. Da die Peaks im hohen Frequenzbereich meistens kleiner sind, ist für eine Überblicksdarstellung des Ergebnisses die Variante von hohen zu niedrigen Frequenzen vorteilhaft, weil dadurch die Stufen im hohen Frequenzbereich besser sichtbar sind. Bei einer Auswertung bezüglich der Auswirkung auf die Regelung ist vor allem der Frequenzbereich von Bedeutung, in dem die Regelung wirkt, weshalb die Aufsummierung von niedrigen zu hohen Frequenzen besser ist. Die Peaks aus dem PSD aus Abbildung 3.19 stellen im CPS Stufen dar. Über die Stufenhöhe im CPS kann der zugehörige Anteil an Positionsrauschen als Effektivwert bestimmt werden. Da die Stufenhöhen bei $f_{St1} = 200$ Hz und $f_{St1} = 5000$ Hz genau gleich groß sind, müssen die Effektivwerte der Störsignale gleich sein. Die genaue Größe kann zum Beispiel aus dem von unten kumulierten CPS berechnet werden mit:

$$x_{RMS,St1} = \sqrt{0,125 \text{ nm}^2 - 0 \text{ nm}^2} = 0,354 \text{ nm} \quad (3.71)$$

$$x_{RMS,St2} = \sqrt{0,13 \text{ nm}^2 - 0,125 \text{ nm}^2} = 0,071 \text{ nm} \quad (3.72)$$

Diese drei Werte stimmen mit den vorgegebenen Werten aus Tabelle 3.3 überein. Der RMS-Wert des gesamten Signals kann aus dem CPS durch Radizieren des höchsten Wertes ermittelt werden:

$$x_{RMS} = \sqrt{0,255 \text{ nm}^2} = 0,505 \text{ nm} \quad (3.73)$$

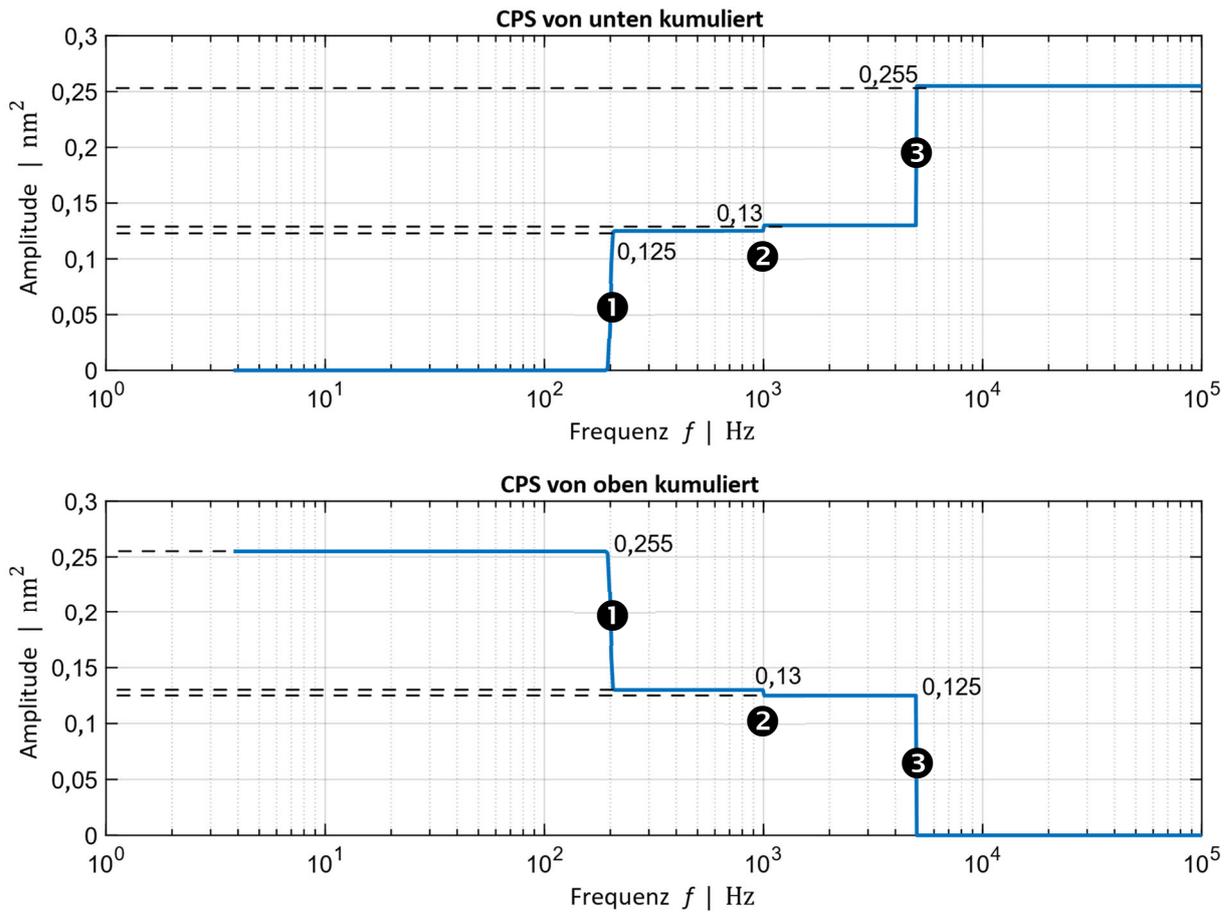


Abbildung 3.20 CPS von niedrigen Frequenzen nach oben kumuliert (oben) und von hohen Frequenzen nach unten kumuliert (unten)

3.2.4 Rauschen

Neben frequenzspezifischen Störsignalen ist ein Messsignal immer mit Rauschen überlagert. Es gibt verschiedene Arten von Rauschen, wobei ein typisches Leistungsdichtespektrum von Rauschen in Abbildung 3.21 dargestellt ist [71].

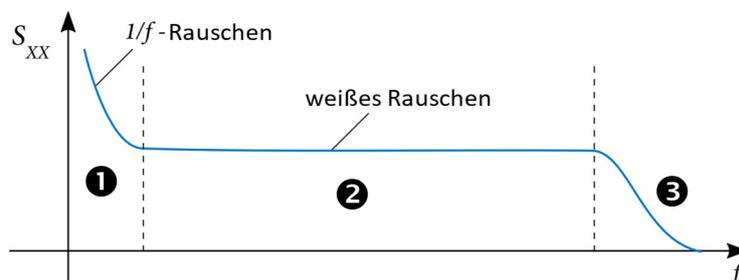


Abbildung 3.21 Rauschspektrum

Über einen sehr großen Frequenzbereich gibt es eine konstante spektrale Leistungsdichte (2), was als weißes Rauschen bezeichnet wird. Die Autokorrelationsfunktion von weißem Rauschen ist ein Dirac-Impuls:

$$r_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(j\omega) e^{-j\omega\tau} d\tau = r_{xx}(\tau) \cdot \delta(\tau) \quad (3.74)$$

Das bedeutet, dass Rauschen unkorreliert zu allen Zeitpunkten auftritt [72]. Ursachen für diese Rauschart sind thermische Bewegungen von Elementarteilchen, zum Beispiel thermisches Rauschen von Widerständen oder Schrotrauschen der Elektronen, welche im Vergleich zur Messzeit sehr viel schneller und somit unkorreliert sind. Auch die Quantisierung von Messwerten führt zu einem Rauschen, das für einen bestimmten Frequenzbereich konstant und somit als weißes Rauschen betrachtet werden kann. Da Rauschen immer eine Tiefpasscharakteristik aufweist, besitzt Rauschen keine unendlich hohe Leistung. Deshalb fällt das Rauschspektrum zu hohen Frequenzen gegen Null ab (⊖). Im niedrigeren Frequenzbereich tritt zusätzlich $1/f$ – Rauschen auf (⊕), was auf korrelierte Bewegungen in tiefen Frequenzen durch die Wechselwirkungen zwischen Ladungsträgern zurückzuführen ist. Zusätzlich zu Wechselwirkungen in elektronischen Bauelementen können Umwelteinflüsse, wie niederfrequente Druckschwankungen oder Temperaturänderungen, Ursachen für dieses Rauschen sein. Für weiterführende Erklärungen zum Thema Rauschen wird auf [71] verwiesen.

Rauschen ist bei der Analyse der Positionsstabilität ein entscheidender Punkt. Im Leistungsdichtespektrum ist die Abtastfrequenz der Messung f_M bezogen auf die Abtastfrequenz der Positionsmesswerte bedeutend, denn während die Positionsmesswerte mit der Abtastfrequenz f_{AD} abgetastet werden, muss die Abtastfrequenz der Messung f_M zur Vermeidung von Aliasing-Effekten nach dem Abtasttheorem mindestens doppelt so groß sein, wie die größte im Signal vorkommende Frequenz [65]:

$$f_M > 2f_{AD} \quad (3.75)$$

Das Rauschen des optoelektronischen Positionsmessgeräts wird als weißes Rauschen interpretiert, welches nach Definition gleichverteilt über der Frequenz auftritt. Der Datenblattwert des Positionsräuschens des eingesetzten Messgeräts Regelgröße beträgt nach [27] 0,4 nm bis zu einer Frequenz von 1 MHz. Dieses weiße Rauschen kann für das PSD umgerechnet werden zu:

$$S_{PP}^{PMGR,D} = \left(\frac{0,4 \text{ nm}}{\sqrt{1 \text{ MHz}}} \right)^2 = \left(400 \frac{\text{fm}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right)^2 = 1,6 \cdot 10^{-7} \frac{\text{nm}^2}{\text{Hz}} \quad (3.76)$$

Da es sich um gleichverteiltes, weißes Rauschen handelt, beschreibt dies im PSD eine Gerade bei $1,6 \cdot 10^{-7} \text{ nm}^2/\text{Hz}$, wenn das PSD bis zu einer Frequenz von $f = 1 \text{ MHz}$ dargestellt wird.

Die Positionsmesswerte werden mit der in Kapitel 2.4.1 beschriebenen Elektronik für die Messung mit einer Frequenz von $f_M = 1 \text{ MHz}$ abgetastet, weshalb das Leistungsdichtespektrum auf Grund des Abtasttheorems nur bis $f = 0,5f_M = 500 \text{ kHz}$ dargestellt wird. Dadurch ändert sich der Wert der Geraden im PSD bei geeigneter Eingangsbandbreite des Verstärkers vor dem ADC zu:

$$S_{PP}^{PMGR} = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-7} \frac{\text{nm}^2}{\text{Hz}} = 3,2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{nm}^2}{\text{Hz}} \quad (3.77)$$

Diese Gerade wird bei den abschließenden Verifikationen im PSD als Referenz eingetragen und beschreibt die Limitation des Positionsmessgeräts Regelgröße selbst.

Der Datenblattwert der rauschbegrenzten Auflösung des eingesetzten Vergleichsmessgeräts beträgt nach [29] $S_{PP}^{VMG,D} < 100 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$. Dies kann in weißes Rauschen umgerechnet werden:

$$S_{PP}^{VMG,D} = 100 \frac{\text{fm}}{\sqrt{\text{Hz}}} = 1 \cdot 10^{-8} \frac{\text{nm}^2}{\text{Hz}} \quad (3.78)$$

Auf Grund der Abtastfrequenz der Messung f_M ändert sich der Wert im PSD bei geeigneter Rauschbandbreite des Vergleichsmessgeräts und geeigneter Eingangsbandbreite des Verstärkers vor dem ADC zu:

$$S_{PP}^{VMG} = 2 \cdot 10^{-8} \frac{\text{nm}^2}{\text{Hz}} \quad (3.79)$$

Diese beiden Werte der Positionsmessgeräte beschreiben nur den Anteil an weißem Rauschen.

Aus dem kumulierten Leistungsspektrum kann der Effektivwert bzw. die σ -Abweichung durch Aufsummieren der spektralen Leistungsdichte über alle Frequenzen bestimmt werden. Der Effektivwert des Positionsmessgeräts Regelgröße wird beispielhaft berechnet mit:

$$x_{RMS}^{PMGR} = \sqrt{\int_0^{0,5f_M} S_{PP}^{PMGR} df} \quad (3.80)$$

Mit Gleichung (3.77) folgt:

$$x_{RMS}^{PMGR} = \sqrt{\int_0^{500 \text{ kHz}} 3,2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{nm}^2}{\text{Hz}} df} \quad (3.81)$$

$$x_{RMS}^{PMGR} = \sqrt{500 \text{ kHz} \cdot 3,2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{nm}^2}{\text{Hz}}} = \sqrt{0,16 \text{ nm}^2} = 0,4 \text{ nm} \quad (3.82)$$

Dies entspricht wieder exakt dem Datenblattwert.

Ein Messwert ist immer von verschiedenen Störsignalen überlagert. Jedes dieser einzelnen Störsignale - sowohl Rauschen als auch eine frequenzspezifische Störung - sind unkorreliert zueinander und besitzen eine eigene spektrale Rauschleistungsdichte $S_{PP,1}, S_{PP,2}, S_{PP,3}, \dots$. Die gesamte Rauschleistungsdichte des Messwerts kann bestimmt werden durch Addition aller einzelnen Werte [69]:

$$S_{PP} = S_{PP,1} + S_{PP,2} + S_{PP,3} + \dots \quad (3.83)$$

Der Effektivwert x_{RMS} kann berechnet werden mit:

$$x_{RMS} = \sqrt{\int_0^{0,5f_M} S_{PP} df} = \sqrt{\int_0^{0,5f_M} (S_{PP,1} + S_{PP,2} + S_{PP,3} + \dots) df} \quad (3.84)$$

Um die theoretisch maximale Positionsgenauigkeit bestimmen zu können, müssen alle theoretisch auftretenden Störsignale aus Rauschen, Digitalisierung, Regelung und Stellsignalausgabe in Form einer spektralen Leistungsdichte bestimmt, addiert und in den dadurch bestmöglichen theoretischen Effektivwert umgerechnet werden. Dafür ist neben dem Rauschen des Messgeräts selbst noch die Betrachtung all dieser einzelnen Einflussfaktoren notwendig und wird in den folgenden Kapiteln genauer beschrieben.

4 Digitale Pulsweitenmodulation

Es gibt verschiedene Verfahren, um die Ansteuersignale für die elektronischen Bauelemente der Leistungselektronik aus dem Stellsignal des Reglers zu generieren. Die gängigsten Verfahren sind:

- Digitale Pulsweitenmodulation
- Hystereseregung
- Linearregelung

Der Vorteil der digitalen Pulsweitenmodulation besteht in der einfachen Programmierung mit einem Trägersignal. Bei der Hystereseregung soll die zu regelnde Größe innerhalb eines Hysteresebandes gehalten werden. Auch dieses Verfahren ist einfach zu realisieren, allerdings besteht das Problem, dass die Überprüfung zu den Abtastzeitpunkten der ADCs stattfindet und so mehr oder weniger starke Überschwinger im Strom Istwert auftreten. Bei Regelungsaufgaben, die eine sehr hohe Dynamik benötigen und bei denen eine aktuell in der Industrie verbreitete PWM Frequenz von $4 \text{ kHz} \leq f_{PWM} \leq 16 \text{ kHz}$ nicht mehr ausreicht, können bei kleinen Spannungen Linearregler eingesetzt werden. Der Nachteil dieses Verfahrens besteht in der hohen, prinzipbedingten Verlustleistung. Da in dieser Arbeit untersucht werden soll, wie industrielle Systeme verbessert werden können, wird im Weiteren nur das in der Praxis am weitesten verbreitete Verfahren der digitalen Pulsweitenmodulation betrachtet. Für die genaue Funktionsweise der anderen grundlegenden Verfahren sei beispielsweise auf [17] oder [42] verwiesen.

Abbildung 4.1 zeigt das vereinfachte Schaltbild einer Vollbrücke mit einer Standardlast, die den Motor beschreibt. Diese besteht aus einem Widerstand R_M , einer Induktivität L_M und der Gleichspannungsquelle U_i , welche die induzierte Spannung darstellt. Aus dem Schaltbild ergibt sich für die Motorspannung U_M :

$$U_M = R_M i_M + L_M \frac{di_M}{dt} + U_i \quad (4.1)$$

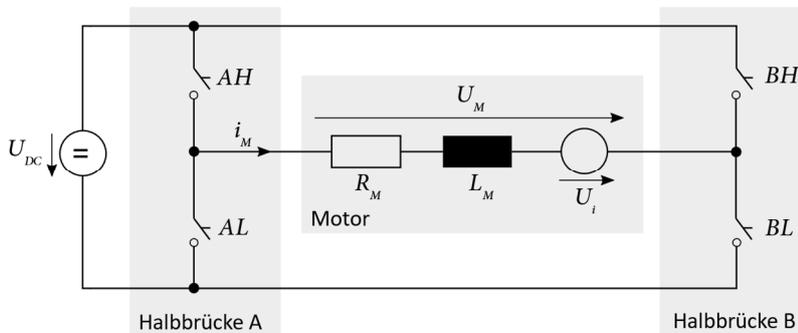


Abbildung 4.1 Idealisiertes Schaltbild einer Vollbrücke mit Standardlast

Mit Hilfe der PWM sollen die vier Signale AH, BH, AL und BL aus dem normierten Stellsignal der Regelung u_c^* generiert werden. Es gibt verschiedene Schalterstellungen, die in Tabelle 4.1 aufgeführt sind. Um Kurzschlüsse zu vermeiden, darf pro Halbbrücke zu jedem Zeitpunkt immer nur ein Schalter geschlossen sein. Die Schalterkombinationen s_A und s_B sind definiert als:

$$s_A = AH - AL \quad (4.2)$$

$$s_B = BH - BL \quad (4.3)$$

Dabei gilt:

$$AH, BH, AL, BL \in \{0,1\} \text{ und } s_A, s_B \in \{-1,0,1\} \quad (4.4)$$

Durch die Schalterkombinationen sind entweder zwei Spannungsniveaus ($-U_{DC}, +U_{DC}$) oder drei Spannungsniveaus ($-U_{DC}, 0 \text{ V}, +U_{DC}$) an der Motorspannung U_M möglich. In dieser Arbeit wird für

die PWM Implementierung das Verfahren mit drei Spannungsniveaus verwendet, da dies auf Grund des zusätzlichen Spannungsniveaus von 0 V für die Positionsstabilität von Vorteil ist. Die Motorspannung U_M berechnet sich mit:

$$U_M = \frac{1}{2}(s_A - s_B)U_{DC} \quad (4.5)$$

Tabelle 4.1 Mögliche Schalterstellungen der Vollbrücke

Zustand	AH	AL	BH	BL	s_A	s_B	U_M	Beschreibung
Ruhezustand	0	0	0	0	0	0	0 V	Wird verwendet, wenn Regelung inaktiv ist
Aktiv Vorwärts	1	0	0	1	+1	-1	$+U_{DC}$	Mögliche Schaltzustände während aktiver Regelung
Aktiv Rückwärts	0	1	1	0	-1	+1	$-U_{DC}$	
Freilauf	0	1	0	1	-1	-1	0 V	
	1	0	1	0	+1	+1	0 V	

Zur Implementierung der digitalen PWM wird in dieser Arbeit ein symmetrisches Dreieckssignal C_S als Trägersignal verwendet. Abbildung 4.2 zeigt das Prinzip der PWM für einfache Abtastung (Single-Edge-Sampling) links und doppelte Abtastung (Double-Edge-Sampling) rechts mit den jeweiligen Schalterkombinationen s_A und s_B sowie der resultierenden Motorspannung U_M .

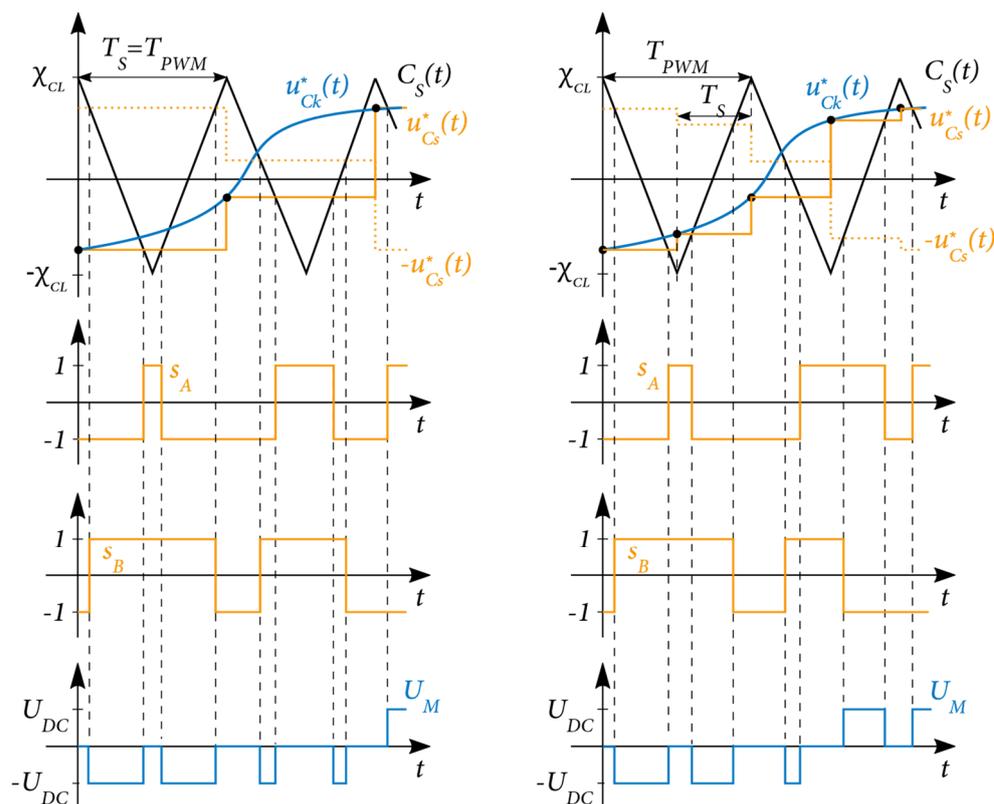


Abbildung 4.2 Prinzip der Pulsweitenmodulation mit dreieckförmigem Trägersignal für einfache (links) und doppelte (rechts) Abtastung

In Abbildung 4.2 oben stellen die schwarzen Kurven das symmetrische Dreieckssignal C_S mit den Extrempunkten χ_{CL} und $-\chi_{CL}$ und die beiden blauen oberen Kurven den kontinuierlichen Verlauf des berechneten Stellsignals u_{Ck}^* dar. Bei einfacher Abtastung werden für die PWM nur die jeweiligen Werte des Stellsignals u_{Ck}^* am Maximum des Trägersignals (χ_{CL}) verwendet, welche während der folgenden PWM Periode gehalten werden (vgl. orange Kurve u_{Cs}^*). Der aktuelle Istwert des Stromsignals wird am Minimum des Trägersignals ($-\chi_{CL}$) abgetastet (in der Abbildung nicht dargestellt). Bei einfacher Abtastung entspricht die Abtastfrequenz f_s der Trägerfrequenz der PWM

f_{PWM} ($f_S = f_{PWM}$). Bei doppelter Abtastung sind Stellsignal und Istwert an beiden Extrempunkten des Trägersignals von Bedeutung. Damit ist die Abtastfrequenz doppelt so groß wie die PWM Frequenz ($f_S = 2f_{PWM}$). Wie in der Abbildung ersichtlich ist, werden die Schaltzeitpunkte durch die Schnittpunkte aus Trägersignal und abgetastetem Stellsignal ermittelt. Für die Halbbrücke A und so die Ermittlung der Schalterkombination s_A wird das Stellsignal u_{CS}^* und für B bzw. s_B das invertierte Stellsignal $-u_{CS}^*$ verwendet [17, 73].

4.1 Auswirkung der Diskretisierung der PWM

4.1.1 Stromquantisierung

Ein entscheidender Punkt zur Bestimmung der erreichbaren Positionsgenauigkeit ist die Auswirkung der digitalen Pulsweitenmodulation auf die Position. Dafür muss die Digitalisierung im Stromregelkreis genauer betrachtet werden, wobei insbesondere zwischen zwei Diskretisierungen unterschieden wird:

- Zeitdiskretisierung auf Grund der PWM, die zu einer Wertediskretisierung der Spannung und so zu einer Wertediskretisierung des Stroms führt
- Wertediskretisierung des Stromsignals auf Grund der Digitalisierung des Stroms

Für die Zeitdiskretisierung durch die PWM ist die Taktfrequenz der Hardware f_{clk} im Bezug auf die PWM Frequenz f_{PWM} entscheidend. Abbildung 4.3 zeigt den Zusammenhang zwischen der Taktrate der Hardware T_{clk} zur Periodendauer der PWM T_{PWM} (links) und der maximalen Spannung U_{DC} zur Quantisierungsspannung U_q (rechts) mit dem dreieckförmigen Trägersignal C_S der PWM.

Zeitdiskretisierung auf Grund der PWM führt zu Wertediskretisierung in der Spannung

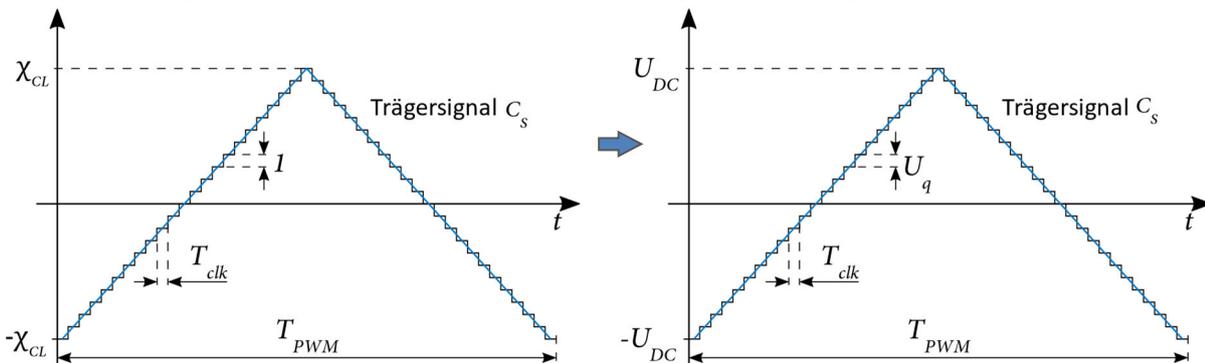


Abbildung 4.3 Zeitdiskretisierung auf Grund der PWM

Für die Auswirkung der Stromquantisierung auf die Position auf Grund der PWM soll eine Worst-Case-Abschätzung stattfinden. Zur Berechnung der Zeitdiskretisierung gilt prinzipiell für den Spannungsbereich χ_{CL} des Trägersignals C_S nach Abbildung 4.3 links:

$$\chi_{CL} = \frac{T_{PWM}}{4 T_{clk}} = \frac{f_{clk}}{4 f_{PWM}} \quad (4.6)$$

Daraus ergibt sich eine Quantisierungsspannung U_q von:

$$U_q = \frac{U_{DC}}{\chi_{CL}} = 4 U_{DC} \frac{f_{PWM}}{f_{clk}} \quad (4.7)$$

Die Last kann in dieser Arbeit nach Abbildung 4.1 als Serienschaltung von Widerstand und Induktivität betrachtet werden. Die filternde Eigenschaft der Induktivität wird auf Grund der Worst-Case-Betrachtung vernachlässigt, wodurch für den maximalen Strom I_{max} mit der maximalen, induzierten Spannung $U_{i,max}$ und $\chi_{ui} = U_{i,max}/U_{DC}$ folgt:

$$I_{max} = \frac{U_{DC} - U_{i,max}}{R_M} = \frac{U_{DC}(1 - \chi_{ui})}{R_M} \quad \text{mit } 0 \leq \chi_{ui} < 1 \quad (4.8)$$

Der Strom eines Quantisierungsschrittes $I_{q,ZD}$ berechnet sich mit den Gleichungen (4.7) und (4.8) zu:

$$I_{q,ZD} = \frac{U_q}{R_M} = \frac{U_{DC}}{R_M \chi_{CL}} = \frac{I_{max}}{\chi_{CL}(1 - \chi_{ui})} \quad (4.9)$$

Auf Grund der geringen Geschwindigkeiten des in dieser Arbeit eingesetzten Miniaturantriebs wird im Folgenden die induzierte Spannung vernachlässigt und es gilt $\chi_{ui} = 0$. Somit folgt für den Strom eines Quantisierungsschrittes auf Grund der Zeitdiskretisierung der PWM $I_{q,ZD}$ aus Gleichung (4.9):

$$I_{q,ZD} = \frac{I_{max}}{\chi_{CL}} \quad (4.10)$$

Für die Digitalisierung des Strommesssignals sind ADCs mit einer bestimmten Bitbreite notwendig. Diese Bitbreite des ADCs N_{ADC}^C ist entscheidend für die Wertediskretisierung des Stroms. Wird der Aussteuerbereich des ADCs auf den Maximalstrom I_{max} aus Gleichung (4.8) ausgelegt, folgt analog zu den Gleichungen (3.32) und (4.10) für den Quantisierungsstrom auf Grund der Wertediskretisierung $I_{q,WD}$:

$$I_{q,WD} = \frac{I_{max}}{2^{N_{ADC}^C - 1}} \quad (4.11)$$

4.1.2 Auswirkung der Stromquantisierung auf die Position

Zur Berechnung der Positionsschwankung auf Grund der Stromquantisierung wird für die Worst-Case-Betrachtung ein Stromsprung mit $\pm I_q/2$ pro Abtastzeit angenommen. Abbildung 4.4 zeigt den daraus resultierenden Verlauf des Stroms x_C , der Geschwindigkeit x_S und der Position x_P .

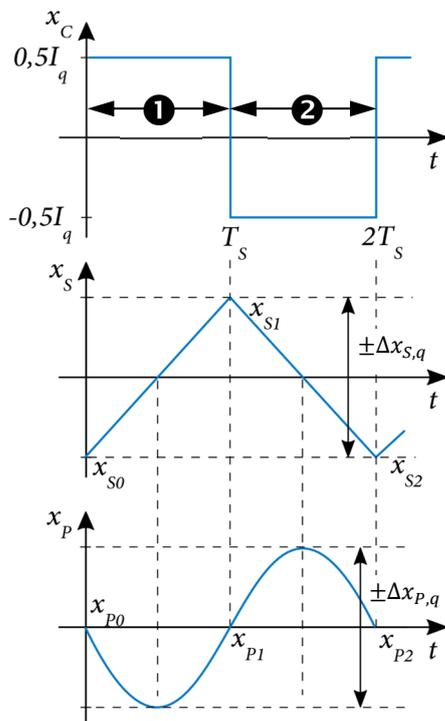


Abbildung 4.4 Strom-, Geschwindigkeits- und Positionsverlauf auf Grund der Stromquantisierung

Mit dem Zusammenhang zwischen der Beschleunigung x_{Aq} und dem Quantisierungsstrom I_q

$$x_{Aq} = \frac{c_F}{m_T} I_q \quad (4.12)$$

wobei m_T die bewegte Masse und c_F die Motorkonstante beschreibt, können folgende Bewegungsgleichungen für die beiden Abtastzyklen aufgestellt werden:

$$\textcircled{1} \quad 0 \leq t \leq T_S$$

$$x_P(t) = x_{P0} + x_{S0}t + \frac{1}{2}x_{Aq}t^2 \quad (4.13)$$

$$x_{P1} = x_{P0} + x_{S0}T_S + \frac{1}{2}x_{Aq}T_S^2 \quad (4.14)$$

$$x_S(t) = x_{S0} + x_{Aq}t \quad (4.15)$$

$$x_{S1} = x_{S0} + x_{Aq}T_S \quad (4.16)$$

$$\textcircled{2} \quad T_S < t < 2T_S$$

$$x_P(t) = x_{P1} + x_{S1}(t - T_S) - \frac{1}{2}x_{Aq}(t - T_S)^2 \quad (4.17)$$

$$x_{P2} = x_{P1} + x_{S1}T_S - \frac{1}{2}x_{Aq}T_S^2 \quad (4.18)$$

$$x_S(t) = x_{S1} - x_{Aq}(t - T_S) \quad (4.19)$$

$$x_{S2} = x_{S1} - x_{Aq}T_S \quad (4.20)$$

Für den Grenzyklus gilt:

$$x_{P2} = x_{P0} = x_{P1} + x_{S1}T_S - \frac{1}{2}x_{Aq}T_S^2 \quad (4.21)$$

$$x_{S2} = x_{S0} = x_{S1} - x_{Aq}T_S \quad (4.22)$$

Mit Einsetzen von Gleichung (4.21) in Gleichung (4.14) folgt:

$$x_{P1} = x_{P1} + x_{S1}T_S - \frac{1}{2}x_{Aq}T_S^2 + x_{S0}T_S + \frac{1}{2}x_{Aq}T_S^2 \quad (4.23)$$

$$x_{S0} = -x_{S1} \quad (4.24)$$

Mit den Gleichungen (4.16) und (4.24) ergibt sich die maximale Geschwindigkeitsschwankung $\Delta x_{S,q}$:

$$\Delta x_{S,q} = \pm \frac{1}{2}x_{Aq}T_S = \pm \frac{1}{2} \frac{c_F}{m_T} I_q T_S \quad (4.25)$$

Außerdem kann auf die gleiche Weise die Positionsschwankung $\Delta x_{P,q}$ berechnet werden zu:

$$\Delta x_{P,q} = \pm \frac{1}{8}x_{Aq}T_S^2 = \pm \frac{1}{8} \frac{c_F}{m_T} I_q T_S^2 \quad (4.26)$$

Für die maximale Kraft F_{max} gilt unter der Voraussetzung, dass sich mit dem maximalen Strom I_{max} die maximale Beschleunigung a_{max} ergibt:

$$F_{max} = m_T a_{max} = c_F I_{max} \quad (4.27)$$

Daraus folgt für den maximalen Strom I_{max} :

$$I_{max} = \frac{m_T}{c_F} a_{max} \quad (4.28)$$

Die Positionsschwankung, die aus der Stromquantisierung resultiert, muss aufgeteilt werden in eine Positionsschwankung durch die Zeitdiskretisierung $\Delta x_{P,qZD}$ und in eine Positionsschwankung durch die Wertediskretisierung $\Delta x_{P,qWD}$. Mit Gleichung (4.10) für die Zeitdiskretisierung auf Grund der PWM und Gleichung (4.11) für die Wertediskretisierung auf Grund der Digitalisierung des Strommesssignals folgt aus den Gleichungen (4.26) und (4.28):

$$\Delta x_{P,qZD} = \pm \frac{1}{8} \frac{c_F}{m_T} I_{q,ZD} T_S^2 = \pm \frac{1}{8} \frac{c_F}{m_T} \frac{I_{max}}{\chi_{CL}} T_S^2 = \pm \frac{1}{8} a_{max} \frac{1}{\chi_{CL}} T_S^2 \quad (4.29)$$

$$\Delta x_{P,qWD} = \pm \frac{1}{8} \frac{c_F}{m_T} I_{q,WD} T_S^2 = \pm \frac{1}{8} \frac{c_F}{m_T} \frac{I_{max}}{2^{N_{ADC}^C - 1}} T_S^2 = \pm \frac{1}{8} a_{max} \frac{1}{2^{N_{ADC}^C - 1}} T_S^2 \quad (4.30)$$

Mit Hilfe von Gleichung (4.28) können die Positionsschwankungen in Folge der Zeit- und Wertediskretisierung nur noch in Abhängigkeit der Spezifikation für die maximale Beschleunigung a_{max} des jeweiligen Antriebssystems und den Eigenschaften des Motion Controllers (T_S , χ_{CL} und N_{ADC}^C) berechnet werden.

Da es sich bei der Abschätzung um eine quadratische Positionsschwankung handelt, kann der Effektivwert aus Gleichung (4.29) mit Gleichung (A.9) aus Anhang A.1 berechnet werden:

$$x_{P,qZD}^{RMS} = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{8}{15}} a_{max} \frac{1}{\chi_{CL}} T_S^2 = \frac{\sqrt{30}}{15} a_{max} \frac{f_{PWM}}{f_{clk}} T_S^2 \quad (4.31)$$

Bei einfacher Abtastung beträgt die Abtastfrequenz genau der PWM Frequenz und es ergibt sich:

$$x_{P,qZD}^{RMS} = \frac{\sqrt{30}}{15} a_{max} \frac{1}{f_{clk}} T_{PWM} \quad (4.32)$$

Gleichung (4.32) und Abbildung 4.5 zeigen, dass die Positionsschwankung auf Grund der Zeitdiskretisierung linear mit steigender PWM Frequenz abnimmt. Die Abbildung gilt für einfache Abtastung mit einer maximalen Beschleunigung von $a_{max} = 100 \text{ m/s}^2$. Damit folgt für eine PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$ bei einer Taktfrequenz der Hardware von $f_{clk} = 200 \text{ MHz}$ eine Positionsschwankung auf Grund der Zeitdiskretisierung des Stromsignals von $x_{P,qZD}^{RMS} = 18 \text{ pm}$. Durch Erhöhung der PWM Frequenz auf $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ kann diese Positionsschwankung wegen dem linearen Zusammenhang aus Gleichung (4.32) auf $x_{P,qZD}^{RMS} = 1,8 \text{ pm}$ reduziert werden.

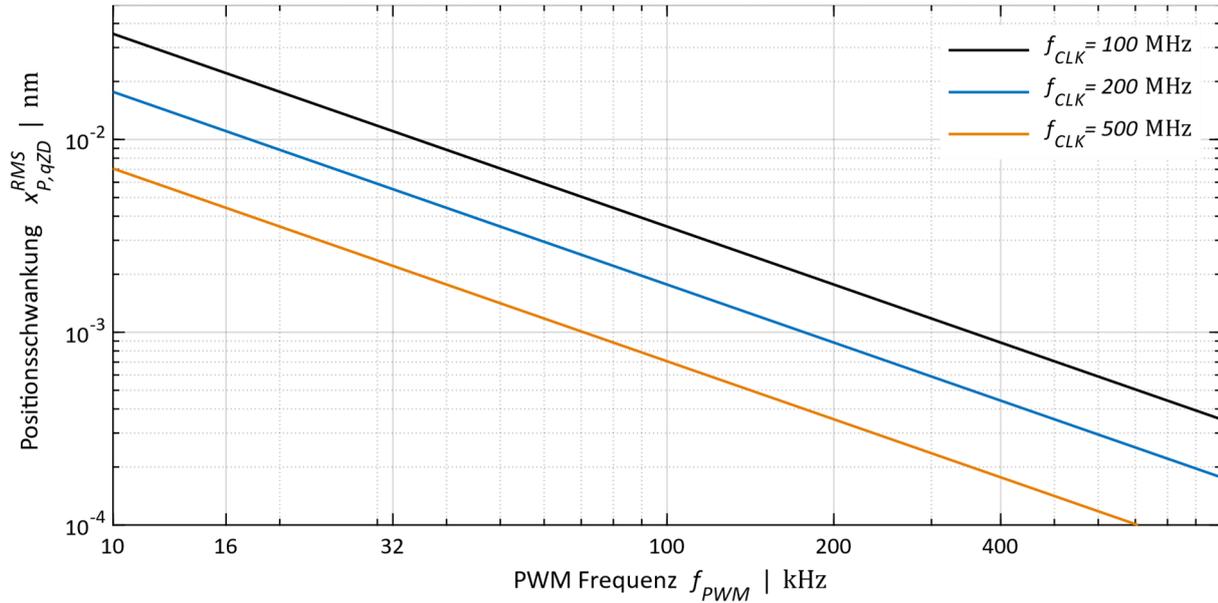


Abbildung 4.5 Positionsschwankung auf Grund der Zeitdiskretisierung der PWM in Abhängigkeit der PWM Frequenz für verschiedene Taktfrequenzen

Für den Effektivwert der Positionsschwankung aus der Wertediskretisierung des Strommesssignals nach Gleichung (4.30) folgt mit Gleichung (A.9):

$$x_{P,qWD}^{RMS} = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{8}{15}} a_{max} \frac{1}{2^{N_{ADC}^C - 1}} T_S^2 = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{8}{15}} a_{max} \frac{1}{2^{N_{ADC}^C - 1}} T_{PWM}^2 \quad (4.33)$$

Nach Gleichung (4.33) nimmt die Positionsschwankung auf Grund der Wertediskretisierung des Stromsignals quadratisch mit steigender PWM Frequenz ab. Abbildung 4.6 zeigt diesen Zusammenhang bei einer maximalen Beschleunigung von $a_{max} = 100 \text{ m/s}^2$ für verschiedene ADC Bitbreiten. Bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$ und einer ADC Bitbreite des Stromsignals von $N_{ADC}^C = 10 \text{ Bit}$ ergibt sich eine Positionsschwankung durch die Wertediskretisierung des Stromsignals von $x_{P,qWD}^{RMS} = 178 \text{ pm}$. Durch Erhöhung der PWM Frequenz auf $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ kann diese Positionsschwankung auf Grund des quadratischen Zusammenhangs auf $x_{P,qZD}^{RMS} = 1,78 \text{ pm}$ reduziert werden. Je höher die ADC Bitbreite des Stromsignals, desto niedriger ist der Einfluss der Wertediskretisierung auf die Positionsschwankung.

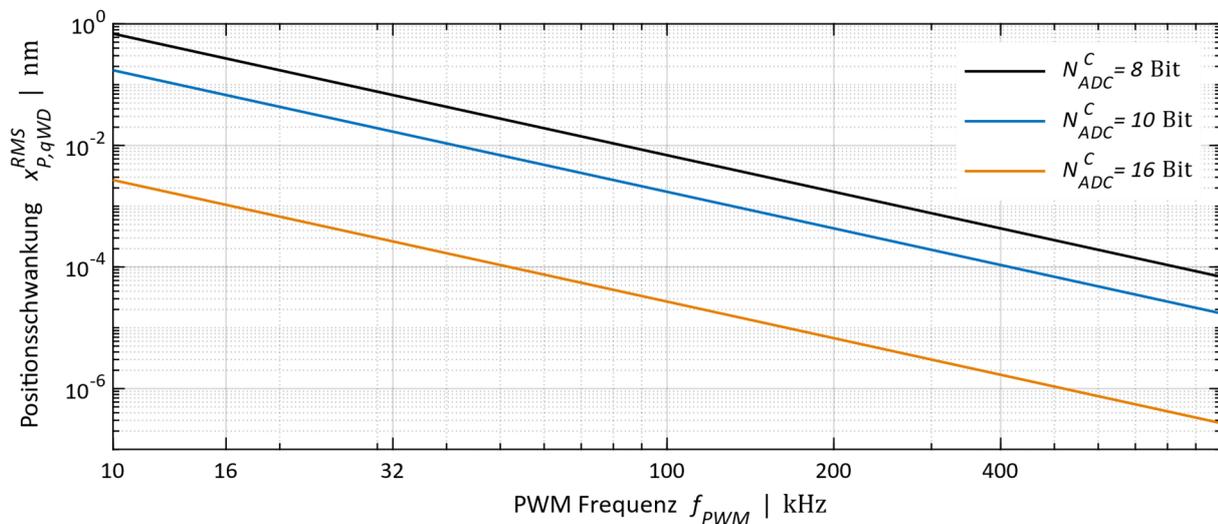


Abbildung 4.6 Positionsschwankung auf Grund der Wertediskretisierung des Stroms in Abhängigkeit der PWM Frequenz für verschiedene ADC Bitbreiten

Mit der Vereinfachung, dass es sich um zwei statistisch unabhängige Einflüsse handelt, kann der Effektivwert der gesamten Positionsschwankung mit Hilfe der Effektivwerte der beiden einzelnen Positionsschwankungen abgeschätzt werden. Aus den Gleichungen (4.31) und (4.33) folgt als maximaler Effektivwert der Positionsschwankung auf Grund der Stromquantisierung mit der Annahme einer stochastischen Unabhängigkeit:

$$x_{p,q}^{RMS} = \sqrt{(x_{p,qZD}^{RMS})^2 + (x_{p,qWD}^{RMS})^2} \quad (4.34)$$

$$x_{p,q}^{RMS} = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{8}{15}} a_{max} T_S^2 \sqrt{\left(\frac{1}{\chi_{CL}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2^{N_{ADC}^C}}\right)^2} \quad (4.35)$$

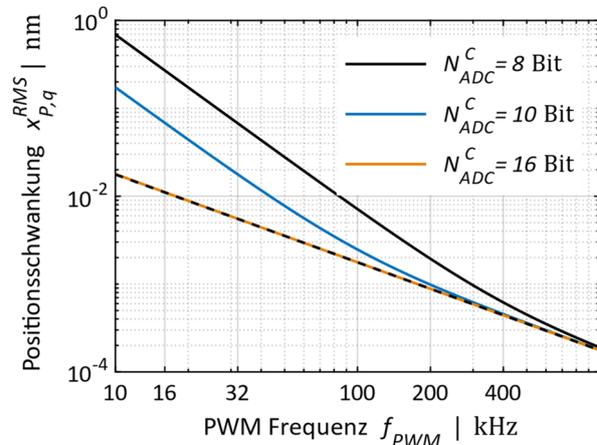
$$x_{p,q}^{RMS} = \frac{\sqrt{30}}{60} a_{max} T_S^2 \sqrt{\frac{1}{\chi_{CL}^2} + \frac{1}{2^{2N_{ADC}^C-2}}} \quad (4.36)$$

Mit Gleichung (A.9) ergibt sich eine Positionsschwankung auf Grund der Stromquantisierung von:

$$\Delta x_{p,q} = \sqrt{\frac{15}{8}} x_{p,q}^{RMS} = \pm \frac{1}{8} a_{max} T_S^2 \sqrt{\frac{1}{\chi_{CL}^2} + \frac{1}{2^{2N_{ADC}^C-2}}} \quad (4.37)$$

Aus Gleichung (4.37) wird ersichtlich, dass diese Positionsschwankung mit einer Erhöhung der spezifizierten, maximalen Beschleunigung linear zunimmt. Eine Verringerung dieser Schwankung ist durch ein größeres Verhältnis aus Taktfrequenz der Hardware und Abtastfrequenz (höheres χ_{CL}), eine höhere Bitbreite des ADCs für das Strommesssignal oder geringere Abtastzeiten bzw. höhere Abtast-/PWM-Frequenzen möglich. Die Positionsschwankung ist in Abbildung 4.7 in Abhängigkeit der PWM Frequenz für eine maximale Beschleunigung von $a_{max} = 100 \text{ m/s}^2$ dargestellt, wobei die linke Seite den Einfluss verschiedener Bitbreiten bei der Digitalisierung des Strommesssignals mit fester Taktrate von $f_{clk} = 200 \text{ MHz}$ und die rechte Seite den Einfluss verschiedener Taktraten mit fester Bitbreite von $N_{ADC}^C = 10 \text{ Bit}$ zeigt. Die schwarz gestrichelte Linie links stellt die Positionsschwankung durch die Zeitdiskretisierung bei $f_{clk} = 200 \text{ MHz}$ dar, während sie rechts die Positionsschwankung auf Grund der Wertediskretisierung mit $N_{ADC}^C = 10 \text{ Bit}$ zeigt. Somit beschreiben die schwarz gestrichelten Linien die minimal mögliche Positionsschwankung im jeweiligen Fall.

Feste Taktrate $f_{clk} = 200 \text{ MHz}$



Feste ADC Bitbreite $N_{ADC}^C = 10 \text{ Bit}$

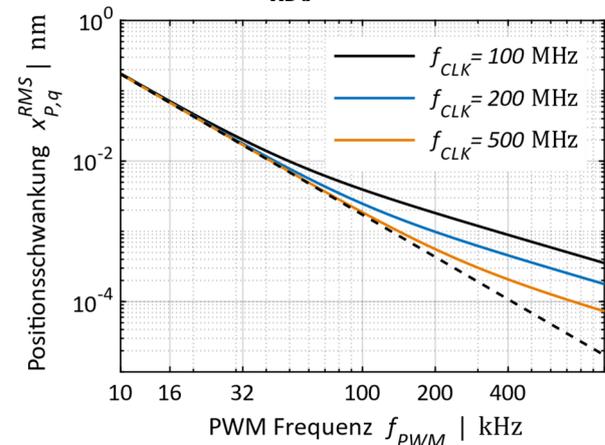


Abbildung 4.7 Positionsschwankung in Abhängigkeit der PWM Frequenz für verschiedene ADC Bitbreiten bei fester Hardware Taktrate von $f_{CLK} = 200 \text{ MHz}$ (links) und für verschiedene Taktraten bei fester ADC Bitbreite von $N_{ADC}^C = 10 \text{ Bit}$ (rechts)

Entscheidend ist die Auslegung der ADC Bitbreite des Strommesssignals in Bezug auf die Taktrate beziehungsweise auf das Verhältnis χ_{CL} , wobei meist eine maximal mögliche Taktrate der Hardware vorgegeben ist. Ziel ist es, die Auswirkung der Gewichtung der beiden Einflussfaktoren auf die Positionsschwankung und die notwendige Bitbreite für die Digitalisierung des Strommesssignals zu charakterisieren. Aus Gleichung (4.36) folgt, dass bei gleicher Gewichtung beider Einflüsse folgender Zusammenhang gültig ist:

$$2^{2N_{ADC}^C-2} = \chi_{CL}^2 \quad (4.38)$$

Mit der Definition des Fehlerverhältnisses χ_e , welches im Bereich $0 < \chi_e \leq 1$ liegt, wird zur gezielten Auslegung der Gewichtung der beiden Quantisierungseffekte Gleichung (4.38) verändert zu:

$$2^{2N_{ADC}^C-2} = \frac{1}{\chi_e} \chi_{CL}^2 \quad (4.39)$$

Dadurch wird die notwendige Bitbreite berechnet mit:

$$N_{ADC}^C = \frac{1}{2} \text{lb} \left(\frac{\chi_{CL}^2}{\chi_e} \right) + 1 \quad (4.40)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (4.39) in Gleichung (4.36) folgt für die maximale Positionsschwankung:

$$x_{P,q}^{RMS} = \frac{\sqrt{30}}{60} a_{max} T_S^2 \sqrt{\frac{1}{\chi_{CL}^2} + \frac{\chi_e}{\chi_{CL}^2}} = \frac{\sqrt{30}}{60} a_{max} T_S^2 \frac{1}{\chi_{CL}} \sqrt{1 + \chi_e} \quad (4.41)$$

$$x_{P,q}^{RMS} = \frac{\sqrt{30}}{15} a_{max} \frac{T_{PWM}}{f_{clk}} \sqrt{1 + \chi_e} \quad (4.42)$$

Abbildung 4.8 zeigt den Zusammenhang zwischen Bitbreite und Positionsschwankung in Abhängigkeit des Faktors χ_e . Mit $\chi_e = 1$ würden die beiden Quantisierungseffekte die Positionsschwankung zu gleichen Teilen beeinflussen, die ADC Bitbreite muss nicht erhöht werden und die Positionsschwankung würde um 41,42 % größer. Je kleiner der Faktor χ_e ist, desto kleiner ist der Effekt der Wertediskretisierung des Strommesssignals auf Grund der Digitalisierung. Gleichzeitig folgt daraus eine notwendige größere Bitbreite. Um keine Erhöhung der Positionsschwankung auf Grund dieser Wertediskretisierung zu erhalten, würde eine unendliche Bitbreite benötigt werden (vgl. Abbildung 4.8). Mögliche beispielhafte Auslegungen sind in Tabelle 4.2 dargestellt.

Da die Auswirkungen der Stromquantisierung auf die Position in dem in dieser Arbeit verwendeten Antriebssystem sehr gering sind (vgl. Abbildung 4.6 und Abbildung 4.7), wird für die Auslegung der Bitbreite des Strommesssignals der Faktor $\chi_e = 1$ gewählt. Abbildung 4.9 zeigt die daraus resultierende gesamte Positionsschwankung auf Grund der Stromquantisierung für eine maximale Beschleunigung von $a_{max} = 100 \text{ m/s}^2$ und einer Taktrate der Hardware von $f_{clk} = 200 \text{ MHz}$. Bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$ ergibt sich eine Positionsschwankung von $x_{P,q}^{RMS} = 25,8 \text{ pm}$. Durch Erhöhung der PWM Frequenz auf $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ kann diese Positionsschwankung auf $x_{P,q}^{RMS} = 2,58 \text{ pm}$ reduziert werden. Die benötigte Bitbreite wird dabei von $N_{ADC}^C = 13,3 \text{ Bit}$ auf $N_{ADC}^C = 10 \text{ Bit}$ reduziert.

Tabelle 4.2 Mögliche Auslegungen der ADC Bitbreite und Auswirkung auf die Positionsschwankung

Faktor χ_e	Erhöhung der Bitbreite	Bitbreite Bit	Erhöhung der Positionsschwankung	Positionsschwankung m
1	0 Bit	$N_{ADC}^C = \log_2(\chi_{CL}) + 1$	41,42 %	$x_{P,q}^{RMS} = 0,516 a_{max} \frac{T_{PWM}}{f_{clk}}$
0,5	0,5 Bit	$N_{ADC}^C = \log_2(\chi_{CL}) + 1,5$	22,47 %	$x_{P,q}^{RMS} = 0,447 a_{max} \frac{T_{PWM}}{f_{clk}}$
0,25	1 Bit	$N_{ADC}^C = \log_2(\chi_{CL}) + 2$	11,8 %	$x_{P,q}^{RMS} = 0,408 a_{max} \frac{T_{PWM}}{f_{clk}}$

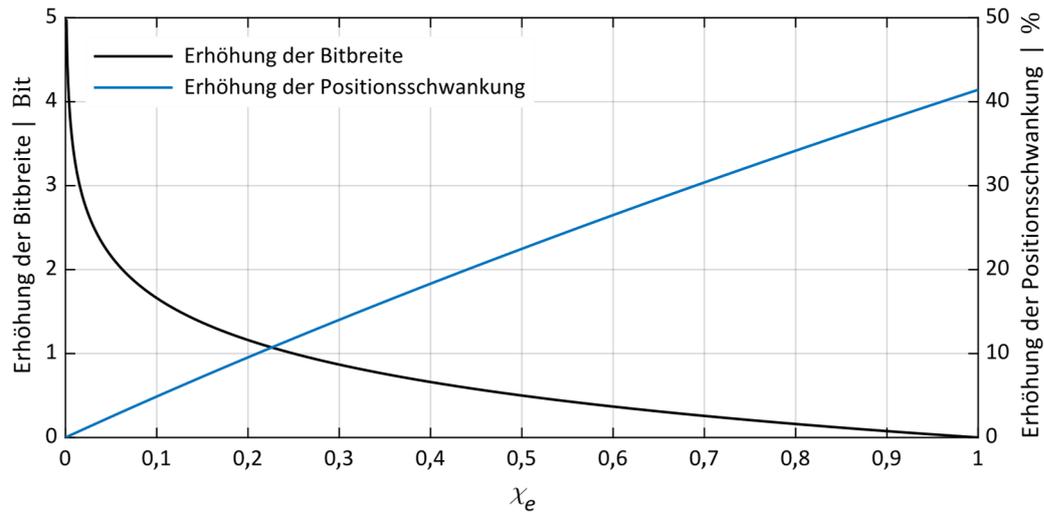


Abbildung 4.8 Einfluss des Faktors χ_e auf die Positionsschwankung und die ADC Bitbreite des Stromsignals

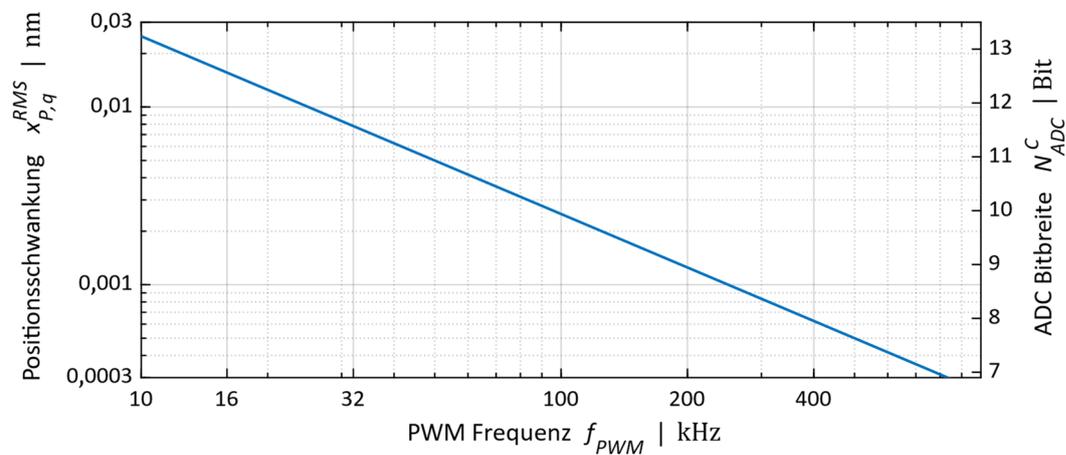


Abbildung 4.9 Positionsschwankung und ADC Bitbreite des Stromsignals auf Grund der Stromquantisierung in Abhängigkeit der PWM Frequenz

4.2 Stromschwankung durch die PWM

Ein weiterer wichtiger Einfluss der digitalen PWM auf die Positionsgenauigkeit ist die Positionsschwankung auf Grund der Stromschwankung innerhalb einer PWM Periode. Abbildung 4.10 zeigt das Trägersignal C_S der PWM mit einer beispielhaften Motorspannung U_M und der daraus resultierenden mittleren Spannung je Periode U_{CV} bzw. U_{CR} bei einfacher Abtastung. Dabei beschreibt T_{SV} die Zeit, in der die Schalter AH und BL geschlossen sind und so der Zustand „Aktiv Vorwärts“ eintritt und die Zeit T_{SR} beschreibt den Zustand „Aktiv Rückwärts“. Darunter ist der vereinfachte Stromverlauf dargestellt.

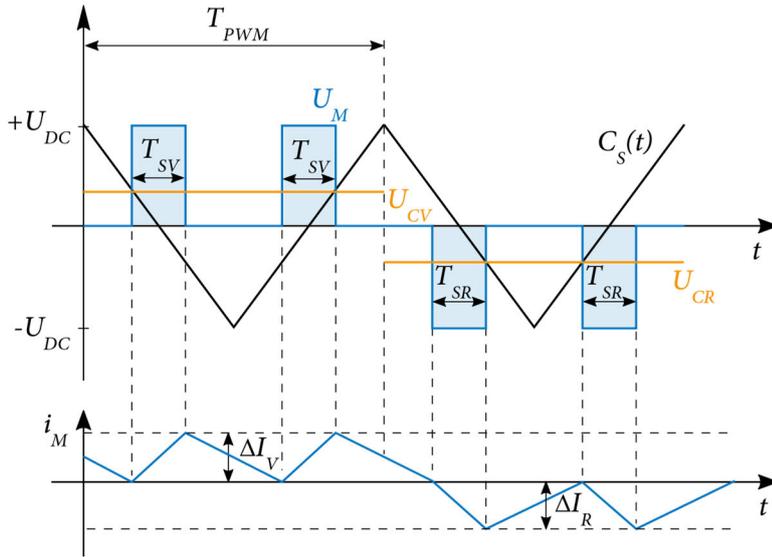


Abbildung 4.10 PWM Trägersignal mit Motorspannung U_M und zugehörigem, vereinfachtem Stromverlauf für einfache Abtastung

Die pro Periode resultierenden, mittleren Spannungen U_{CV} und U_{CR} können berechnet werden mit

$$U_{CV} = \frac{1}{T_{PWM}} \int_0^{T_{PWM}} U_M(t) dt = \frac{2}{T_{PWM}} \int_0^{T_{SV}} U_{DC} dt = \frac{2 U_{DC} T_{SV}}{T_{PWM}} \quad (4.43)$$

$$U_{CR} = \frac{1}{T_{PWM}} \int_0^{T_{PWM}} U_M(t) dt = \frac{2}{T_{PWM}} \int_0^{T_{SR}} -U_{DC} dt = \frac{-2 U_{DC} T_{SR}}{T_{PWM}} \quad (4.44)$$

Mit der Einschaltdauer (Duty Cycle) $\chi_{DV} = 2 T_{SV}/T_{PWM}$ und $\chi_{DR} = 2 T_{SR}/T_{PWM}$ folgt:

$$U_{CV} = U_{DC} \chi_{DV} \quad \text{mit } \chi_{DV} \in [0,1] \quad (4.45)$$

$$U_{CR} = -U_{DC} \chi_{DR} \quad \text{mit } \chi_{DR} \in [0,1] \quad (4.46)$$

Der komplexe Widerstand der Last kann allgemein berechnet werden durch:

$$Z = R_M + j\omega L_M = R_M + 2\pi j f L_M \quad (4.47)$$

Mit der elektrischen Zeitkonstante $T_{EL} = \frac{L_M}{R_M}$ und $f = \frac{1}{T_S}$ folgt:

$$Z = R_M \left(1 + 2\pi j \frac{T_{EL}}{T_S} \right) \quad (4.48)$$

Unter der Voraussetzung, dass für die digitale Stromregelung die elektrische Zeitkonstante T_{EL} mindestens um Faktor 5 größer ist als die Abtastzeit T_S , dominiert der imaginäre Anteil des komplexen

Widerstands aus Gleichung (4.48) und es gilt vereinfacht $U = L di/dt$. Damit folgt für die Berechnung der Stromschwankung ΔI :

$$\Delta I_V = \frac{U_{DC} - U_{CV}}{L_M} T_{SV} = \frac{1}{2} \frac{U_{DC} T_{PWM}}{L_M} \chi_{DV} (1 - \chi_{DV}) \quad (4.49)$$

$$\Delta I_R = \left| \frac{-U_{DC} - U_{CR}}{L_M} T_{SR} \right| = \frac{1}{2} \frac{U_{DC} T_{PWM}}{L_M} \chi_{DR} (1 - \chi_{DR}) \quad (4.50)$$

Es kann eine verallgemeinerte Stromschwankung ΔI berechnet werden, die sowohl für „Aktiv Vorwärts“, als auch für „Aktiv Rückwärts“ gilt. Mit der Annahme, dass $T_{On} = T_{SV} = T_{SR}$ gilt, ergibt sich die Einschaltdauer $\chi_D = 2 T_{On} / T_{PWM}$ und es folgt:

$$\Delta I = \frac{1}{2} \frac{U_{DC} T_{PWM}}{L_M} \chi_D (1 - \chi_D) \quad (4.51)$$

Die Einschaltdauer χ_D , bei der die maximale Stromschwankung $\Delta \hat{I}$ auftritt, wird berechnet mit:

$$\frac{d}{d\chi_D} \left(\frac{1}{2} \frac{U_{DC} T_{PWM}}{L_M} \chi_D (1 - \chi_D) \right) = 0 \quad (4.52)$$

$$1 - 2\chi_D = 0 \quad (4.53)$$

$$\chi_D = 0,5 \quad (4.54)$$

Somit ergibt sich folgende maximale Stromschwankung $\Delta \hat{I}$ bei einer Einschaltdauer von $T_{On} = 1/4 T_{PWM}$:

$$\Delta \hat{I} = \frac{1}{8} \frac{T_{PWM}}{L_M} U_{DC} \quad (4.55)$$

Neben dieser maximalen Stromschwankung ist vor allem die Stromschwankung bei einer mittleren Spannung $U_C = 0$ V entscheidend, weil dies dem Zustand „Position halten“ entspricht und dabei die größtmögliche Positionsstabilität gefordert ist. Durch den zeitdiskreten Regelalgorithmus sowie zusätzlich möglicher Lastkräfte treten immer Abweichungen zu dem gewünschten Stellsignal von 0 V auf, so dass am Motor neben $U_M = 0$ V pro Periode kurzzeitig entweder $U_M = +U_{DC}$ oder $U_M = -U_{DC}$ anliegt. Dadurch ergibt sich je nach Fall die maximale Stromschwankung $\Delta I_{max} = \Delta I_V$ oder $\Delta I_{max} = \Delta I_R$ und es folgt:

$$\Delta I_{max} = \frac{1}{2} \frac{U_{DC} T_{PWM}}{L_M} \chi_D (1 - \chi_D) \quad (4.56)$$

Diese Stromschwankung tritt mit einer Periodendauer von $1/2 T_{PWM}$ und somit der doppelten PWM Frequenz auf. Abbildung 4.11 zeigt vereinfacht die beiden möglichen Fälle. Dabei handelt es sich um eine Worst-Case Betrachtung, welche die maximal möglichen Lastkräfte berücksichtigt. Ohne zusätzliche Lastkräfte können U_{CV} und U_{CR} auch sehr nah an 0 V liegen und somit die Zeiten von T_{SV} und T_{SR} sehr gering sein. Da die maximale Positionsabweichung berechnet werden soll, kann für die Einschaltdauer χ_D und die dadurch resultierende maximale Stromschwankung Gleichung (4.55) herbeigezogen werden. In Abbildung 4.12 ist der vereinfachte Stromverlauf und der daraus resultierende Geschwindigkeits- und Positionsverlauf für die Worst-Case Betrachtung dargestellt. Der Stromverlauf ist dabei ohne Gleichanteil dargestellt, da nur die Schwankung berechnet werden soll. Für diese Abschätzung kann der Strom allgemein bestimmt werden. Mit Gleichung (4.55) folgt:

$$x_c(t) = I_0 + \frac{U_{DC}}{L_M} t = -\frac{1}{8} \frac{U_{DC} T_{PWM}}{L_M} + \frac{U_{DC}}{L_M} t = \frac{U_{DC}}{L_M} \left(t - \frac{1}{8} T_{PWM} \right) \quad (4.57)$$

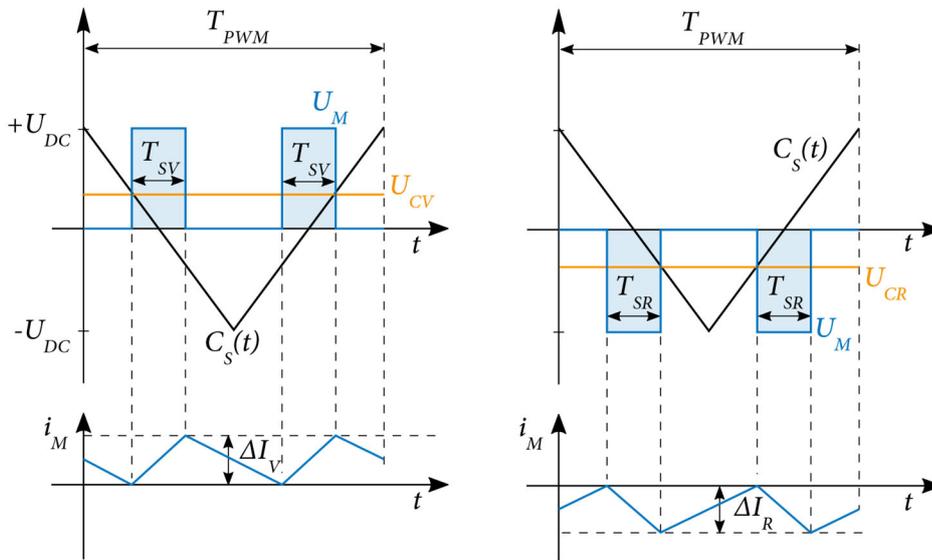


Abbildung 4.11 PWM Trägersignal mit Motorspannung U_M und zugehörigem, vereinfachtem Stromverlauf

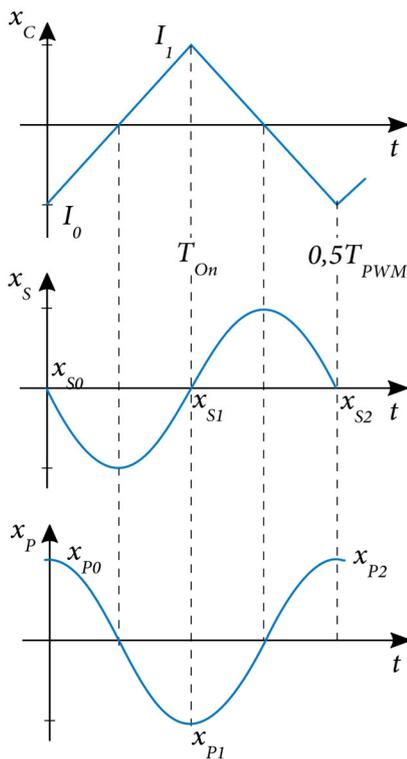


Abbildung 4.12 Strom, Geschwindigkeit und Positionsverlauf

Für die Geschwindigkeit folgt:

$$x_s(t) = \frac{c_F}{m_T} \int i(t) dt \quad (4.58)$$

$$x_s(t) = x_{S0} + \frac{c_F}{m_T} \frac{U_{DC}}{L_M} \left[\frac{1}{2} t^2 - \frac{1}{8} T_{PWM} t \right] \quad (4.59)$$

Der Zeitpunkt der maximalen, absoluten Geschwindigkeit wird berechnet mit:

$$\frac{dx_S}{dt} = 0 \quad (4.60)$$

$$\frac{c_F}{m_T} \frac{U_{DC}}{L_M} \left(t - \frac{1}{8} T_{PWM} \right) = 0 \quad (4.61)$$

$$t = \frac{1}{8} T_{PWM} = \frac{1}{2} T_{On} \quad (4.62)$$

Mit Gleichung (4.62) ergeben sich die Integrationsgrenzen für Gleichung (4.59) und es folgt:

$$x_S(t) = x_{S0} + \frac{c_F}{m_T} \frac{U_{DC}}{L_M} \left[\frac{1}{2} t^2 - \frac{1}{8} T_{PWM} t \right]_0^{\frac{1}{8} T_{PWM}} \quad (4.63)$$

$$x_S = x_{S0} - \frac{1}{128} \frac{c_F}{m_T} \frac{U_{DC}}{L_M} T_{PWM}^2 \quad (4.64)$$

Die maximale Geschwindigkeitsschwankung $\Delta x_{S,max}$ wird mit Gleichung (4.64) zu:

$$\Delta x_{S,max} = \pm \frac{1}{128} \frac{c_F}{m_T} \frac{U_{DC}}{L_M} T_{PWM}^2 \quad (4.65)$$

Der daraus resultierende Positionsverlauf lässt sich ermitteln durch:

$$x_P(t) = \int x_S(t) dt \quad (4.66)$$

$$x_P(t) = x_{P0} + x_{S0} t + \frac{c_F}{m_T} \frac{U_{DC}}{L_M} \left[\frac{1}{6} t^3 - \frac{1}{16} T_{PWM} t^2 \right] \quad (4.67)$$

Der Zeitpunkt der maximalen, absoluten Position bei einer Anfangsgeschwindigkeit von $x_{S0} = 0$ wird berechnet mit:

$$\frac{dx_P}{dt} = 0 \quad (4.68)$$

$$\frac{c_F}{m_T} \frac{U_{DC}}{L_M} \left[\frac{1}{2} t^2 - \frac{1}{8} T_{PWM} t \right] = 0 \quad (4.69)$$

$$t = \frac{1}{4} T_{PWM} = T_{On} \quad (4.70)$$

Mit Gleichung (4.70) ergeben sich wiederum die Integrationsgrenzen für Gleichung (4.67) und es folgt:

$$x_P(t) = x_{P0} + \frac{c_F}{m_T} \frac{U_{DC}}{L_M} \left[\frac{1}{6} t^3 - \frac{1}{16} T_{PWM} t^2 \right]_0^{\frac{1}{4} T_{PWM}} \quad (4.71)$$

$$x_P = x_{P0} - \frac{1}{768} \frac{c_F}{m_T} \frac{U_{DC}}{L_M} T_{PWM}^3 \quad (4.72)$$

Die maximale Positionsschwankung wird mit Gleichung (4.72) zu:

$$\Delta x_{P,max} = \pm \frac{1}{1536} \frac{c_F}{m_T} \frac{U_{DC}}{L_M} T_{PWM}^3 \quad (4.73)$$

Durch Einsetzen der beiden folgenden Gleichungen

$$I_{max} = \frac{U_{DC}}{R_M} = \frac{m_T}{c_F} a_{max} \quad (4.74)$$

$$T_{El} = \frac{L_M}{R_M} \quad (4.75)$$

in Gleichung (4.73) folgt als Maximalabschätzung der Positionsschwankung:

$$\Delta x_{P,max} = \pm \frac{1}{1536} a_{max} \frac{R_M}{L_M} T_{PWM}^3 = \pm \frac{1}{1536} a_{max} \frac{T_{PWM}^3}{T_{El}} \quad (4.76)$$

Der Effektivwert der kubischen Funktion kann nach Gleichung (A.11) aus Anhang A.1 berechnet werden mit:

$$x_{P,max}^{RMS} = \frac{0,626}{1536} a_{max} \frac{T_{PWM}^3}{T_{El}} \quad (4.77)$$

Diese Positionsschwankung tritt bei einer Periodendauer von $1/2 T_{PWM}$ auf und stellt im PSD einen Peak bei der doppelten PWM Frequenz dar.

Mit dem Zusammenhang, dass die elektrische Zeitkonstante des Motors beispielhaft das fünffache der Abtastfrequenz beträgt, ergibt sich für eine maximale Beschleunigung von $a_{max} = 100 \text{ m/s}^2$ in Abhängigkeit der PWM Frequenz nach Gleichung (4.77) das in Abbildung 4.13 dargestellte Verhalten. Hierbei muss angemerkt werden, dass es sich dabei um eine Worst-Case Betrachtung handelt und die Positionsschwankung bei geringen Lastkräften auf Grund einer viel geringeren Einschaltdauer meist deutlich geringer ist. Es folgt eine maximale Positionsschwankung von $x_{P,max}^{RMS} \approx 80 \text{ pm}$ bei $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$, die durch Erhöhung der PWM Frequenz zu $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ auf $x_{P,max}^{RMS} \approx 0,8 \text{ pm}$ reduziert werden kann. Da das RMS Positionsruschen des verwendeten Messgeräts Regelgröße nach [27] $0,4 \text{ nm}$ beträgt und somit deutlich höher ist, als diese Worst-Case Abschätzung, kann davon ausgegangen werden, dass diese Positionsschwankung unabhängig von der PWM Frequenz keinen nennenswerten Einfluss auf die Positionsstabilität hat.

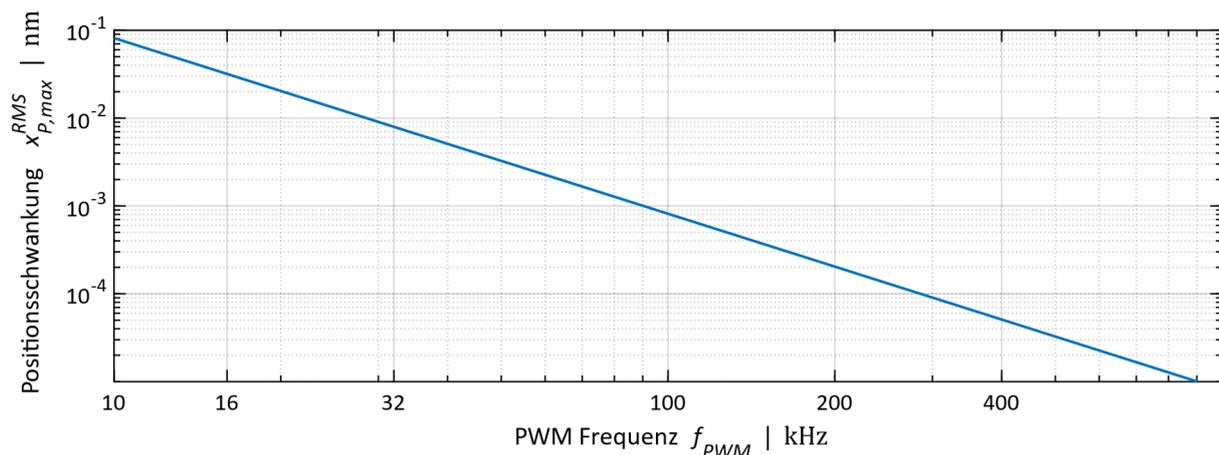


Abbildung 4.13 Positionsschwankung auf Grund der Stromschwankung durch die PWM in Abhängigkeit der PWM Frequenz

4.3 Abtastzeitpunkte bei der PWM

Für die Pulsweitenmodulation sind die Abtastzeitpunkte der Positions- und Stromerfassung entscheidend. Wichtig dabei ist, dass exakt der zeitliche Mittelwert pro Periode erfasst wird. Außerdem muss beachtet werden, dass Stromspitzen an den Umschaltvorgängen der Leistungshalbleiter entstehen. Der Motor besitzt zusätzliche Leitungs- und Wicklungskapazitäten C_M . Die Leitungen können über eine Induktivität L_L und eine Kapazität C_L pro definierter Längeneinheit charakterisiert werden [50, 74]. Abbildung 4.14 zeigt das Ersatzschaltbild. Durch das Laden und Entladen der Leitungs- und Motorkapazitäten treten an den Schaltvorgängen Stromspitzen auf, welche auf Grund entstehender Messfehler nicht gemessen werden dürfen.

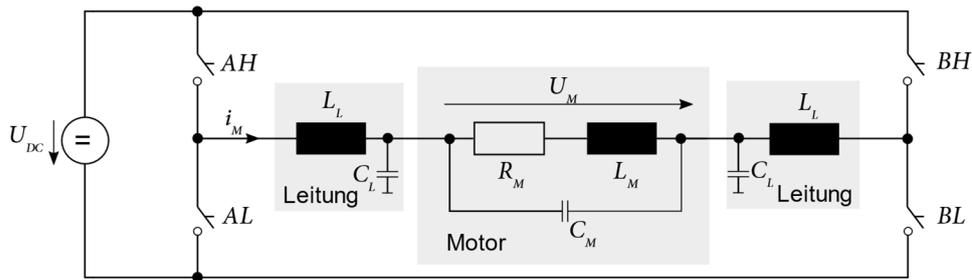


Abbildung 4.14 Ersatzschaltbild mit realer Last

In Abbildung 4.15 ist der qualitative Stromverlauf $i_M(t)$ in Abhängigkeit des Trägersignals C_S dargestellt. Dabei wird ersichtlich, dass der ideale Abtastzeitpunkt jeweils an den Extrempunkten des Trägersignals ist, da hier der Mittelwert anliegt und gleichzeitig keine Stromspitzen auftreten. Es gibt verschiedene Möglichkeiten diesen Wert zu ermitteln, welche im Folgenden kurz betrachtet werden.

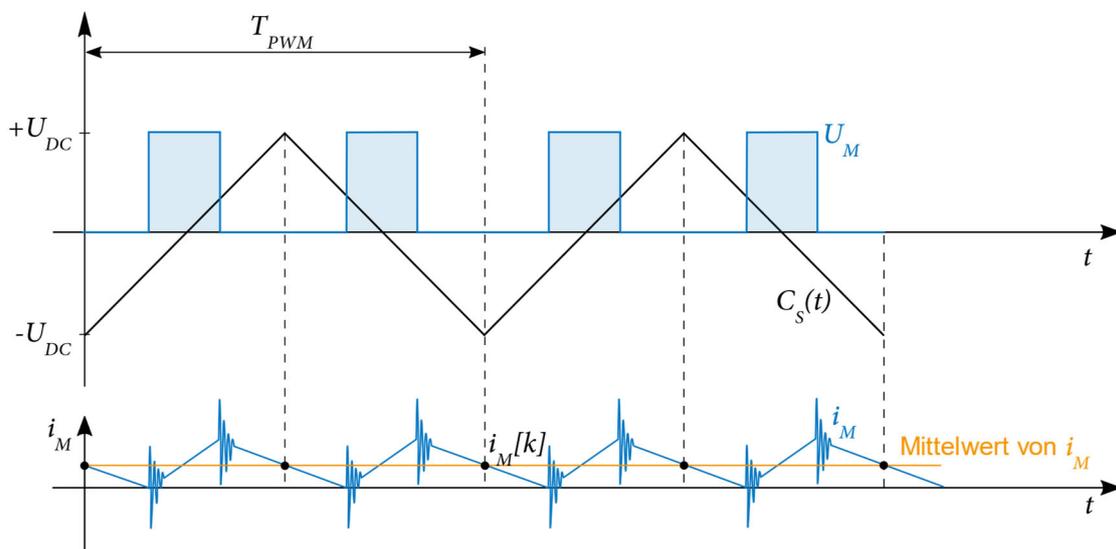


Abbildung 4.15 Qualitativer Stromverlauf im realen Antrieb

4.3.1 Einfache oder doppelte Abtastung der PWM Periode

Bei dieser Variante werden die Positions- und Stromsignale synchron mit der PWM Periode einmal (einfache Abtastung) oder zweimal (doppelte Abtastung) pro Periode abgetastet. Bei einfacher Abtastung wird nur am Maximum (oder nur am Minimum) des Trägersignals abgetastet, bei doppelter Abtastung an beiden Extrempunkten. Somit kann sichergestellt werden, dass immer der Mittelwert vom Motorstrom i_M innerhalb einer ganzen oder einer halben PWM Periode ermittelt wird und die beschriebenen Stromspitzen nicht gemessen werden [50, 75]. Abbildung 4.16 zeigt beispielhaft die Zeitpunkte der Abtastung (markiert mit ①) und der Aktualisierung des Stellgrads (markiert mit ②) für eine PWM Periode bei einfacher Abtastung (links) und doppelter Abtastung (rechts).

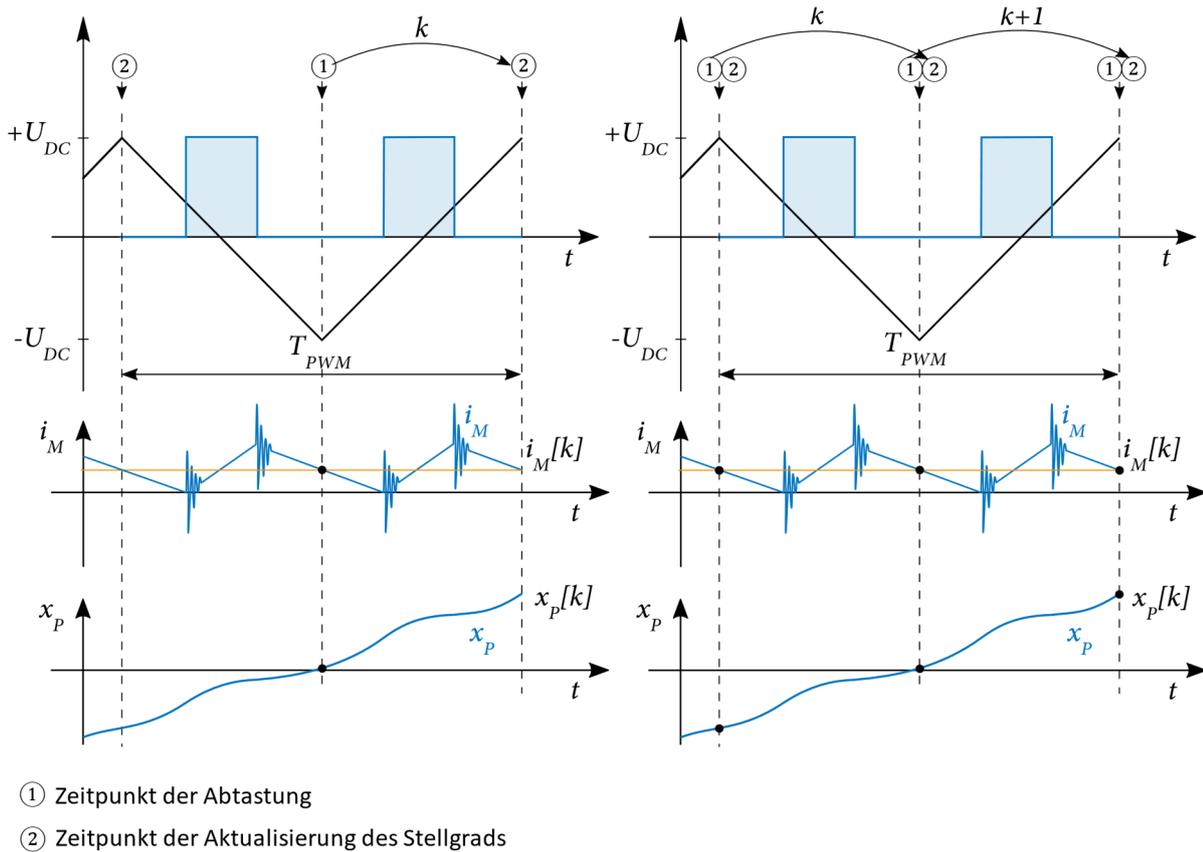


Abbildung 4.16 Abtastung und Aktualisierung des Stellgrads bei einfacher (links) und doppelter Abtastung (rechts)

4.3.2 Überabtastung

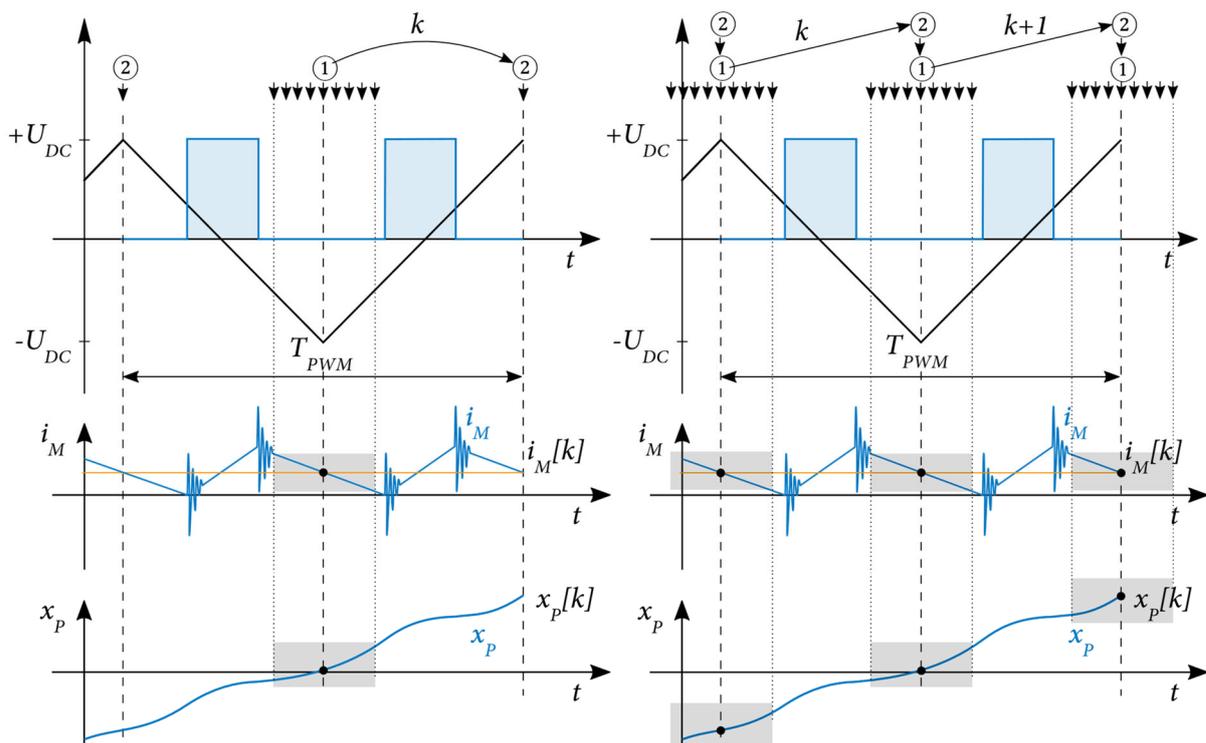
Bei der Variante mit Überabtastung wird das Signal symmetrisch um den eigentlichen Abtastzeitpunkt öfter abgetastet. Abbildung 4.17 zeigt dies exemplarisch für einfache Abtastung (links) und doppelte Abtastung (rechts). Wichtig dabei ist, dass das Stellsignal bis zum nächsten Zeitpunkt der Aktualisierung fertig berechnet sein muss. Dies bedeutet, dass die Zeit zwischen letztem Abtastzeitpunkt und Aktualisierung mindestens so lang sein muss, wie die Berechnungszeit der Regelung selbst. Daraus folgt mit der Verarbeitungstotzeit des ADCs inklusive Überabtastung $T_{P,AD}$ und der Berechnungsdauer der Regelung $T_{P,C}$:

$$\frac{1}{2}T_{PWM} \geq T_{P,AD} + T_{P,C} \quad (4.78)$$

$$T_{P,AD} \leq \frac{1}{2}T_{PWM} - T_{P,C} \quad (4.79)$$

Ein Vorteil dieses Verfahrens ist, dass an Genauigkeit gewonnen werden kann [76, 77]. Allerdings können Fehler entstehen, wenn vorhandene Stromspitzen bei Überabtastung digitalisiert werden. Deshalb ist eine genaue Betrachtung und Auslegung notwendig (vgl. Abbildung 4.17).

Während ein SAR ADC mit beiden Möglichkeiten – Abtastung mit der PWM Frequenz und Überabtastung – betrieben werden kann, ist bei einem Delta-Sigma ADC prinzipbedingt nur eine Überabtastung mit anschließender Filterung möglich. Aus diesem Grund wird das Thema Überabtastung mit Filterung in Kapitel 5 betrachtet.

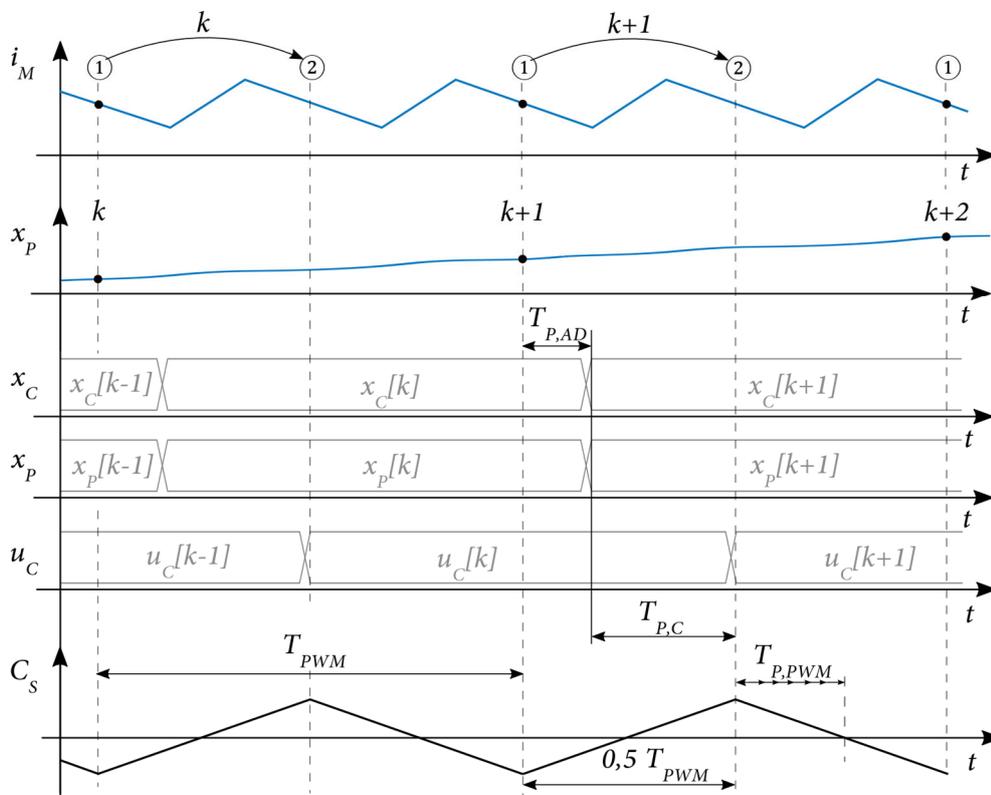


- ① Zeitpunkt der Abtastung
- ② Zeitpunkt der Aktualisierung des Stellgrads

Abbildung 4.17 Abtastung und Aktualisierung des Stellsignals bei einfacher (links) und doppelter Abtastung (rechts) mit Überabtastung

4.4 Verzögerungszeiten

Zur Beschreibung der maximal möglichen Dynamik positionsgeregelter Antriebe ist vor allem die Bestimmung der Summe aller vorkommender Verzögerungszeiten bzw. der Verarbeitungstotzeit T_P entscheidend [75]. Diese Zeit beschreibt die Dauer von Abtastzeitpunkt des zu messenden Signals bis zur Ausgabe und Anliegen des ermittelten Stellsignals am Motor. Sie setzt sich aus der Verarbeitungstotzeit der ADCs $T_{P,AD}$, der Berechnungsdauer der Regelung $T_{P,C}$ und der Verzögerungszeit auf Grund der PWM $T_{P,PWM}$ zusammen. Je geringer diese Verarbeitungstotzeit ist, desto höher ist die erreichbare Dynamik des Gesamtsystems. Abbildung 4.18 zeigt dabei die Zusammenhänge zwischen Abtastzeitpunkt, Aktualisierung der PWM und den drei verschiedenen Verarbeitungstotzeiten für den Fall einer einfachen Abtastung. Dabei stellt x_C den gemessenen und diskretisierten Strom, x_P die gemessene und diskretisierte Position und u_C das diskrete Stellsignal dar. Die Zeitpunkte der Abtastung sind mit ① markiert, die Aktualisierung des Stellgrads mit ②. Für die Strom- und Positionsdigitalisierung wird jeweils die gleiche Umsetzzeit der ADCs angenommen.



- ① Zeitpunkt der Abtastung
- ② Zeitpunkt der Aktualisierung des Stellgrads

Abbildung 4.18 Verzögerungszeiten bei einfacher Abtastung

Aus Abbildung 4.18 wird ersichtlich, dass die Summe aus Verarbeitungstotzeit der ADCs $T_{P,AD}$ und Berechnungsdauer der Regelung $T_{P,C}$ immer geringer als die halbe PWM Periode sein muss, um einen negativen Einfluss auf die erreichbare Bandbreite zu minimieren (vgl. Gleichung (4.78)). Damit kann die Verarbeitungstotzeit T_P allgemein berechnet werden mit:

$$T_P = \frac{1}{2} T_{PWM} + T_{P,PWM} \quad (4.80)$$

Die Verarbeitungstotzeit $T_{P,PWM}$, die durch die Ausgabe des zeitdiskreten Stellsignals $u_C^*(k)$ entsteht, ist entscheidend für die erreichbare Dynamik und soll im Folgenden berechnet werden. Abbildung 4.19

zeigt beispielhaft das zeitdiskrete Stellsignal $u_C^*(k)$ bei einer Abtastzeit T_S . Die Aktualisierung des Stellgrads (②) ist zum Zeitpunkt der Abtastung (①) um die halbe Abtastzeit verschoben.

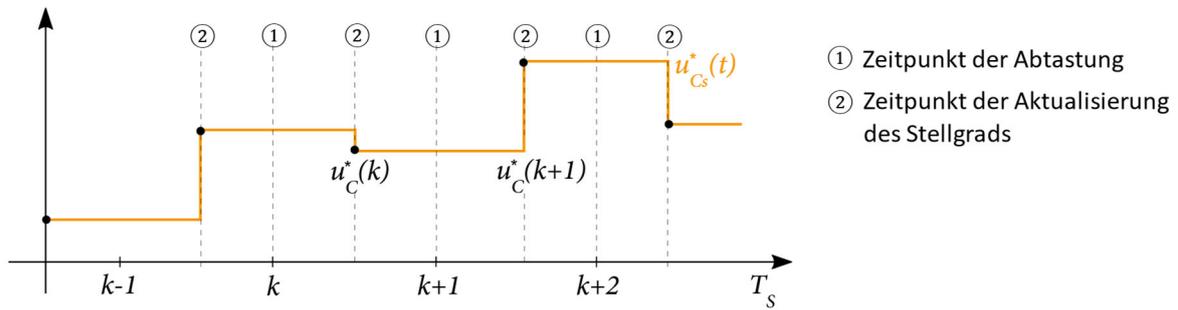


Abbildung 4.19 Zeitdiskrete Stellsignale

Der im Bild dargestellte Verlauf $u_{CS}^*(t)$ des zeitdiskreten Stellsignals $u_C^*(k)$ kann durch eine Summe von zeitverschobenen Sprungfunktionen berechnet werden [78], wodurch eine Darstellung des Pulsweitenmodulators als Abtast-Halteglied nullter Ordnung folgt:

$$G_{AH0}(s) = \frac{1 - e^{-T_S s}}{T_S s} \quad (4.81)$$

Dieser Ansatz wird in der Literatur oft zur Darstellung des digitalen Pulsweitenmodulators verwendet [79, 80]. Zur Ermittlung der Verarbeitungstotzeit muss die Übertragungsfunktion aus Gleichung (4.81) mit dem Zusammenhang $\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$ nach [51] umgeformt werden zu:

$$G_{AH0}(j\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega T_S}}{j\omega T_S} \frac{e^{\frac{j\omega T_S}{2}}}{e^{\frac{j\omega T_S}{2}}} = \frac{e^{\frac{j\omega T_S}{2}} - e^{-\frac{j\omega T_S}{2}}}{j\omega T_S} \frac{1}{e^{\frac{j\omega T_S}{2}}} \quad (4.82)$$

$$G_{AH0}(j\omega) = \frac{\sin\left(\frac{\omega T_S}{2}\right)}{\frac{\omega T_S}{2}} e^{-\frac{j\omega T_S}{2}} = \text{si}\left(\frac{\omega T_S}{2}\right) e^{-\frac{j\omega T_S}{2}} \quad (4.83)$$

Daraus resultieren Amplitudengang $A_{G_{AH0}}$ und Phasengang $\varphi_{G_{AH0}}$:

$$A_{G_{AH0}}(j\omega) = |G_{AH0}(j\omega)| = \left| \text{si}\left(\frac{\omega T_S}{2}\right) \right| \quad (4.84)$$

$$\varphi_{G_{AH0}}(j\omega) = -\frac{1}{2} \omega T_S \quad (4.85)$$

Die Verarbeitungstotzeit $T_{P,PWM}$, die im Mittel durch die PWM entsteht, kann aus Gleichung (4.85) über ein einfaches Totzeitelement angenähert werden:

$$T_{P,PWM} = \frac{1}{2} T_S \quad (4.86)$$

Diese ermittelte Verarbeitungstotzeit, die eine gemittelte Näherung eines nichtlinearen Pulsweitenmodulators darstellt, wird häufig als Verarbeitungstotzeit der PWM unabhängig vom jeweilig verwendeten Verfahren angesetzt [42, 80]. Da die Pulsweitenmodulation auf Grund der Abhängigkeit zwischen Verarbeitungstotzeit und Aussteuergrad einem nichtlinearen Verhalten entspricht, kann dieser Ansatz zu Fehlern führen. Die entscheidende Verarbeitungstotzeit der PWM beschreibt den Zeitraum von Erhalt des Stellsignals aus dem Regelungsalgorithmus am Extrempunkt des Trägersignals bis hin zur ersten Änderung eines Schaltzustandes und nicht die Verarbeitungstotzeit, die im Mittel anliegt. Je nach Größe des Stellsignals kann dieser Zeitraum ohne Betrachtung einer zusätzlichen

Verzögerungszeit zur Sicherheit der Leistungsschalter, dass kein Kurzschluss auftritt, und unabhängig von einfacher oder doppelter Abtastung zwischen $0 T_{PWM}$ bei voller Aussteuerung bis hin zu $1/4 T_{PWM}$ bei „keiner“ Aussteuerung sein. Zur Veranschaulichung dieses Zusammenhangs sind in Abbildung 4.20 die drei Grenzfälle mit dem auf ± 1 normierten Stellsignal u_c^* dargestellt. Dabei ist links eine volle Aussteuerung mit $u_c^* = 1$, mittig eine volle Aussteuerung mit $u_c^* = -1$ und rechts der Grenzfall „ohne“ Aussteuerung mit $u_c^* \approx 0$ dargestellt.

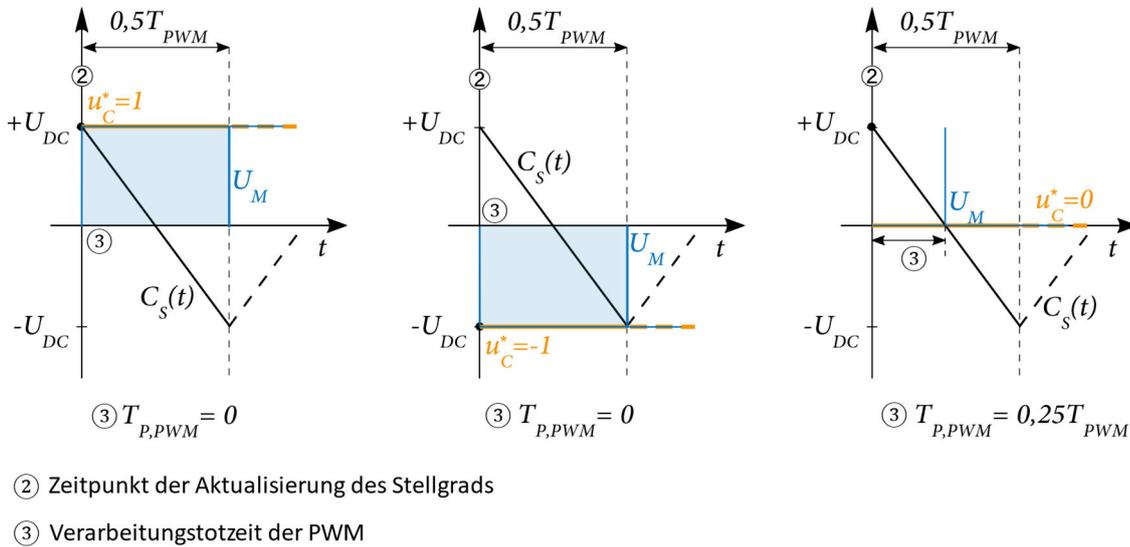


Abbildung 4.20 Grenzfälle zur Ermittlung der Verarbeitungstotzeit der PWM in Abhängigkeit des Stellsignals

Aus Abbildung 4.20 wird deutlich, dass sich auf Grund der nichtlinearen Ausgabe der in dieser Arbeit implementierten, digitalen Pulsweitenmodulation für einen einphasigen Motor abhängig des jeweils anliegenden normierten Stellsignals u_c^* folgender Zeitbereich als Verarbeitungstotzeit für die Pulsweitenmodulation $T_{P,PWM}$ ergibt:

$$0 \leq T_{P,PWM} \leq \frac{1}{4} T_{PWM} \tag{4.87}$$

Abbildung 4.21 stellt diesen Zusammenhang in Abhängigkeit des normierten Stellsignals u_c^* dar.

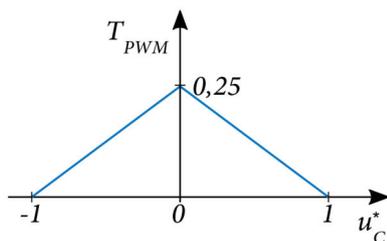


Abbildung 4.21 Zusammenhang zwischen Stellsignal, PWM Periode und Verarbeitungstotzeit der PWM

Die Verarbeitungstotzeit auf Grund der PWM $T_{P,PWM}$ ist somit je nach anliegender Stellgröße unterschiedlich, so dass sich insgesamt mit Gleichung (4.80) folgende Grenzen für die Verarbeitungstotzeit T_p ergeben:

$$\frac{1}{2} T_{PWM} \leq T_p \leq \frac{3}{4} T_{PWM} \tag{4.88}$$

5 Digitalisierung der Messsignale

Mit Hilfe von ADCs werden analoge Signale in digitale Signale umgesetzt. Dabei findet gleichzeitig eine Zeitdiskretisierung und eine Wertediskretisierung statt. Bei der Zeitdiskretisierung wird das zeitkontinuierliche Signal mit einer vorgegebenen Abtastzeit in ein zeitdiskretes Signal transformiert. Bei der Wertediskretisierung wird das wertekontinuierliche Signal in ein wertediskretes Signal mit definierter Auflösung transformiert, wodurch ein Quantisierungsfehler entsteht. Durch die Transformation verliert das Signal im Vergleich zum werte- und zeitkontinuierlichen Signal an Genauigkeit und Dynamik. Die wichtigsten Parameter eines ADCs sind somit vor allem Auflösung und Abtastrate [67].

Zur Digitalisierung in Regelungssystemen werden heutzutage hauptsächlich SAR ADCs und Delta-Sigma ($\Delta\Sigma$) ADCs verwendet, weshalb im Folgenden diese beiden Architekturen näher betrachtet werden. Ziel der Arbeit ist es, SAR ADCs und 1 Bit $\Delta\Sigma$ ADCs zu vergleichen. Dies soll nicht nur für industriell eingesetzte PWM Frequenzen von $4 \text{ kHz} \leq f_{PWM} \leq 16 \text{ kHz}$, sondern zusätzlich für vergleichsweise hohe Frequenzen von $f_{PWM} \geq 100 \text{ kHz}$ durchgeführt werden. Da sich die Anforderungen der ADCs bei den beiden Rückführgrößen Strom und Position in Bezug auf die notwendige Bitbreite und die Regelungsdynamik unterscheiden, werden diese getrennt voneinander in Abhängigkeit der PWM Frequenz betrachtet. Neben der allgemeinen Betrachtung von SAR ADCs und Delta-Sigma ADCs werden die theoretischen Grenzen unter Berücksichtigung wesentlicher Einflussparameter und Vor- und Nachteile der beiden Architekturen betrachtet, um so das Optimum zwischen Regelungsdynamik und Positionsgenauigkeit zu erreichen. Außerdem soll die notwendige Bitbreite für das Positionssignal theoretisch ermittelt und an Hand des in dieser Arbeit eingesetzten optoelektronischen Messgeräts verifiziert werden.

5.1 ADC Grundlagen

Abbildung 5.1 zeigt das prinzipielle Blockdiagramm eines ADCs - bestehend aus einem Abtast/Halte (S/H)-Element mit Abtastfrequenz f_{AD} für die Zeitdiskretisierung und einem Quantisierer mit Stufenhöhe Δ für die Wertediskretisierung.

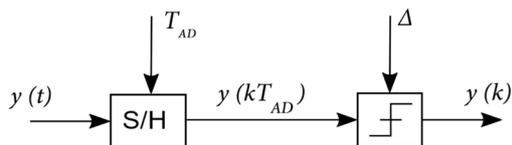


Abbildung 5.1 Blockschaltbild ADC

Um keinen Informationsverlust bei der Abtastung zu erhalten, muss das Shannon-Nyquist Abtasttheorem eingehalten werden, das besagt, dass die Abtastfrequenz f_{AD} mindestens doppelt so groß wie die höchste im Signal vorkommende Frequenz f sein muss [65]:

$$f_{AD} > 2f \quad (5.1)$$

Der durch die Wertediskretisierung entstehende Quantisierungsfehler ist abhängig von der jeweiligen Bitbreite des ADCs N_{ADC} . Die Stufenhöhe Δ berechnet sich für nullsymmetrische Signale mit linearem Verhalten des ADCs allgemein zu:

$$\Delta = \frac{2y_{max}}{2^{N_{ADC}}} = \frac{y_{max}}{2^{N_{ADC}-1}} \quad (5.2)$$

Durch eine Skalierung des Ausgangssignals $y(k)$ des ADCs auf ± 1 ändert sich Gleichung (5.2) zu:

$$\Delta^* = \frac{1}{2^{N_{ADC}-1}} \quad (5.3)$$

Zur Charakterisierung der ADCs in linearen Regelungssystemen wird ein linearisiertes Modell benötigt. Das zugehörige Blockschaltbild ist in Abbildung 5.2 dargestellt. Dabei beschreibt der zusätzliche Störgrößeneingang $e(k)$ die Wertediskretisierung.

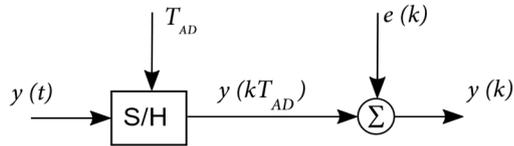


Abbildung 5.2 Blockschaltbild linearisierter ADC

Das Ausgangssignal $y(k)$ kann beschrieben werden mit:

$$y(k) = \underbrace{y(kT_{AD})}_{\text{Zeitdiskretisierung}} + \underbrace{e(k)}_{\text{Wertediskretisierung}} \quad (5.4)$$

In Abbildung 5.3 ist der Quantisierungsfehler eines idealen ADCs dargestellt [81].

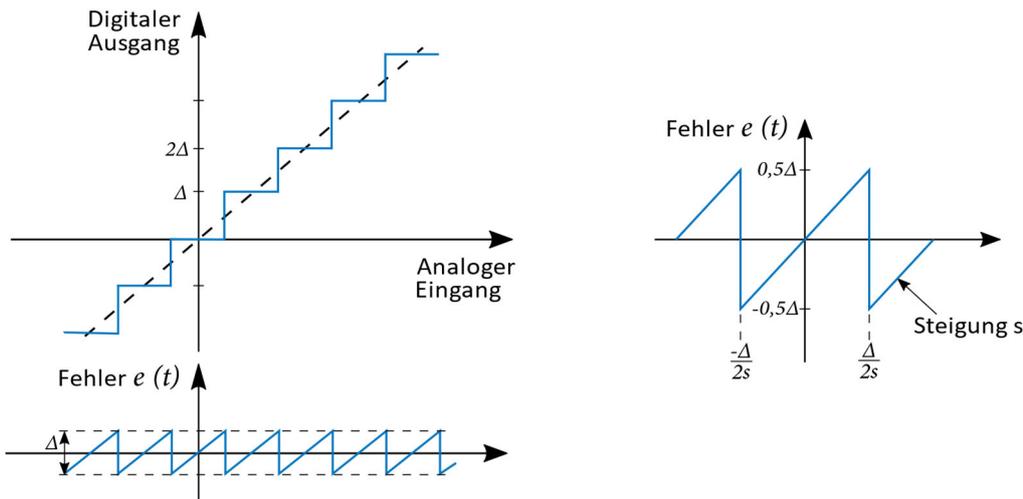


Abbildung 5.3 Quantisierungsfehler

Der Effektivwert des Quantisierungsfehlers berechnet sich nach Abbildung 5.3 rechts mit [81] zu

$$e_{RMS} = \sqrt{\frac{s}{\Delta} \int_{-\frac{\Delta}{2s}}^{\frac{\Delta}{2s}} (st)^2 dt} \quad (5.5)$$

$$e_{RMS} = \frac{\Delta}{\sqrt{12}} \quad (5.6)$$

Aus dem Quantisierungsfehler folgt zugleich ein Quantisierungsrauschen. Unter der Annahme, dass die zeitdiskretisierten Werte nicht miteinander korrelieren, kann das Quantisierungsrauschen als weißes Rauschen betrachtet werden. Die nach Gleichung (3.74) konstante, spektrale Rauschleistungsdichte berechnet sich allgemein durch:

$$S_{xx} = \frac{e_{RMS}^2}{f} = \frac{\Delta^2}{12f} \quad (5.7)$$

Mit der Bedingung aus Gleichung (5.1), dass die Abtastfrequenz doppelt so groß ist, wie die Nyquist-Frequenz, wird die Rauschleistungsdichte eines mit f_{AD} abgetasteten Signals in das Nyquist-Frequenz-Intervall verteilt und es folgt:

$$S_{xx} = \frac{\Delta^2}{6f_{AD}} \quad (5.8)$$

Durch höhere Abtastraten (Überabtastung) ändert sich die spektrale Rauschleistungsdichte, die Gesamtrauschleistung bzw. der Effektivwert des Quantisierungsfehlers bleibt gleich groß.

5.2 Bewertungskriterien von ADCs

Es gibt eine Vielzahl von Kenngrößen für ADCs, welche in IEEE Std 1241-2000 standardisiert sind. Dazu gehören unter anderem Auflösung, effektive Anzahl an Bits (*ENOB*) oder Signal- zu Rauschabstand und Fehler, wie Offset- und Verstärkungsfehler oder Nichtlinearitäten. Für eine Zusammenfassung aller Kenngrößen mit der jeweiligen Messmethode sei auf [76] und [82] verwiesen.

Ein wichtiges Kriterium zur Bewertung von ADCs ist der Signal- zu Rauschabstand oder Signal to Noise Ratio (*SNR*). Er beschreibt das Verhältnis des Effektivwerts des Signals zum Effektivwert des Rauschens und wird berechnet mit [81]:

$$SNR = \frac{U_{eff,Signal}^2}{e_{RMS}^2} = 20 \lg \left(\frac{U_{eff,Signal}}{e_{RMS}} \right) \text{ dB} \quad (5.9)$$

Der Effektivwert des Signals lässt sich bei sinusförmigen Signalen mit einer Skalierung des Eingangsbereichs des ADCs auf ± 1 berechnen mit (vgl. Gleichung (A.4)):

$$U_{eff,Signal} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (5.10)$$

Somit kann Gleichung (5.9) mit den Gleichungen (5.3), (5.6) und (5.10) geändert werden zu:

$$SNR = 20 \lg \left(\frac{2^{N_{ADC}} \sqrt{12}}{\sqrt{2} \cdot 2} \right) \text{ dB} = 1,76 \text{ dB} + 6,02 \text{ dB } N_{ADC} \quad (5.11)$$

Dies gilt, solange die Abtastfrequenz des ADCs f_{AD} doppelt so groß ist, wie die größte im Signal vorkommende Frequenz $f_{Signal,max}$. Bei einer größeren Abtastfrequenz wird die Rauschleistung auf einen größeren Frequenzbereich verteilt und mit dem Zusammenhang für die Überabtastrate (*OSR* – Oversampling Ratio)

$$OSR = \frac{f_{AD}}{2f_{Signal,max}} \quad (5.12)$$

ändert sich Gleichung (5.11) zu:

$$SNR = 1,76 \text{ dB} + 6,02 \text{ dB } N_{ADC} + 10 \lg(OSR) \quad (5.13)$$

Um die Genauigkeit des ADCs beispielhaft um 1 Bit zu erhöhen, muss nach Gleichung (5.13) eine Überabtastrate von $OSR = 4$ gewählt werden [76].

Neben dem Signal- zu Rauschabstand wird oft das Signal- Rausch- und Verzerrungsverhältnis ($SINAD$ – Signal to Noise and Distortion) betrachtet. Im Vergleich zum SNR wird dabei das Verhältnis des Effektivwerts des Signals zum Effektivwert des gesamten Störsignals, bestehend aus Rauschen und zusätzlich real auftretenden Verzerrungen, betrachtet. Aus dem in Gleichung (5.11) theoretischem SNR eines idealen ADCs mit einer Bitbreite von N_{ADC} kann die tatsächliche Anzahl an Bits ($ENOB$ – Effective Number of Bits) berechnet werden mit:

$$ENOB = \frac{SINAD - 1,76 \text{ dB}}{6,02 \text{ dB}} \quad (5.14)$$

Der $ENOB$ kann somit nur durch Messung der tatsächlichen Störsignale ermittelt werden [76, 83]. Weitere Bewertungskriterien werden hier nicht näher betrachtet und es sei auf [76] verwiesen.

5.3 Digitalisierung mit SAR ADCs

Ein SAR ADC funktioniert nach dem Prinzip des Wägeverfahrens, bei dem das Eingangssignal abgetastet, gespeichert und anschließend der Wert mit einem iterativen Vergleichsprozess approximiert wird. Auf dem Markt sind aktuell SAR ADCs mit einer ADC Bitbreite bis zu $N_{ADC} = 18$ Bit bei einer Abtastrate von $f_{AD} = 15$ MHz oder Bitbreiten bis $N_{ADC} = 20$ Bit mit geringeren Abtastraten verfügbar. Abbildung 5.4 zeigt eine vereinfachte Prinzipskizze eines SAR ADCs mit Bitbreite N_{ADC} .

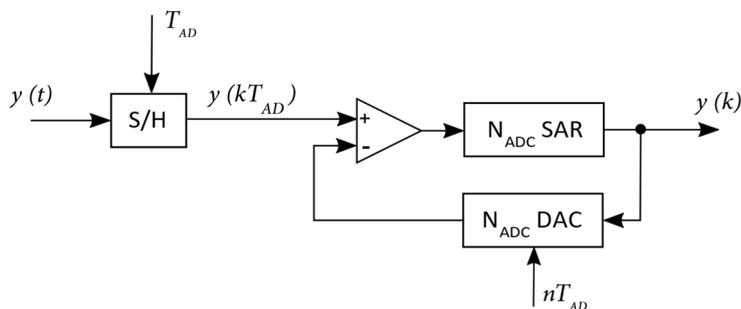


Abbildung 5.4 Blockschaltbild SAR ADC

Der Vorteil von SAR ADCs besteht in hohen Auflösungen und kurzen Umsetzzeiten. Ein Nachteil ist allerdings, dass die Eingangsbeschaltung komplex, umfangreich und entscheidend für den erreichbaren $ENOB$ ist. Die Stabilität der angelegten Referenzspannung, das genau abgestimmte analoge Tiefpassfilter und das Verwenden von möglichst rauscharmen Bauteilen für einen hohen SNR ist dabei von Bedeutung. Die Verarbeitungstotzeit des SAR ADCs ist abhängig vom jeweiligen Typ. In dieser Arbeit wird für die Digitalisierung des Positionssignals in der Verifikation ein 18 Bit SAR ADC von Analog Devices mit einer maximalen Abtastrate von 15 Msps (Mega samples per second) verwendet. Die Umsetzzeit bzw. Verarbeitungstotzeit des ADCs $T_{P,AD}$ beträgt nach [84] $T_{P,AD} = 58$ ns und der gemessene $ENOB$ beträgt 13,4 Bit ohne Überabtastung. Eine zusätzliche Überabtastung könnte hier noch bessere Ergebnisse erzielen. Auf die analoge, rauscharme Auslegung und die Messungen wird hier nicht weiter eingegangen. Der SAR ADC kann für die Modellierung im Regelkreis als Totzeit-Element mit Verarbeitungstotzeit $T_{P,AD}$ und mit dem messtechnisch bestimmten $ENOB$ zur Wertequantisierung beschrieben werden.

5.4 Digitalisierung mit Delta-Sigma ADCs

Der Hauptunterschied des Delta-Sigma ADCs zu anderen ADCs besteht in der prinzipbedingten Überabtastung. Die Eingangsbeschaltung bzw. Vorfilterung des analogen Eingangssignals durch einfache Tiefpassfilter 1. Ordnung ist ausreichend, weshalb der Analogteil einfach, platzsparend und kostengünstig umsetzbar ist. Ein Delta-Sigma ADC besteht aus einem Modulator, an dessen Ausgang ein 1 Bit Datenstrom mit einer Frequenz von aktuell typischerweise 20 MHz anliegt, und einem anschließenden Dezimierungsfiler, welcher aus dem 1 Bit Datenstrom das ursprüngliche Signal rekonstruiert. Dabei handelt es sich größtenteils um Cascaded-Integrator-Comb (CIC) Filter (bzw. Sinc-Filter). Es gibt sowohl zeitkontinuierliche als auch zeitdiskrete Modulatoren. Außerdem muss zwischen ADC-Bausteinen, die bereits Modulator und Filter beinhalten, oder einzelne Modulatoren, bei denen die anschließend notwendige Filterung beispielhaft digital in einem FPGA durchgeführt wird, unterschieden werden. Für größte Flexibilität in der Art der Filterung wird in dieser Arbeit ein zeitdiskreter 1-Bit Modulator mit anschließender auf dem FPGA implementierter Filterung verwendet. Abbildung 5.5 zeigt das vereinfachte Blockschaltbild eines 1 Bit Delta-Sigma ADCs mit einem Modulator erster Ordnung [85, 86].

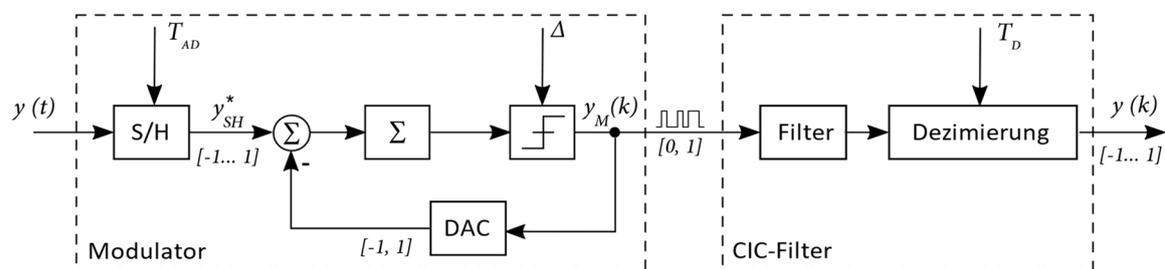


Abbildung 5.5 Blockschaltbild Delta-Sigma ADC

Für regelungstechnische Untersuchungen und zum Vergleich zwischen den beiden ADC Architekturen müssen für den Delta-Sigma ADC mathematische Modelle mit Übertragungsfunktionen von Modulator und Filter aufgestellt werden. So können Aussagen über den Einfluss der Verarbeitungstotzeit und der effektiven Bitbreite auf die Eigenschaften der Regelkreise getroffen werden.

5.4.1 Modulator

Der Modulator aus Abbildung 5.5 muss zunächst linearisiert werden. Es gibt verschiedene Ordnungen der Modulatoren, wobei Abbildung 5.6 einen linearisierten Modulator 1. Ordnung zeigt. Dabei erfolgt das Aufsummieren durch einen Integrator.

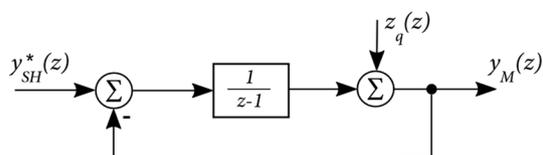


Abbildung 5.6 Blockschaltbild Modulator 1. Ordnung

Die Übertragungsfunktion des Modulators 1. Ordnung lautet:

$$y_M(z) = (y_{SH}^*(z) - y_M(z)) \left(\frac{1}{z-1} \right) + z_q(z) \quad (5.15)$$

$$y_M(z) = z^{-1} y_{SH}^*(z) + (1 - z^{-1}) z_q(z) \quad (5.16)$$

Bei den meisten Modulatoren, die es aktuell zu erwerben gibt, handelt es sich um Modulatoren zweiter Ordnung. Dabei gibt es auf Grund unterschiedlichster zeitdiskreter Umsetzung viele verschiedene Varianten mit unterschiedlichen Führungs- und Störübertragungsfunktionen und unterschiedlichen Vor- und Nachteilen, was in [85, 86] ausführlich dargestellt ist. Eine mögliche Variante ist in Abbildung 5.7 gezeigt.

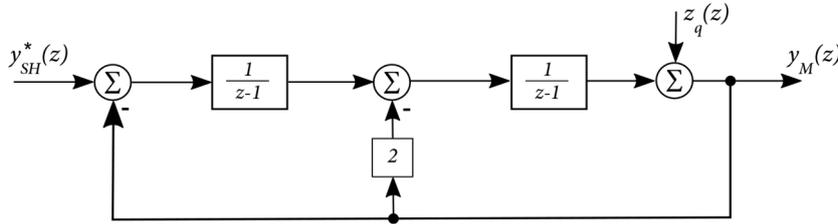


Abbildung 5.7 Blockschaltbild Modulator 2. Ordnung

Die Übertragungsfunktion des dargestellten Modulators 2. Ordnung wird berechnet mit:

$$y_M(z) = \left[(y_{SH}^*(z) - y_M(z)) \left(\frac{1}{z-1} \right) - 2 y_M(z) \right] \left(\frac{1}{z-1} \right) + z_q(z) \quad (5.17)$$

$$y_M(z) = z^{-2} y_{SH}^*(z) + (1 - z^{-1})^2 z_q(z) \quad (5.18)$$

Für einen Modulator n-ter Ordnung ergibt sich bei entsprechender Gewichtung der Rückführgrößen in dieser Topologie beispielhaft:

$$y_M(z) = z^{-n} y_{SH}^*(z) + (1 - z^{-1})^n z_q(z) \quad (5.19)$$

Somit folgen für einen Modulator n-ter Ordnung mit dieser Topologie die Führungsübertragungsfunktion $STF(z)$ und die Störübertragungsfunktion $NTF(z)$:

$$STF(z) = \frac{y_M(z)}{y_{SH}^*(z)} = z^{-n} \quad (5.20)$$

$$NTF(z) = \frac{y_M(z)}{z_q(z)} = (1 - z^{-1})^n \quad (5.21)$$

Aus den beiden Übertragungsfunktionen im z-Bereich können die Frequenzgangsfunktionen mit dem Zusammenhang $z = e^{j\omega T_{AD}}$ bestimmt werden. Aus Gleichung (5.20) folgt für die Führungsübertragungsfunktion:

$$STF(j\omega) = e^{-jn\omega T_{AD}} \quad (5.22)$$

Zur Darstellung im Bode-Diagramm können mit Gleichung (5.22) der Amplitudengang A_{STF} und der Phasengang φ_{STF} bestimmt werden:

$$A_{STF}(j\omega) = |STF(j\omega)| = 1 \quad (5.23)$$

$$\varphi_{STF}(j\omega) = -n\omega T_{AD} \quad (5.24)$$

Für die Störübertragungsfunktion folgt mit Gleichung (5.21):

$$NTF(j\omega) = (1 - e^{-j\omega T_{AD}})^n \quad (5.25)$$

$$NTF(j\omega) = \left(2j \sin\left(\frac{\omega T_{AD}}{2}\right) e^{-j\frac{\omega T_{AD}}{2}}\right)^n \quad (5.26)$$

$$A_{NTF}(j\omega) = |NTF(j\omega)| = 2^n \sin^n\left(\frac{\omega T_{AD}}{2}\right) \quad (5.27)$$

$$\varphi_{NTF}(j\omega) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}n\omega T_{AD} \quad (5.28)$$

Mit den Gleichungen (5.7) und (5.27) ergibt sich nach [77]:

$$y_M(j\omega) = z_q(j\omega) \cdot A_{NTF}(j\omega) = \frac{\Delta}{\sqrt{12} f_{AD}} 2^n \sin^n\left(\frac{\omega T_{AD}}{2}\right) \quad (5.29)$$

Die Aufgabe des nachgeschalteten Filters ist es, diesen Störeinfluss im relevanten Frequenzbereich möglichst gut zu unterdrücken.

Um den SNR zu berechnen, muss zusätzlich zur Überabtastung der Einfluss der Störübertragungsfunktion berücksichtigt werden. Nach [77] ändert sich Gleichung (5.13) zu:

$$SNR = 1,76 \text{ dB} + 6,02 N_{ADC} + 10 \lg(OSR) - 10 \lg\left(\frac{\pi^{2n}}{2n+1}\right) + 20 n \lg(OSR) \quad (5.30)$$

Für einen Delta-Sigma Modulator 2. Ordnung folgt aus Gleichung (5.30):

$$SNR = 7,78 \text{ dB} + 50 \lg(OSR) - 10 \lg\left(\frac{\pi^4}{5}\right) \quad (5.31)$$

$$SNR = 50 \lg(OSR) - 5,12 \text{ dB} \quad (5.32)$$

Um eine theoretisch ideale Anzahl an effektiven Bits aus Gleichung (5.32) zu berechnen, werden SNR und $SINAD$ gleichgesetzt. Durch Gleichsetzen der Überabtastrate OSR mit der Dezimierungsrate M des Filters folgt aus Gleichung (5.32) mit Gleichung (5.14):

$$ENOB_{ideal} = 8,3 \lg(M) - 1,13 \quad (5.33)$$

Diese Annahme gilt nur für einen idealen Delta-Sigma Modulator mit idealem Filter. Das bedeutet, dass die Bewertungskriterien des ADCs, wie Linearität, Offset-Fehler, Rauschen usw. ideal sind und das Filter eine ideale Tiefpasscharakteristik besitzt, was allerdings in der Realität nie der Fall ist [76, 87]. Je nach ausgewähltem Modulator und zugehöriger Beschaltung ergeben sich Kurven, die nach [88] beispielhaft für einen Modulator 2. Ordnung mit Filter 3. Ordnung aussehen können, wie die schwarze Kurve in Abbildung 5.8. Die blaue Kurve beschreibt dabei das ideale Verhalten nach Gleichung (5.33). Die orangefarbenen Kreuze entsprechen realen Messungen. Je höher die Dezimierungsrate wird, desto weiter weicht das ideale Verhalten vom realen Verhalten ab, da auf Grund eines internen nichtlinearen Verhaltens aktuell nicht mehr als ≈ 14 Bit erreicht werden können. Dies muss bei den folgenden Betrachtungen berücksichtigt werden.

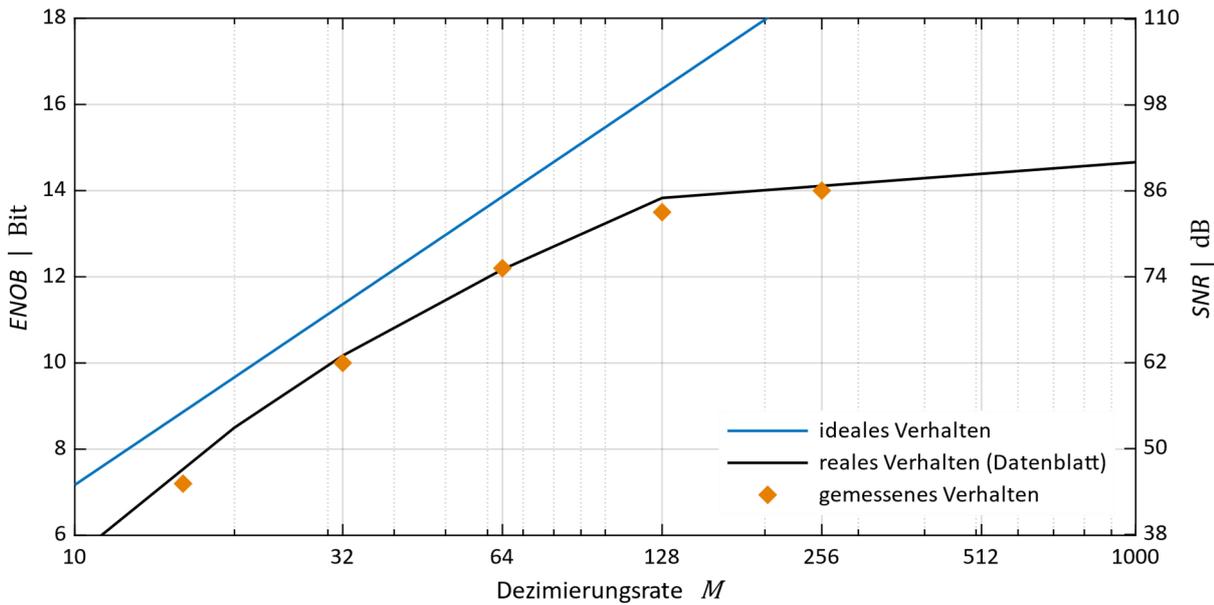


Abbildung 5.8 Erreichbare effektive Anzahl an Bits bei idealem Verhalten, aus Datenblattwerten [88] und durch eigene Messungen ermittelt

5.4.2 Dezimierungsfiler

Die für den Delta-Sigma ADC zwingend notwendige Filterung wird standardmäßig mit dem CIC Filter durchgeführt, der bereits 1981 von E. HOGENAUER entwickelt wurde [89]. Die Aufgabe des Filters ist es, aus dem 1 Bit Datenstrom das ursprüngliche Signal zu rekonstruieren und dabei das Quantisierungsrauschen zu unterdrücken, sowie die Datenrate zu reduzieren. Grundsätzlich besteht das Filter aus einer Anzahl von k_F Integratoren, einem Abtaster und k_F Differentiationen. Für eine gute Unterdrückung des Quantisierungsrauschens sollte die Ordnung k_F des CIC Filters immer eine Ordnung höher sein, als die des Modulators [77]. Oft werden Modulatoren 2. Ordnung mit CIC Filtern 3. Ordnung eingesetzt. Wenn die hohe Datenrate des Modulators am Ausgang des Filters erhalten bleiben soll, gibt es eine Implementierungsart ohne Abtaster. Diese ist in Abbildung 5.9 als Blockschaltbild für $k_F = 3$ dargestellt. Der Unterschied zur Standardimplementierung mit Abtaster und Dezimierungsrate M besteht in der Anzahl an Speicherelementen bei den Differentiationen. Anstelle eines einfachen Verzögerungsglieds mit z^{-1} werden hier Verzögerungsglieder mit z^{-M} eingefügt [11]. Dadurch ist die Datenrate des Ausgangssignals des Filters T_D gleich der des Modulators T_{AD} und es folgt:

$$T_D = T_{AD} \quad (5.34)$$

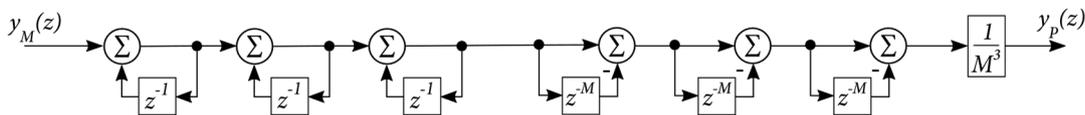


Abbildung 5.9 Blockschaltbild CIC Filter 3. Ordnung

Die Übertragungsfunktion des CIC Filters k_F -ter Ordnung lautet:

$$H_{CIC^{k_F}}(z) = \left(\frac{1}{M} \frac{1 - z^{-M}}{1 - z^{-1}} \right)^{k_F} \quad (5.35)$$

Mit dem Zusammenhang $\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$ nach [51] folgt:

$$G_{CIC^{k_F}}(j\omega) = \left[\frac{1}{M} \frac{\sin\left(\frac{\omega T_D M}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega T_D}{2}\right)} e^{-j\frac{\omega T_D (M-1)}{2}} \right]^{k_F} \quad (5.36)$$

$$A_{CIC^{k_F}}(j\omega) = M^{-k} \frac{\sin^{k_F}\left(\frac{\omega T_D M}{2}\right)}{\sin^{k_F}\left(\frac{\omega T_D}{2}\right)} \quad (5.37)$$

$$\varphi_{CIC^{k_F}}(j\omega) = -\frac{1}{2} \omega T_D k_F (M - 1) \quad (5.38)$$

Mit Gleichung (5.38) berechnet sich die Verarbeitungstotzeit $T_{P,CIC}$, die durch das Filter entsteht, mit:

$$T_{P,CIC} = \frac{1}{2} T_D k_F (M - 1) \quad (5.39)$$

Abbildung 5.10 zeigt den theoretisch berechneten, idealen $ENOB$ nach Gleichung (5.33) (grau), den realen $ENOB$, der durch Messungen ermittelt ist (orange), und die zugehörige Verarbeitungstotzeit eines Delta-Sigma ADCs 2. Ordnung nach Gleichung (5.39) bei einer Abtastfrequenz von $f_{AD} = 20$ MHz (blau). Diese Betrachtung ist vor allem für den Strom Istwert entscheidend, da je nach Implementierung der Pulsweitenmodulation nur eine maximale Verarbeitungstotzeit zulässig ist. Aus diesem maximalen Wert kann die maximale Dezimierungsrate und daraus der maximal erreichbare $ENOB$ ermittelt werden. Dadurch ist ab einer bestimmten PWM Frequenz die Umsetzung des Stromsignals mit Delta-Sigma ADCs nicht mehr sinnvoll, was in Kapitel 5.5 genauer betrachtet wird.

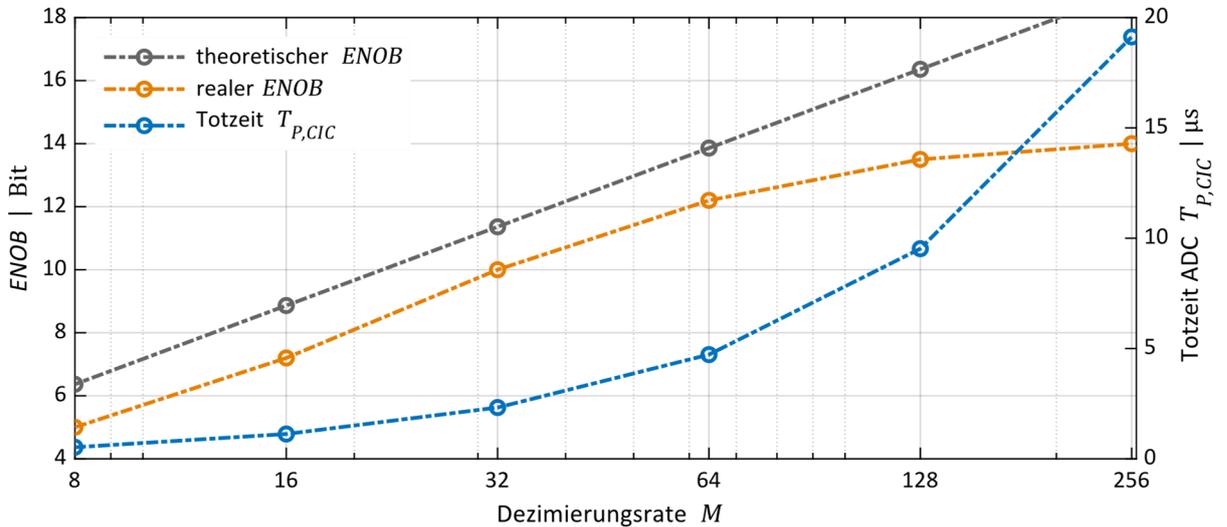


Abbildung 5.10 $ENOB$ und Verarbeitungstotzeit $T_{P,CIC}$ eines Delta-Sigma ADCs 2. Ordnung mit verschiedenen Dezimierungsraten M

Ein weiterer entscheidender Punkt zur Charakterisierung des Delta-Sigma ADCs besteht in der -3 dB Grenzfrequenz. Diese kann mit Gleichung (5.37) ermittelt werden durch:

$$A_{CIC^{k_F}}(f_{-3dB,CIC}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = M^{-k_F} \frac{\sin^{k_F}(\pi f_{-3dB,CIC} T_D M)}{\sin^{k_F}(\pi f_{-3dB,CIC} T_D)} \quad (5.40)$$

Aus Gleichung (5.40) folgt näherungsweise für die -3 dB Frequenz des Delta-Sigma ADCs mit $k_F = 3$:

$$f_{-3dB,CIC} = \frac{0,262}{T_D M} = 0,262 \frac{f_D}{M} \quad (5.41)$$

Bei der Digitalisierung der Position ist die maximale Geschwindigkeit auf Grund der -3 dB Grenzfrequenz entscheidend. Diese ist abhängig von der Signalperiode des Positionsmessgeräts und wird vereinfacht mit der -3 dB Frequenz des Delta-Sigma ADCs aus Gleichung (5.41) bestimmt durch:

$$v_{max, AD | -3dB} = x_{SP} f_{-3dB,CIC} = 0,262 x_{SP} \frac{f_D}{M} \quad (5.42)$$

Abbildung 5.11 zeigt den theoretisch berechneten, maximalen Quantisierungsfehler in Nanometer nach Gleichung (3.48) bei einer Signalperiode von $x_{SP} = 4 \mu\text{m}$ mit theoretischem $ENOB$ (grau), mit realem $ENOB$ nach Datenblatt (orange) [88] und die auf Grund der -3 dB Grenzfrequenz maximal erreichbare Geschwindigkeit (blau). Die Abbildung gilt für Delta-Sigma ADCs 2. Ordnung mit einer Abtastfrequenz von $f_{AD} = 20$ MHz. Wenn ein maximaler Quantisierungsfehler kleiner 1 nm gefordert ist, bedeutet dies Dezimierungsraten von mindestens $M = 64$, was zur Folge hat, dass nur noch Geschwindigkeiten kleiner 0,33 m/s gefahren werden können. Dieser Zusammenhang muss für jede Anwendung überprüft werden, stellt aber im Rahmen der Arbeit auf Grund des kurzen Verfahrwegs des in Kapitel 2.3 dargestellten mechanischen Teststands keine Einschränkung dar.

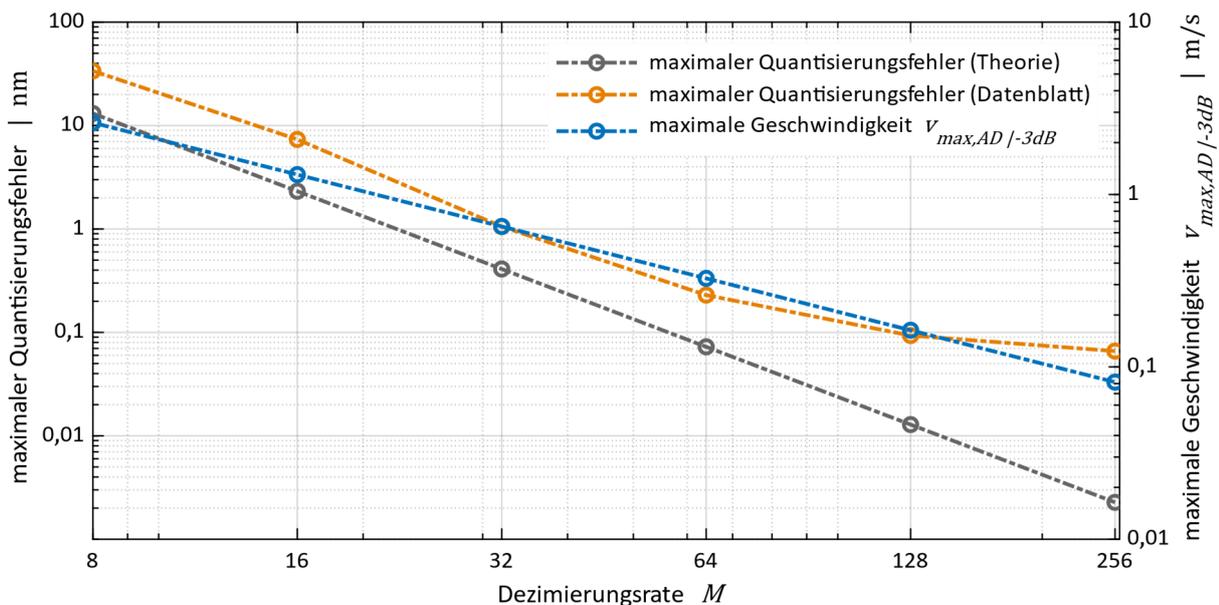


Abbildung 5.11 Theoretisch berechneter, maximaler Quantisierungsfehler bei einer Signalperiode von $x_{SP} = 4 \mu\text{m}$, maximaler Quantisierungsfehler laut Datenblatt und maximale Geschwindigkeit für verschiedene Dezimierungsraten M

In Abbildung 5.12 ist das Übertragungsverhalten eines Delta-Sigma ADCs, skaliert auf die Abtastfrequenz des Modulators, zusammenfassend dargestellt. Der ADC besteht aus einem Modulator 2. Ordnung mit CIC Filter 3. Ordnung und Dezimierungsrate $M = 32$. Dabei stellt die schwarze Kurve die Führungsübertragungsfunktion des Modulators STF nach Gleichung (5.22) dar. Aus der Abbildung geht hervor, dass Amplitudendämpfung und Phasenverschiebung der Führungsübertragungsfunktion bis zu einer Frequenz von ungefähr $f = 0,01 f_{AD}$ vernachlässigbar sind. Bei einer Abtastfrequenz von $f_{AD} = 20$ MHz führt dies zu einer Frequenz von 200 kHz und beinhaltet somit keine Einschränkung für den in dieser Arbeit relevanten Frequenzbereich des Stromregelkreises. Die graue Kurve beschreibt die Störübertragungsfunktion NTF nach Gleichung (5.26). Die grau gestrichelte Linie beschreibt das Quantisierungsrauschen, welches am Ausgang des Modulators anliegt (Gleichung (5.29)). Dieses Rauschen wird, wie dargestellt, prinzipbedingt in den höheren Frequenzbereich geschoben und muss

mit Hilfe eines Filters nur noch für hohe Frequenzen gedämpft werden. Die Übertragungsfunktion des hierfür verwendeten CIC Filters mit einer beispielhaften Dezimierungsrate von $M = 32$ wird durch die blaue Kurve nach Gleichung (5.36) beschrieben. Das Resultat aus Rauschen und Filter stellt die orange Kurve dar. Bei einer Abtastfrequenz von $f_{AD} = 20$ MHz wird das Rauschen bis zu einer Frequenz von 20 kHz noch mit -100 dB gedämpft. Der resultierende Phasenverlauf zeigt eine relativ hohe Phasenverschiebung. Bei einer Frequenz von 20 kHz beträgt diese bereits $\varphi = -17^\circ$, was die relativ hohe Verarbeitungstotzeit von Delta-Sigma ADCs darstellt.

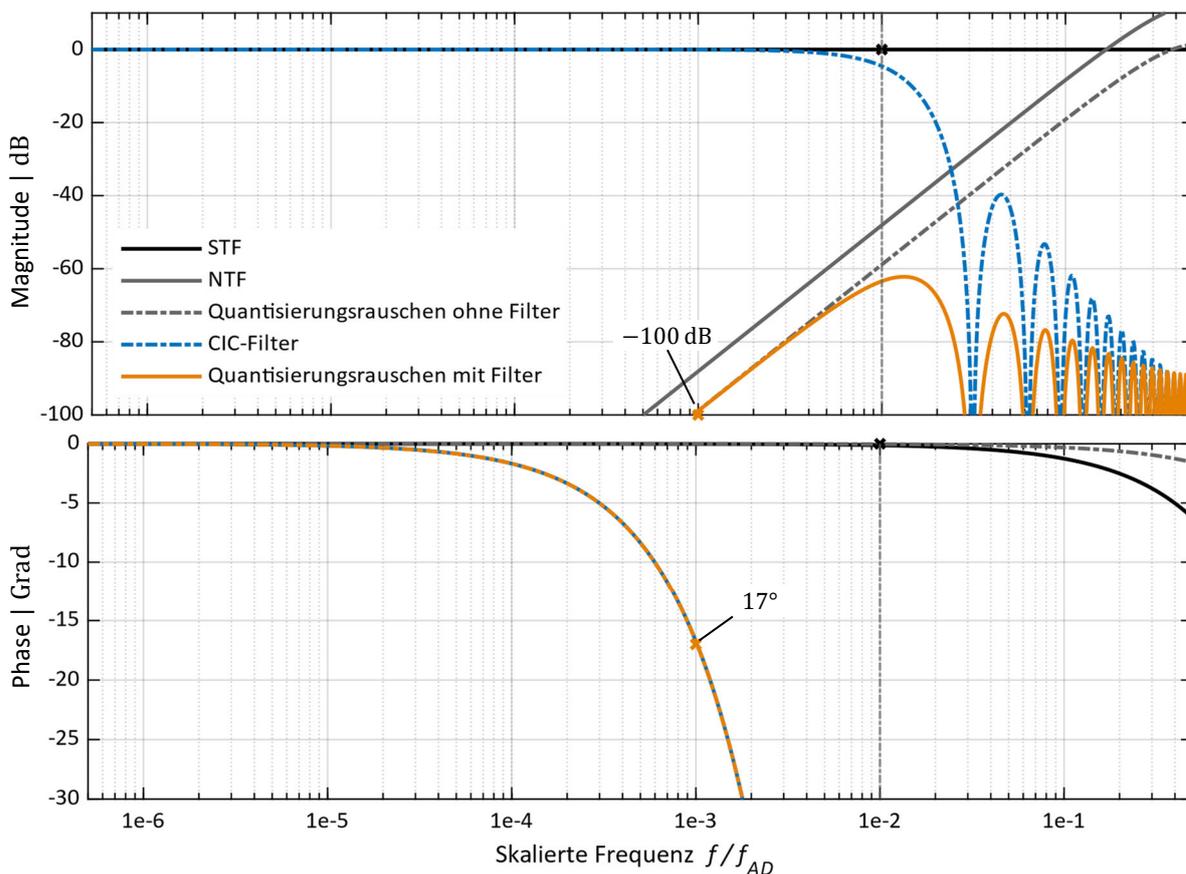


Abbildung 5.12 Übertragungsverhalten eines Delta-Sigma ADCs mit einem Modulator 2. Ordnung und einem CIC Filter 3. Ordnung bei einer Dezimierungsrate von $M = 32$

5.5 Vergleich der beiden ADCs

Beim Vergleich eines Delta-Sigma ADCs 2. Ordnung mit CIC Filter 3. Ordnung und einem SAR ADC muss zwischen den beiden Messgrößen Strom und Position unterschieden werden.

5.5.1 Strom

Die Ausgabe des Stellsignals des Stromreglers erfolgt über die Pulsweitenmodulation. Für einen geringen Fehler bei der Strommessung auf Grund der Quantisierung wird für die effektive Anzahl an Bits $ENOB_{ADC}^C$ ein Faktor $\chi_e = 1$ angesetzt, wodurch aus Gleichung (4.39) folgt:

$$2^{2(ENOB_{ADC}^C-1)} \geq \chi_{CL}^2 \quad (5.43)$$

$$2^{ENOB_{ADC}^C} \geq 2\chi_{CL} = \frac{f_{clk}}{2 f_{PWM}} \quad (5.44)$$

Für den SAR ADC ist diese Bedingung sehr leicht zu überprüfen. Bei dem verwendeten ADC mit $ENOB_{ADC}^C = 13,4$ Bit ergibt sich bei einer Taktrate der Hardware von $f_{clk} = 200$ MHz ein möglicher Frequenzbereich von:

$$f_{PWM} \geq \frac{f_{clk}}{2 \cdot 2^{ENOB_{ADC}^C}} = 9,25 \text{ kHz} \quad (5.45)$$

Im Fall des Delta-Sigma ADCs folgt für die Dezimierungsrate M mit Gleichung (5.33) bei idealem ADC:

$$2^{8,3 \lg(M) - 1,13} \geq \frac{f_{clk}}{2 f_{PWM}} \quad (5.46)$$

$$8,3 \lg(M) - 1,13 \geq \text{lb} \left(\frac{f_{clk}}{2 f_{PWM}} \right) \quad (5.47)$$

$$M \geq 10^{\frac{\text{lb} \left(\frac{f_{clk}}{2 f_{PWM}} \right) + 1,13}{8,3}} \quad (5.48)$$

Gleichzeitig darf nach Gleichung (4.79) die Verarbeitungstotzeit des ADCs $T_{P,AD}$ mit zugehöriger Berechnungsdauer der Regelalgorithmen $T_{P,C}$ nicht länger als die halbe PWM Periode T_{PWM} dauern:

$$T_{P,AD} \leq \frac{1}{2} T_{PWM} - T_{P,C} \quad (5.49)$$

Die Verarbeitungstotzeit des Delta-Sigma ADCs $T_{P,AD}$ lässt sich mit den Gleichungen (5.39) und (5.34) bestimmen durch:

$$T_{P,AD} = T_{P,CIC} = \frac{1}{2} T_{AD} k_F (M - 1) \quad (5.50)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (5.50) in Gleichung (5.49) folgt bei einer Filterordnung $k_F = 3$:

$$3 T_{AD} (M - 1) \leq T_{PWM} - 2 T_{P,C} \quad (5.51)$$

$$M \leq \frac{T_{PWM} - 2 T_{P,C}}{3 T_{AD}} + 1 \quad (5.52)$$

Für die Dezimierungsrate des Delta-Sigma ADCs ergibt sich mit den Gleichungen (5.48) und (5.52) insgesamt:

$$10^{\frac{\text{lb}\left(\frac{f_{clk}}{2f_{PWM}}\right)+1,13}{8,3}} \leq M \leq \frac{T_{PWM} - 2T_{P,C}}{3T_{AD}} + 1 \quad (5.53)$$

Die Berechnungsdauer der Regelungsalgorithmen beträgt in dieser Arbeit $T_{P,C} = 33T_{clk} = 165 \text{ ns}$. Mit der Taktrate der Hardware von $f_{clk} = 200 \text{ MHz}$ und einem Delta-Sigma ADC 2. Ordnung mit CIC Filter 3. Ordnung bei einer Abtastfrequenz von $f_{AD} = 20 \text{ MHz}$ folgt aus Gleichung (5.53):

$$10^{\frac{\text{lb}\left(\frac{200 \text{ MHz}}{2f_{PWM}}\right)+1,13}{8,3}} \leq M \leq \frac{T_{PWM} - 2 \cdot 33 \cdot 5 \text{ ns}}{3 \cdot 50 \text{ ns}} + 1 \quad (5.54)$$

$$10^{\frac{\text{lb}\left(\frac{100 \text{ MHz}}{f_{PWM}}\right)+1,13}{8,3}} \leq M \leq \frac{6,667 \text{ MHz}}{f_{PWM}} - \frac{6}{5} \quad (5.55)$$

Abbildung 5.13 stellt diesen Zusammenhang grafisch dar, wobei die grau schraffierte Fläche den Bereich darstellt, in dem Gleichung (5.55) erfüllt ist. Da als Dezimierungsraten auf Grund der Implementierung nur Zweierpotenzen sinnvoll sind, beschreiben die Kreuze die Dezimierungsraten, die für ausgewählte PWM Frequenzen in Frage kommen. Es muss beachtet werden, dass die untere Kurve, welche den Zusammenhang mit dem *ENOB* beschreibt, nur für einen idealen ADC gilt und nie exakt der Realität entspricht. Deshalb stellen nur die orangefarbenen Kreuze die realen Möglichkeiten unter Berücksichtigung des Zusammenhangs von Abbildung 5.8 dar. Die blauen Kreuze entsprechen den Varianten, die durch die Betrachtung eines idealen ADCs nur in der Theorie möglich sind. So ist beispielsweise bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ nur die Dezimierungsrate $M = 64$ möglich. Größere PWM Frequenzen als $f_{PWM} = 388 \text{ kHz}$ sind bei einer Taktrate der Hardware von $f_{clk} = 200 \text{ MHz}$ mit dem Delta-Sigma ADC nach Gleichung (5.54) und Abbildung 5.13 nicht mehr sinnvoll.

Für die Auswahl des ADCs bei der Diskretisierung des Stromsignals kann zusammengefasst werden, dass prinzipiell sowohl Delta-Sigma als auch SAR ADC möglich sind und sich bei geeigneter Wahl der Dezimierungsrate kein relevanter Unterschied in Bezug auf Quantisierungseinflüsse und erreichbarer Regelungsdynamik ergibt.

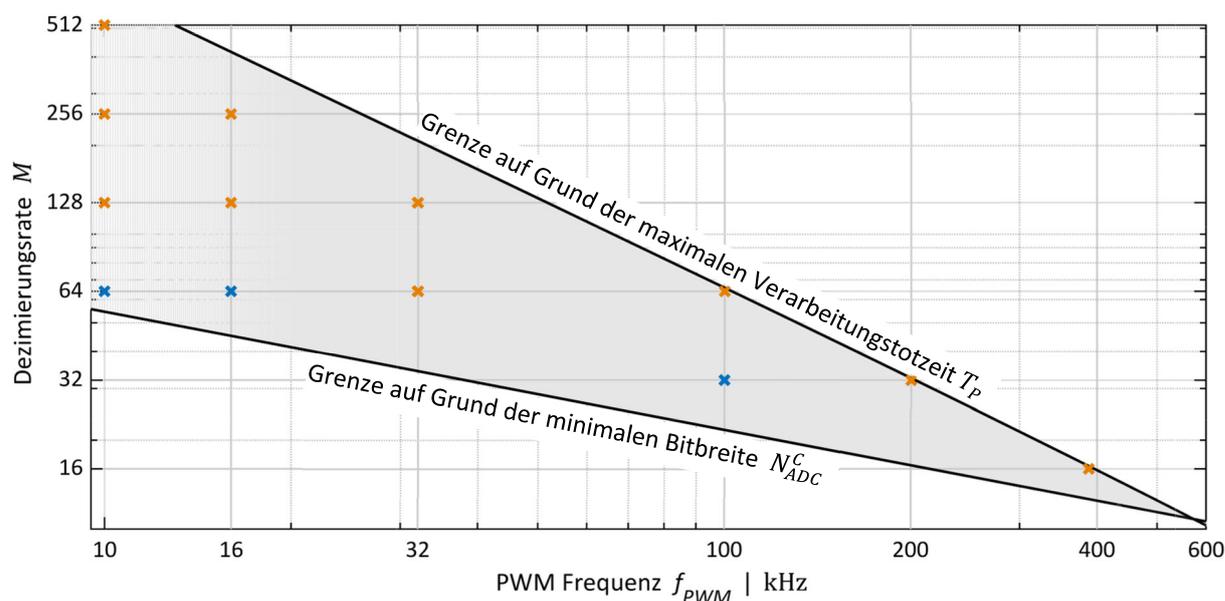


Abbildung 5.13 Mögliche Dezimierungsrate M in Abhängigkeit der PWM Frequenz f_{PWM}

5.5.2 Position

Ein entscheidender Einflussfaktor auf die Positionsgenauigkeit ist vor allem die effektive Anzahl an Bits der ADCs der Positionsmesssignale. Auch in diesem Fall muss Gleichung (4.79) erfüllt sein, die besagt, dass die Verarbeitungstzeit des ADCs mit zugehöriger Berechnungsdauer der Regelungsalgorithmen nicht länger als die halbe PWM Periode dauern darf. Zugleich müssen Abtastzeitpunkt von Strom und Position exakt gleich sein (vgl. Kapitel 4.3). Dies bedeutet, dass bei der Wahl eines Delta-Sigma ADCs für die Diskretisierung des Positionsmesssignals nur die in Abbildung 5.13 möglichen Dezimierungsraten in Abhängigkeit der PWM Frequenz in Frage kommen. Damit kann die maximal mögliche theoretische Bitbreite und daraus der maximale Quantisierungsfehler berechnet werden. Abbildung 5.14 zeigt diesen Zusammenhang des maximalen Quantisierungsfehlers in Abhängigkeit von der PWM Frequenz. Dabei beziehen sich die dargestellten Kurven und Kreuze auf beide y-Achsen. Neben der Gleichung (5.54) liegt dieser Abbildung noch die Gleichung (5.33) zur Berechnung des theoretischen *ENOBs* aus der Dezimierungsrate und Gleichung (3.48) zur Bestimmung des maximalen Quantisierungsfehlers aus dem theoretischen *ENOB* zu Grunde. Für den Quantisierungsfehler folgt mit den Gleichungen (3.48) und (5.33):

$$q_P^* = \frac{1}{\sqrt{2} \pi} 2^{8,3 \lg(M) - 1,13} \frac{s_P \hat{u}_n}{\hat{u}} \quad (5.56)$$

Mit der Annahme einer nominalen Aussteuerung ($\hat{u} = \hat{u}_n$) und einem Sicherheitsfaktor von $s_P = 1,2$ folgt:

$$q_P^* = \frac{1,2}{\sqrt{2} \pi} 2^{-8,3 \lg(M) + 1,13} \quad (5.57)$$

Für ein Positionsmessgerät mit Signalperiode $x_{SP} = 4 \mu\text{m}$ ergibt sich daraus ein Quantisierungsfehler von:

$$q_P = \frac{1,2 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{\sqrt{2} \pi} 2^{-8,3 \lg(M) + 1,13} = \frac{1,2}{\sqrt{2} \pi} 2^{-8,3 \lg(M) + 3,13} \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad (5.58)$$

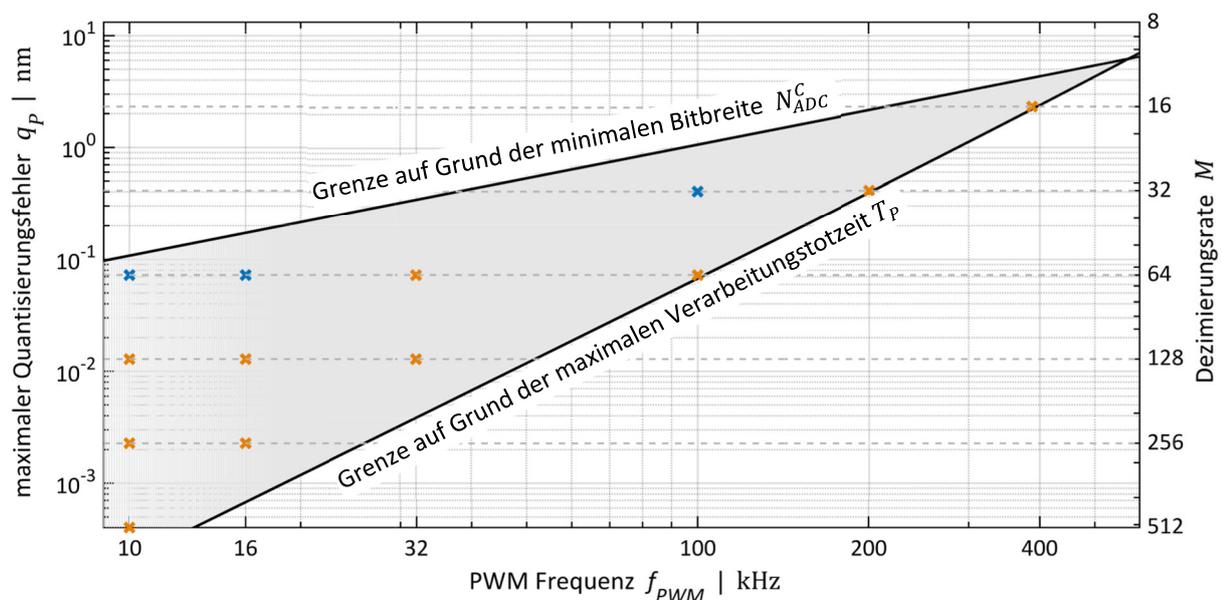


Abbildung 5.14 Maximaler Quantisierungsfehler in Abhängigkeit der PWM Frequenz f_{PWM}

Aus Abbildung 5.14 wird ersichtlich, dass auf Grund der sinkenden Dezimierungsrate mit steigender PWM Frequenz der maximale Quantisierungsfehler größer wird. Während dies bei niedrigen PWM Frequenzen keine großen Einschränkungen verursacht, ergibt sich beispielsweise bei einer PWM

Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz mit $M = 64$ ein theoretisch maximaler Quantisierungsfehler von $q_P = 72,6$ pm und bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 200$ kHz mit $M = 32$ bereits $q_P = 0,41$ nm. Diese Werte gelten nur bei idealer Filterung. Der reale *ENOB* ist nach Abbildung 5.10 je nach Dezimierungsrate deutlich geringer und so ändert sich der reale Quantisierungsfehler bei $M = 64$ zu $q_P = 229,6$ pm und bei $M = 32$ zu $q_P = 1,01$ nm (vgl. Abbildung 5.11). Für das eingesetzte Positionsmessgerät mit einem RMS Rauschen von $0,4$ nm führt bei einer beispielhaften PWM Frequenz von $f_{PWM} = 200$ kHz ein Delta-Sigma ADC zur Diskretisierung des Positionssignals zu Quantisierungsfehlern und sollte demnach nicht verwendet werden. PWM Frequenzen von $f_{PWM} = 100$ kHz und kleiner sind ohne Einschränkung möglich.

Auch bei der Wahl eines SAR ADCs müssen die Abtastzeitpunkte von Strom und Position synchron sein. Neben einem einzelnen Abtastwert ist eine Überabtastung möglich, wodurch der theoretische *ENOB* erhöht werden kann. Nach Gleichung (5.13) wird der *ENOB* bei idealer Mittelwertbildung berechnet mit:

$$ENOB_{ideal} = N_{ADC}^P + \frac{10 \lg(OSR)}{6,02} \quad (5.59)$$

Da Gleichung (4.79) erfüllt sein muss und die Abtastung nur symmetrisch um den Extrempunkt des Trägersignals erfolgen darf, wird die maximale Überabtastrate in Abhängigkeit der PWM Frequenz bestimmt durch:

$$(OSR - 1)T_{AD} = 2 \left(\frac{1}{2} T_{PWM} - T_{P,C} \right) \quad (5.60)$$

$$OSR = 1 + \frac{T_{PWM} - 2 T_{P,C}}{T_{AD}} \quad (5.61)$$

Damit ändert sich Gleichung (5.59) zu:

$$ENOB_{ideal} = N_{ADC}^P + \frac{10}{6,02} \lg \left(1 + \frac{T_{PWM} - 2 T_{P,C}}{T_{AD}} \right) \quad (5.62)$$

Mit Gleichung (3.48) folgt für den maximalen Quantisierungsfehler q_P^* unter der Annahme von nominaler Aussteuerung ($\hat{u} = \hat{u}_n$) und einem Sicherheitsfaktor von $s_P = 1,2$:

$$q_P^* = \frac{1,2}{\sqrt{2}\pi} 2^{-N_{ADC}^P - \frac{10}{6,02} \lg \left(1 + \frac{T_{PWM} - 2 T_{P,C}}{T_{AD}} \right)} \quad (5.63)$$

Die Abtastrate des eingesetzten SAR ADCs beträgt $f_{AD} = 1/T_{AD} = 10$ MHz. Mit einer Berechnungsdauer der Regelalgorithmen von $T_{P,C} = 33 T_{clk} = 165$ ns und einer Signalperiode des Positionsmessgeräts von $x_{SP} = 4$ μm folgt:

$$ENOB_{ideal} = N_{ADC}^P + \frac{10}{6,02} \lg \left(\frac{T_{PWM}}{100 \text{ ns}} - 2,3 \right) \quad (5.64)$$

$$q_P = q_P^* x_{SP} = \frac{1,2 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{\sqrt{2}\pi} 2^{-N_{ADC}^P - \frac{10}{6,02} \lg \left(\frac{T_{PWM}}{100 \text{ ns}} - 2,3 \right)} \quad (5.65)$$

Abbildung 5.15 zeigt diesen Zusammenhang zwischen dem maximalen Quantisierungsfehler und der PWM Frequenz bei SAR ADCs mit Überabtastung für verschiedene Bitbreiten N_{ADC}^P . Mit einer beispielhaften PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz beträgt der maximale Quantisierungsfehler bei $N_{ADC}^P = 8$ Bit $q_P = 13,5$ pm; bei $N_{ADC}^P = 18$ Bit nur noch $q_P = 13$ fm. Auf Grund der Überabtastung steigt der Quantisierungsfehler mit steigender PWM Frequenz, da mit steigender Frequenz die maximale Überabtastrate sinkt. Ein Vergleich von Abbildung 5.14 und Abbildung 5.15 macht deutlich, dass beim

Delta-Sigma ADC auf Grund der Abtastrate von $f_{AD} = 20$ MHz Grenzen in der Auflösung vorhanden sind, während bei der Wahl eines SAR ADC sehr gute Ergebnisse bei hohen PWM Frequenzen erzielt werden können. Entscheidend dafür sind die Abtastrate und die effektive Anzahl der Bits des jeweiligen SAR ADCs.

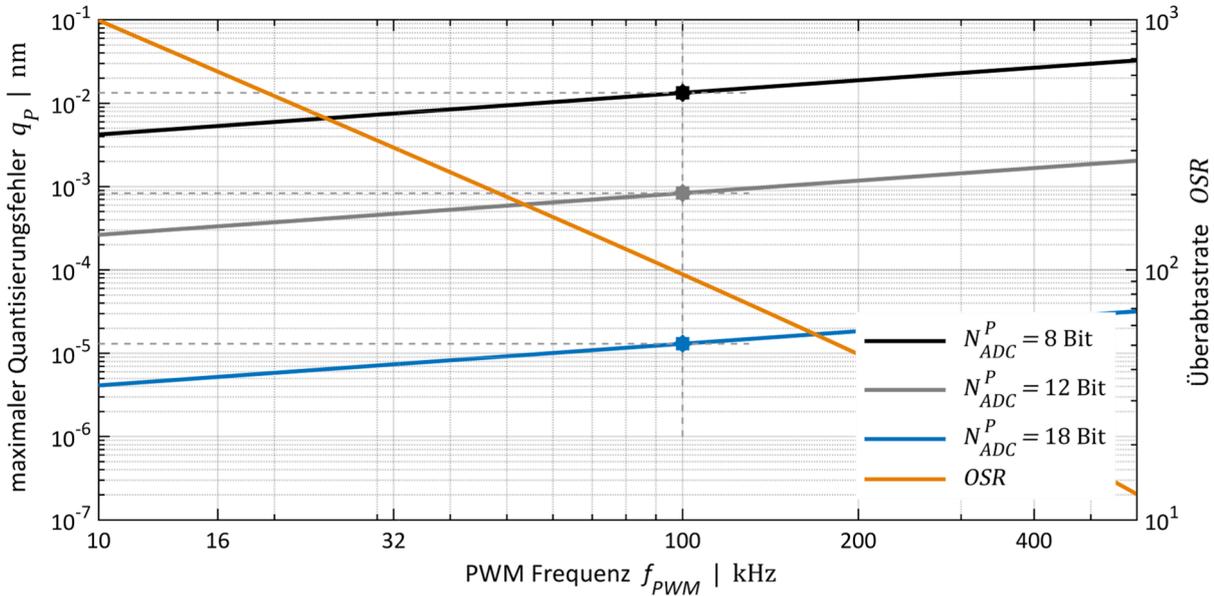


Abbildung 5.15 Maximaler Quantisierungsfehler in Abhängigkeit der PWM Frequenz f_{PWM} bei einem SAR ADC mit Taktrate von $f_{AD} = 10$ MHz und Überabtastung für verschiedene Bitbreiten

Quantisierungsrauschen

Neben dem maximalen Quantisierungsfehler muss das auftretende Quantisierungsrauschen des verwendeten Positionsmessgeräts betrachtet werden. Der Einfluss des Positionsrauschens aufgrund der Positionsquantisierung wird allgemein mit den Gleichungen (3.48) und (5.8) berechnet:

$$S_{PP}^{ADP|f_M} = \frac{\Delta^2}{6f_M} = \frac{x_{SP}^2}{2^{2(N_{ADC}^P)} \cdot 2\pi^2 \cdot 6 f_M} \frac{s_P^2 \hat{u}_n^2}{\hat{u}^2} \quad (5.66)$$

f_M beschreibt dabei die Messfrequenz. Mit der Annahme einer nominalen Aussteuerung ($\hat{u} = \hat{u}_n$) und einem Sicherheitsfaktor von $s_P = 1,2$ folgt:

$$S_{PP}^{ADP|f_M} = \frac{\Delta^2}{6f_M} = \frac{1,44 x_{SP}^2}{2^{2(N_{ADC}^P)} \cdot 2\pi^2 \cdot 6 f_M} \quad (5.67)$$

$$S_{PP}^{ADP} = \frac{0,12 x_{SP}^2}{2^{2(N_{ADC}^P)} \cdot \pi^2 f_M} \quad (5.68)$$

Abbildung 5.16 zeigt den Zusammenhang zwischen den in Gleichungen (3.77) und (3.78) aufgestellten Positionsrauschen der beiden Positionsmessgeräte im Vergleich zum Quantisierungsrauschen auf Grund der Diskretisierung nach Gleichung (5.68). Die Messfrequenz beträgt $f_M = 1$ MHz bei einer Darstellung im PSD bis $f = 0,5$ MHz. Dabei sind das Quantisierungsrauschen des Messgeräts Regelgröße mit einer Signalperiode von $x_{SP} = 4 \mu\text{m}$ und das Quantisierungsrauschen des Vergleichsmessgeräts mit einer Signalperiode von $x_{SP} = 775 \text{ nm}$ dargestellt. Auf Grund der feineren Signalperiode beim Vergleichsmessgerät ist das Positionsrauschen entsprechend geringer. Die Gesamtrauschleistung, die aus dem Positionsrauschen des Messgeräts und dem Quantisierungsrauschen besteht, kann nach Gleichung (3.83) durch Addition der Einzelleistungen ermittelt werden.

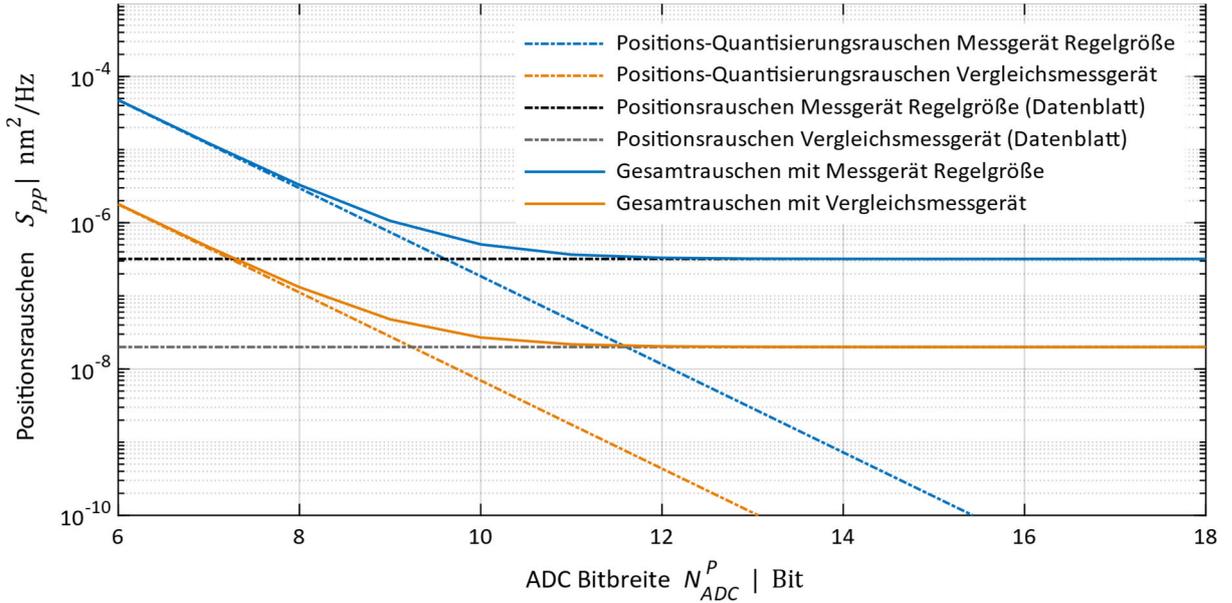


Abbildung 5.16 Positionsrauschen im PSD in Abhängigkeit der ADC Bitbreite bei einer Messfrequenz von $f_M = 1$ MHz

Aus der Abbildung wird ersichtlich, dass das in dieser Arbeit eingesetzte Vergleichsmessgerät auf Grund des geringeren Positionsrauschens für die Verifikation am TCP geeignet ist, da die Leistungsdichte des Positionsrauschens ungefähr eine Dekade niedriger ist. Weiterhin folgt, dass sich bei der Wahl der ADC Bitbreite für die Position ab einer bestimmten Bitbreite eine Erhöhung auf Grund des dann dominierenden Positionsrauschens keine Verbesserung mehr darstellt. Dies ist von der Signalperiode und dem Positionsrauschen des jeweiligen Messgeräts abhängig. Die notwendige Bitbreite soll nachfolgend aus dem kumulierten Leistungsspektrum ermittelt werden.

Aus dem kumulierten Leistungsspektrum kann der Effektivwert bzw. die 1σ -Abweichung durch Summation der spektralen Leistungsdichte über alle Frequenzen bestimmt werden. Für den Einfluss der Positionsquantisierung ergibt sich nach Gleichung (3.84):

$$x_{RMS}^{ADP} = \sqrt{\int_0^{0,5f_M} S_{PP}^{ADP} df} = \sqrt{\frac{0,06 x_{SP}^2}{2^{2(N_{ADC}^P)} \cdot \pi^2}} \quad (5.69)$$

$$x_{RMS}^{ADP} = \frac{0,245 x_{SP}}{2^{N_{ADC}^P} \cdot \pi} \quad (5.70)$$

Für den gesamten Effektivwert, bestehend aus dem Rauschen des Messgeräts und der Quantisierung, folgt nach Gleichung (3.84) und (5.70) bei Annahme von stochastischer Unabhängigkeit durch pythagoreische Addition:

$$x_{RMS} = \sqrt{(x_{RMS}^{ADP})^2 + (x_{RMS}^{PMG})^2} \quad (5.71)$$

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{0,06 x_{SP}^2}{2^{2(N_{ADC}^P)} \cdot \pi^2} + (x_{RMS}^{PMG})^2} \quad (5.72)$$

Für das Positionsmessgerät Regelgröße und das Vergleichsmessgerät folgt mit Gleichung (5.72):

$$x_{RMS}^{PMGR} = \sqrt{\frac{0,06 (4 \mu\text{m})^2}{2^2(N_{ADC}^P)\pi^2} + (0,4 \text{ nm})^2} \quad (5.73)$$

$$x_{RMS}^{VMG} = \sqrt{\frac{0,06 (775 \text{ nm})^2}{2^2(N_{ADC}^P)\pi^2} + (0,1 \text{ nm})^2} \quad (5.74)$$

Zur Berechnung der notwendigen Bitbreite muss ein maximaler Fehler auf Grund der Quantisierung vorgegeben werden. Wenn dieser maximal 5 % des gesamten Effektivwerts betragen darf, ergibt sich aus Gleichung (5.71):

$$1,05 x_{RMS}^{PMG} = \sqrt{(x_{RMS}^{ADP})^2 + (x_{RMS}^{PMG})^2} \quad (5.75)$$

$$x_{RMS}^{ADP} = \sqrt{(1,05 x_{RMS}^{PMG})^2 - (x_{RMS}^{PMG})^2} = 0,32 x_{RMS}^{PMG} \quad (5.76)$$

Durch Umstellen von Gleichung (5.70) kann die notwendige Bitbreite berechnet werden mit:

$$N_{ADC}^P = \text{lb} \left(\frac{0,245 x_{SP}}{x_{RMS}^{ADP} \cdot \pi} \right) \quad (5.77)$$

Einsetzen von Gleichung (5.76) in Gleichung (5.77) liefert:

$$N_{ADC}^P = \text{lb} \left(\frac{0,245 x_{SP}}{0,32 x_{RMS}^{PMG} \cdot \pi} \right) \quad (5.78)$$

Für das Positionsmessgerät Regelgröße und das Vergleichsmessgerät folgt daraus als notwendige Bitbreite für einen maximalen Fehler von 5 % durch die Quantisierung im Vergleich zum Fehler durch das Rauschen des Messsignals:

$$N_{ADC}^P(PMGR) = \text{lb} \left(\frac{0,245 \cdot 4 \mu\text{m}}{0,32 \cdot 0,4 \text{ nm} \cdot \pi} \right) = 11,25 \text{ Bit} \quad (5.79)$$

$$N_{ADC}^P(VMG) = \text{lb} \left(\frac{0,245 \cdot 775 \text{ nm}}{0,32 \cdot 0,1 \text{ nm} \cdot \pi} \right) = 10,88 \text{ Bit} \quad (5.80)$$

Abbildung 5.17 stellt die in der Theorie maximal erreichbaren Effektivwerte der beiden Messgeräte dar. Dabei ist nur die Quantisierung der ADCs berücksichtigt. Die Regelung selbst ist noch nicht enthalten. Für die in dieser Arbeit verwendeten Messgeräte ergibt sich daraus unabhängig von der PWM Frequenz eine sinnvolle ADC Bitbreite von $N_{ADC}^P \approx 11$ Bit (vgl. Gleichungen (5.79) und (5.80)).

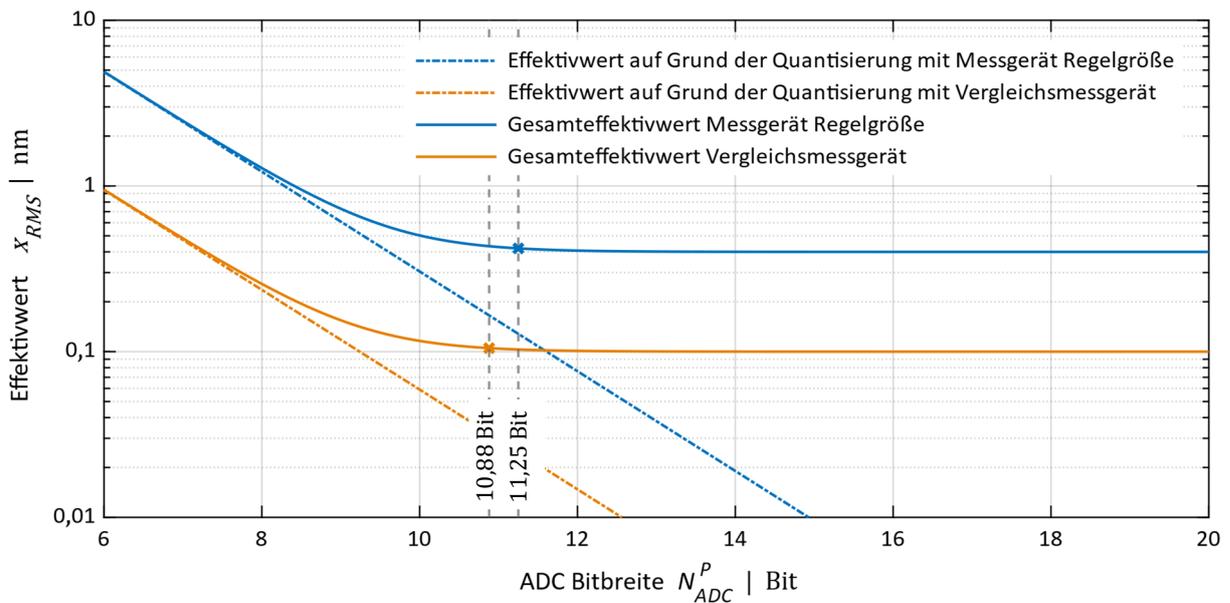


Abbildung 5.17 Theoretisch ermittelte Effektivwerte in Abhängigkeit der ADC Bitbreite

5.5.3 Ergebnis des Vergleichs

Für die Wahl des ADCs kann zusammengefasst werden, dass auf Grund verschiedener Einflussfaktoren die Entscheidung nicht allgemein, sondern anwendungsspezifisch für das verwendete Zielsystem erfolgen muss. Ein entscheidender Einflussfaktor ist das Verhältnis zwischen der Taktrate der Hardware (z.B. FPGA Taktfrequenz) und der PWM Frequenz, da dies die Quantisierung der PWM und somit die notwendige Bitbreite der ADCs sowie die maximale Verarbeitungstotzeit bestimmt. Weiterhin müssen Strom- und Positionsquantisierung getrennt voneinander betrachtet werden. Bei der Wahl des ADCs für das Positionssignal ist die Signalperiode und das zugehörige Rauschen des Positionsmessgeräts ausschlaggebend.

Beim jeweiligen Zielsystem muss untersucht werden, ob ein Delta-Sigma ADC trotz der Grenzen bzgl. effektiver Auflösung und Verarbeitungstotzeit für die Strommessung eingesetzt werden kann. Wenn dies der Fall ist, ist auf Grund von sehr geringen Kosten und einfacher Handhabung diese Form dem SAR ADC vorzuziehen. Da in der Arbeit ein Delta-Sigma ADC für das Stromsignal bis zu einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 388 \text{ kHz}$ zu keinen Einschränkungen führt, wird nur diese Architektur verwendet. Bei der Positionsmessung ist die für das Antriebssystem benötigte Positionsgenauigkeit sowie das Messgerät entscheidend. Auch das Thema der maximal möglichen Geschwindigkeit muss anwendungsspezifisch betrachtet werden.

5.6 Verifikation der benötigten ADC Bitbreite für das Positionssignal

Nachfolgend soll die Theorie aus Abbildung 5.16 und Abbildung 5.17 anhand des Messgeräts Regelgröße und des Vergleichsmessgeräts mit Hilfe von PSD und CPS verifiziert werden. Dafür werden jeweils die beiden sinusförmigen Messsignale über verschiedene ADC Einstellungen (verschiedene Filterordnungen des CIC Filters beim Delta-Sigma ADC und SAR ADC) zeit- und wertediskretisiert und anschließend mit dem implementierten CORDIC Algorithmus in den Positionsmesswert umgerechnet. Tabelle 5.1 zeigt eine Übersicht der verschiedenen ADC Einstellungen mit den jeweiligen theoretischen *ENOBs* nach Gleichung (5.33), den gemessenen *ENOBs* nach Abbildung 5.8 und die zugehörige -3 dB Filterbandbreite nach Gleichung (5.41).

Tabelle 5.1 *ENOB* und -3 dB Frequenz der ADCs bei verschiedenen Filter Einstellungen

	Theoretischer <i>ENOB</i> Bit	Gemessener <i>ENOB</i> Bit	-3 dB Frequenz f_{-3dB} kHz
$\Delta\Sigma$ ADC $M = 16$	8,89	7,2	327,5
$\Delta\Sigma$ ADC $M = 32$	11,39	10	163,75
$\Delta\Sigma$ ADC $M = 64$	13,89	12,3	81,86
$\Delta\Sigma$ ADC $M = 128$	16,39	13,5	40,94
$\Delta\Sigma$ ADC $M = 256$	18,89	14	20,47
SAR ADC	16	13,4	-
SAR ADC mit digitalem Tiefpassfilter	18,2	15,6	65,5

5.6.1 Positionsmessgerät Regelgröße

In Abbildung 5.18 ist das Ergebnis der Messungen im PSD dargestellt. Dabei stellt die gestrichelte Linie das im Datenblatt angegebene Positionsrauschen des Messgeräts nach Gleichung (3.76) dar, welches als weißes Rauschen angenommen wird. Aus allen Messkurven wird ersichtlich, dass es sich nicht um rein weißes Rauschen handelt, denn bei allen ist ein Anstieg in den niedrigeren Frequenzbereich erkennbar, was auf $1/f$ Rauschen durch mechanischen Drift zurückgeführt werden kann. In Richtung des hohen Frequenzbereichs wirkt die Tiefpasscharakteristik der Filter mit den nach Tabelle 5.1 angegebenen -3 dB Frequenzen. Bei den Kurven wird deutlich, dass ein Delta-Sigma ADC mit Dezimierungsrate von $M = 16$ (schwarze Kurve) einen großen Anteil an Quantisierungsrauschen auf Grund einer zu geringen effektiven Bitbreite aufweist. Mit $M = 32$ (blaue Kurve) gibt es eine deutliche Verringerung des Quantisierungsrauschens, wobei die Auflösung noch nicht ausreichend hoch ist. Alle anderen Kurven liegen bis zu einer Frequenz von $f = 10$ kHz aufeinander. Dies bedeutet, dass eine Dezimierungsrate von $M = 64$ mit gemessenem *ENOB* = 12,3 Bit genügt, um das Positionsmessgerät perfekt zu digitalisieren. Damit ist die Theorie aus Abbildung 5.16 bzw. Gleichung (5.79), nach der eine Bitbreite von 11,25 Bit ausreichend ist, verifiziert. Abbildung 5.19 stellt das zugehörige CPS mit Integration von $f = 500$ kHz zu niedrigeren Frequenzen hin dar. Nach Abbildung 5.17 kann der Gesamteffektivwert des Messgeräts Regelgröße nicht unter den im Datenblatt angegebenen Effektivwert des Positionsrauschens von 0,4 nm sinken. Mit höheren Filtereinstellungen sinkt der Effektivwert deutlich unter den Datenblattwert, was in der Legende in Abbildung 5.19 dargestellt und auf die steigende Tiefpasswirkung zurückzuführen ist. Insgesamt kann zusammengefasst werden, dass für das Positionsmessgerät Regelgröße ein Delta-Sigma ADC mit Dezimierungsrate von $M = 64$ ausreichend ist und gleichzeitig der eingesetzte SAR ADC mit digitalem Tiefpassfilter ohne Überabtastung zum selben Ergebnis führt.

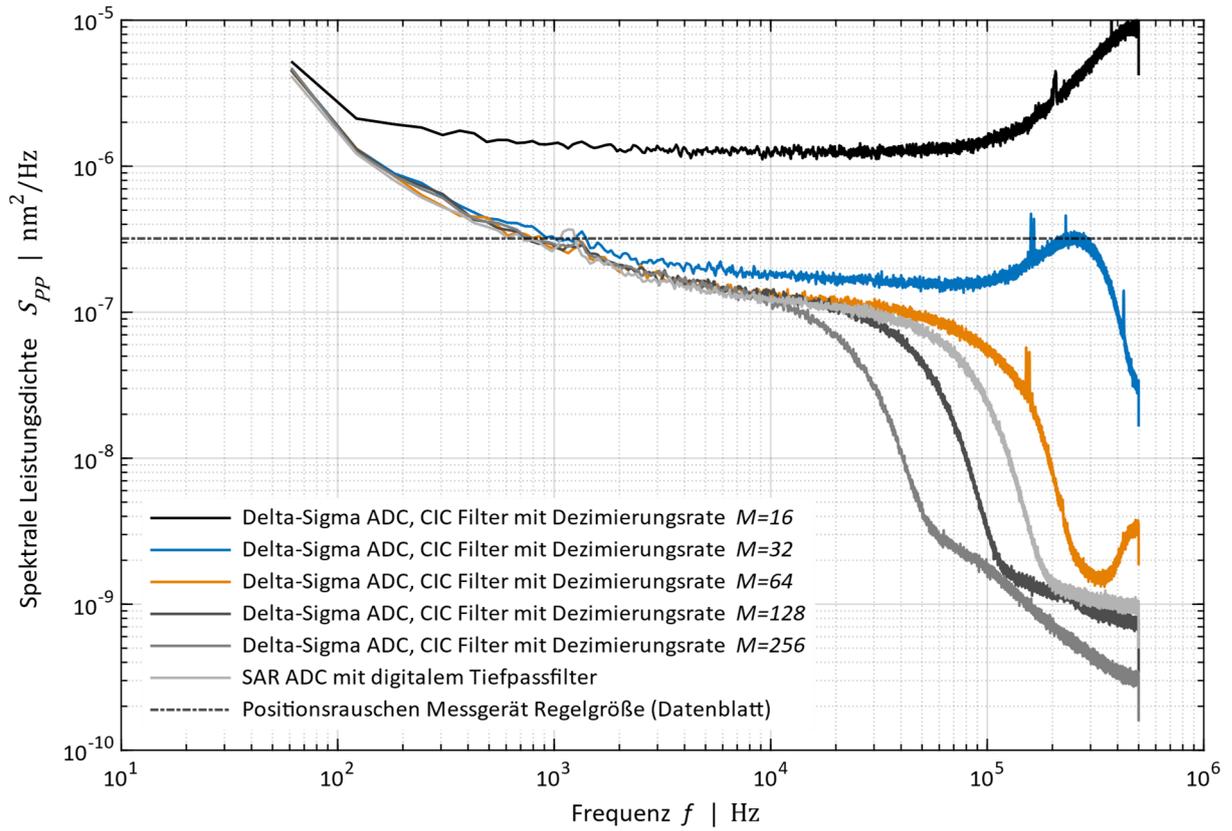


Abbildung 5.18 Spektrale Leistungsdichte des Messgeräts Regelgröße bei verschiedenen ADC Einstellungen

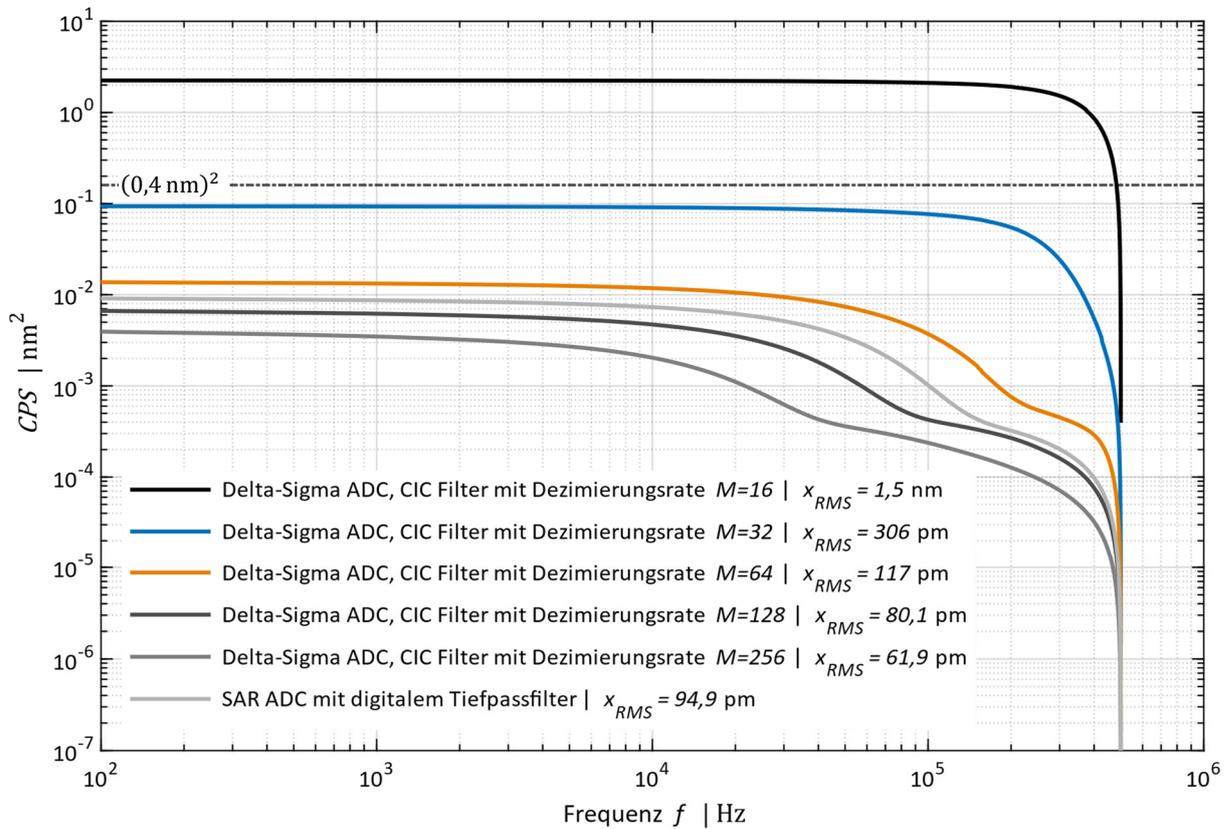


Abbildung 5.19 Kumuliertes Leistungsspektrum des Messgeräts Regelgröße

5.6.2 Vergleichsmessgerät

Abbildung 5.20 zeigt die spektrale Leistungsdichte des Vergleichsmessgeräts für verschiedene Delta-Sigma ADC Filtereinstellungen und das Positionsrauschen des Messgeräts aus dem Datenblatt (gestrichelte Linie). Im Vergleich zum Messgerät Regelgröße ist der Verlauf ungefähr eine Dekade nach unten verschoben. Allerdings beinhaltet das Vergleichsmessgerät einige Störungen im Frequenzbereich zwischen 100 Hz und 10 kHz und die Kurven steigen in den niedrigen Frequenzbereich auf Grund des prinzipbedingt höheren $1/f$ -Rauschens durch den Luftinfluss stark an. Nach Abbildung 5.16 und Gleichung (5.80) ist bei diesem Messgerät in der Theorie auf Grund von Positionsrauschen und Signalperiode eine Bitbreite von ungefähr 10,88 Bit zur Diskretisierung ausreichend. In Abbildung 5.20 liegen die Kurven ab einer Dezimierungsrate $M \geq 64$ mit $ENOB \geq 12,3$ Bit übereinander, was sich mit dieser Theorie deckt. Abbildung 5.21 stellt das zugehörige kumulierte Leistungsspektrum dar, das auf Grund derselben Tiefpasscharakteristik wie beim Messgerät Regelgröße einen ähnlichen Verlauf zeigt. Der Effektivwert sinkt durch die Filterung beispielhaft mit $M \geq 256$ auf unter 30 pm. Zusammengefasst ist beim Vergleichsmessgerät ein Delta-Sigma ADC mit Dezimierungsrate von $M = 64$ ausreichend für eine perfekte Diskretisierung des Positionsmesswerts. Höhere Dezimierungsraten führen nur noch auf Grund steigender Filterwirkung zu besseren Ergebnissen. Eine höhere Bitbreite ist nicht zielführend, womit die Theorie aus Abbildung 5.16 verifiziert ist.

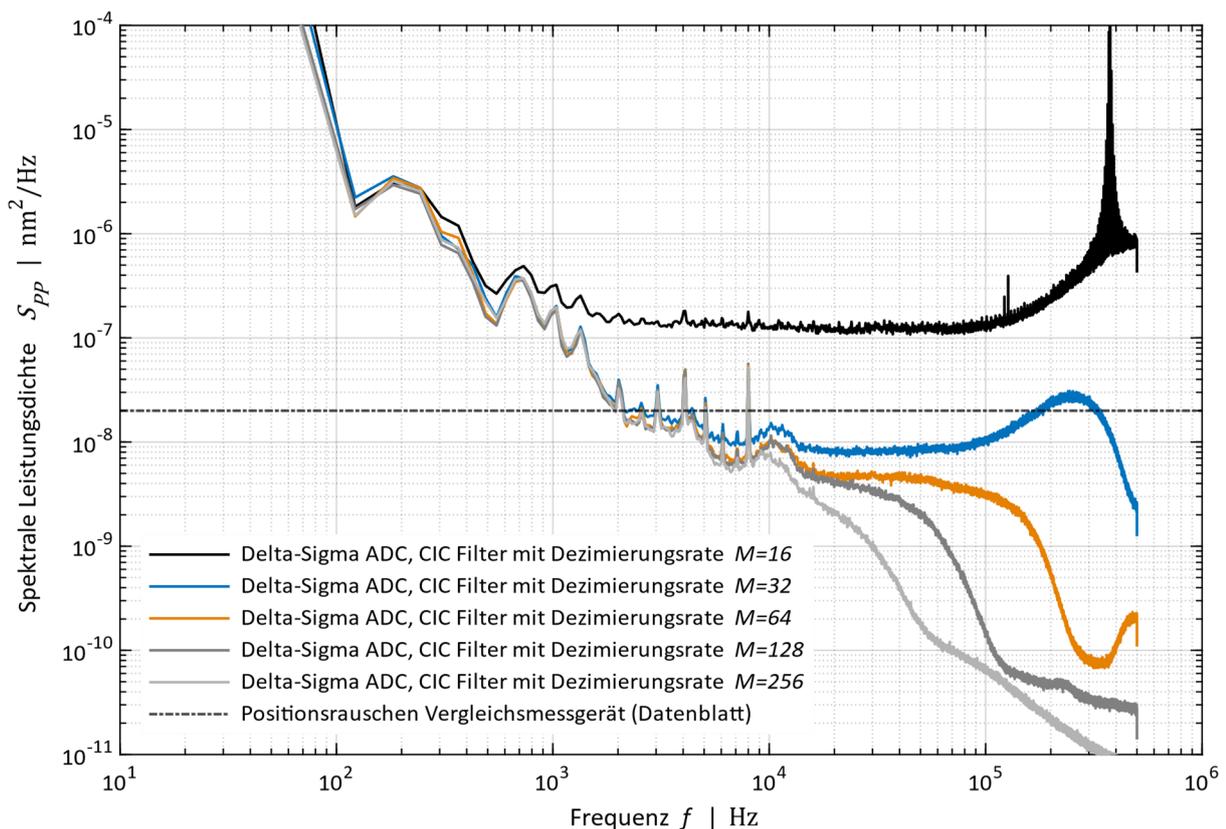


Abbildung 5.20 Spektrale Leistungsdichte des Vergleichsmessgeräts bei verschiedenen ADC Einstellungen

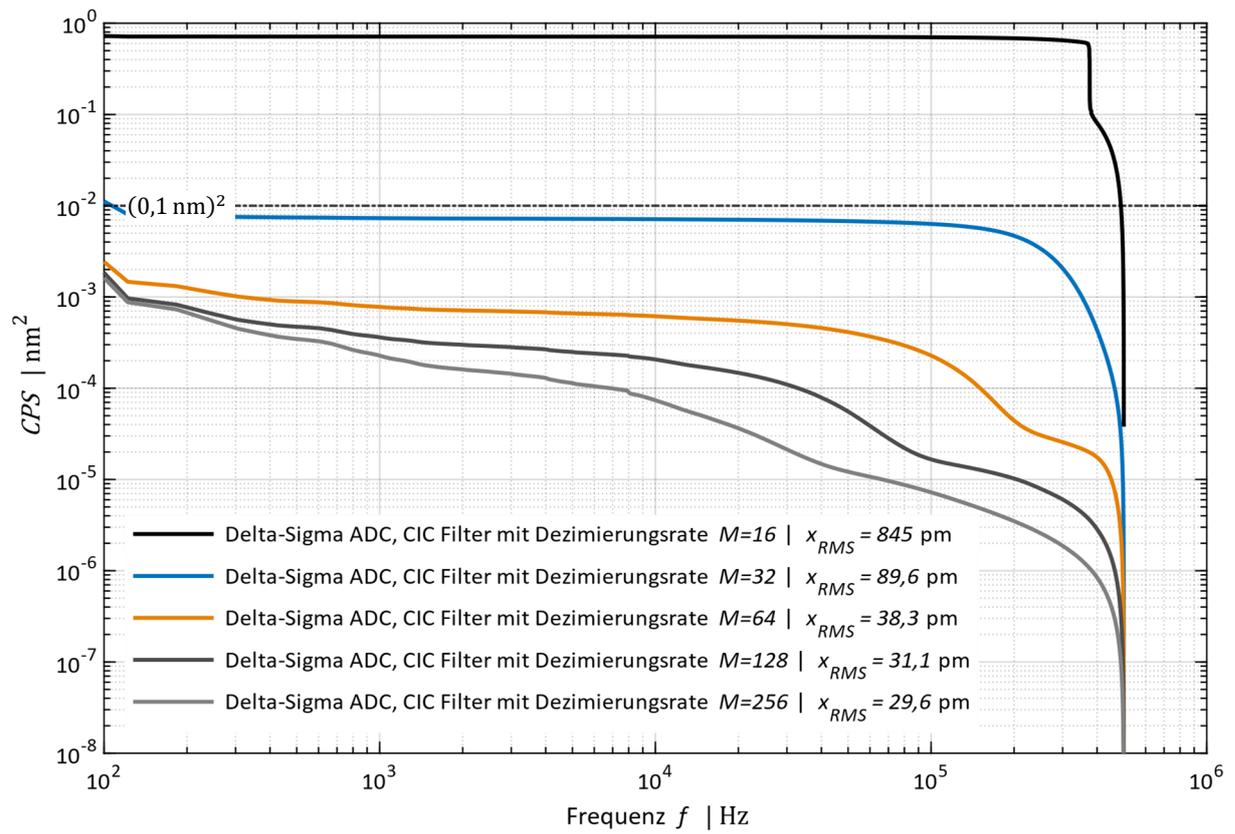
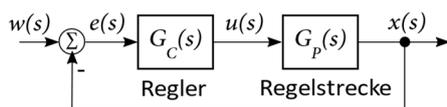


Abbildung 5.21 Kumuliertes Leistungsspektrum des Vergleichsmessgeräts

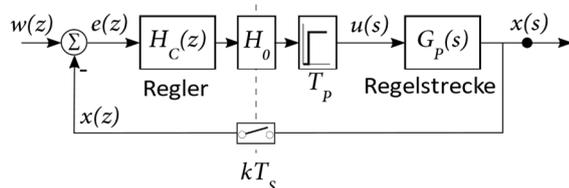
6 Regelung

In der Regelungstechnik wird zwischen analogen und digitalen Reglern unterschieden. Während bei analogen Reglern die Verarbeitung kontinuierlich mit Hilfe von Operationsverstärkern erfolgt, wird eine digitale Regelung zeit- und wertediskretisiert durchgeführt und ist immer mit einer Verarbeitungstotzeit behaftet. Servoantriebe werden heutzutage fast ausschließlich mit digitalen Reglern betrieben. Es gibt verschiedene Arten zur Beschreibung eines Regelkreises, welche in Abbildung 6.1 dargestellt sind. Die einfachste Art ist der kontinuierliche Regelkreis, der die analoge Regelung ohne Verarbeitungstotzeit darstellt. Zur Beschreibung eines digitalen Regelkreises gibt es zwei verschiedene Möglichkeiten, wobei der zeitdiskrete Regler mit zeitkontinuierlicher Regelstrecke aus Abbildung 6.1 der Realität entspricht. Dabei ist der Regler selbst zeitdiskret modelliert und die Stellgröße u wird durch das Halteglied nullter Ordnung H_0 für eine Abtastperiode konstant gehalten, wodurch am Ausgang des Halteglieds ein zeitkontinuierliches Signal entsteht. Die im System vorhandene Verarbeitungstotzeit T_p wird zusammengefasst vor der zeitkontinuierlichen Regelstrecke berücksichtigt und die Rückführgröße des Reglers wird mit Hilfe eines Abtastglieds mit der Abtastzeit T_s gebildet [90]. Für die Analyse zeitdiskreter Regler ist nur das Verhalten der Regelstrecke zu den Abtastzeitpunkten von Interesse. Deshalb ist es vorteilhaft, die Regelstrecke ebenfalls zu diskretisieren (zeitdiskreter Regelkreis). Das Abtast-Halteglied und die Verarbeitungstotzeit sind in der Modellierung der Regelstrecke mit aufgenommen. Nachteil ist allerdings, dass die Information der Regelstrecke zwischen zwei Abtastpunkten nicht vorhanden ist [78, 90].

Zeitkontinuierlicher Regelkreis



Zeitdiskreter Regler mit zeitkontinuierlicher Regelstrecke



Zeitdiskreter Regelkreis

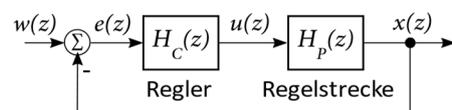


Abbildung 6.1 Verschiedene Beschreibungen eines Regelkreises

Positionsgeregelte Servoantriebe werden in der Industrieautomatisierung meist mit einem Regler in Kaskadenstruktur, bestehend aus Positionsregelkreis, Geschwindigkeitsregelkreis und Stromregelkreis, betrieben. Dabei ist vor allem der Stromregelkreis auf Grund der Proportionalität zwischen Kraft und Strom entscheidend für die erreichbare Dynamik des Gesamtsystems. Aus diesem Grund wird meist nur der Stromregelkreis zeitdiskret betrachtet. Die äußeren Regelkreise für Position und Geschwindigkeit werden wegen der geringeren Dynamik oft zeitkontinuierlich beschrieben und ausgelegt. Dies führt zu einer sehr einfachen Auslegung des Reglers, allerdings wird damit das reale Verhalten nicht exakt beschrieben [1, 42]. In diesem Kapitel soll in einem ersten Schritt ein Zustandsraummodell für einen zeitkontinuierlichen Regelkreis und für einen zeitdiskreten Regelkreis nach Abbildung 6.1 erstellt werden. Mit Hilfe dieser beiden Modelle kann der Unterschied zwischen einer zeitkontinuierlichen und einer zeitdiskreten Beschreibung des Regelkreises hergeleitet werden. Anschließend wird mit Hilfe des zeitdiskreten Modells die maximal mögliche Dynamik in Abhängigkeit von Abtastzeit T_s und Verarbeitungstotzeit T_p bestimmt.

6.1 Bewertungskriterien von Regelkreisen

Für das dynamische Verhalten eines Servoantriebs sind vor allem das Führungsverhalten, das Lastverhalten und die Störgrößenunterdrückung entscheidend, welche mit Hilfe von Übertragungsfunktionen charakterisiert werden können. Abbildung 6.2 zeigt eine vereinfachte einschleifige Regelkreisstruktur mit den zugehörigen Übertragungsfunktionen im z-Bereich. Dabei werden folgende beiden Störgrößen im Regelkreis betrachtet, welche zur Modellierung im z-Bereich durch ein Abtast-Halteglied diskretisiert sind (in der Abbildung nicht dargestellt):

- Last z_L
Eine Störung im Regelkreis tritt durch eine Lastkraft in der Regelstrecke auf. Dieser Einfluss kann mit Hilfe der Last z_L charakterisiert werden.
- Ausgangssensitivität z_{SO}
Die Ausgangssensitivität beschreibt den schlimmsten Fall einer möglichen Störung, denn die Regelgröße wird dadurch ohne Verzögerung beeinflusst.

Die Regelstrecke $H_P(z)$ wird in zwei Teilsysteme aufgeteilt, da eine mögliche Lastkraft üblicherweise innerhalb der Regelstrecke auftritt. Die gestrichelten blauen Linien stellen keine Signalpfade dar, sondern beschreiben die Ein- und Ausgangsvariablen der jeweiligen Übertragungsfunktion.

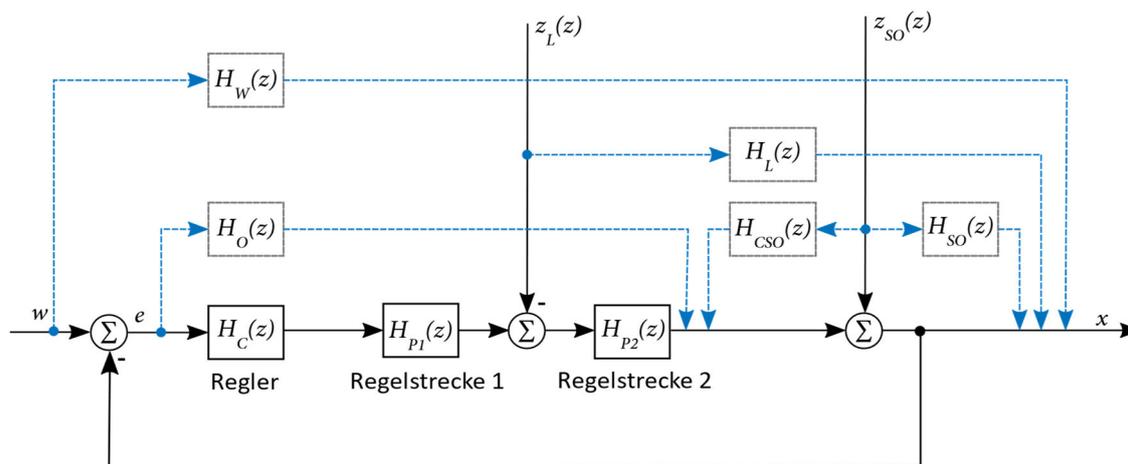


Abbildung 6.2 Definition der Übertragungsfunktionen im vereinfachten Regelkreis

Die einzelnen Übertragungsfunktionen aus Abbildung 6.2 sind wie folgt definiert:

- Offener Kreis
$$H_O(z) = H_C(z) H_{P1}(z) H_{P2}(z) = H_C(z) H_P(z) \quad (6.1)$$

- Führungsübertragungsfunktion
$$H_W(z) = \frac{H_O(z)}{1 + H_O(z)} \quad (6.2)$$

- Lastübertragungsfunktion
$$H_L(z) = \frac{H_{P2}(z)}{1 + H_O(z)} \quad (6.3)$$

- Ausgangssensitivitätsfunktion
$$H_{SO}(z) = \frac{1}{1 + H_O(z)} \quad (6.4)$$

- Komplementäre Ausgangssensitivitätsfunktion
$$H_{CSO}(z) = \frac{H_O(z)}{1 + H_O(z)} \quad (6.5)$$

6.1.1 Dynamik

Die erreichbare Dynamik des Regelkreises kann im Zeitbereich und im Frequenzbereich analysiert werden. Mit Hilfe von vordefinierten Bewegungsprofilen kann jede beliebige Bewegungsfolge als Führungsgröße vorgegeben und im Zeitbereich ausgewertet werden. Im Frequenzbereich werden meist Bode-Diagramme der verschiedenen Übertragungsfunktionen ausgewertet, aus welchen neben der Dynamik die Stabilitätseigenschaften des Regelkreises beispielsweise in Form der Phasenreserve abgelesen werden können.

6.1.1.1 Analyse im Frequenzbereich

Für die Analyse im Frequenzbereich werden zum Beispiel sinusförmige Eingangssignale mit variabler Frequenz vorgegeben. Die Regelkreiseigenschaften können aus dem ermittelten Bode-Diagramm mit dem offenen Kreis, dem Führungsverhalten, dem Lastverhalten und der Ausgangssensitivität beschrieben werden. Abbildung 6.3 zeigt die verschiedenen charakteristischen Kenngrößen am Beispiel des zeitdiskreten Stromregelkreises mit PI-Regler, PT_1 -Regelstrecke und einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz im Bode-Diagramm. Die Stabilität kann aus dem Frequenzgang des offenen Regelkreises mit Hilfe der Phasenreserve überprüft werden, welche die Differenz zwischen der bei einer Magnitude von 0 dB anliegenden Phase und -180° beschreibt. Der Schnittpunkt zwischen offenem Kreis und 0 dB Linie wird Amplitudendurchtrittsfrequenz f_{CO} bzw. Amplitudendurchtrittsfrequenz des Stromregelkreises f_{COC} bezeichnet [42, 78]. Der Regler ist in diesem Beispiel auf eine Phasenreserve von $\varphi_{PMC} = 60^\circ$ ausgelegt. Außerdem kann die Ausgangssensitivitätsfunktion als charakteristische Frequenz verwendet werden. Die Regelung ist nur so lange aktiv, bis die Magnitude der Ausgangssensitivität die 0 dB Linie erreicht, wobei die Magnitude in diesem Bereich der Störunterdrückung entspricht. Eine geforderte Störunterdrückung von mindestens -3 dB ist erfüllt, solange gilt:

$$|G_{SO}(j\omega)| < -3 \text{ dB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (6.6)$$

Dies definiert eine weitere charakteristische Kenngröße der Regelung nach der -3 dB Ausgangssensitivität $f_{SOC|-3dB}$ (vgl. Abbildung 6.3). Eine andere charakteristische Kenngröße der Dynamikdefinition ist die -3 dB Frequenz des Führungsverhaltens. Da dabei ein großer Unterschied zwischen zeitdiskreter und zeitkontinuierlicher Betrachtung auftreten kann, führt dies zu Fehlinterpretationen in der Bandbreite und wird deshalb in der Arbeit nicht als Definition der Dynamik verwendet (vgl. Kapitel 6.4).

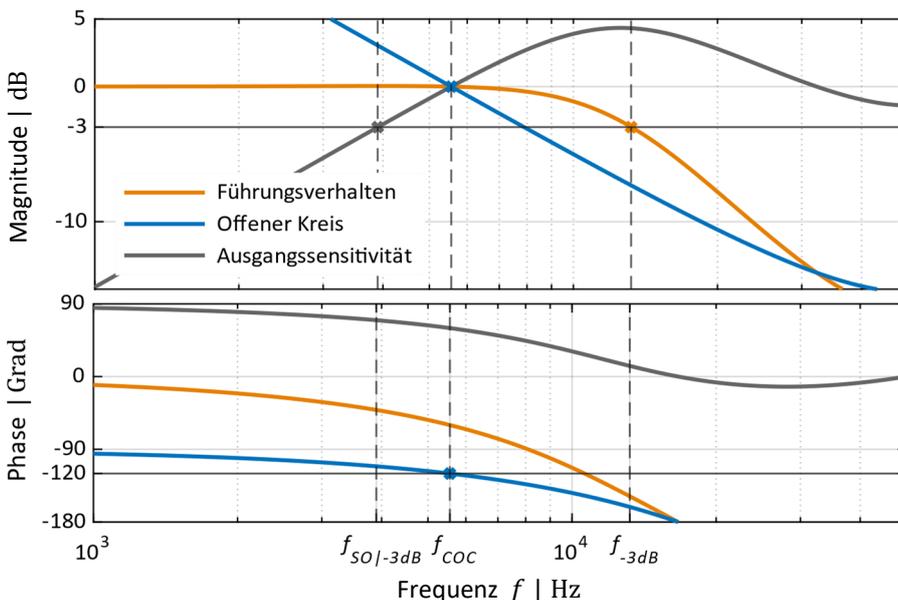


Abbildung 6.3 Bandbreiten- und Stabilitätsanalyse im Bode-Diagramm

6.1.1.2 Analyse im Zeitbereich

Für die Analyse im Zeitbereich werden meist Testfunktionen verwendet, wie ein Impuls, ein Sprung oder eine Rampe. Am häufigsten wird die Sprungantwort als Worst-Case Betrachtung ausgewertet, allerdings ist ein Positionssprung als Bewegungsprofil für Servoantriebe in vielen Fällen je nach Sprunghöhe ungeeignet. Einzig bei Ultrapräzisionsaufgaben werden Positionssprünge im Nano- oder Mikrometerbereich vorgegeben. Durch den Einsatz von leistungsfähigen Microcontrollern oder FPGAs kann jede Art von Bewegungsprofil vorgegeben werden. Meist werden an Stelle von Positionssprüngen ruckbegrenzte Bewegungsprofile vorgegeben. Der Vorteil davon ist, dass durch die exakte Vorgabe zum Beispiel keine mechanischen oder elektrischen Grenzen der Maschine überschritten werden können (Beschleunigung, Strom,...) und die Anregung von mechanischen Eigenfrequenzen reduziert wird. Wichtig ist, dass durch die Vorgabe eines Bewegungsprofils nur das Führungsverhalten und nicht das Lastverhalten beeinflusst wird [1, 42].

Da in dieser Arbeit eine hohe Positionsgenauigkeit bei gleichzeitig hoher Dynamik im Ultrapräzisionsbereich betrachtet wird, werden zur Analyse – wie bereits in Tabelle 3.2 beschrieben – Positionssprünge mit sehr geringen Sprunghöhen vorgegeben. Damit können die Dynamik, die Positionierung und die Positionsstabilität untersucht werden, wie sie bei Ultrapräzisionsaufgaben benötigt werden. Abbildung 6.4 zeigt die Sprungantwort bei einem Positionssprung, aus der die Verarbeitungstotzeit T_P , die Anstiegszeit t_R und die Einschwingzeit t_S zur Dynamikcharakterisierung ermittelt werden können. Der Regler muss so ausgelegt sein, dass bei der Positionierung keine Schwingungen oder Überschwinger auftreten (z.B. bei der spanenden Bearbeitung). Zusätzlich dazu kann die Positionsstabilität mit Hilfe der Präzision - zum Beispiel über die 3σ Abweichung - ausgewertet werden. Zur Analyse der Auswirkung auf das Lastverhalten werden Stromsprünge auf den Lastmotor, welcher bereits in Kapitel 2 dargestellt ist, verwendet.

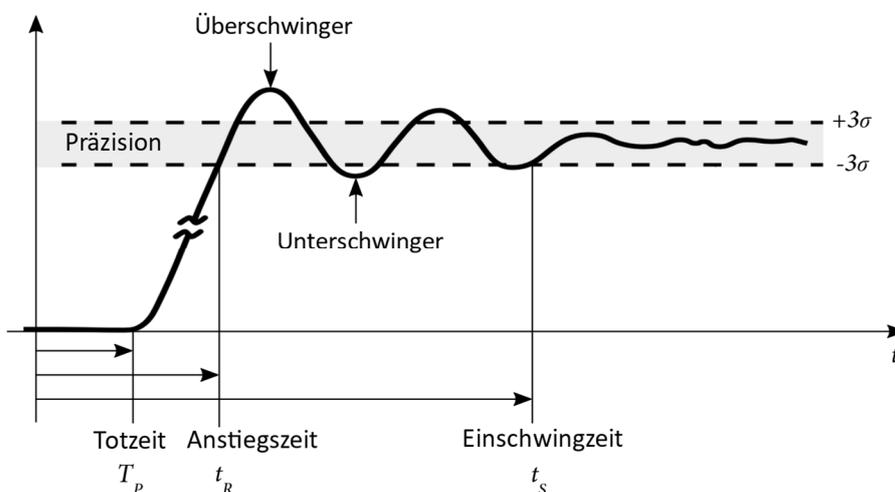


Abbildung 6.4 Sprungantwort aus Positionssprung

6.1.2 Störgrößenunterdrückung

Um die Störgrößenunterdrückung im Regelkreis zu beurteilen, ist die Verwendung der Ausgangsensitivität als Worst-Case Betrachtung entscheidend. Bei idealer Rückführung aller Regelgrößen ist die Ausgangsensitivitätsfunktion identisch mit der Übertragungsfunktion von Führungsgröße zu Regelabweichung. In Abbildung 6.5 ist die Ausgangsensitivitätsfunktion (grau), der offene Regelkreis (blau) und das Führungsverhalten (orange) im Frequenzbereich dargestellt. Es können drei verschiedene Bereiche im Amplitudengang der Ausgangsensitivitätsfunktion unterschieden werden:

1. Gegenkopplungsbereich

In diesem Bereich ist der Betrag der Ausgangsensitivität kleiner als Eins ($|G_{SO}(j\omega)| < 1$). Dabei werden Störungen unterdrückt und die Regelgröße folgt der Führungsgröße.

2. Mitkopplungsbereich

Der Betrag der Ausgangsensitivität ist größer als Eins ($|G_{SO}(j\omega)| > 1$). In diesem Bereich werden Störungen verstärkt, wobei der Maximalwert der Ausgangsensitivität die größtmögliche Verstärkung am Ausgang beschreibt.

3. Unempfindlichkeitsbereich

Der Betrag der Ausgangsensitivität ist ungefähr Eins ($|G_{SO}(j\omega)| \approx 1$). In diesem Bereich wirkt die Regelung nicht mehr.

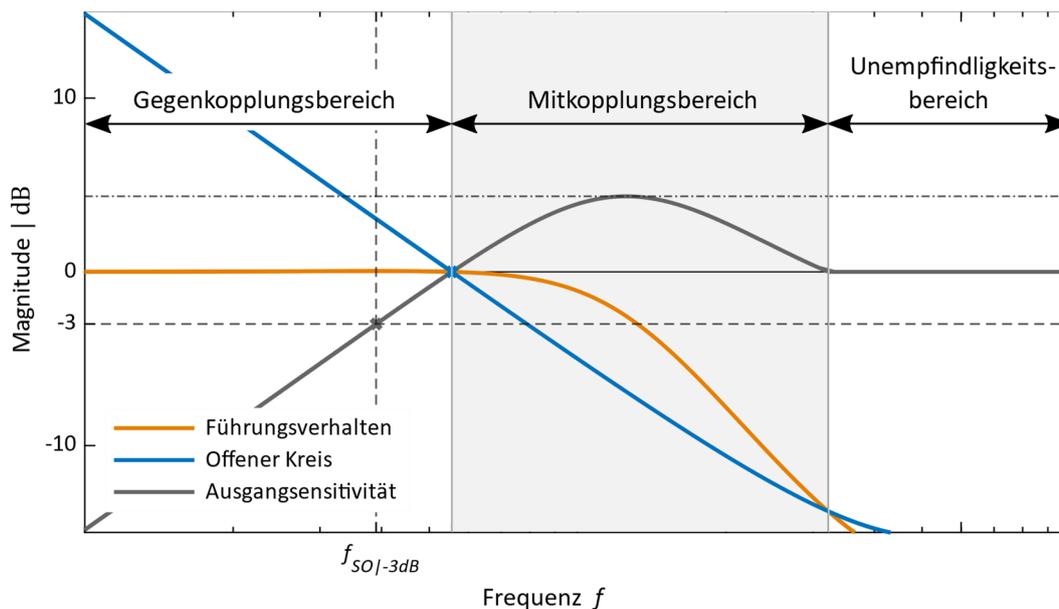


Abbildung 6.5 Ausgangsensitivität im Frequenzbereich.

Mit Abbildung 6.5 wird deutlich, dass der Gegenkopplungsbereich möglichst groß und der Mitkopplungsbereich so gering wie möglich sein soll. Bereits 1945 stellte BODE einen Zusammenhang zwischen den einzelnen Bereichen fest [91]. Im Jahr 1952 konnte WESTCOTT das Theorem von BODE beweisen [92]. Das Gleichgewichtstheorem – auch Wasserbett-Effekt genannt – sagt aus, dass eine Verschiebung des Mitkopplungsbereich in höhere Frequenzen auch gleichzeitig einen höheren Maximalwert zur Folge hat. So muss immer ein Kompromiss zwischen Frequenzbereich der Gegenkopplung und maximaler Verstärkung von Störungen gefunden werden.

6.2 Regelkreisstruktur

Je nach Applikation werden in praktischen Anwendungen neben dem Dreikaskadenregler für Position, Geschwindigkeit und Strom auch Zweikaskadenregler verwendet. Im Folgenden werden die beiden Strukturen kurz miteinander verglichen. Sie bestehen jeweils aus (vgl. Abbildung 6.6):

- **Dreikaskadenregler**
 - P-Positionsregler
 - PI-Geschwindigkeitsregler
 - PI-Stromregler
 - Optionale Geschwindigkeitsvorsteuerung
 - Optionale Beschleunigungsvorsteuerung (in Abbildung 6.6 nicht enthalten)
- **Zweikaskadenregler**
 - PID-Positionsregler
 - PI-Stromregler
 - Optionale Beschleunigungsvorsteuerung (in Abbildung 6.6 nicht enthalten)

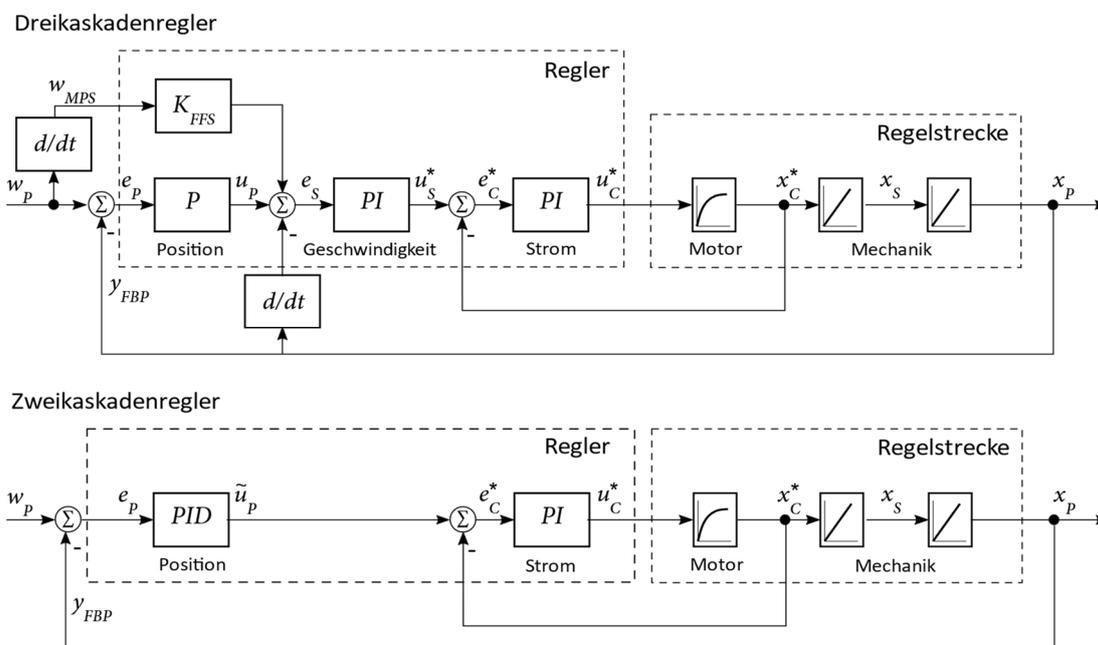


Abbildung 6.6 Vergleich von Zweikaskadenregler und Dreikaskadenregler

Aus Abbildung 6.6 wird ersichtlich, dass der Stromregelkreis in beiden Strukturen identisch ist. In der Dreikaskadenstruktur ergibt sich bei zeitkontinuierlicher Betrachtung die Übertragungsfunktion des Positionsreglers G_{CP} und des Geschwindigkeitsreglers G_{CS}^* :

$$G_{CP}(s) = \frac{u_P(s)}{e_P(s)} = K_P \quad (6.7)$$

$$G_{CS}^*(s) = \frac{u_S^*(s)}{e_S(s)} = K_S^* \left(1 + \frac{1}{T_{NS}} \frac{1}{s} \right) \quad (6.8)$$

Dabei beschreibt K_P die Proportionalverstärkung des Positionsreglers, T_{NS} die Nachstellzeit des Geschwindigkeitsreglers und K_S^* die normierte Proportionalverstärkung des Geschwindigkeitsreglers, für die gilt:

$$K_S^* = K_S \frac{c_F}{m_T} \quad (6.9)$$

Der Faktor c_F stellt die Kraftkonstante des Motors und m_T die bewegte Gesamtmasse dar. Aus Abbildung 6.6 folgt mit y_{FBP} als Rückführgröße und w_P als Führungsgröße des Positionsregelkreises in Dreikaskadenstruktur:

$$u_S^*(s) = K_S^* \left(1 + \frac{1}{T_{NS}} \frac{1}{s} \right) \left(K_P (w_P(s) - y_{FBP}(s)) + K_{FFS} s w_P(s) - s y_{FBP}(s) \right) \quad (6.10)$$

$$u_S^*(s) = \left(K_P K_S^* + \frac{K_P K_S^*}{T_{NS}} \frac{1}{s} \right) (w_P(s) - y_{FBP}(s)) + \left(K_S^* K_{FFS} s + \frac{K_S^* K_{FFS}}{T_{NS}} \right) w_P(s) - \left(K_S^* s + \frac{K_S^*}{T_{NS}} \right) y_{FBP}(s) \quad (6.11)$$

$$u_S^*(s) = \overbrace{\left(\left(K_P K_S^* + \frac{K_S^* K_{FFS}}{T_{NS}} \right) + \frac{K_P K_S^*}{T_{NS}} \frac{1}{s} + \frac{K_S^* K_{FFS}}{T_{NS}} s \right)}^{\text{Vorwärtszweig}} w_P(s) - \underbrace{\left(\left(K_P K_S^* + \frac{K_S^*}{T_{NS}} \right) + \frac{K_P K_S^*}{T_{NS}} \frac{1}{s} + \frac{K_S^*}{D} s \right)}_{\text{Rückführzweig}} y_{FBP}(s) \quad (6.12)$$

Mit Geschwindigkeitsvorsteuerung ($K_{FFS} = 1$) folgt:

$$u_S^*(s) = \left(\left(K_P K_S^* + \frac{K_S^*}{T_{NS}} \right) + \frac{K_P K_S^*}{T_{NS}} \frac{1}{s} + \frac{D}{K_S^*} s \right) (w_P(s) - y_{FBP}(s)) \quad (6.13)$$

Aus Gleichung (6.13) wird ersichtlich, dass bei einer Dreikaskadenstruktur mit Geschwindigkeitsvorsteuerung in zeitkontinuierlicher Betrachtung ein PID-Verhalten entsteht. Die gleiche Berechnung kann in zeitdiskreter Betrachtung durchgeführt werden und liefert dasselbe Ergebnis. Die Berechnung ist in Anhang A.2 dargestellt. Es kann zusammengefasst werden, dass die Reglerparameter einer Dreikaskadenstruktur in die einer Zweikaskadenstruktur überführbar sind. Alle folgenden Betrachtungen werden nur für die Dreikaskadenstruktur durchgeführt.

6.3 Zeitdiskrete Beschreibung der Regelkreise

Bei der Modellierung der zeitdiskreten z-transformierten Regelkreise ist vor allem die Art der Transformation in den z-Bereich von Bedeutung. Hierfür gibt es verschiedene Möglichkeiten, wobei für die Integration und Differentiation nach [2, 80] häufig folgende Backward-Euler Approximation verwendet wird:

$$s = \frac{1}{T_S} \frac{z-1}{z} \quad (6.14)$$

Der verwendete Teststand kann als mechanisch steif betrachtet werden und wird unter Vernachlässigung der geringen Reibung als Doppelintegrator modelliert (Kapitel 2.3). Der Motor wird als PT_1 -Glied angenommen (Kapitel 2.2). Abbildung 6.1 zeigt den Regelkreis des mechanisch steifen Antriebs mit zeitdiskretem Regler und zeitkontinuierlicher Regelstrecke. Dabei wird die Stellgröße u_C^* durch das Halteglied nullter Ordnung H_0 für eine Abtastperiode konstant gehalten, wodurch am Ausgang des Halteglieds ein zeitkontinuierliches Signal entsteht. Die verschiedenen Verarbeitungstakte, die im Regler auftreten, wie die Rechendauer der Regelalgorithmen, die Umsetzzeit der A/D Konvertierung sowie die Verzögerung durch die PWM, werden zu einer Verarbeitungstaktezeit des Gesamtsystems T_P am Eingang der Regelstrecke zusammengefasst. Die Rückführgrößen des Reglers y_{FBC}^* (Strom) und y_{FBP} (Position) werden aus der zeitkontinuierlichen Regelstrecke mit Hilfe von Abtastgliedern mit Abtastzeit T_S gebildet. Für die zeitdiskrete Betrachtung wird die Regelstrecke, wie bereits am Anfang dieses Kapitels beschrieben, z-transformiert. Die Rückführgröße y_{FBS} (Geschwindigkeitssignal) wird mit Gleichung (6.14) aus der Position berechnet:

$$H_{SC}(z) = \frac{y_{FBS}(z)}{y_{FBP}(z)} = \frac{1}{T_S} \frac{z-1}{z} \quad (6.15)$$

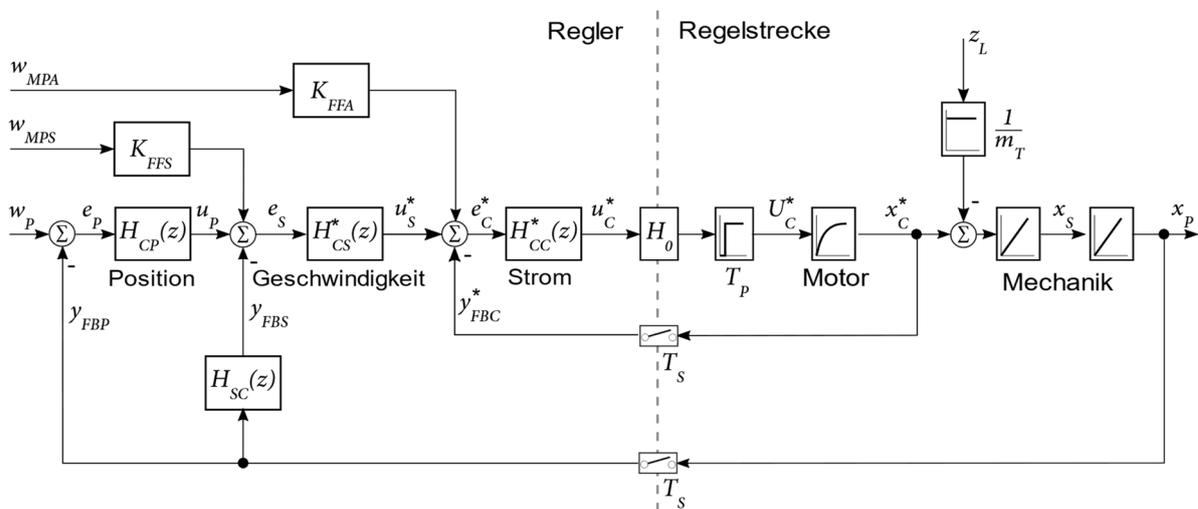


Abbildung 6.7 Zeitdiskreter Regler mit zeitkontinuierlicher Regelstrecke

6.3.1 Reglerauslegung

Die Stromregelung erfolgt mit einem PI-Regler. Dabei bestimmt die Proportionalverstärkung K_C im Wesentlichen die Dynamik des Regelkreises, während der Integralanteil eine bleibende Reglerabweichung verhindert. Die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion des PI-Stromreglers lautet:

$$G_{CC}^*(s) = \frac{u_C^*(s)}{e_C(s)} = K_C^* \left(1 + \frac{1}{T_{NC}} \frac{1}{s} \right) \quad (6.16)$$

K_C^* beschreibt die auf den Widerstand R normierte Proportionalverstärkung und T_{NC} die Nachstellzeit des Stromreglers. Es gilt:

$$K_C^* = \frac{K_C}{R} \quad (6.17)$$

Durch Umformen von Gleichung (6.16) mit Gleichung (6.14) folgt für die zeitdiskrete Übertragungsfunktion:

$$H_{CC}^*(z) = \frac{u_C^*(z)}{e_C(z)} = K_C^* \left(1 + \frac{1}{T_{NC}} \frac{z T_s}{z - 1} \right) = K_C^* \left(\frac{\left[\left(1 + \frac{T_s}{T_{NC}} \right) z \right] - 1}{z - 1} \right) \quad (6.18)$$

Für ein robustes Regelkreisverhalten wird der Stromregler mit einer Phasenreserve von $\varphi_{PMC} = 60^\circ$ ausgelegt.

Auch für die Geschwindigkeitsregelung wird ein PI-Regler eingesetzt. Die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion des PI-Geschwindigkeitsreglers lautet:

$$G_{CS}^*(s) = \frac{u_S^*(s)}{e_S(s)} = K_S^* \left(1 + \frac{1}{T_{NS}} \frac{1}{s} \right) \quad (6.19)$$

Wobei K_S^* die normierte Proportionalverstärkung des Geschwindigkeitsreglers beschreibt (vgl. Gleichung (6.9)). Mit Gleichung (6.14) folgt die zeitdiskrete Übertragungsfunktion:

$$H_{CS}^*(z) = \frac{u_S^*(z)}{e_S(z)} = K_S^* \left(1 + \frac{1}{T_{NS}} \frac{z T_s}{z - 1} \right) = K_S^* \left(\frac{\left[\left(1 + \frac{T_s}{T_{NS}} \right) z \right] - 1}{z - 1} \right) \quad (6.20)$$

Der Geschwindigkeitsregler wird ebenfalls für ein robustes Verhalten mit einer Phasenreserve von $\varphi_{PMS} = 60^\circ$ ausgelegt.

Die zeitdiskrete Übertragungsfunktion des P-Positionsreglers lautet:

$$H_{CP}(z) = \frac{u_P(z)}{e_P(z)} = K_P \quad (6.21)$$

Damit der Positionswert bei einem Positionsvorgang nicht überschwingt, wird die Phasenreserve des Positionsreglers mit $\varphi_{PMP} = 70^\circ$ ausgelegt.

6.3.2 Zustandsraumdarstellung

Für den Vergleich zwischen der zeitkontinuierlichen und der zeitdiskreten Regelkreisanalyse sowie zur Ermittlung der theoretisch maximal erreichbaren Dynamik des zeitdiskreten Regelkreises werden die Systeme in Zustandsraummodellen dargestellt. Ein Vorteil der Zustandsraumdarstellung ist, dass mit einem einzigen Modell alle Regelungen der kaskadierten Struktur analysiert werden können und keine einzelnen Übertragungsfunktionen zur Analyse erstellt werden müssen. Außerdem ist eine detaillierte Modellierung einer linearen Strukturmechanik mit Hilfe numerischer Diskretisierung sowie eine Erweiterung mit komplexen Filterfunktion vergleichsweise einfach möglich. Die für diese Arbeit entwickelte Darstellung beruht auf einer vollständig analytischen Beschreibung im Zustandsraum für einen mechanisch steifen Antrieb. Abbildung 6.8 zeigt den Regelkreis mit den Ein- und Ausgängen für die Zustandsraumdarstellung. Die enthaltenen Störgrößen sind bereits in Kapitel 6.1 beschrieben. Im Folgenden wird nur der zeitdiskrete Regelkreis näher betrachtet und auf die Modellierung des zeitkontinuierlichen Regelkreises wird nicht näher eingegangen.

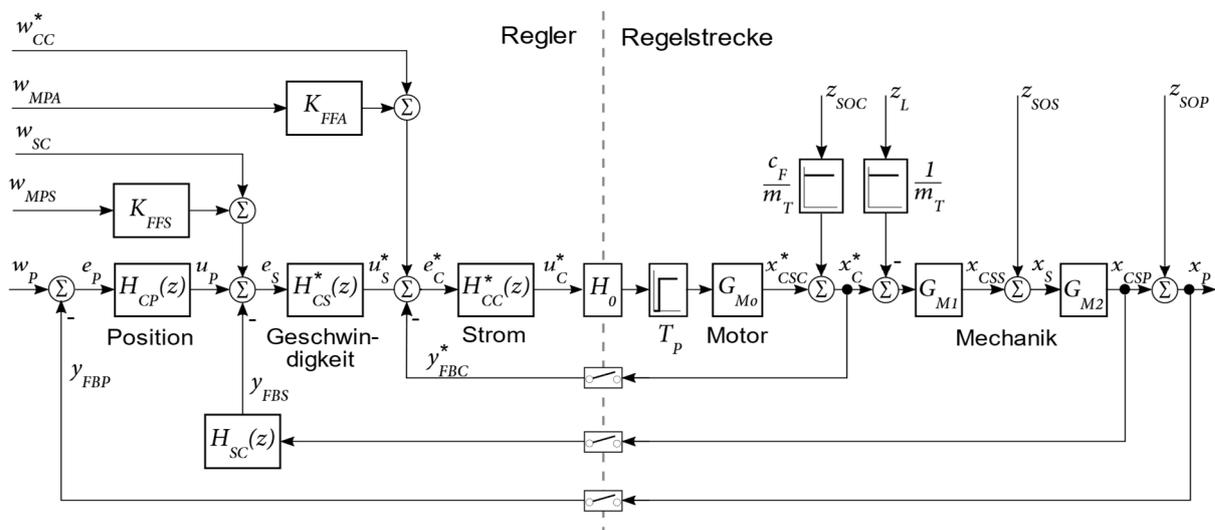


Abbildung 6.8 Zeitdiskreter Regelkreis

6.3.2.1 Regelstrecke

Zur vollständigen zeitdiskreten Betrachtung muss die Regelstrecke mit dem zusätzlichen Totzeit-Element am Eingang, das die Verarbeitungstotzeit der Regelungseinrichtung darstellt, im Zustandsraum diskretisiert werden. Dies erfolgt in einzelnen Schritten über Strom, Geschwindigkeit und Position. Beispielhaft wird im Folgenden die Ermittlung der komplementären Ausgangsensitivität des normierten Stroms x_{CSC}^* dargestellt. Dafür werden zwei Zeitbereiche für einen Abtastzyklus, der bei $t = 0$ beginnt, eingeführt:

- ❶ $0 < t \leq T_p$ (6.22)
- ❷ $T_p < t \leq T_S$

Mit der zeitkontinuierlichen Lösung für ein sprungförmiges Eingangssignal eines PT_1 -Glieds wird die Variable der komplementären Ausgangsensitivität x_{CSC}^* im Zeitabschnitt ❶ berechnet durch:

$$x_{CSC}^*(t) = x_{CSC}^*(0) + \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{El}}}\right) (u_{C,k-1}^* - x_{CSC}^*(0)) \quad (6.23)$$

Da hier der Wert für $t = T_p$ von Interesse ist, folgt:

$$x_{CSC}^*(T_p) = x_{CSC}^*(0) + \left(1 - e^{-\frac{T_p}{T_{El}}}\right) (u_{C,k-1}^* - x_{CSC}^*(0)) \quad (6.24)$$

Für den Zeitabschnitt ② ergibt sich:

$$x_{CSC}^*(t) = x_{CSC}^*(T_P) + \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{El}}}\right) \left(u_{C,k}^* - x_{CSC}^*(T_P)\right) \quad (6.25)$$

$$x_{CSC}^*(t) = e^{-\frac{t}{T_{El}}} \left[e^{-\frac{T_P}{T_{El}}} \cdot x_{CSC}^*(0) + \left(1 - e^{-\frac{T_P}{T_{El}}}\right) u_{C,k-1}^* \right] + \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{El}}}\right) u_{C,k}^* \quad (6.26)$$

Mit $t = T_S$ folgt aus Gleichung (6.26):

$$x_{CSC}^*(T_S) = e^{-\frac{T_S}{T_{El}}} \cdot x_{CSC}^*(0) + \left(e^{-\frac{T_S}{T_{El}} \left(1 - \frac{T_P}{T_S}\right)} - e^{-\frac{T_S}{T_{El}}} \right) u_{C,k-1}^* + \left(1 - e^{-\frac{T_S}{T_{El}} \left(1 - \frac{T_P}{T_S}\right)}\right) u_{C,k}^* \quad (6.27)$$

Durch Einführung einer Zustandsvariable x_{PD} , die die Verzögerung des Ausgangssignals des Reglers beschreibt

$$x_{PD}(k) = u_C^*(k-1) \quad (6.28)$$

und den folgenden Zusammenhängen

$$\chi_S = \frac{T_S}{T_{El}}; \quad \chi_P = \frac{T_P}{T_S} \quad (6.29)$$

$$\chi_{PS} = \chi_P \chi_S = \frac{T_P}{T_{El}} \quad (6.30)$$

kann die Schrittfolge für die Variable der komplementären Ausgangssensitivität x_{CSC}^* aus der Zeitfolge der Gleichung (6.27) berechnet werden mit:

$$x_{CSC}^*(k+1) = e^{-\chi_S} x_{CSC}^*(k) + \left(e^{-(1-\chi_P)\chi_S} - e^{-\chi_S} \right) x_{PD}(k) + \left(1 - e^{-(1-\chi_P)\chi_S}\right) u_C^*(k) \quad (6.31)$$

Die Berechnung der Variable der komplementären Ausgangssensitivität des Geschwindigkeitssignals erfolgt durch Integration in den beiden Teilbereichen. Eine erneute Integration berechnet die zugehörige Variable der komplementären Ausgangssensitivität des Positionssignals. Daraus ergibt sich die zeitdiskrete Zustandsraumdarstellung der gesamten Regelstrecke vom Stellsignal des Reglers u_C^* bis zur Istposition x_P unter Einbeziehung der Verarbeitungstzeit der Regeleinrichtung T_P .

Die normierte Zustandsraumdarstellung der zeitdiskreten Regelstrecke lautet:

$$\dot{x}_{PP}^*(k) = \underline{A}_{PP,D}^* \cdot \underline{x}_{PP}^*(k) + \underline{B}_{PP,D}^* \cdot \underline{u}_{PP}^*(k) \quad (6.32)$$

$$\underline{y}_{PP}^*(k) = \underline{C}_{PP,D}^* \cdot \underline{x}_{PP}^*(k) + \underline{D}_{PP,D}^* \cdot \underline{u}_{PP}^*(k) \quad (6.33)$$

Der Zustandsvektor \underline{x}_{PP}^* , der Eingangsvektor \underline{u}_{PP}^* und der Ausgangsvektor \underline{y}_{PP}^* der zeitdiskreten Darstellung werden beschrieben mit:

$$\underline{x}_{PP}^* = \begin{pmatrix} x_{CSP} \\ x_{CSS} \\ x_{CSC}^* \\ x_{PD} \end{pmatrix}; \quad \underline{u}_{PP}^* = \begin{pmatrix} u_C^* \\ z_L \\ z_{SOC} \\ z_{SOS} \\ z_{SOP} \end{pmatrix}; \quad \underline{y}_{PP}^* = \begin{pmatrix} x_P \\ x_S \\ x_C^* \\ x_{CSP} \\ x_{CSS} \\ x_{CSC}^* \end{pmatrix} \quad (6.34)$$

Die zugehörigen Matrizen $\underline{A}_{PP,D}^*$, $\underline{B}_{PP,D}^*$, $\underline{C}_{PP,D}^*$ und $\underline{D}_{PP,D}^*$ befinden sich in Anhang A.3.

6.3.2.2 Generalisierte Zustandsraumbeschreibung des Regelungssystems

Das zeitdiskrete Zustandsraummodell des Regelungssystems mit kaskadierten Reglern wird so ausgelegt, dass mit einer einzigen Darstellung alle drei Regelkreise beschreibbar sind. Dazu werden zusätzliche Eingangsgrößen jeweils für den geschwindigkeits- und den stromgeregelten Betrieb eingeführt (w_{SC} und w_{CC}^*). Je nach Parametrierung kann jeder Regelkreis einzeln betrachtet werden. Die einzelnen Regler werden entsprechend Kapitel 6.3.1 zeitdiskret modelliert. So ergibt sich beispielsweise für den Stromregler mit x_{CI}^* als Integrator Zustand des Stromreglers das normierte Stellgesetz:

$$u_C^*(k) = K_C^* \left(1 + \frac{T_S}{T_{NC}} \right) (w_C^*(k) - y_{FBC}^*(k)) + x_{CI}^*(k) \quad (6.35)$$

Das Gesamtmodell soll zusätzlich eine Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvorsteuerung beinhalten. Abbildung 6.9 zeigt eine mögliche Generierung der Signale für die Vorsteuerung aus den Positionswerten der Bewegungsführung w_{MPP} .

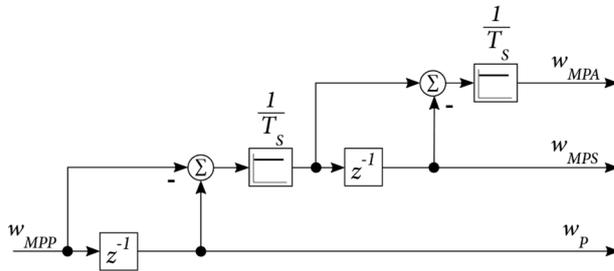


Abbildung 6.9 Generierung der Bewegungsgrößen w_{MPS} für die Geschwindigkeitsvorsteuerung und w_{MPA} für die Beschleunigungsvorsteuerung

Diese berechnen sich mit:

$$w_P(k) = w_{MPP}(k-1) \quad (6.36)$$

$$w_{MPS}(k) = \frac{1}{T_S} (w_{MPP}(k-1) - w_{MPP}(k-2)) \quad (6.37)$$

$$w_{MPS}(k) = \frac{1}{T_S} (w_P(k) - w_P(k-1)) \quad (6.38)$$

$$w_{MPA}(k) = \frac{1}{T_S^2} (w_{MPP}(k) - 2w_{MPP}(k-1) + w_{MPP}(k-2)) \quad (6.39)$$

Mittels der Variablen K_{FFS} und K_{FFA} aus Abbildung 6.8 kann die Vorsteuerung wahlweise ein oder ausgeschaltet werden.

Die normierte Zustandsraumdarstellung des geschlossenen Positionsregelkreises lautet:

$$\underline{\dot{x}}_{CLP}^*(k) = \underline{A}_{CLP,D}^* \cdot \underline{x}_{CLP}^*(k) + \underline{B}_{CLP,D}^* \cdot \underline{u}_{CLP}^*(k) \quad (6.40)$$

$$\underline{y}_{CLP}^*(k) = \underline{C}_{CLP,D}^* \cdot \underline{x}_{CLP}^*(k) + \underline{D}_{CLP,D}^* \cdot \underline{u}_{CLP}^*(k) \quad (6.41)$$

Als Zustandsvektor ergibt sich:

$$\underline{x}_{CLP}^* = (x_{CSP} \ x_{CSS} \ x_{CSC}^* \ x_{PD} \ x_{CI}^* \ x_{SI}^* \ y_{FBP}^{k-1} \ w_{MPP}^{k-2} \ w_{MPP}^{k-1})^T \quad (6.42)$$

Dabei beschreibt x_{SI}^* den Integrator Zustand des Geschwindigkeitsreglers.

Der Eingangsvektor lautet:

$$\underline{u}_{CLP}^* = (w_{MPP} \ z_L \ z_{SOC} \ z_{SOS} \ z_{SOP} \ w_{CC}^* \ w_{SC})^T \quad (6.43)$$

Für den Ausgangsvektor gilt:

$$\underline{y}_{CLP}^* = (x_P \ x_S \ x_C^* \ x_{CSP} \ x_{CSS} \ x_{CSC}^* \ w_P \ w_{MPS} \ w_{MPA})^T \quad (6.44)$$

Die analytisch berechneten Matrizen $\underline{A}_{CLP,D}^*$, $\underline{B}_{CLP,D}^*$, $\underline{C}_{CLP,D}^*$ und $\underline{D}_{CLP,D}^*$ befinden sich in Anhang A.4.

Mit dieser Zustandsraumdarstellung können alle Regelkreise vollständig zeitdiskret analysiert werden. Für die Dynamikuntersuchung werden die Abtastfrequenz und die Verarbeitungstotzeit variiert. Neben diesem zeitdiskreten Zustandsraummodell wird zum Vergleich für den zeitkontinuierlichen Fall ein äquivalentes, zeitkontinuierliches Modell aufgebaut, für das immer die für die zeitdiskreten Regelkreise ermittelten Reglerparameter verwendet werden. Die Ergebnisse der Analyse der beiden Zustandsraumdarstellungen sind in den nächsten Kapiteln ausführlich erläutert.

6.4 Vergleich von zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Auslegung

Bei der regelungstechnischen Analyse von Servoantrieben wird meist nur der Stromregelkreis z-transformiert betrachtet. Die beiden überlagerten Regelkreise werden dagegen oft der Einfachheit halber zeitkontinuierlich betrachtet. Im Folgenden sollen mit Hilfe des zeitdiskreten und zeitkontinuierlichen Zustandsraummodells die Abweichungen zwischen zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Beschreibung diskutiert werden. Die Simulationen basieren exemplarisch auf einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz und einer relativen Verarbeitungstotzeit von $\chi_P = T_P/T_S = 0,75$. Die Reglerparameter werden dabei nach der in Kapitel 6.3.1 beschriebenen Auslegung aus dem zeitdiskreten Modell ermittelt und die identischen Werte in der zeitkontinuierlichen Darstellung verwendet. Bei der Charakterisierung handelt es sich nicht um Multiratenysteme. Es werden in allen drei Regelkreisen identische Abtastzeiten verwendet.

6.4.1 Stromregelkreis

Abbildung 6.10 zeigt das Bode-Diagramm des Stromregelkreises für den offenen Kreis, das Führungsverhalten und die Ausgangssensitivität. Dabei beschreiben die durchgezogenen Linien die Simulationsergebnisse aus dem zeitdiskreten Zustandsraummodell und die gestrichelten Linien die Ergebnisse der zeitkontinuierlichen Betrachtung mit identischen Reglerparametern. In Tabelle 6.1 sind verschiedene charakteristische Kenngrößen der beiden Betrachtungen und deren Unterschiede dargestellt. Der Magnitudenverlauf des offenen Kreises ist im Zeitkontinuierlichen und Zeitdiskreten fast identisch. Der Unterschied in der Amplitudendurchtrittsfrequenz beträgt 7 %. Der Phasengang ist deutlich unterschiedlich, wodurch sich im zeitdiskreten Fall eine Reduzierung der Phasenreserve von $\Delta\varphi_{PMC} = 30^\circ$ ergibt. Das Führungsverhalten und die Ausgangssensitivität weichen voneinander ab. Die -3 dB Frequenz ist im Zeitdiskreten mehr als doppelt so groß, wie im Zeitkontinuierlichen und hat eine viel geringere Phasenreserve. Dies könnte fälschlicherweise als eine höhere Dynamik interpretiert werden. Allerdings liegt es an dem destabilisierenden Effekt der Verarbeitungstotzeit T_P , der im Phasengang durch die geringere Phasenreserve bei der -3 dB Frequenz sichtbar wird. Deshalb ist die -3 dB Bandbreite zur Beurteilung von zeitdiskreten Regelkreisen nicht zielführend. Zusammengefasst bestätigt dies den häufig verwendeten Ansatz, dass der Stromregelkreis zeitdiskret betrachtet werden muss.

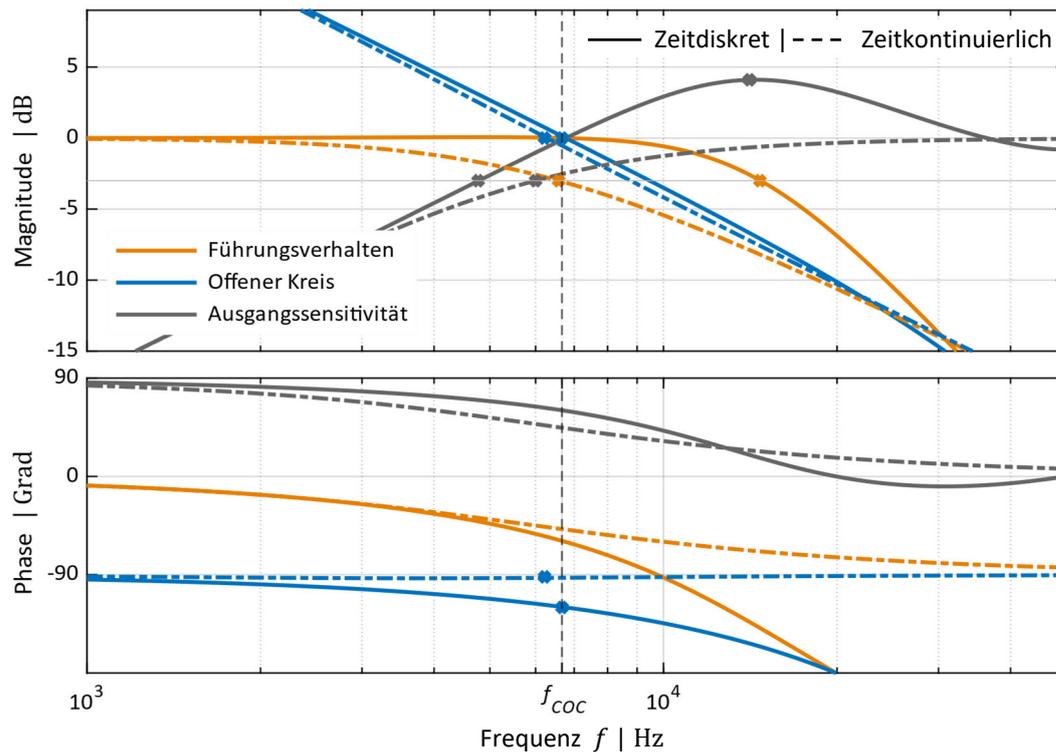


Abbildung 6.10 Bode-Diagramm Stromregelkreis

Tabelle 6.1 Charakteristische Kenngrößen im Stromregelkreis bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz

		Zeitkontinuierliche Betrachtung	Zeitdiskrete Betrachtung	Unterschied
Offener Kreis	Amplitudendurchtrittsfrequenz f_{COC}	6,22 kHz	6,67 kHz	7 %
	Phasenreserve φ_{PMC}	90°	60°	-50 %
Ausgangssensitivität	-3 dB Frequenz Ausgangssensitivität $f_{SOC -3dB}$	6,0 kHz	4,77 kHz	-28 %
	Maximale Überhöhung der Ausgangssensitivität $H_{SOC,max}$	—	4,1 dB	
Führungsverhalten	-3 dB Frequenz $f_{C -3dB}$	6,6 kHz	14,7 kHz	123 %

6.4.2 Geschwindigkeitsregelkreis

In Abbildung 6.11 ist das Bode-Diagramm des Geschwindigkeitsregelkreises ohne Geschwindigkeitsvorsteuerung und in Tabelle 6.2 die zugehörigen charakteristischen Kenngrößen dargestellt. Auch hier weicht das zeitkontinuierliche Verhalten (gestrichelte Linien) stark vom zeitdiskreten Verhalten (durchgezogene Linien) ab. Während bei der Amplitudendurchtrittsfrequenz und der -3 dB Frequenz der Ausgangssensitivität die Unterschiede geringer als beim Stromregelkreis sind, ist die maximale Überhöhung der Ausgangssensitivität im Zeitkontinuierlichen viel zu gering. Somit ist auch hier entgegen einer üblichen Auslegung ein Ansatz im Zeitdiskreten der Zielführendere.

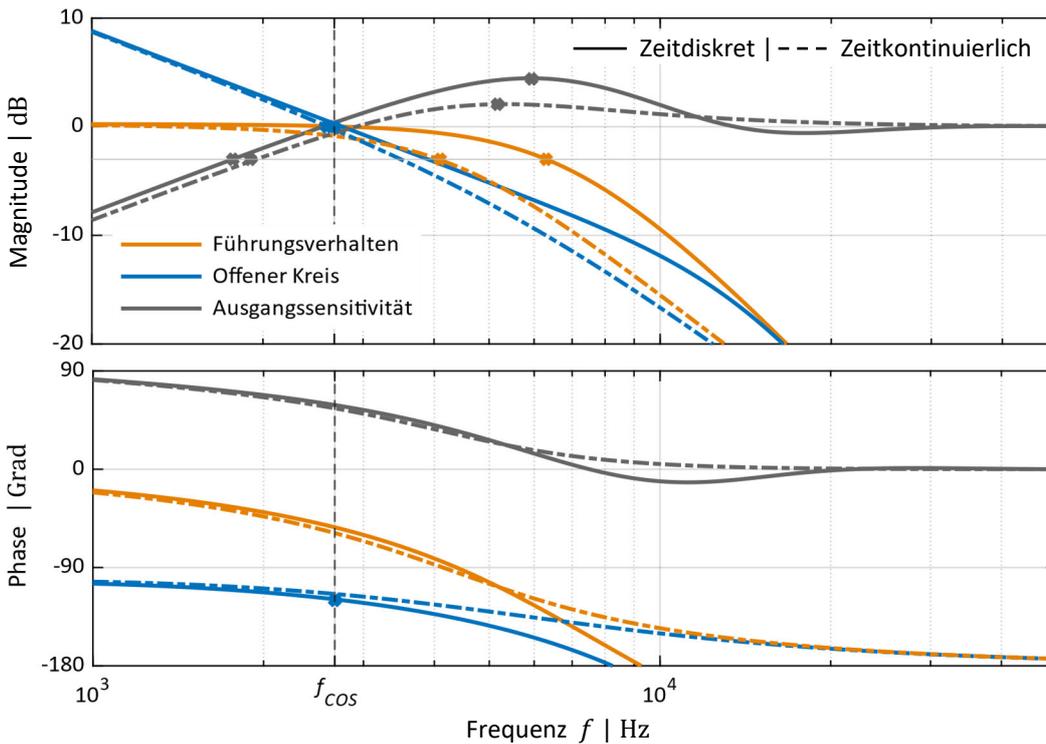


Abbildung 6.11 Bode-Diagramm Geschwindigkeitsregelkreis

Tabelle 6.2 Charakteristische Kenngrößen im Geschwindigkeitsregelkreis bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz

		Zeitkontinuierliche Betrachtung	Zeitdiskrete Betrachtung	Unterschied
Offener Kreis	Amplitudendurchtrittsfrequenz f_{COS}	2,59 kHz	2,67 kHz	3,1 %
	Phasenreserve φ_{PMS}	65°	60°	-7,7 %
Ausgangssensitivität	-3 dB Frequenz Ausgangssensitivität $f_{SOS -3dB}$	1,9 kHz	1,77 kHz	-7 %
	Maximale Überhöhung der Ausgangssensitivität $H_{SOS,max}$	2 dB	4,4 dB	31,8 %
Führungsverhalten	-3 dB Frequenz $f_{S -3dB}$	4,1 kHz	6,3 kHz	54 %

6.4.3 Positionsregelkreis

Abbildung 6.12 und Tabelle 6.3 zeigen die Ergebnisse für den Positionsregelkreis ohne Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvorsteuerung. Da hier die Kurven zwischen zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Betrachtung sehr gut übereinander passen und die Abweichungen der charakteristischen Kenngrößen aus der Tabelle keinen bzw. fast keinen Unterschied aufweisen, kann die Auslegung mit einer zeitkontinuierlichen Betrachtung ohne große Abweichung durchgeführt werden. Der Grund dafür ist, dass das Verhältnis zwischen Abtastfrequenz und Reglerbandbreite ungefähr 1000 beträgt und so die Abtastung der Signale als quasi-kontinuierlich betrachtet werden kann. Da das Zustandsraummodell für eine vollständig zeitdiskrete Betrachtung zur Verfügung steht, wird in dieser Arbeit für den Positionsregelkreis trotzdem eine zeitdiskrete Auslegung verwendet.

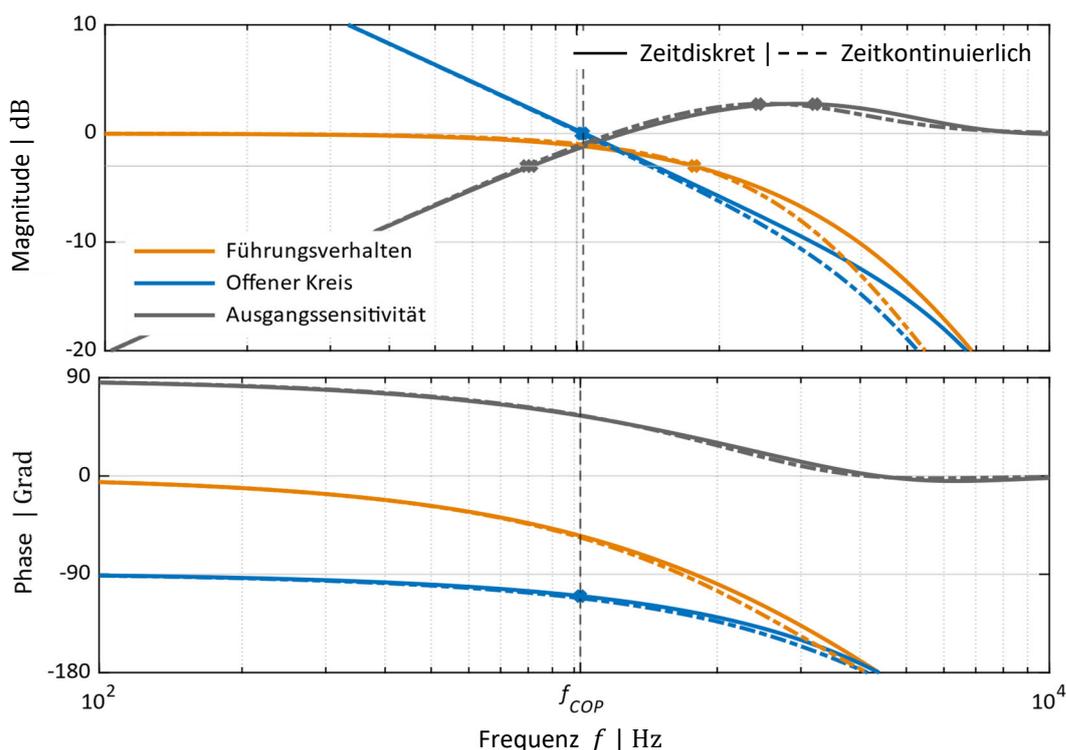


Abbildung 6.12 Bode-Diagramm Positionsregelkreis

Tabelle 6.3 Charakteristische Kenngrößen im Positionsregelkreis bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz

		Zeitkontinuierliche Betrachtung	Zeitdiskrete Betrachtung	Unterschied
Offener Kreis	Amplitudendurchtrittsfrequenz f_{COP}	1020 Hz	1030 Hz	1 %
	Phasenreserve φ_{PMP}	68°	70°	3 %
Ausgangssensitivität	-3 dB Frequenz Ausgangssensitivität $f_{SOP -3dB}$	780 Hz	800 Hz	2,5 %
	Maximale Überhöhung der Ausgangssensitivität $H_{SOP,max}$	2,7 dB	2,7 dB	0 %
Führungsverhalten	-3 dB Frequenz $f_{P -3dB}$	1,77 kHz	1,77 kHz	0 %

Einfluss der Vorsteuerung

Abbildung 6.13 zeigt den Einfluss einer Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvorsteuerung im Bode-Diagramm des Positionsregelkreises. Dabei beschreiben wieder die gestrichelten Linien das zeitkontinuierliche und die durchgezogenen Linien das zeitdiskrete Verhalten. Die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvorsteuerung hat keinen Einfluss auf den offenen Kreis und so keinen Einfluss auf die Amplitudendurchtrittsfrequenz. Das Führungsverhalten wird bei gleicher Parametrierung deutlich verändert. Im Zeitkontinuierlichen entsteht eine Überhöhung von 3,1 dB. Bei zeitdiskreter Betrachtung erhöht sich diese auf 5,6 dB. Auch die -3dB Frequenz $f_{P|-3\text{dB}}$ verändert sich stark von $f_{P|-3\text{dB}} = 8,8\text{ kHz}$ im Zeitkontinuierlichen zu $f_{P|-3\text{dB}} = 14,4\text{ kHz}$ im Zeitdiskreten. Auf Grund der Unterschiede zwischen zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Betrachtung ist eine Auslegung im Zeitdiskreten hier von Vorteil.

Die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvorsteuerung führt bei einem Positionssprung auf Grund der Amplitudenüberhöhung im Führungsverhalten zu Überschwingern in der Position, was je nach Bearbeitungsvorgang durch die Vorgabe geeigneter Bewegungsprofile verringert werden kann. Ein Vorteil der Vorsteuerung ist, dass bei konstanter Geschwindigkeit der Regelfehler deutlich verringert wird. Dies ist in [57] ausführlich dargestellt.

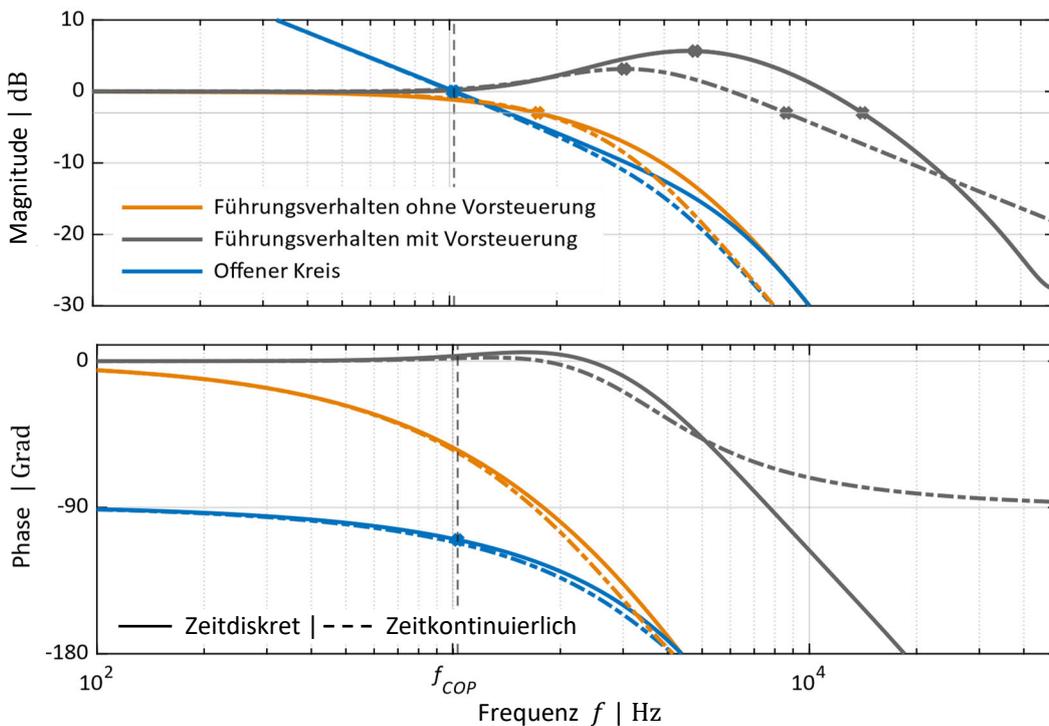


Abbildung 6.13 Bode-Diagramm des Positionsregelkreises zur Darstellung des Einflusses der Vorsteuerung

6.5 Erreichbare Dynamik

Ein wichtiger Punkt dieser Arbeit ist die Beschreibung der maximal erreichbaren Dynamik der zeitdiskreten Regelkreise. Die Parameter, die die Dynamik maßgeblich beeinflussen, sind die Abtastfrequenz oder PWM Frequenz f_{PWM} sowie die Verarbeitungstzeit T_P bzw. - normiert auf die Abtastzeit - die relative Verarbeitungstzeit $\chi_P = T_P/T_S$. Im Folgenden wird die Dynamik in Abhängigkeit dieser beiden Parameter mit Hilfe des in Kapitel 6.3 beschriebenen zeitdiskreten Zustandsraummodells analysiert. Die maximal erreichbaren Dynamiken der einzelnen Regelkreise werden ermittelt und die Auswirkung einer Erhöhung der Abtastfrequenz auf das Lastverhalten charakterisiert.

6.5.1 Maximale Amplitudendurchtrittsfrequenzen

Abbildung 6.14 zeigt die theoretisch maximal erreichbaren Amplitudendurchtrittsfrequenzen f_{CO} für einen positionsgeregelten, einen geschwindigkeitsgeregelten und einen stromgeregelten Betrieb eines mechanisch steifen Servoantriebs in Abhängigkeit der Abtastzeit T_S . Dabei beschreiben die blauen Linien die Amplitudendurchtrittsfrequenzen des Stromregelkreises f_{COC} , die grauen Linien die des Geschwindigkeitsregelkreises f_{COS} und die orangenen Linien die des Positionsregelkreises f_{COP} für die vorgegebenen Phasenreserven. Die durchgezogenen Linien beziehen sich auf eine relative Verarbeitungstzeit von $\chi_P = 0,5$ und die gestrichelten Linien auf $\chi_P = 0,75$, was den beiden Grenzfällen der Verarbeitungstzeit T_P des in dieser Arbeit implementierten PWM Verfahrens entspricht (Gleichung (4.88)). In Industrieanwendungen werden softwarebasierte Regelungen mit einer Abtastfrequenz typischerweise zwischen $4 \text{ kHz} \leq f_S \leq 32 \text{ kHz}$ eingesetzt. Durch eine FPGA-basierte Implementierung kann diese Frequenz deutlich gesteigert werden. Auf Grund des in der Abbildung dargestellten linearen Verlaufs zwischen der Amplitudendurchtrittsfrequenz und der Abtastfrequenz kann die Dynamik deutlich verbessert werden. Eine Implementierung mit einer beispielhaften PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$ erreicht bei einer Verarbeitungstzeit von $\chi_P = 0,75$ eine theoretisch maximale Amplitudendurchtrittsfrequenz des Stromregelkreises von $f_{COC} = 667 \text{ Hz}$, was zu einer maximalen Amplitudendurchtrittsfrequenz des Positionsregelkreises von $f_{COP} = 103 \text{ Hz}$ führt. Bei einer Erhöhung der PWM Frequenz um einen Faktor von 10 auf $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ können die Amplitudendurchtrittsfrequenzen auf Grund des linearen Zusammenhangs um diesen Faktor erhöht werden, so dass sich eine maximal mögliche Amplitudendurchtrittsfrequenz des Positionsregelkreises von $f_{COP} = 1,03 \text{ kHz}$ für einen mechanisch steifen Antrieb ergibt.

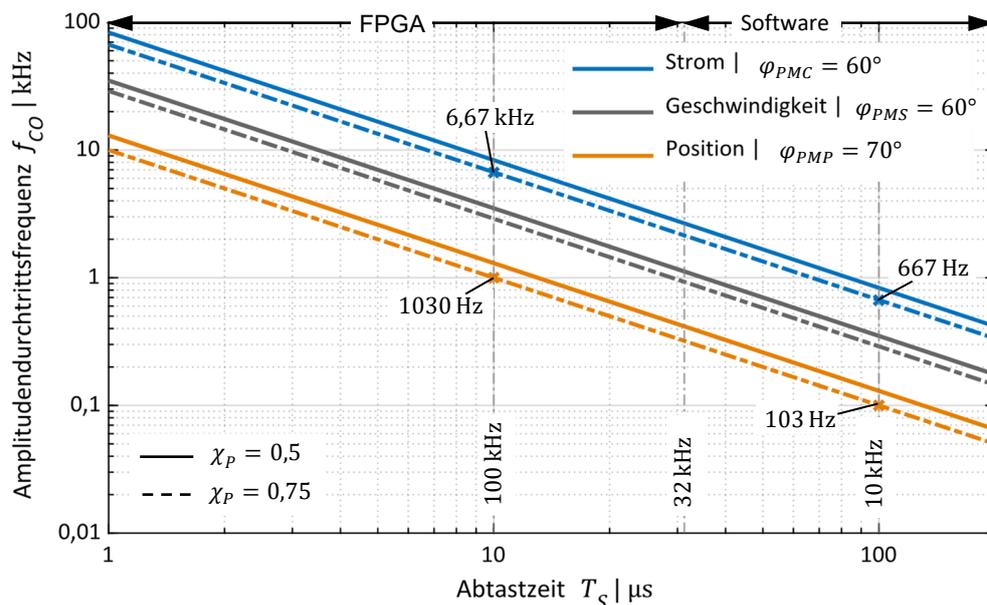


Abbildung 6.14 Erreichbare Amplitudendurchtrittsfrequenzen für einen mechanisch steifen Antrieb in Abhängigkeit der Abtastzeit

Wie bereits in Abbildung 6.14 dargestellt, hat neben der PWM Frequenz die im System auftretende Verarbeitungstzeit T_P einen maßgeblichen Einfluss auf die Dynamik. Abbildung 6.15 zeigt diesen Zusammenhang für die Amplitudendurchtrittsfrequenzen der drei Regelkreise. Aus der Abbildung geht hervor, um wie viel sich die auf die Abtastfrequenz skalierten Amplitudendurchtrittsfrequenzen der einzelnen Regelkreise je nach Verarbeitungstzeit verändern. Ein Vergleich zwischen einer relativen Verarbeitungstzeit von $\chi_P = 0,5$ zu $\chi_P = 1,5$ zeigt beispielsweise einen Unterschied von ungefähr 50 % in der Amplitudendurchtrittsfrequenz des Stromregelkreises und des Positionsregelkreises. Somit ist neben der Abtastzeit T_S die Verarbeitungstzeit T_P entscheidend für die maximal erreichbare Dynamik. Eine relative Verarbeitungstzeit $\chi_P < 0,5$ ist bei standardmäßigen, digitalen PWM Implementierungen nicht möglich, so dass dies den Grenzfall darstellt.

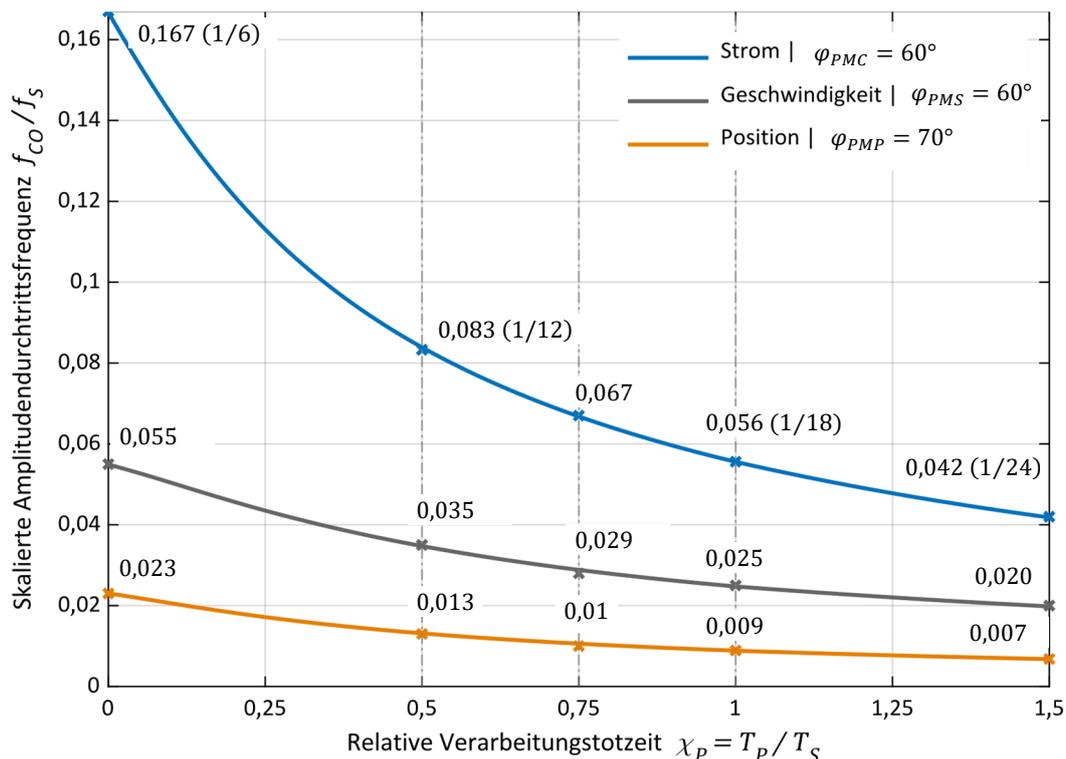


Abbildung 6.15 Theoretisch erreichbare normierte Amplitudendurchtrittsfrequenzen für einen mechanisch steifen Antrieb in Abhängigkeit der relativen Verarbeitungstzeit

6.5.2 Analyse im Bode-Diagramm

Die Verifikation der maximal erreichbaren Dynamik aus Kapitel 6.5.1 wird durch einen Vergleich zwischen den mit dem Zustandsraummodell theoretisch erstellten und den gemessenen Bode-Diagrammen durchgeführt. Dabei wird neben den bereits erläuterten Kurven des Führungsverhaltens, des offenen Kreises und der Ausgangssensitivität zusätzlich die Auswirkung auf das Lastverhalten betrachtet, denn damit kann der Einfluss von Lastkräften, wie Reibung oder Prozesskräfte, im Regelkreis beschrieben werden. Da dies in einem anderen Wertebereich der Amplitudendämpfung stattfindet, wird das Lastverhalten zur besseren Darstellung separat betrachtet.

Abbildung 6.16 zeigt beispielhaft das Bode-Diagramm des Stromregelkreises für den in dieser Arbeit relevanten Bereich der Verarbeitungstotzeit von $0,5 T_{PWM} \leq T_P \leq 0,75 T_{PWM}$ bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz. Dabei beschreiben die schraffierten Flächen den Bereich, in dem die Übertragungsfunktionen abhängig von der Einschaltdauer der PWM liegen. Für eine stabile Reglerauslegung muss der Worst-Case abgedeckt sein, so dass für die Auslegung eine Verarbeitungstotzeit von $0,75 T_{PWM}$ angenommen wird. Dadurch können unvorhergesehene Überschwinger auf Grund einer zu gering angenommenen Verarbeitungstotzeit in allen Geschwindigkeits- und Lastfällen verhindert werden.

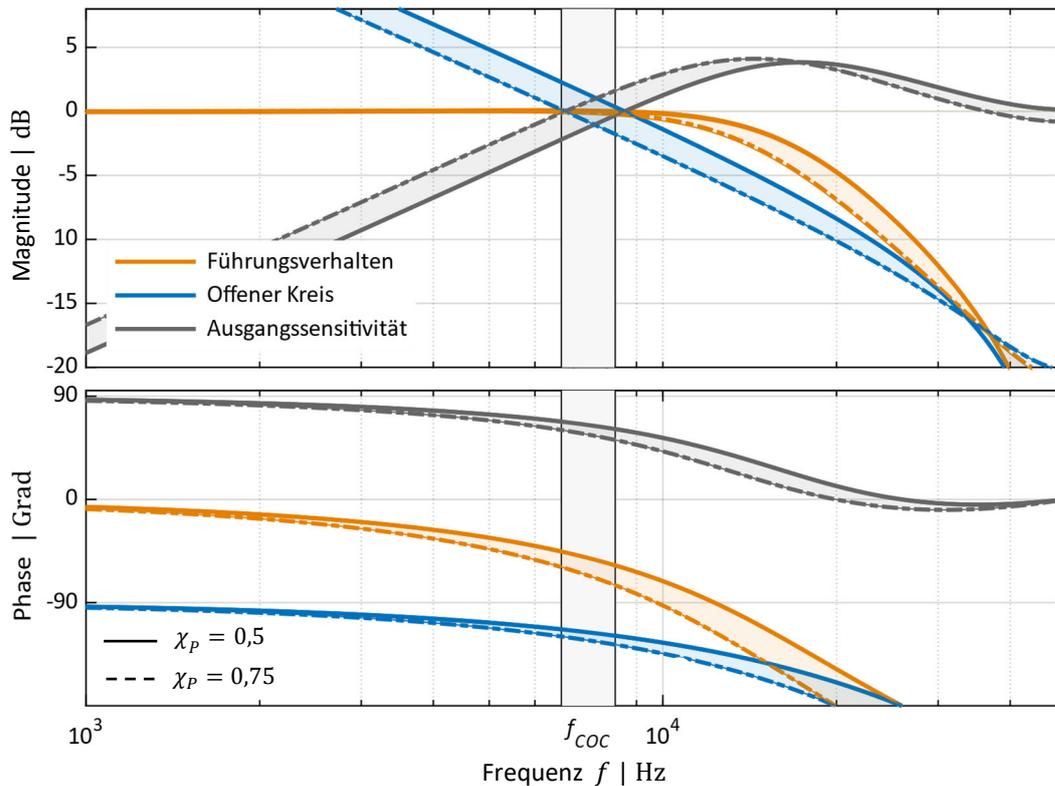


Abbildung 6.16 Bode-Diagramm Stromregelkreis

Tabelle 6.4 stellt die mit einer relativen Verarbeitungstotzeit von $\chi_P = 0,75$ maximal erreichbaren Amplitudendurchtrittsfrequenzen f_{CO} und -3 dB Frequenzen der Ausgangssensitivitäten $f_{SO|-3dB}$ für alle drei Regelkreise dar.

Tabelle 6.4 Charakteristische Maximalwerte der einzelnen Regelkreise bei einer relativen Verarbeitungstotzeit von $\chi_P = 0,75$

	Stromregelkreis	Geschwindigkeitsregelkreis	Positionsregelkreis
Amplitudendurchtrittsfrequenz	$f_{COC} = 0,067 f_S$	$f_{COS} = 0,029 f_S$	$f_{COP} = 0,01 f_S$
-3 dB Frequenz Ausgangssensitivität	$f_{SOC -3dB} = 0,048 f_S$	$f_{SOS -3dB} = 0,019 f_S$	$f_{SOP -3dB} = 0,008 f_S$

Lastverhalten

In Abbildung 6.17 ist das Bode-Diagramm für das Lastverhalten der Geschwindigkeit (blau) und der Position (orange) bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ dargestellt, wobei die gestrichelten Linien den zeitkontinuierlichen Verlauf und die durchgezogenen Linien das zeitdiskrete Verhalten beschreiben. Grundsätzlich kann das Bode-Diagramm in drei Bereiche unterteilt werden. Der Bereich ❶ stellt den Frequenzbereich dar, in dem der Integralanteil des Geschwindigkeitsreglers wirkt. Im anschließenden konstanten Bereich (❷) wirkt nur noch der P-Anteil des Reglers, woraus die minimale Lastunterdrückung bzw. Laststeifigkeit des jeweiligen Regelkreises ermittelt werden kann (c_{LS}^{min} für den Geschwindigkeitsregelkreis und c_{LP}^{min} für den Positionsregelkreis). Dieser Bereich endet entweder bei der -3 dB Frequenz f_{SC}^{-3dB} für den Geschwindigkeitsregelkreis oder mit der charakteristischen Frequenz des Positionsregelkreises f_{OP} , die aus der Kennkreisfrequenz der Lastübertragungsfunktion des Positionsregelkreises bestimmt wird. Im Bereich höherer Frequenzen (❸) wirkt die Regelung nicht mehr.

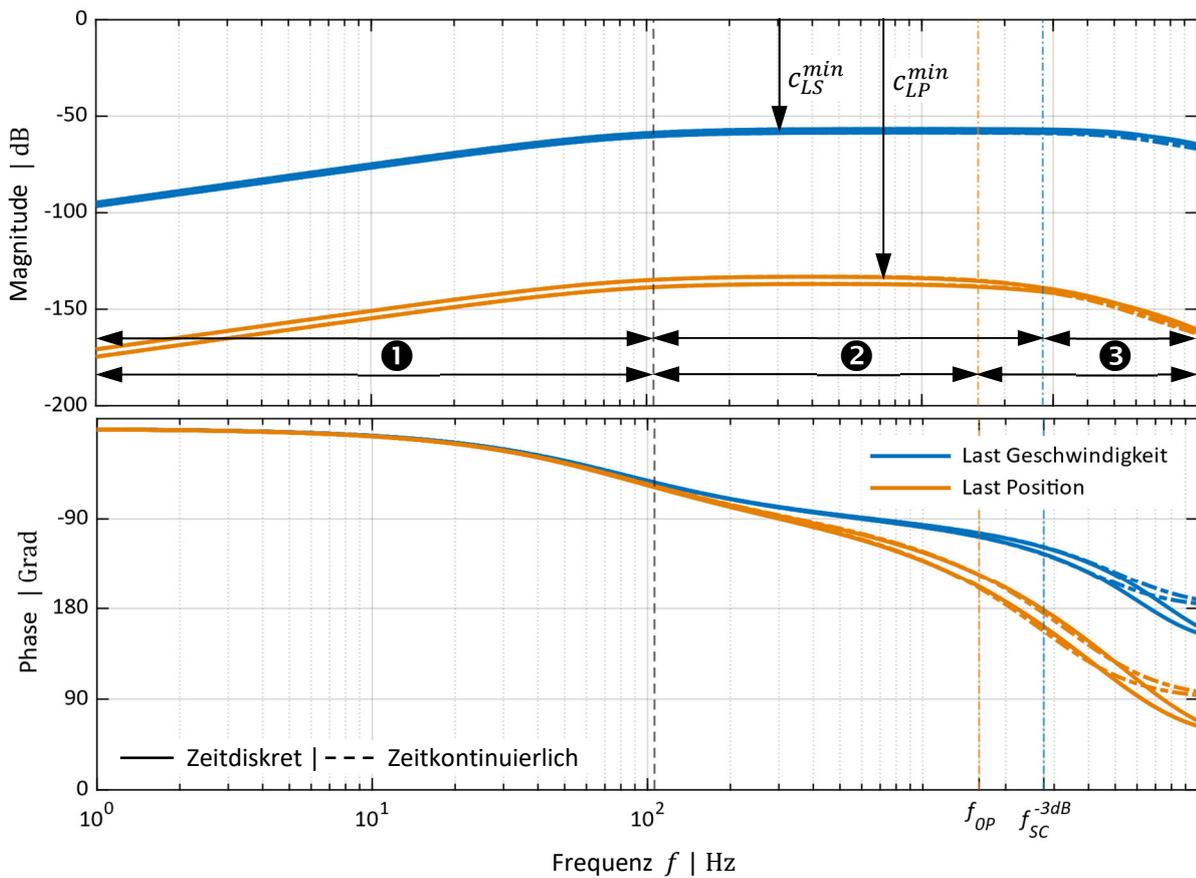


Abbildung 6.17 Bode-Diagramm Lastverhalten

Da die in Abbildung 6.17 dargestellten zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Kurven sehr gut übereinander liegen, kann für eine hinreichend genaue Charakterisierung des Lastverhaltens eine zeitkontinuierliche Betrachtung erfolgen. Abbildung 6.18 stellt das Blockschaltbild für den konstanten Bereich ohne Integralanteil (❷, $T_{NS} \rightarrow \infty$) dar. Da der relevante Frequenzbereich des Stromregelkreises in einer Größenordnung liegt, die keinen Einfluss mehr auf dieses Lastverhalten hat, wird der Stromregelkreis vernachlässigt.

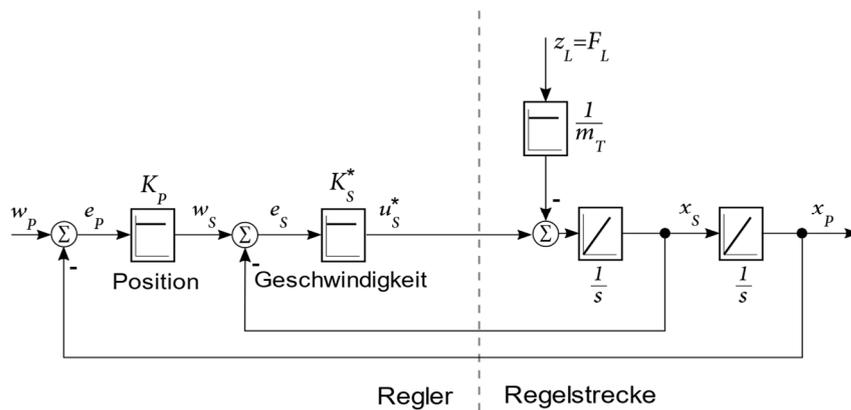


Abbildung 6.18 Blockschaltbild zur Ermittlung des Lastverhaltens mit P-Geschwindigkeitsregler

Mit Abbildung 6.18 folgt im geschwindigkeitsgeregelten Betrieb für das zeitkontinuierliche Geschwindigkeitssignal x_S :

$$x_S(s) = \left(u_S^*(s) - \frac{F_L(s)}{m_T} \right) \frac{1}{s} \quad (6.45)$$

Mit $w_S(s) = 0$ ergibt sich:

$$x_S(s) = \left(-K_S^* x_S(s) - \frac{F_L(s)}{m_T} \right) \frac{1}{s} \quad (6.46)$$

$$x_S(s)(s + K_S^*) = -\frac{F_L(s)}{m_T} \quad (6.47)$$

Aus Gleichung (6.47) kann die Lastübertragungsfunktion des Geschwindigkeitsregelkreises bestimmt werden zu:

$$G_{LS}(s) = \frac{x_S(s)}{F_L(s)} = -\frac{1}{m_T (s + K_S^*)} \quad (6.48)$$

$$G_{LS}(s) = \frac{x_S(s)}{F_L(s)} = -\frac{1}{m_T K_S^*} \frac{1}{\left(\frac{1}{K_S^*} s + 1 \right)} \quad (6.49)$$

Für die minimale Lastunterdrückung des Geschwindigkeitsregelkreises c_{LS}^{min} und für die -3 dB Frequenz f_{SC}^{-3dB} ergibt sich aus Gleichung (6.49) mit $T_{SC} = 1/K_S^*$:

$$c_{LS}^{min} = \frac{1}{m_T K_S^*} \quad (6.50)$$

$$f_{SC}^{-3dB} = \frac{1}{2\pi T_{SC}} = \frac{K_S^*}{2\pi} \quad (6.51)$$

Bei einer Erhöhung der PWM Frequenz wird die Proportionalverstärkung des Geschwindigkeitsreglers K_S^* um den gleichen Faktor erhöht. Damit folgt, dass die minimale Lastunterdrückung des Geschwindigkeitsregelkreises c_{LS}^{min} und die -3 dB Frequenz f_{SC}^{-3dB} nach den Gleichungen (6.50) und (6.51) linear mit der PWM Frequenz skalieren und sich so eine Erhöhung der Frequenz positiv auswirkt.

Im positionsgeregelten Betrieb ergibt sich nach Abbildung 6.17 für das zeitkontinuierliche Geschwindigkeitssignal x_S :

$$x_S(s) = \left((w_S(s) - x_S(s))K_S^* - \frac{F_L(s)}{m_T} \right) \frac{1}{s} \quad (6.52)$$

Mit $w_P(s) = 0$ folgt:

$$w_S(s) = -K_P x_P(s) \quad (6.53)$$

Mit Gleichung (6.53) und dem Zusammenhang $x_S(s) = s \cdot x_P(s)$ ergibt sich aus Gleichung (6.52):

$$s \cdot x_P(s) = \left((-K_P x_P(s) - s \cdot x_P(s))K_S^* - \frac{F_L(s)}{m_T} \right) \frac{1}{s} \quad (6.54)$$

$$x_P(s)K_S^* \left(\frac{1}{K_S^*} s^2 + K_P + s \right) = -\frac{F_L(s)}{m_T} \quad (6.55)$$

Die Lastübertragungsfunktion des Positionsregelkreises folgt aus Gleichung (6.55):

$$G_{LP}(s) = \frac{x_P(s)}{F_L(s)} = -\frac{1}{m_T K_S^*} \frac{1}{\left(\frac{1}{K_S^*} s^2 + K_P + s \right)} \quad (6.56)$$

$$G_{LP}(s) = \frac{x_P(s)}{F_L(s)} = -\frac{1}{m_T K_S^* K_P} \frac{1}{\underbrace{\frac{1}{K_S^* K_P} s^2}_{1/\omega_{0P}^2} + \underbrace{\frac{1}{K_P}}_{2D_P/\omega_{0P}} s + 1} \quad (6.57)$$

Aus Gleichung (6.57) berechnet sich die minimale Lastunterdrückung des Positionsregelkreises c_{LP}^{min} und die charakteristische Frequenz f_{0P} zu:

$$c_{LP}^{min} = \frac{1}{m_T K_S^* K_P} \quad (6.58)$$

$$f_{0P} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K_S^* K_P} \quad (6.59)$$

Da K_S^* und K_P jeweils einen linearen Zusammenhang mit der PWM Frequenz aufweisen, folgt mit Erhöhung der PWM Frequenz nach Gleichung (6.59) eine lineare Erhöhung der charakteristischen Frequenz f_{0P} . Die minimale Lastunterdrückung des Positionsregelkreises c_{LP}^{min} hängt nach Gleichung (6.58) quadratisch von der PWM Frequenz ab. So wird die Laststeifigkeit durch Erhöhung der PWM Frequenz nicht nur linear, sondern quadratisch verbessert.

6.5.3 Voraussetzungen zum Erreichen der Dynamiken

Die ermittelten, theoretisch maximal möglichen Bandbreiten beruhen auf analytischen Berechnungen aus dem Zustandsraummodell und gelten in der Praxis nur unter bestimmten Voraussetzungen, die in diesem Kapitel betrachtet werden sollen. Sofern der Dreikaskadenregler so ausgelegt ist, wie in Kapitel 6.3.1 beschrieben, wird mit der PWM Frequenz f_{PWM} und der im Gesamtsystem auftretenden relativen Verarbeitungstotzeit χ_P die Bandbreite des jeweiligen Regelkreises charakterisiert. Dabei ist bereits berücksichtigt, dass die Geschwindigkeit durch zeitdiskrete Differentiation aus der Position berechnet wird. Eine Voraussetzung zur Erreichung der Dynamik im Geschwindigkeits- und Positionsregelkreis ist eine Auslegung der Mechanik, dass die Eigenmoden durch die Regelung nicht angeregt werden (vgl. Kapitel 2.3). Die zweite Voraussetzung bezieht sich auf die im System auftretende Spannungsüberhöhung, welche vom Motor abhängig ist. Bei einem Sprung im Strom Sollwert w_C besitzt das Stellsignal u_C am Zeitpunkt $t = 0$ seinen Maximalwert, der berechnet wird mit:

$$u_{c,max} = K_C^* R \hat{w}_C \quad (6.60)$$

Im stationären Zustand ergibt sich:

$$u_{c,\infty} = R \hat{w}_C \quad (6.61)$$

Mit den Gleichungen (6.60) und (6.61) kann die Spannungsüberhöhung χ_U berechnet werden zu:

$$\chi_U \approx \frac{u_{c,max}}{u_{c,\infty}} = K_C^* \quad (6.62)$$

Die Amplitudendurchtrittsfrequenz des Stromregelkreises f_{COC} wird bei der Auslegung mit einer Phasenreserve von $\varphi_{PMC} = 60^\circ$ für eine relative Verarbeitungstotzeit von $0 \leq \chi_P \leq 1$ durch Kurvenannäherung (curve fitting) approximiert mit:

$$f_{COC} \approx \frac{1}{2\pi} f_S \cdot \text{acos}(-0,6796\chi_P^4 + 2,07\chi_P^3 - 2,504\chi_P^2 + 1,552\chi_P + 0,4997) \quad (6.63)$$

Für die Proportionalverstärkung des Stromregelkreises ergibt sich durch Kurvenannäherung:

$$K_C^* \approx \frac{T_{El}}{T_S} (0,9361e^{-1,5612\chi_P} + 0,07637e^{0,7039\chi_P}) \quad (6.64)$$

Mit

$$f_{El} = \frac{1}{2\pi T_{El}} \quad (6.65)$$

folgt aus den Gleichungen (6.63) und (6.64):

$$f_{COC} \approx K_C^* \cdot f_{El} \frac{\text{acos}(-0,6796\chi_P^4 + 2,07\chi_P^3 - 2,504\chi_P^2 + 1,552\chi_P + 0,4997)}{(0,9361e^{-1,5612\chi_P} + 0,07637e^{0,7039\chi_P})} \quad (6.66)$$

Für eine Verarbeitungstotzeit von $0 \leq \chi_P \leq 1$ kann Gleichung (6.66) mit einer Abweichung von maximal 3,8 % vereinfacht werden zu:

$$f_{COC} \approx K_C^* \cdot f_{El} = \frac{K_C^*}{2\pi T_{El}} \quad (6.67)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (6.62) in Gleichung (6.67) folgt eine maximale Amplitudendurchtrittsfrequenz f_{COC} in Abhängigkeit der elektrischen Zeitkonstante des Motors T_{El} von:

$$f_{COC} \approx \frac{\chi_U}{2\pi T_{El}} \quad (6.68)$$

Da immer eine begrenzte Maximalspannung zur Verfügung steht, muss die Spannungsüberhöhung limitiert werden. Mit $\chi_U = 2$ kann die erreichbare Bandbreite im Vergleich zu einem rein spannungsgesteuertem Betrieb zumindest um einen Faktor 2 erhöht werden. Somit ergibt sich in praktischen Anwendungen ein angemessener Bereich von

$$2 \leq \chi_U \leq 10 \quad (6.69)$$

Abbildung 6.19 zeigt diesen Zusammenhang für unterschiedliche Spannungsüberhöhungen unabhängig von der vorhandenen Verarbeitungstzeit. So kann zum Beispiel mit einer elektrischen Zeitkonstante von $T_{El} = 1$ ms und der Vorgabe einer Spannungsüberhöhung aus Gleichung (6.69) eine Amplitudendurchtrittsfrequenz von $0,31 \text{ kHz} \leq f_{COC} \leq 1,6 \text{ kHz}$ erreicht werden (❶). Durch Verringerung der elektrischen Zeitkonstante um einen Faktor von 20 auf $T_{El} = 0,05$ ms werden die möglichen Amplitudendurchtrittsfrequenzen um diesen Faktor auf $6,2 \text{ kHz} \leq f_{COC} \leq 32 \text{ kHz}$ erhöht (❷).

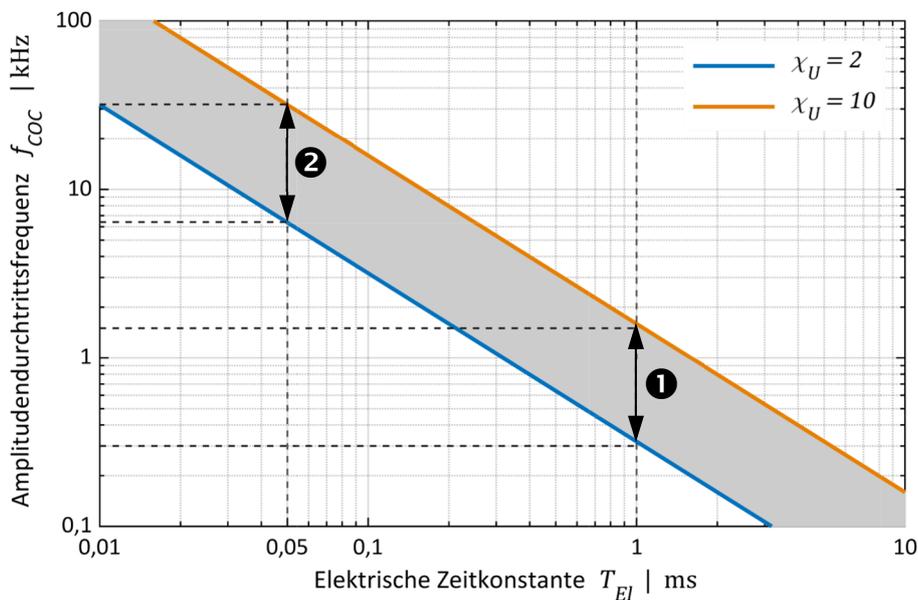


Abbildung 6.19 Erreichbare Amplitudendurchtrittsfrequenz des Stromregelkreises in Abhängigkeit von der elektrischen Zeitkonstante des Motors

In dieser Arbeit liegen die Verarbeitungstzeiten zwischen $0,5 \leq \chi_P \leq 0,75$. Für $\chi_P = 0,5$ folgt:

$$f_{COC} = 0,0833 f_S \approx \frac{\chi_U}{2\pi T_{El}} \quad (6.70)$$

Mit $2 \leq \chi_U \leq 10$ ergibt sich aus Gleichung (6.70):

$$T_{El} \approx 4 \dots 20 T_S \quad (6.71)$$

Für $\chi_P = 0,75$ berechnet sich die elektrische Zeitkonstante entsprechend zu:

$$T_{El} \approx 5 \dots 24 T_S \quad (6.72)$$

Somit folgt, dass die theoretisch erreichbaren Dynamiken mit einer angemessenen Spannungsüberhöhung nur erreicht werden können, wenn gilt:

$$T_{El} \approx 5 \dots 20 T_S \quad (6.73)$$

Um eine Dynamikerhöhung von Faktor 2 zu erreichen, wird somit bereits eine fünffache Abtastung der elektrischen Zeitkonstante T_{El} benötigt.

7 Verifikation am Teststand

Mit den Messungen am bereits in Kapitel 2 dargestellten Teststand mit Miniatur-Servoantrieb werden die Theorien zur Dynamik und zur Positionsgenauigkeit verifiziert. Es soll messtechnisch gezeigt werden, dass durch Erhöhung der Abtastfrequenz die Dynamik aller Regelkreise gesteigert werden kann, wobei der lineare Zusammenhang im Führungsverhalten und der quadratische Zusammenhang im Lastverhalten verdeutlicht werden soll. Zusätzlich dazu wird die Auswirkung auf die erreichbare Positionsstabilität untersucht. Bei den Messungen soll der Unterschied zwischen einer in der Industrie üblichen PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz mit einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz und mehr dargestellt werden. Für die Verifikation mit $f_{PWM} = 10$ kHz wird ein Motor mit höherer elektrischer Zeitkonstante (vgl. Gleichung (6.73)) und typischem, frequenzabhängigem Verhalten von Induktivität und Widerstand eingesetzt. Nach einem kurzen Überblick des Teststands in einem ersten Unterkapitel werden im zweiten Unterkapitel die Ergebnisse der Verifikationen erläutert.

7.1 Aufbau des Teststands

In Abbildung 7.1 ist der Aufbau des Teststands schematisch dargestellt, wobei die darin enthaltenen Komponenten bereits in Kapitel 2 beschrieben sind. Der Servomotor besteht aus der in Kapitel 2.3 detailliert dargestellten Mechanik, dem optoelektronischen Positionsmessgerät (Kapitel 2.1.1) und zwei identischen Tauchspulenmotoren (Kapitel 2.2). Zur Verifikation von Führungs- und Lastverhalten wird ein Motor als Arbeitsmotor und der andere als Lastmotor eingesetzt. Der in Abbildung 7.1 dargestellte Laser dient als Vergleichsmessgerät zur Durchführung der Positionsmessungen am TCP (Kapitel 2.1.2). Die hochtaktende Leistungselektronik beinhaltet GaN-Halbleiter und einen Shunt-Widerstand zur Bestimmung des Stromsignals als Rückführgröße für die Regelung. Sowohl die Messsignale aus den beiden Positionsmessgeräten, als auch das Stromsignal können mit dem vorhandenen Aufbau wahlweise mit den bereits in Kapitel 5 dargestellten SAR ADCs oder $\Delta\Sigma$ Modulatoren digitalisiert werden, wobei für das Stromsignal in dieser Arbeit auf Grund ausreichend genauer Digitalisierung nur die $\Delta\Sigma$ Modulatoren verwendet werden. Die CIC Filter, die für die $\Delta\Sigma$ Modulatoren notwendig sind, sowie der in Kapitel 6.3 beschriebene Regelungsalgorithmus werden vollständig auf dem FPGA des SoCs implementiert (vgl. Kapitel 2.4.1). Mit einem zusätzlichen Host PC können die Parameter der Regelung eingestellt werden und Messdaten von dem SoC zur späteren Auswertung auf den PC übertragen werden. Außerdem wird ein DAC-Board angeschlossen, mit dem Soll- und Istwerte der Regelung an einem Oszilloskop verglichen werden können. Abbildungen des SoC-Boards, des Interface Boards und der Leistungselektronik sind bereits in Kapitel 2 in Abbildung 2.19 und Abbildung 2.22 enthalten.

Abbildung 7.2 zeigt einen Ausschnitt des Teststands. Dabei ist mittig der Servomotor mit den beiden Tauchspulenmotoren und rechts das Vergleichsmessgerät für die Messungen am TCP dargestellt. Zur Erhöhung der Messgenauigkeit wird der Abstand zwischen TCP und Laserkopf so gering wie möglich gewählt. Im Hintergrund sind die Leistungselektroniken für die beiden Tauchspulenmotoren erkennbar. Damit die Ergebnisse beispielsweise nicht durch Gebäudeschwingungen verfälscht werden, wird dieser Teil des Teststands auf einem luftgelagerten Messtisch montiert. Servoregler, Netzteile, Oszilloskop und alle weiteren notwendigen Geräte sind entkoppelt von diesem Aufbau untergebracht. Alle nachfolgenden Messungen wurden für eine gute Vergleichbarkeit in einem speziell klimatisiertem Raum durchgeführt, wodurch die Umgebungsbedingungen bei den Messungen immer gleich waren.

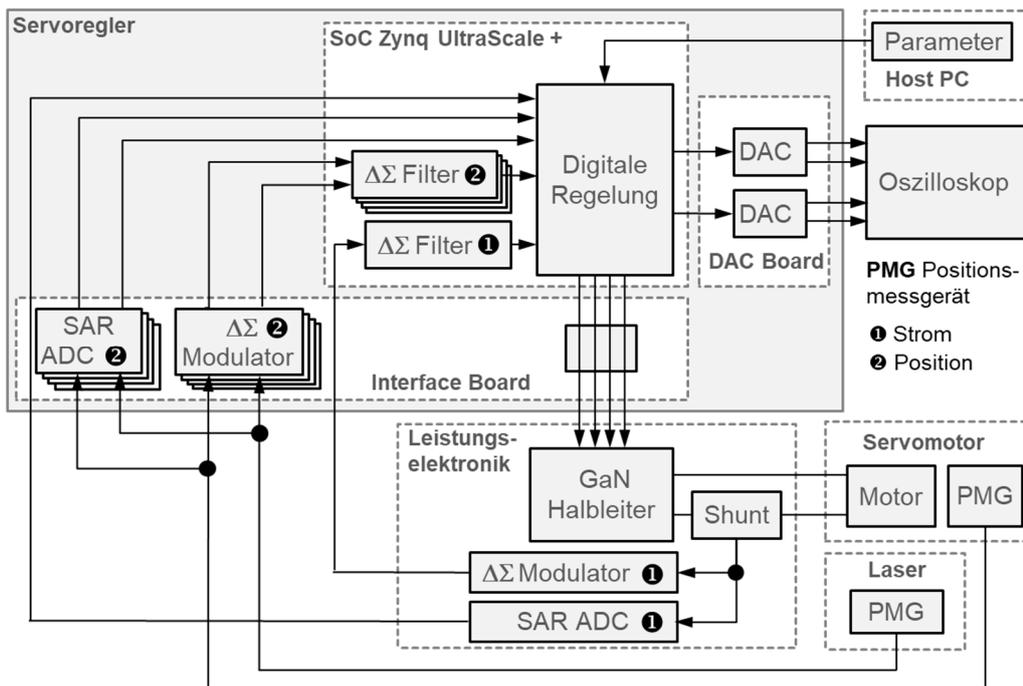


Abbildung 7.1 Blockschaltbild des Gesamtsystems

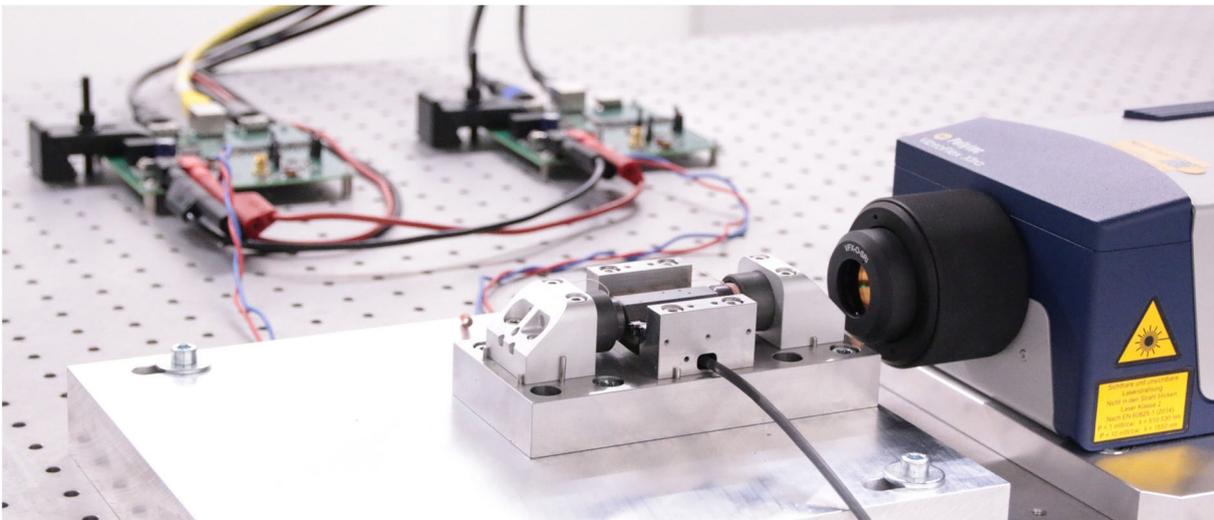


Abbildung 7.2 Teststand

7.2 Ergebnisse der Verifikation

Folgende bereits in den vorherigen Kapiteln in der Theorie beschriebenen Themen werden mit experimentellen Untersuchungen für zwei verschiedene PWM Frequenzen ($f_{PWM} = 10$ kHz und $f_{PWM} = 100$ kHz) verifiziert:

- **Verhalten im Frequenzbereich**

Das in Kapitel 6.3.2 behandelte, zeitdiskrete Zustandsraummodell des Kaskadenreglers soll für alle drei Regelkreise an Hand des offenen Kreises, des Führungsverhaltens, der Ausgangsensitivität und des Lastverhaltens messtechnisch analysiert werden. Zusätzlich soll die maximal mögliche Erhöhung der Dynamik in Abhängigkeit von der Abtastfrequenz für eine Verarbeitungstotzeit von $\chi_p = 0,75$ nachgewiesen und die in Kapitel 6.5.2 beschriebene Theorie zum Lastverhalten verifiziert werden. Dafür werden die Bode-Diagramme für die beiden PWM Frequenzen experimentell ermittelt und mit den theoretischen Ergebnissen verglichen.

- **Positionsstabilität**

Zur Ermittlung der Positionsstabilität werden die Messergebnisse im Zeitverlauf dargestellt und mit Hilfe von Histogrammen (Kapitel 3.2.2) und Leistungsdichtespektren (Kapitel 3.2.3) verglichen. Dabei wird zusätzlich die Positionsstabilität bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 200$ kHz betrachtet, um die Grenzen des Delta-Sigma ADCs besser zu verdeutlichen. Bei der Verifikation mit den drei PWM Frequenzen wird auf folgende, bereits in der Theorie beschriebenen Punkte eingegangen:

- Auswirkung der ADC Bitbreite zur Digitalisierung des Stromsignals (Kapitel 5.5.1)
- Auswirkung der ADC Bitbreite zur Digitalisierung des Positionssignals (Kapitel 5.5.2)
- Einfluss der Zeit- und Wertediskretisierung der PWM auf die Positionsstabilität (Kapitel 4.1)
- Einfluss der Stromschwankung der PWM auf die Positionsstabilität (Kapitel 4.2)
- Bestätigung mit dem bereits in Kapitel 2.1.2 erläuterten Vergleichsmessgerät

- **Positionssprünge**

Als Testsignal für die Positionsregelung werden sprunghöhenförmige Sollwerte mit verschiedenen Höhen vorgegeben und die Ergebnisse der beiden PWM Frequenzen verglichen. Durch Vorgabe von Nanosprüngen soll die vom Positionsrauschen abhängige, minimal erkennbare Sprunghöhe untersucht werden. Durch Vorgabe von Sprüngen im Mikrometerbereich wird die Auswirkung der unterschiedlichen Dynamiken untersucht.

- **Lastverhalten im Zeitbereich**

Zur Analyse des Lastverhaltens im Zeitbereich wird bei einer aktiven Regelung auf eine feste Position eine sprunghöhenförmige Lastkraft über den Lastmotor aufgeschaltet und dabei die Positionsabweichung aufgezeichnet. Mit dieser Messung soll die in Kapitel 6.5.2 theoretisch beschriebene Laststeifigkeit verifiziert, sowie die Auswirkung der Erhöhung der PWM Frequenz im Lastverhalten verdeutlicht werden.

7.2.1 Verhalten im Frequenzbereich

Zur Verifikation der erreichbaren Dynamik wird für den zu untersuchenden Regelkreis jeweils ein sinusförmiges Sollsignal mit einer linearen Erhöhung der Frequenz vorgegeben. Alle drei Regelkreise (Strom, Geschwindigkeit und Position) werden exemplarisch mit den PWM Frequenzen $f_{PWM} = 10$ kHz und $f_{PWM} = 100$ kHz untersucht. Diese Messergebnisse werden mit den in Kapitel 6.4 erläuterten zeitdiskreten, theoretischen Bode-Diagrammen überlagert. Der Strommesswert und die sinusförmigen Positionsmesssignale werden mit Delta-Sigma ADCs diskretisiert. Tabelle 7.1 stellt die theoretisch maximal möglichen Amplitudendurchtrittsfrequenzen der drei Regelkreise für die beiden unterschiedlichen PWM Frequenzen nach Kapitel 6.5.1 dar.

Tabelle 7.1 Maximal erreichbare Amplitudendurchtrittsfrequenzen bei vorgegebener Phasenreserve und einer Verarbeitungstotzeit von $\chi_P = 0,75$

Amplitudendurchtrittsfrequenz	$f_{PWM} = 10$ kHz	$f_{PWM} = 100$ kHz
Stromregelkreis ($\varphi_{PMC} = 60^\circ$)	$f_{COC} = 667$ Hz	$f_{COC} = 6,67$ kHz
Geschwindigkeitsregelkreis ($\varphi_{PMS} = 60^\circ$)	$f_{COS} = 267$ Hz	$f_{COS} = 2,67$ kHz
Positionsregelkreis ($\varphi_{PPM} = 70^\circ$)	$f_{COP} = 103$ Hz	$f_{COP} = 1,03$ kHz

7.2.1.1 Führungsverhalten, offener Kreis und Ausgangssensitivität

PWM Frequenz $f_{PWM} = 10$ kHz

Abbildung 7.3 zeigt das Bode-Diagramm für den Stromregelkreis mit einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz. Die Messungen des offenen Kreises (blau), des Führungsverhaltens (orange) und der Ausgangssensitivität (grau) stimmen sehr gut mit den gestrichelt dargestellten, theoretischen Ergebnissen überein. Zu höheren Frequenzen weichen die Messkurven im Phasengang geringfügig von der Theorie ab, was auf den frequenzabhängigen Widerstand und auf die frequenzabhängige Induktivität des Motors zurückzuführen ist. Die Abweichung in der Phase beträgt dadurch an der Amplitudendurchtrittsfrequenz f_{COC} ungefähr 9° . Da die Phasenreserve größer als in der Theorie ist, wird das Stabilitätsverhalten nicht negativ beeinflusst.

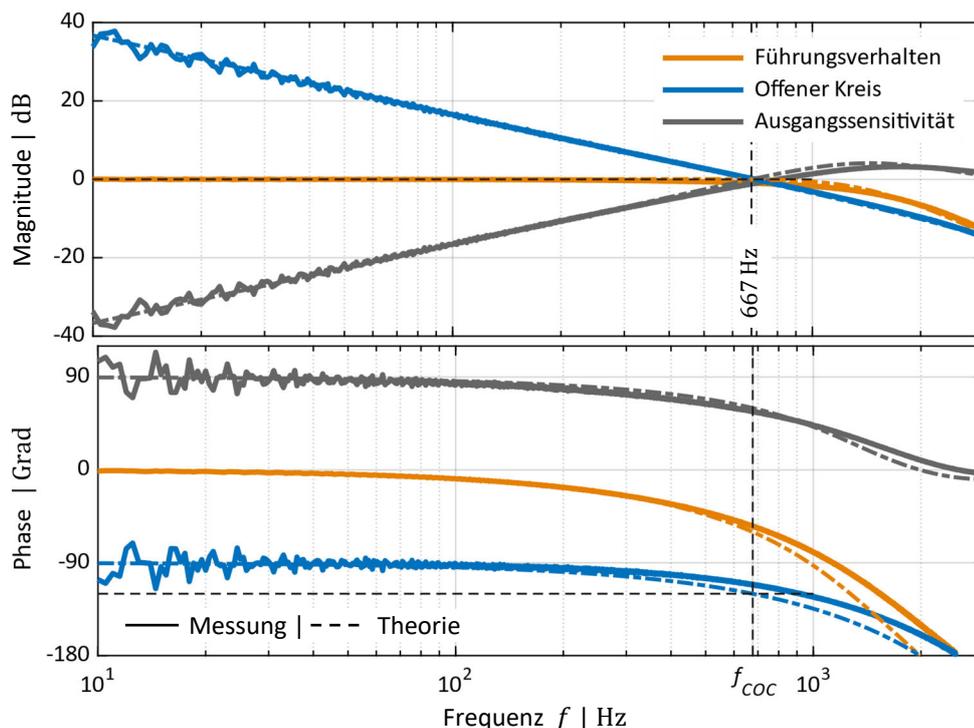


Abbildung 7.3 Bode-Diagramm für die Stromregelung mit einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz

Abbildung 7.4 stellt das Bode-Diagramm für den Geschwindigkeitsregelkreis dar, in der Messergebnis und Theorie bis auf kleine Abweichungen im niedrigen Frequenzbereich auf Grund der nicht modellierten Reibeffekten übereinstimmen.

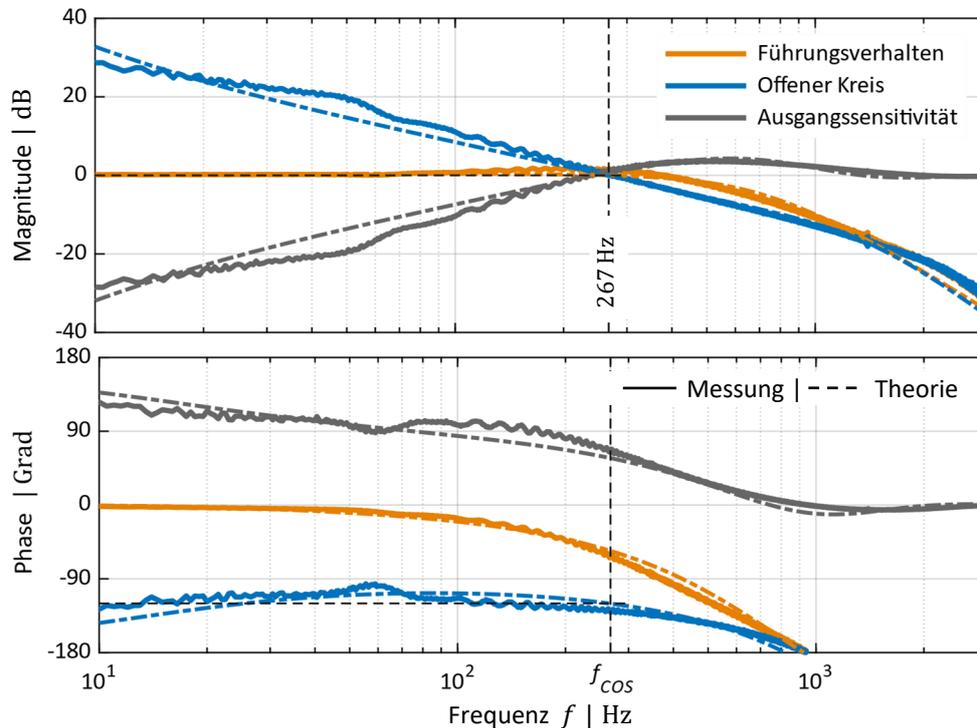


Abbildung 7.4 Bode-Diagramm für die Geschwindigkeitsregelung mit einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz

In Abbildung 7.5 ist das Bode-Diagramm für den Positionsregelkreis dargestellt. Dabei stimmt der Bereich ab der Amplitudendurchtrittsfrequenz zu höheren Frequenzen hin sehr gut mit der Theorie überein. Im niedrigeren Frequenzbereich weicht die Messung im offenen Kreis und der Ausgangssensitivität ein wenig von der Theorie ab. Die Abweichung im offenen Kreis bei einer Frequenz von $f = 10$ Hz beträgt dabei ungefähr 2 dB. Dies kann auf dieselben Reibeffekte wie im Geschwindigkeitsregelkreis zurückgeführt werden, welche in dieser Arbeit nicht weiter behandelt werden.

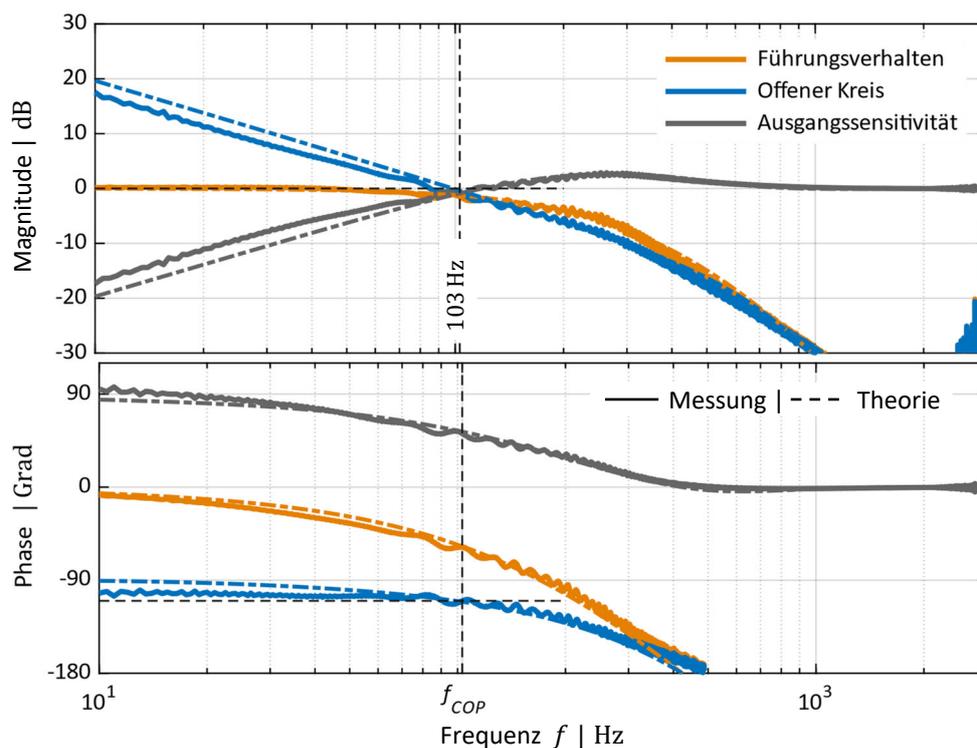


Abbildung 7.5 Bode-Diagramm für die Positionsregelung mit einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz

Die theoretisch erreichbaren Amplitudendurchtrittsfrequenzen der drei Regelkreise können mit diesen Messergebnissen bestätigt werden, womit das zeitdiskrete Zustandsraummodell als vollständig und richtig verifiziert wird.

PWM Frequenz $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$

Mit einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ soll der lineare Zusammenhang zwischen Dynamik und Abtastfrequenz bestätigt werden. Außerdem kann die Auslegung einer quasi steifen Mechanik (Kapitel 2.3) verifiziert werden, denn nur wenn dies gegeben ist, ist die theoretisch ermittelte Dynamik-erhöhung im Geschwindigkeits- und Positionsregelkreis möglich. Die Messungen werden bis zu einer Frequenz von $f = 18 \text{ kHz}$ durchgeführt.

Abbildung 7.6 stellt das Bode-Diagramm für den Stromregelkreis dar, in der die Messergebnisse mit der Theorie perfekt übereinstimmen und eine Amplitudendurchtrittsfrequenz des Stromregelkreises von $f_{COC} = 6,67 \text{ kHz}$ nachgewiesen werden kann. Abbildung 7.7 zeigt das Bode-Diagramm für den Geschwindigkeitsregelkreis. Bis zu einer Frequenz von $f = 6 \text{ kHz}$ passen die Kurven sehr gut zueinander. Zu höheren Frequenzen ist ein Einfluss der mechanischen Eigenfrequenz des Teststands erkennbar. Die theoretisch maximal mögliche Dynamik kann trotzdem erreicht werden, was eine ausreichend gute Konstruktion der Mechanik bedeutet. In Abbildung 7.8 ist das zugehörige Bode-Diagramm für den Positionsregelkreis dargestellt. Auch hier stimmen Messung und Theorie bis auf einen geringen und nicht störenden Einfluss der Mechanik bei hohen Frequenzen sehr gut überein. Damit kann die Theorie des zeitdiskreten Zustandsraummodells mit den maximal möglichen Amplitudendurchtrittsfrequenzen aus Tabelle 7.1, sowie der lineare Zusammenhang zwischen Dynamik und Abtastfrequenz bestätigt werden. Außerdem verdeutlicht diese Messung, dass die Mechanik das Erreichen der hohen Bandbreiten maßgeblich beeinflusst und eine Positionsregelung mit einer solch hohen Dynamik nur auf Grund der hohen Eigenfrequenzen des in dieser Arbeit eingesetzten mechanischen Testaufbaus möglich ist.

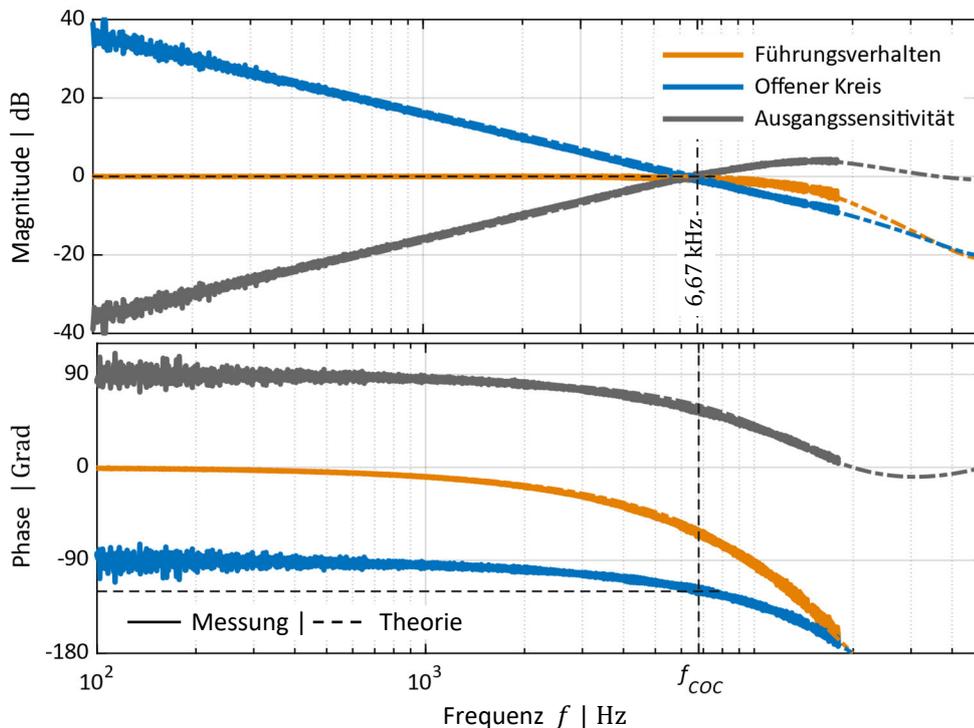


Abbildung 7.6 Bode-Diagramm für die Stromregelung mit einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$

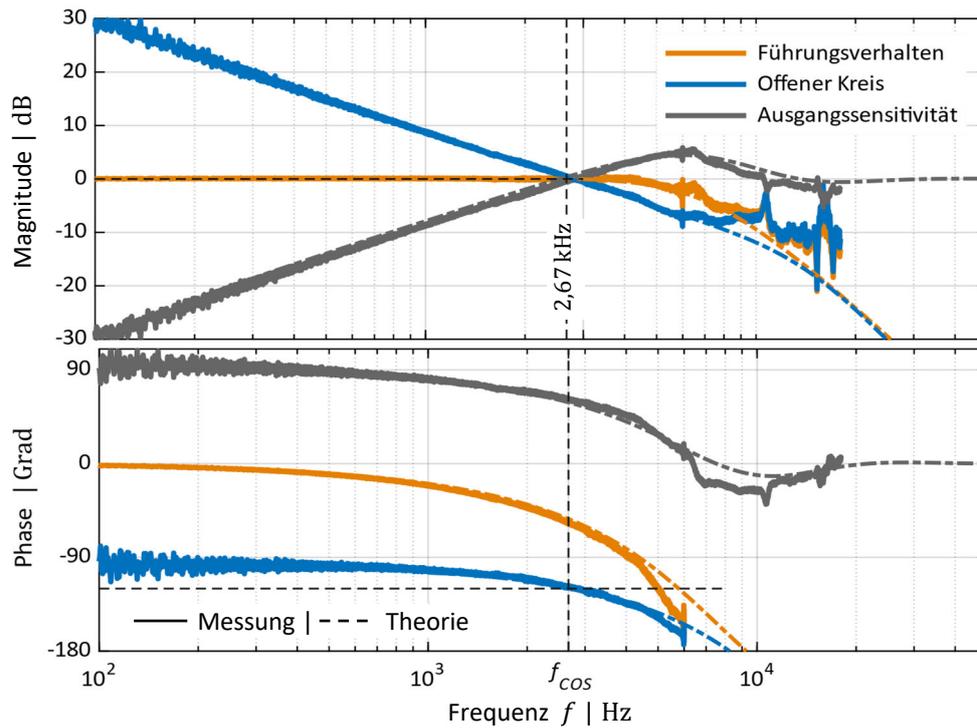


Abbildung 7.7 Bode-Diagramm für die Geschwindigkeitsregelung mit einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz

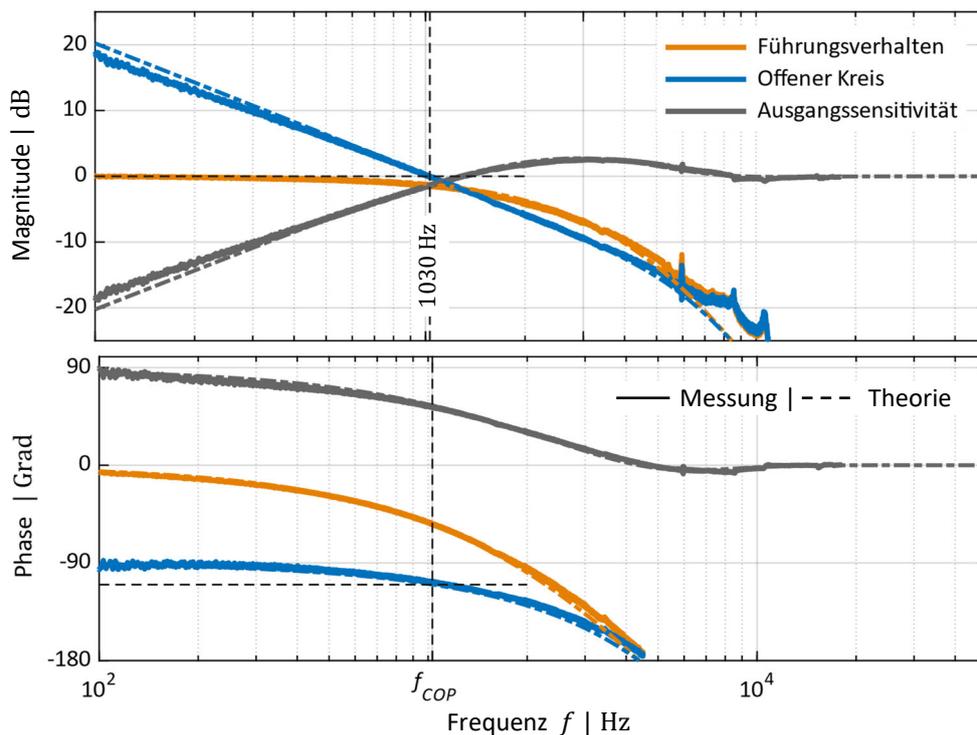


Abbildung 7.8 Bode-Diagramm für die Positionsregelung mit einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz

Abbildung 7.9 zeigt erneut ein Bode-Diagramm für eine PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz. Dabei sind die Kurven des offenen und des geschlossenen Kreises aller drei Regelkreise in einem Bild dargestellt, um so die Dynamik der einzelnen Regelkreise besser darstellen zu können. Dies bestätigt erneut die Zusammenhänge der Bandbreiten zwischen den Regelkreisen aus Abbildung 6.14 und Abbildung 6.15.

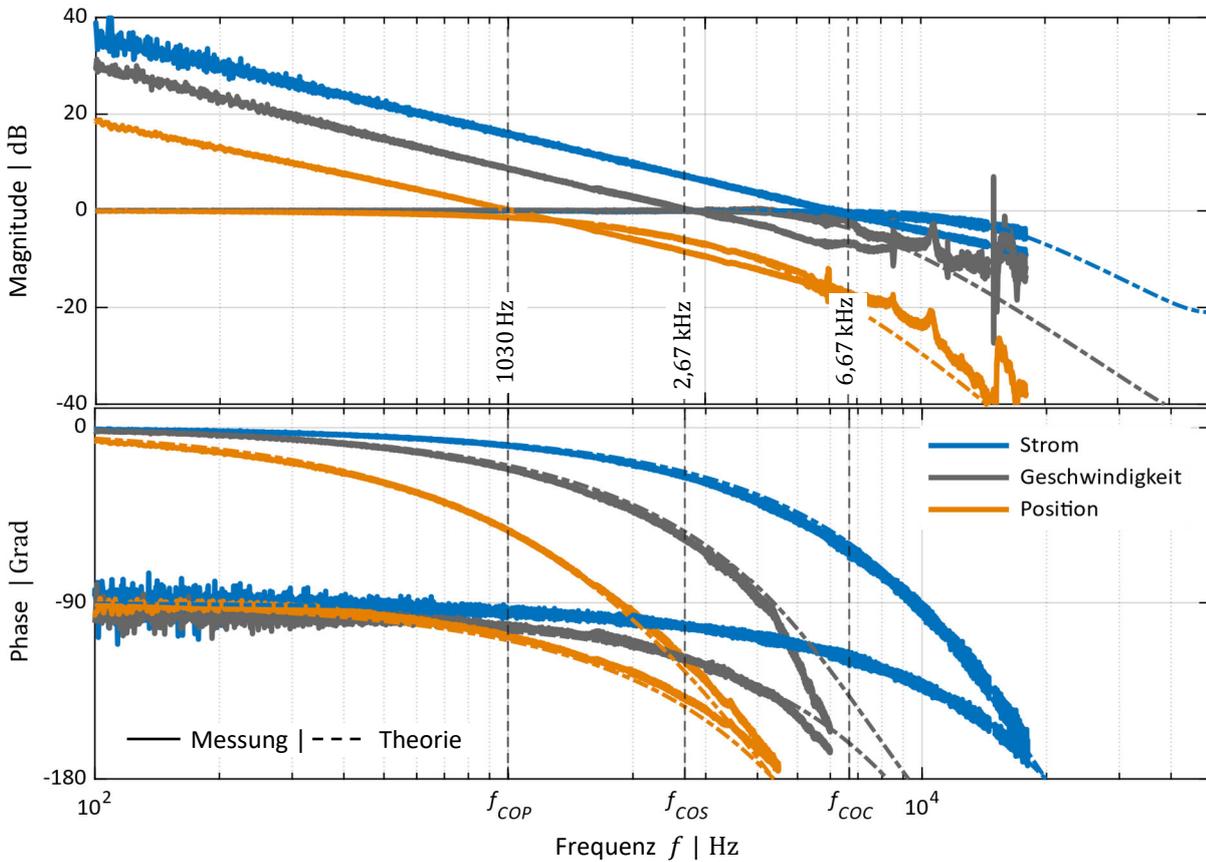


Abbildung 7.9 Bode-Diagramm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz

7.2.1.2 Lastverhalten

Mit der Verifikation des Lastverhaltens soll zusätzlich zur Dynamik der quadratische Zusammenhang der Laststeifigkeiten verifiziert werden. Dafür werden mit beiden PWM Frequenzen zwei Messungen mit sinusförmiger Last durchgeführt – einmal bei Sollgeschwindigkeit Null im geschwindigkeitsgeregelten Betrieb und einmal beim Halten einer konstanten Position im positionsgeregelten Betrieb. Abbildung 7.10 zeigt das Bode-Diagramm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz und Abbildung 7.11 bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz. In beiden Abbildungen beziehen sich die blauen Kurven auf die Geschwindigkeit und die orangefarbenen Kurven auf die Position. Die gestrichelten Linien stellen die Theorie aus dem zeitdiskreten Zustandsraummodell dar und die durchgezogenen Linien jeweils das Ergebnis der Messungen, wobei in beiden Abbildungen Theorie und Messung sehr gut übereinstimmen. Zusätzlich werden die minimalen Lastunterdrückungen, welche dem Kehrwert der minimalen Laststeifigkeit entsprechen, bestimmt und miteinander verglichen.

Nach Gleichung (6.50) berechnet sich die minimale Lastunterdrückung des Geschwindigkeitsregelkreises mit:

$$c_{LS}^{min} = \frac{1}{m_T K_S^*} = \frac{1}{K_S c_F} \quad (7.1)$$

Diese theoretisch minimale Lastunterdrückung ist in den beiden Abbildungen mit der mit ❶ markierten, blau gestrichelten Linie dargestellt. In beiden Abbildungen deckt sich diese Linie sehr gut mit dem Bereich der konstanten Amplitude der Lastübertragungsfunktion des Geschwindigkeitsregelkreises. Die minimale Lastunterdrückung des Positionsregelkreises wird nach Gleichung (6.58) bestimmt durch:

$$c_{LP}^{min} = \frac{1}{m_T K_P K_S^*} = \frac{1}{K_P K_S c_F} \quad (7.2)$$

Sie unterscheidet sich von der minimalen Lastunterdrückung des Geschwindigkeitsregelkreises genau um den Faktor $1/K_P$. Die in den beiden Abbildungen mit ❷ markierten Linien stellen diese theoretisch berechneten, minimalen Lastunterdrückungen des Positionsregelkreises dar. Auch hier decken sich die Linien sehr gut mit der Phase konstanter Amplitude der gemessenen Lastübertragungsfunktion des Positionsregelkreises.

Die Frequenz, bis zu der der I-Anteil des Geschwindigkeitsreglers wirkt, berechnet sich mit:

$$f_I = \frac{1}{2\pi T_{NS}} \quad (7.3)$$

Diese Frequenz ist in den beiden Abbildungen mit der mit ❸ markierten, gestrichelten Linie dargestellt und stimmt sehr gut mit dem Schnittpunkt aus der Messkurve und der minimalen Lastunterdrückung überein.

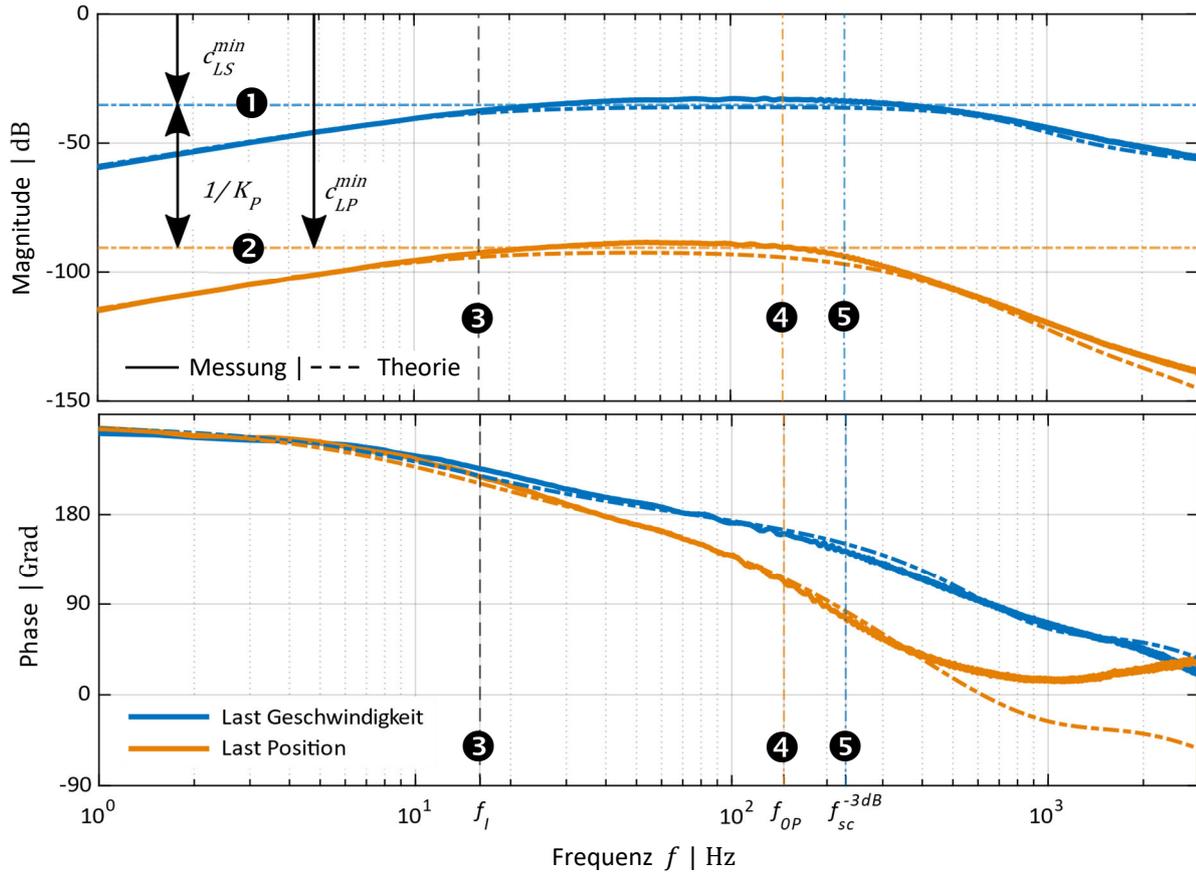


Abbildung 7.10 Bode-Diagramm für das Lastverhalten bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz

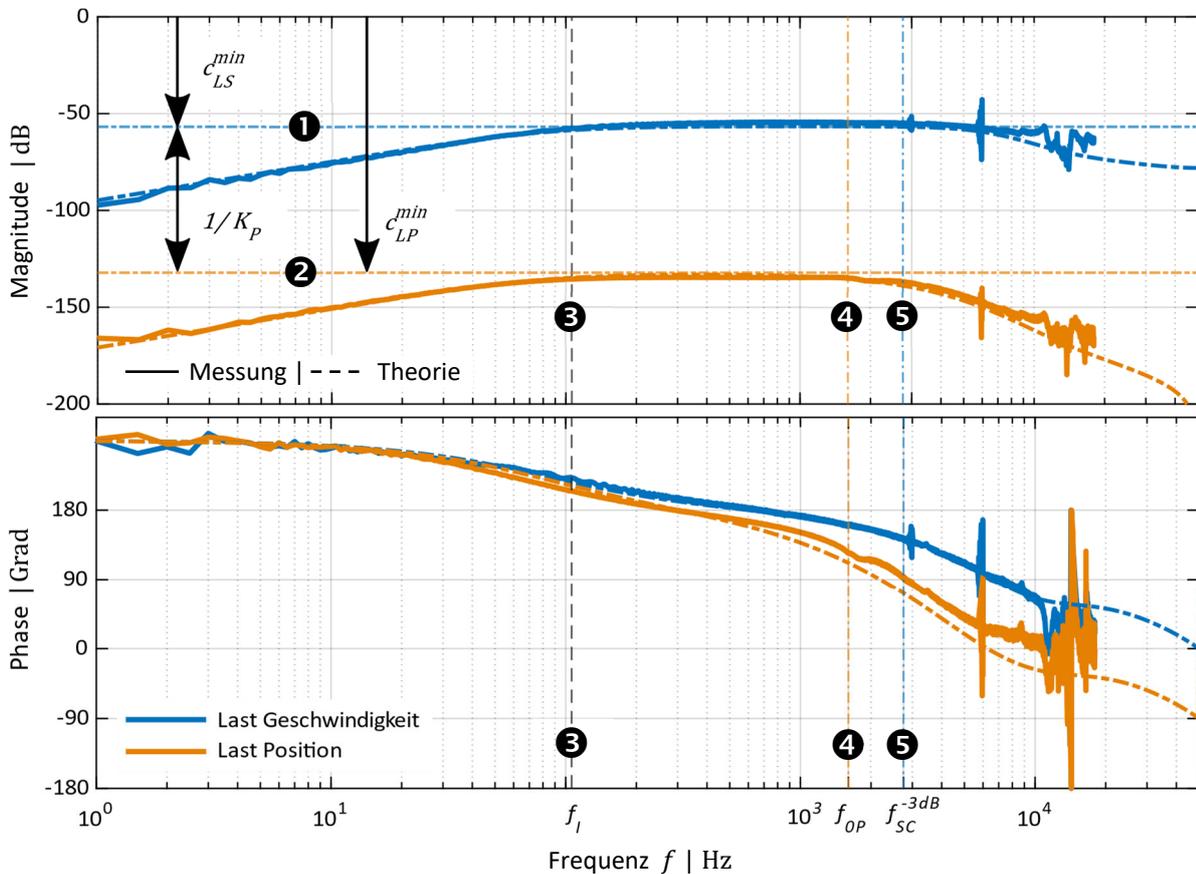


Abbildung 7.11 Bode-Diagramm für das Lastverhalten bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz

Die -3dB Frequenz der Lastübertragungsfunktion des Geschwindigkeitsregelkreises $f_{SC}^{-3\text{dB}}$ ist in den Abbildungen mit der mit ⑤ markierten Frequenzlinie dargestellt und kann nach Gleichung (6.51) bestimmt werden mit:

$$f_{SC}^{-3\text{dB}} = \frac{K_S^*}{2\pi} \quad (7.4)$$

Die in den Abbildungen mit ④ markierte Linie entspricht der charakteristischen Frequenz der Lastübertragungsfunktion des Positionsregelkreises f_{0P} und berechnet sich nach (6.59) mit:

$$f_{0P} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K_P K_S^*} \quad (7.5)$$

Diese analytisch berechneten Frequenzen stimmen sehr gut mit den Messungen überein.

Ein weiterer wichtiger Punkt der Verifikation im Lastverhalten besteht in der Auswirkung der Erhöhung der PWM Frequenz auf die verschiedenen Parameter. Durch die Erhöhung der PWM Frequenz um einen beispielhaften Faktor von 10 werden die Proportionalverstärkungen des Geschwindigkeitsreglers K_S^* und des Positionsreglers K_P um diesen Faktor 10 erhöht. Nach Gleichung (7.1) ändert sich die minimale Lastunterdrückung des Geschwindigkeitsregelkreises linear mit der PWM Frequenz und somit um den Faktor 10. Die dargestellten Frequenzen $f_{SC}^{-3\text{dB}}$, f_{0P} und f_I hängen nach den Gleichungen (7.3), (7.4) und (7.5) alle linear mit der PWM Frequenz zusammen und ändern sich somit um den Faktor 10. Die minimale Lastunterdrückung des Positionsregelkreises hängt nach Gleichung (7.2) quadratisch mit der PWM Frequenz zusammen, so dass sich diese in dem konkreten Fall um den Faktor 100 verbessert. Tabelle 7.2 stellt diesen Vergleich der beiden PWM Frequenzen von $f_{PWM} = 10\text{ kHz}$ und $f_{PWM} = 100\text{ kHz}$ mit den Werten des Teststands dar und bestätigt experimentell den linearen Zusammenhang der Frequenzen und den quadratischen Zusammenhang der Laststeifigkeiten.

Tabelle 7.2 Vergleich verschiedener Parameter im Lastverhalten bei unterschiedlichen PWM Frequenzen

	$f_{PWM} = 10\text{ kHz}$	$f_{PWM} = 100\text{ kHz}$	Unterschied
Minimale Lastunterdrückung Geschwindigkeitsregelkreis c_{LS}^{min}	$0,015 \frac{\text{s}}{\text{kg}} \triangleq -36,4\text{ dB}$	$0,0015 \frac{\text{s}}{\text{kg}} \triangleq -56,4\text{ dB}$	$\approx \frac{1}{10} \triangleq -20\text{ dB}$
Minimale Lastunterdrückung Positionsregelkreis c_{LP}^{min}	$2,57 \cdot 10^{-5} \frac{\text{s}^2}{\text{kg}} \triangleq -91,8\text{ dB}$	$2,57 \cdot 10^{-7} \frac{\text{s}^2}{\text{kg}} \triangleq -132\text{ dB}$	$\approx \frac{1}{100} \triangleq -40\text{ dB}$
f_I	11 Hz	106 Hz	≈ 10
$f_{SC}^{-3\text{dB}}$	264 Hz	2,64 kHz	≈ 10
f_{0P}	157 Hz	1,6 kHz	≈ 10

7.2.2 Positionsstabilität

Zur Bestimmung der Positionsstabilität werden neben den beiden PWM Frequenzen $f_{PWM} = 10$ kHz und $f_{PWM} = 100$ kHz zusätzlich Messungen mit $f_{PWM} = 200$ kHz durchgeführt, um die Grenzen des Delta-Sigma ADCs zu verdeutlichen. Die Diskretisierung des Positionssignals erfolgt dabei je nach Messung mit Delta-Sigma ADCs oder SAR ADCs und die Diskretisierung des Stromsignals erfolgt immer mit einem Delta-Sigma ADC. Je nach PWM Frequenz sind dafür unterschiedliche Dezimierungsraten des CIC Filters notwendig. Nach Kapitel 5.6 ist eine Dezimierungsrate der Delta-Sigma ADCs von $M = 64$ für das Positionsmessgerät zur bestmöglichen Digitalisierung ausreichend. Während kleinere Filtereinstellungen das Ergebnis verschlechtern, bringen größere Einstellungen keinen nennenswerten Vorteil mehr, auch wenn sich der Effektivwert durch die Bandbreitenreduktion noch verbessern lässt. Der SAR ADC, der zur Digitalisierung des Positionssignals verwendet werden kann, liefert nach Kapitel 5.6 das selbe maximale Ergebnis, wie der Delta-Sigma ADC mit einer Dezimierungsrate $M \geq 64$. Wichtig für die Verifikation ist nach Abbildung 5.13 außerdem, dass die Filtereinstellung des Delta-Sigma ADCs wegen der Filterzeit nur bestimmte Dezimierungsraten in Abhängigkeit der PWM Frequenz zulassen. Tabelle 7.3 zeigt die möglichen ADC Kombinationen für die drei verschiedenen PWM Frequenzen. Grundlage dieser Tabelle sind Abbildung 5.13 und Abbildung 5.14 aus Kapitel 5.5. Die blauen Minuszeichen (-) stellen dabei die Einstellungen dar, die auf Grund der PWM Stromschwankungen durch zu geringe Bitbreiten zu schlechteren Ergebnissen führen, prinzipiell aber möglich sind. Die Einstellungen, die mit den roten Minuszeichen (-) markiert sind, können durch die hohe Verarbeitungstzeit des CIC Filters nicht eingestellt werden. Die grünen Pluszeichen (+) zeigen die bestmöglichen Einstellungen der jeweiligen PWM Frequenz. Da für die PWM Frequenzen $f_{PWM} = 10$ kHz und $f_{PWM} = 100$ kHz nach Tabelle 7.3 Dezimierungsraten von mindestens $M = 64$ eingestellt werden müssen und dies für das Positionsmessgerät ausreichend ist, kann mit einem SAR ADC ohne Oversampling oder zusätzlicher Antialiasing Filterung kein besseres Ergebnis mehr erzielt werden. Bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 200$ kHz ist maximal eine Dezimierungsrate von $M = 32$ möglich, wodurch mit einem SAR ADC noch eine Verbesserung in der Positionsgenauigkeit erzielt werden kann.

Im Folgenden sollen diese Theorien aus Tabelle 7.3 bestätigt und dafür die sieben nummerierten Möglichkeiten miteinander verglichen werden. Zusätzlich dazu erfolgt eine Überprüfung der Positionsstabilität mit dem Vergleichsmessgerät. Für die Verifikationen werden neben der Darstellung im Zeitbereich Histogramme, PSDs und CPS miteinander verglichen.

Tabelle 7.3 Mögliche ADC Kombinationen in Abhängigkeit der PWM Frequenz

PWM Frequenz	Strom (Delta-Sigma ADC)					Position (Delta-Sigma ADC)					Position (SAR ADC)
	Dezimierungsrate					Dezimierungsrate					
	16	32	64	128	256	16	32	64	128	256	
$f_{PWM} = 10$ kHz	-	-	-	+	+			+	+	+	Keine Verbesserung
			②	① ③				① ②	③		
$f_{PWM} = 100$ kHz	-	-	+	-	-			+	-	-	Keine Verbesserung
		④	⑤					④ ⑤			
$f_{PWM} = 200$ kHz	-	+	-	-	-		+	-	-	-	Verbesserung möglich
		⑥ ⑦					⑥				⑦

PWM Frequenz $f_{PWM} = 10$ kHz

Zur Erreichung der bestmöglichen Positionsstabilität bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz wird für die Diskretisierung des Stromsignals eine Dezimierungsrate des Delta-Sigma ADCs von mindestens $M = 128$ und für das Positionssignal mindestens $M = 64$ benötigt. Kleinere Dezimierungsraten im Strom führen zu einem größeren Regelfehler; größere Dezimierungsraten in der Position bringen bis auf eine höhere Bandbreitenreduktion keine Verbesserung. Die folgenden Abbildungen zeigen jeweils links den Zeitverlauf über $t = 2$ s und rechts das zugehörige Histogramm mit der 1σ , 2σ und 3σ Abweichung. In den rechten Abbildungen beziehen sich die rechten Achsen jeweils auf die Wahrscheinlichkeitsdichte der Normalverteilung (schwarze Kurve) wie in Kapitel 3.2.2 beschrieben. Abbildung 7.12 stellt die in Tabelle 7.3 mit ① markierte Kombination dar. In Abbildung 7.13 ist Kombination ② und in Abbildung 7.14 Kombination ③ gezeigt. ① und ③ beschreiben zwei Möglichkeiten für eine optimale Diskretisierung beider Signale, wobei in ③ die 2σ Abweichung um ± 43 pm besser ist. Dies liegt daran, dass die Bandbreite des digitalisierten Positionssignals auf Grund der höheren Dezimierungsrate geringer ist und so der Effektivwert bzw. die Standardabweichung geringer sind. In Kombination ② ist die Dezimierungsrate des Stromsignals zu klein, so dass dieses Ergebnis deutlich schlechter ist, als die beiden anderen.

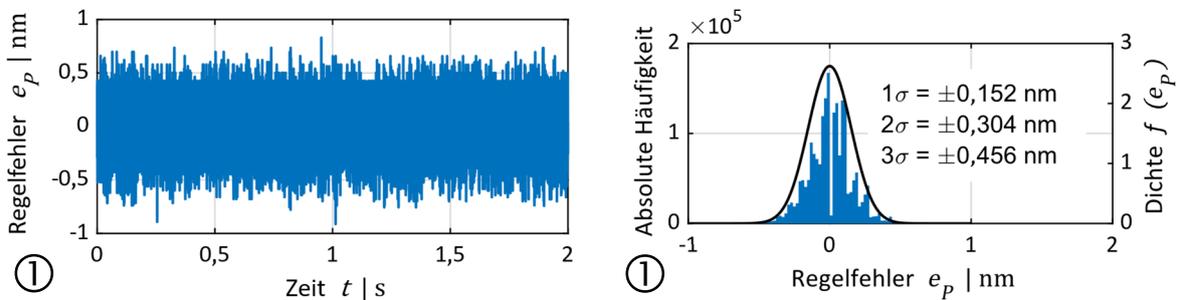


Abbildung 7.12 Zeitverlauf und Histogramm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz und einer Dezimierungsrate von $M = 128$ für den Strom und $M = 64$ für die Position

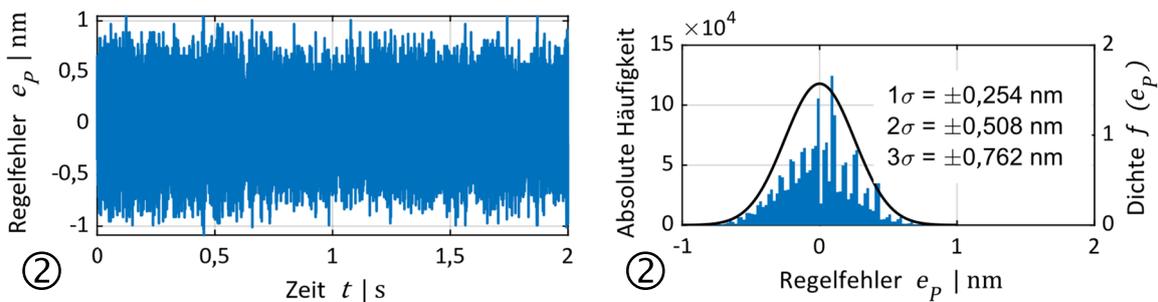


Abbildung 7.13 Zeitverlauf und Histogramm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz und einer Dezimierungsrate von $M = 64$ für Strom und Position

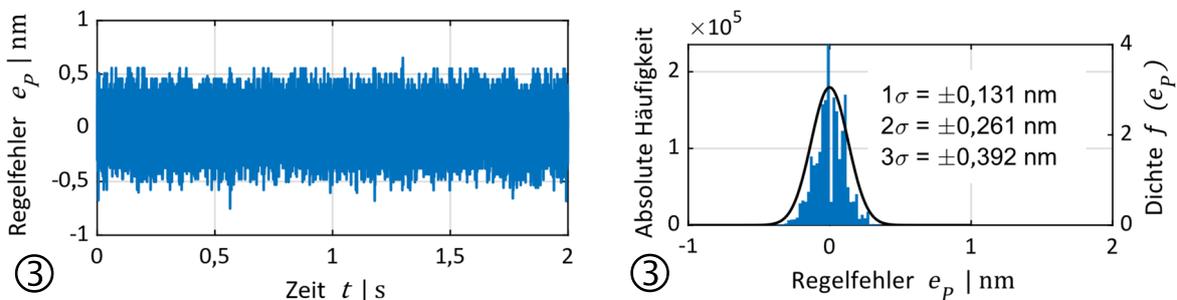


Abbildung 7.14 Zeitverlauf und Histogramm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz und einer Dezimierungsrate von $M = 128$ für Strom und Position

Die folgenden drei Abbildungen zeigen die zugehörigen Leistungsdichtespektren für die Position. Dabei ist jeweils in schwarz die Vergleichskurve ohne Regelung und in blau die spektrale Leistungsdichte in Regelung auf eine konstante Sollposition gezeigt. Abbildung 7.15 zeigt wieder den Verlauf für die Kombination ①, Abbildung 7.16 für Kombination ② und Abbildung 7.17 für Kombination ③. In allen drei Abbildungen sind die beiden dargestellten Kurven ab einer Frequenz von ungefähr $f = 2,5$ kHz annähernd deckungsgleich. Eine Ausnahme stellt der Peak bei einer Frequenz von $f = 20$ kHz $= 2 f_{PWM}$ dar (❶), der durch die Stromschwankung auf Grund der Pulsweitenmodulation entsteht und die Theorie aus Kapitel 4.2 bestätigt. Alle drei Abbildungen enthalten außerdem einen ausgeprägten Peak bei einer Frequenz von $f_{MB} = 1,35$ kHz (❷), der durch die nicht-gleitende Auslenkung der Führungen entsteht (Abbildung 2.18). Die Höhe des Peaks ist in den Abbildungen nicht exakt identisch, was auf leicht unterschiedliche Positionen zurückgeführt werden kann. Da dieser Peak oberhalb der Bandbreite aller drei Regelkreise ist, kann er nicht ausgegeregelt werden. Eine Möglichkeit zur Minimierung dieses Einflusses wäre hier ein zusätzlicher Notch Filter mit der Frequenz von $f = 1,35$ kHz.

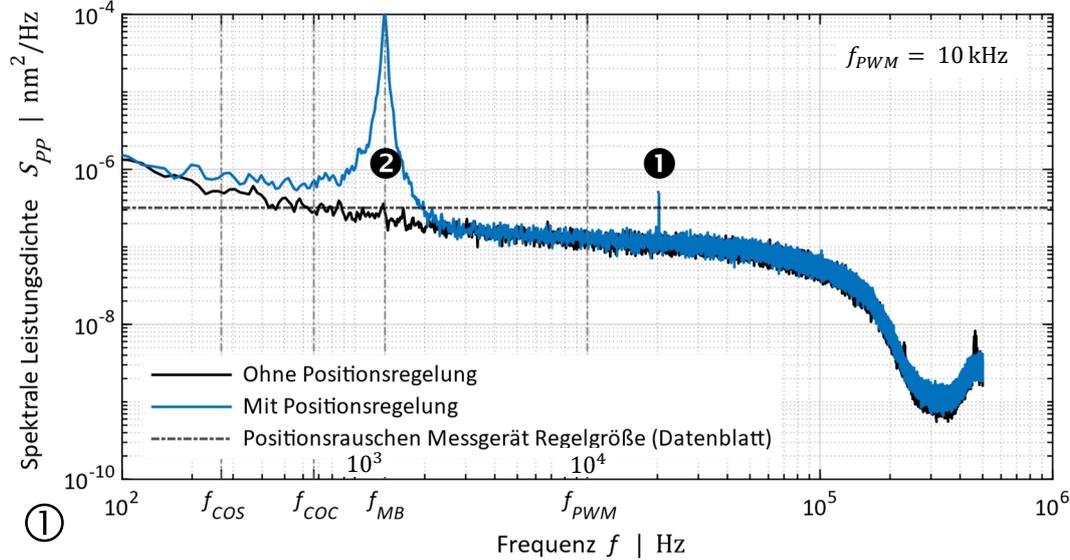


Abbildung 7.15 Leistungsdichtespektrum bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz und einer Dezimierungsrate von $M = 128$ für den Strom und $M = 64$ für die Position

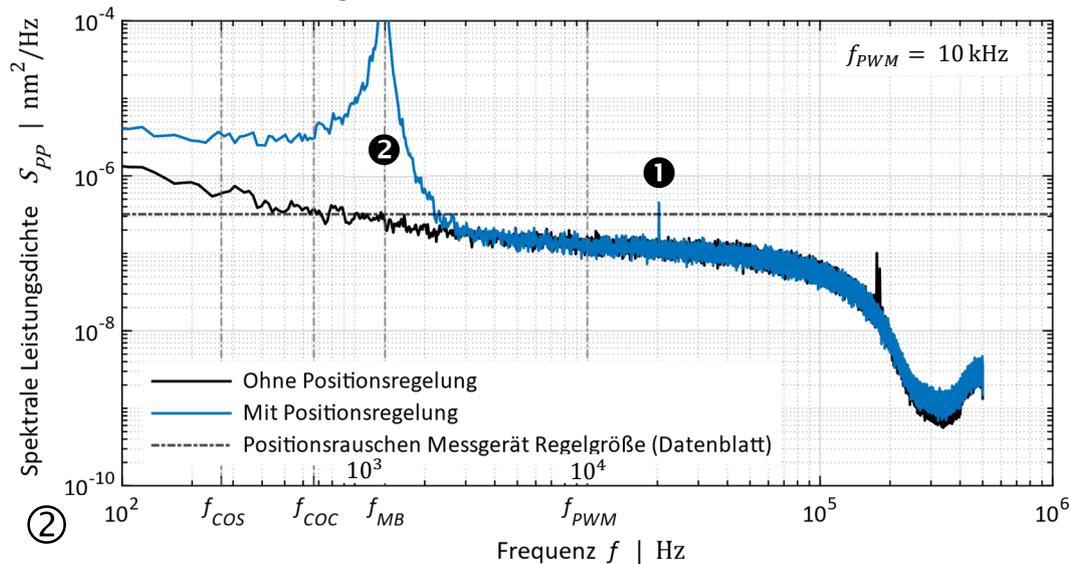


Abbildung 7.16 Leistungsdichtespektrum bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz und einer Dezimierungsrate von $M = 64$ für Strom und Position

Abbildung 7.15 und Abbildung 7.17 haben einen ähnlichen Verlauf in der blauen Kurve bei Frequenzen kleiner f_{COC} . In diesem Bereich tritt der in Kapitel 4.1 erläuterte Effekt der Auswirkung der Diskretisierung der PWM auf den Strom und so auf die Position auf. Da die Dezimierungsraten des Stroms bei diesen beiden Abbildungen eine ausreichend gute Diskretisierung darstellen, ist der Verlauf ähnlich. In Abbildung 7.16 ist die Dezimierungsrate des Stroms zu gering, so dass bei Frequenzen kleiner f_{COC} im Vergleich zu den beiden anderen Abbildungen die spektrale Leistungsdichte der Position größer ist.

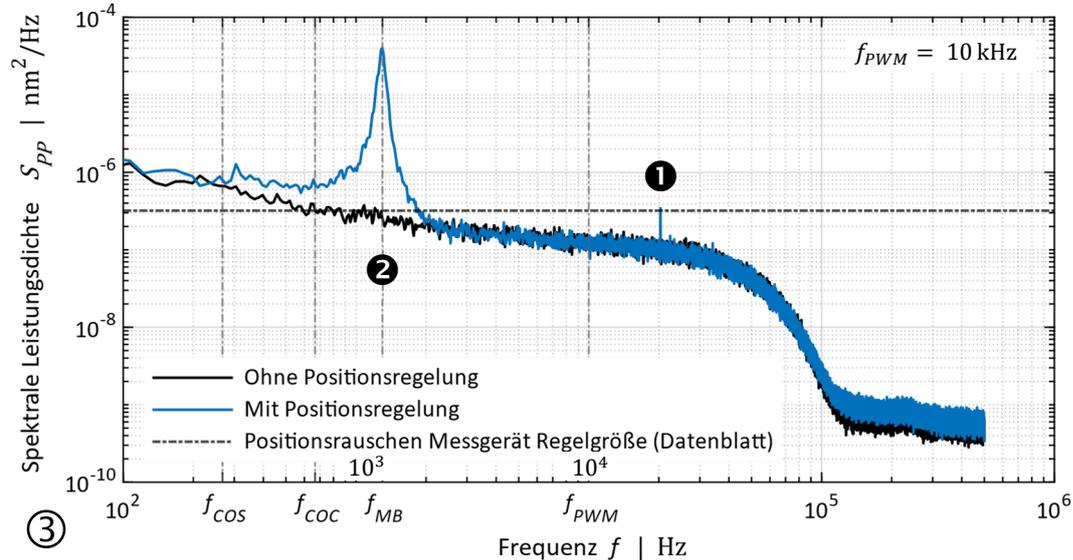


Abbildung 7.17 Leistungsdichtespektrum bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz und einer Dezimierungsrate von $M = 128$ für Strom und Position

PWM Frequenz $f_{PWM} = 100$ kHz

Die folgenden beiden Abbildungen zeigen jeweils den Zeitverlauf und das zugehörige Histogramm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz. In Abbildung 7.18 wird Kombination ④ aus Tabelle 7.3 dargestellt, in der die Position ausreichend gut diskretisiert wird, während die Dezimierungsrate des Stromsignals zu gering ist. In Abbildung 7.19 besitzen Strom und Positionssignal eine Dezimierungsrate von $M = 64$, was den bestmöglichen Fall ⑤ darstellt.

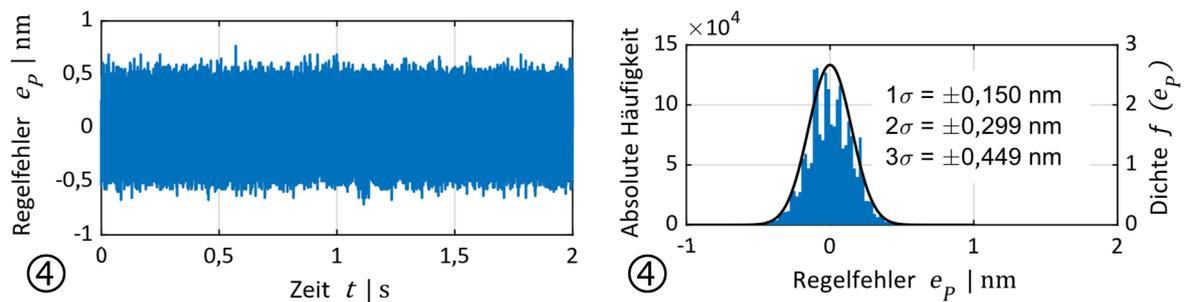


Abbildung 7.18 Zeitverlauf und Histogramm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz und einer Dezimierungsrate von $M = 32$ für den Strom und $M = 64$ für die Position

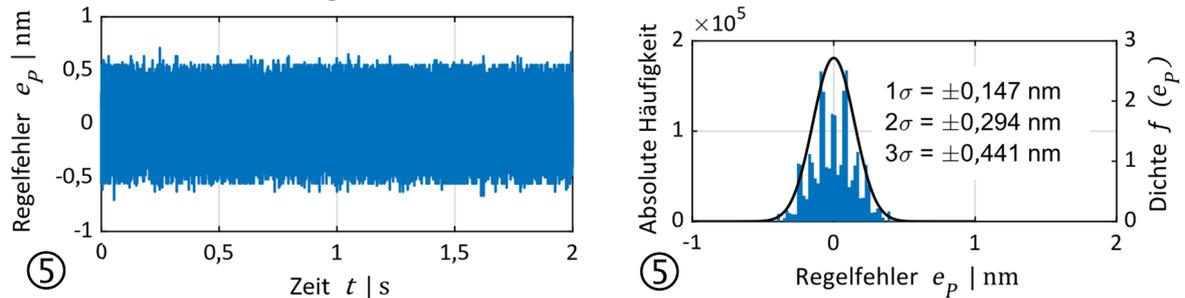


Abbildung 7.19 Zeitverlauf und Histogramm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz und einer Dezimierungsrate von $M = 64$ für Strom und Position

Die beiden Zeitverläufe zeigen keinen sichtbaren Unterschied. Im Histogramm kann durch die höhere Dezimierungsrate im Stromsignal eine Verbesserung der 2σ Abweichung von ungefähr $\pm 5 \mu\text{m}$ erreicht werden. Dies ist im Vergleich zur Verbesserung bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$ mit $\pm 43 \mu\text{m}$ ungefähr um Faktor 10 geringer, was den linearen Zusammenhang zwischen der Positionsschwankung auf Grund der Stromquantisierung und der PWM Frequenz aus Gleichung (4.42) bestätigt. Abbildung 7.20 und Abbildung 7.21 zeigen die beiden zugehörigen PSDs der Position. Dabei ist jeweils in schwarz die Vergleichskurve ohne Regelung und in blau die spektrale Leistungsdichte in Regelung auf eine feste Position gezeigt. In beiden Abbildungen sind die dargestellten Kurven ab einer Frequenz von ungefähr $f = 15 \text{ kHz}$ annähernd deckungsgleich. Im Frequenzbereich von $10 \text{ kHz} < f < 30 \text{ kHz}$ ist der mechanisch nicht ideal steife Antrieb mit den ersten drei Eigenfrequenzen aus Kapitel 2.3 erkennbar (❶). Der angenommene Peak bei einer Frequenz von $f = 200 \text{ kHz} = 2 f_{PWM}$ fehlt in beiden Abbildungen (❷), denn nach Abbildung 4.13 beträgt dieser Peak bei einer Worst-Case Abschätzung nur maximal $1 \mu\text{m}$. Auf Grund der zusätzlichen Dämpfung durch die Tiefpasswirkung des Delta-Sigma ADCs ist der Wert zu gering, um ihn noch auflösen zu können. Weiterhin fehlt der Frequenzpeak der Führungen bei $f_{MB} = 1,35 \text{ kHz}$ (❸), da dieser bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ auf Grund der hohen Dynamik und des quadratischen Zusammenhangs der Lastunterdrückung vollständig ausgegeregelt werden kann (vgl. Kapitel 6.5.2). Dies ist ein weiterer großer Vorteil der höheren PWM Frequenzen. Die Überhöhung im Frequenzbereich zwischen f_{COS} und f_{COC} (❹) kann auf eine Überhöhung in der Position auf Grund der Ausgangsensitivitätsfunktion zurückgeführt werden, was die theoretischen Zusammenhänge aus Abbildung 6.5 und Abbildung 7.8 widerspiegelt. Der Frequenzbereich bis f_{COP} beschreibt die Auswirkung der Diskretisierung der PWM auf den Strom und so auf die Position (Kapitel 4.1). In Abbildung 7.20 reicht die Dezimierungsrate des Stromsignals nicht aus, sodass in diesem Bereich im Vergleich zu Abbildung 7.21 die spektrale Leistungsdichte der Position größer ist (❺).

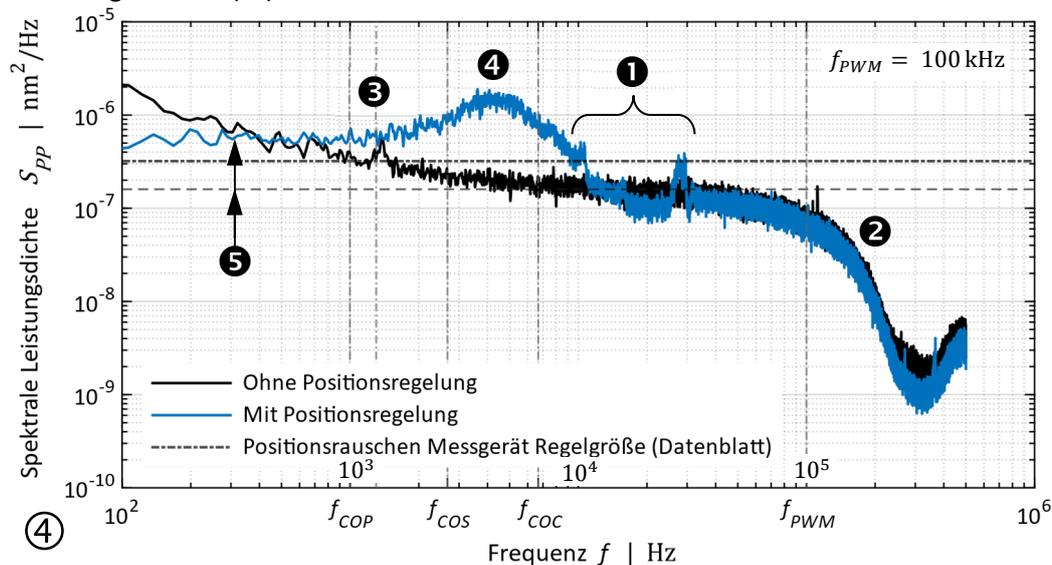


Abbildung 7.20 Leistungsdichtespektrum bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ und einer Dezimierungsrate von $M = 32$ für den Strom und $M = 64$ für die Position

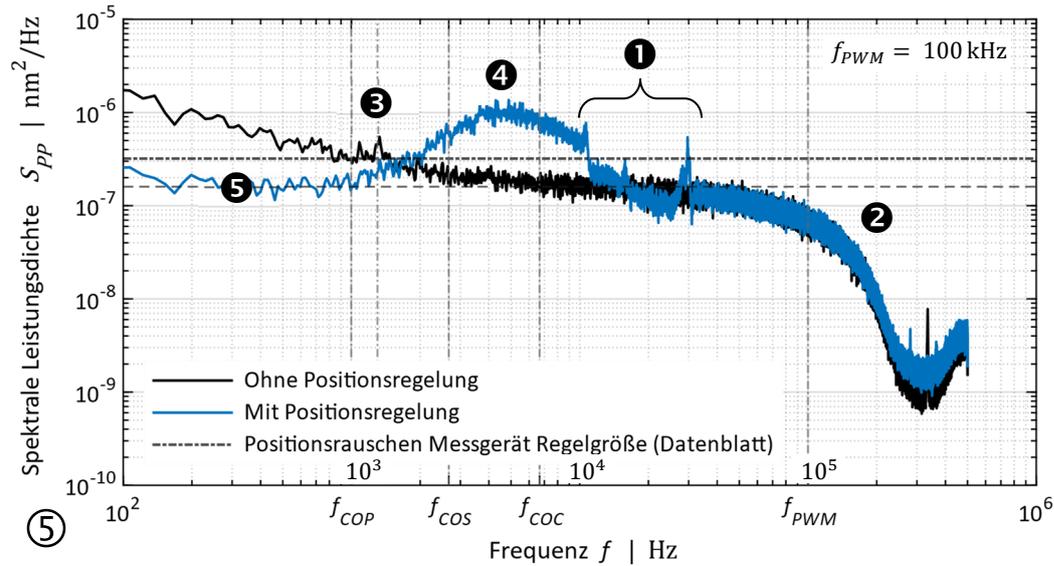


Abbildung 7.21 Leistungsdichtespektrum bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ und einer Dezimierungsrate von $M = 64$ für Strom und Position

PWM Frequenz $f_{PWM} = 200 \text{ kHz}$

In den folgenden beiden Abbildungen ist jeweils der Zeitverlauf und das zugehörige Histogramm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 200 \text{ kHz}$ dargestellt. In Abbildung 7.22 ist Kombination © aus Tabelle 7.3 gezeigt, was den einzig möglichen Fall mit Delta-Sigma ADCs darstellt. Die Dezimierungsrate des Stromsignals ist ausreichend hoch, das Positionssignal kann allerdings nicht mehr bestmöglich diskretisiert werden. Aus diesem Grund ist der Regelfehler im Zeitverlauf deutlich größer als in allen bisherigen Messergebnissen mit niedrigeren PWM Frequenzen. Auch die zugehörige 2σ Abweichung ist mehr als doppelt so hoch, wie in den Kurven mit $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$ oder $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$. Abbildung 7.23 zeigt die Kurven für die Kombination ⑦. Durch die Verwendung von SAR ADCs kann das Positionssignal wieder bestmöglich diskretisiert werden. Der Regelfehler ist deutlich geringer und die 2σ Abweichung besitzt den geringsten Wert von allen dargestellten Kurven.

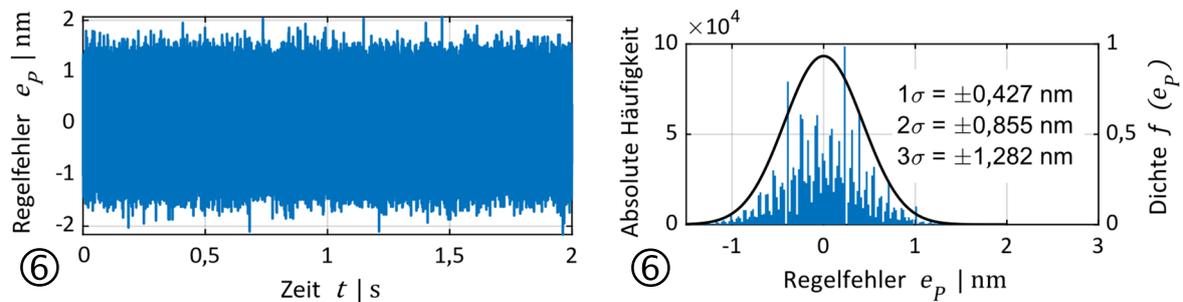


Abbildung 7.22 Zeitverlauf und Histogramm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 200 \text{ kHz}$ und einer Dezimierungsrate von $M = 32$ für Strom und Position

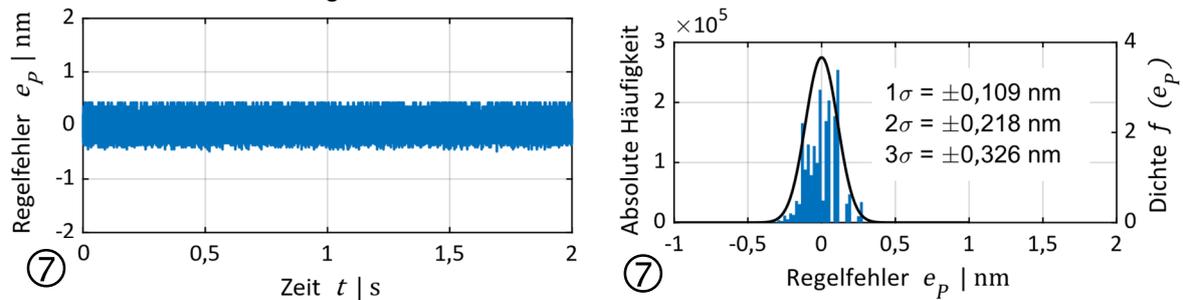


Abbildung 7.23 Zeitverlauf und Histogramm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 200 \text{ kHz}$ und einer Dezimierungsrate von $M = 32$ für den Strom und einem SAR ADC für die Position

Abbildung 7.24 und Abbildung 7.25 zeigen die beiden zugehörigen Leistungsdichtespektren der Position. Dabei ist jeweils in schwarz die Vergleichskurve ohne Regelung und in blau die spektrale Leistungsdichte in Regelung auf eine feste Position gezeigt. In den Abbildungen sind die beiden dargestellten Kurven ab einer Frequenz von ungefähr $f = 35$ kHz annähernd deckungsgleich. Im Frequenzbereich von $10 \text{ kHz} < f < 30 \text{ kHz}$ ist wiederum der mechanisch nicht ideal steife Antrieb mit den ersten Eigenfrequenzen erkennbar (❶). Der angenommene Peak bei einer Frequenz von $f = 400 \text{ kHz} = 2 f_{PWM}$ fehlt in beiden Abbildungen auf Grund der zu geringen Größenordnung und der zusätzlichen Filterung (❷). Der Frequenzpeak der Führungen bei $f_{MB} = 1,35 \text{ kHz}$ fehlt wie bei der PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$, da dieser durch die hohe Dynamik wiederum ausgeglichen werden kann (❸). Wegen der ausreichend guten Diskretisierung des Stromsignals und der zusätzlich bestmöglichen Diskretisierung des Positionssignals ist in Abbildung 7.25 die spektrale Leistungsdichte des Positionssignals im Frequenzbereich kleiner f_{COP} viel geringer als in Abbildung 7.24 (❹). Die Amplitudendurchtrittsfrequenz des Positionsregelkreises beträgt bei diesen beiden Messungen $f_{COP} \approx 2 \text{ kHz}$.

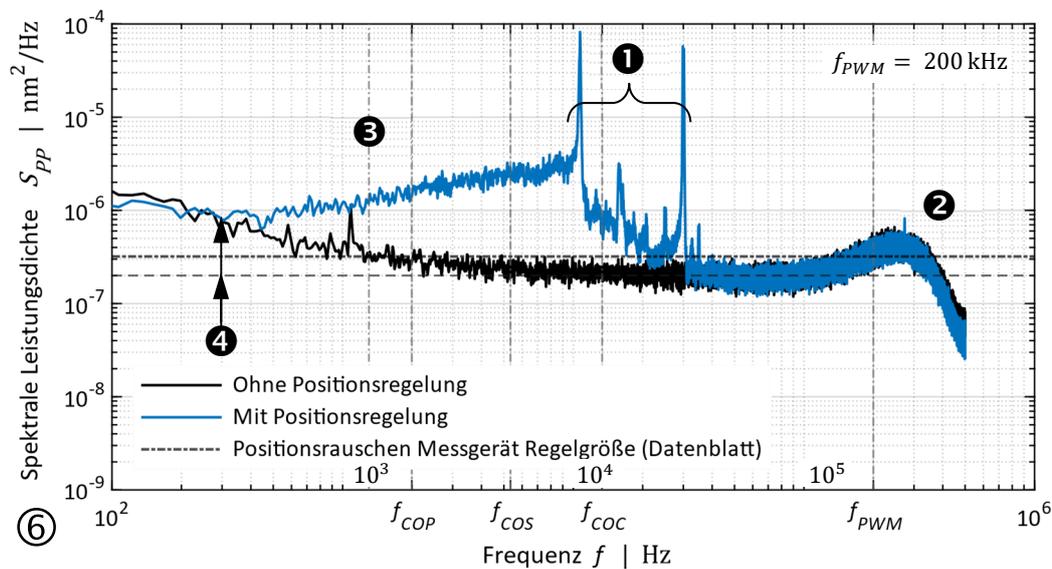


Abbildung 7.24 Leistungsdichtespektrum bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 200 \text{ kHz}$ und einer Dezimierungsrate von $M = 32$ für Strom und Position

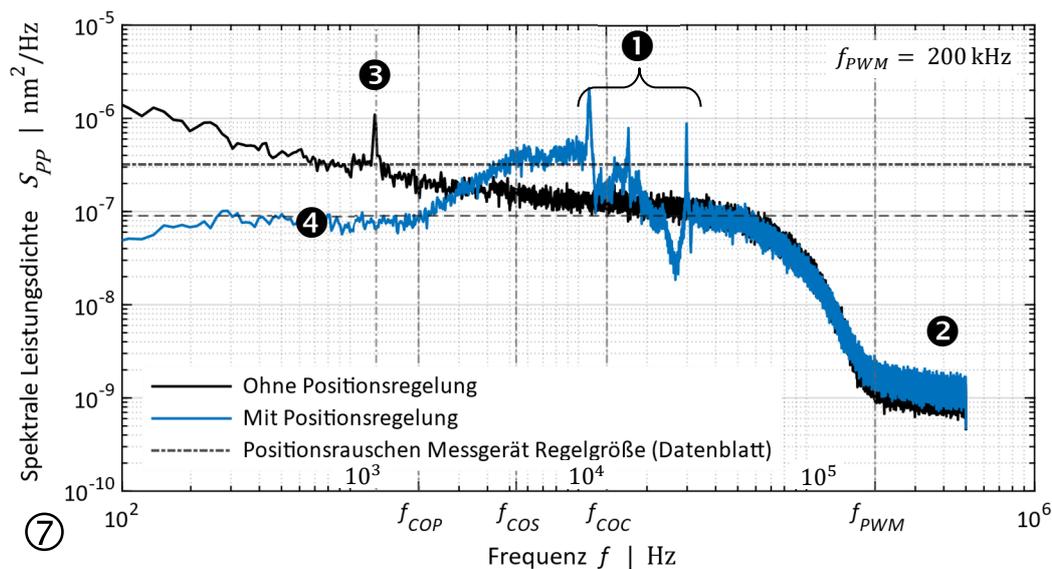


Abbildung 7.25 Leistungsdichtespektrum bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 200 \text{ kHz}$ und einer Dezimierungsrate von $M = 32$ für den Strom und SAR ADC für die Position

Verifikation mit dem Vergleichsmessgerät

Neben der Bestimmung der Positionsstabilität aus dem Regelfehler des Messgeräts Regelgröße ist eine zusätzliche Verifikation mit dem Vergleichsmessgerät am TCP notwendig. Diese ist im Folgenden für die beiden PWM Frequenzen $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$ und $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ dargestellt.

PWM Frequenz $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$

Abbildung 7.26 zeigt den Zeitverlauf in Regelung auf eine konstante Sollposition bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$. Die Dezimierungsraten der Delta-Sigma ADCs betragen für die Position $M = 64$ und für den Strom $M = 128$ (①). Dabei ist in blau auf der linken Seite der Verlauf des Messgeräts Regelgröße und rechts in orange der Verlauf des Vergleichsmessgeräts dargestellt. Die Positionsabweichung e_{PC} , die der Laser misst, ist deutlich geringer als der Regelfehler e_p des Positionsmessgeräts Regelgröße. Allerdings ist das Lasersignal prinzipbedingt mit niederfrequenten Störungen auf Grund von Umgebungseinflüssen überlagert (Kapitel 2.1.2). In Abbildung 7.27 sind die beiden zugehörigen Histogramme dargestellt. Auch hier ist die geringere Positionsabweichung des Vergleichsmessgeräts erkennbar.

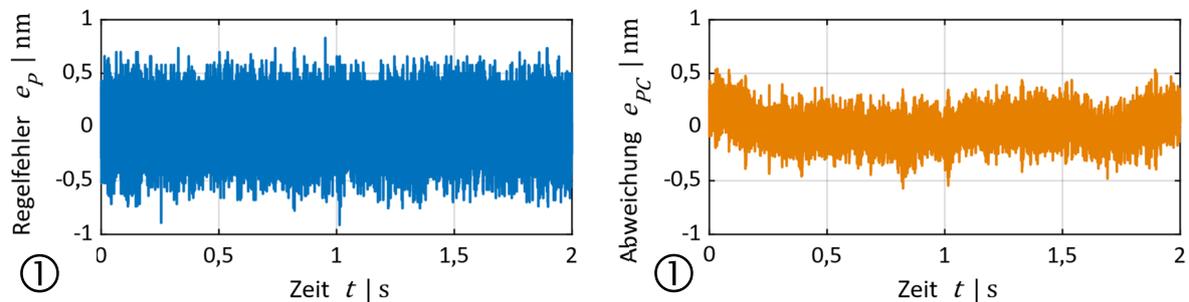


Abbildung 7.26 Zeitverlauf bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$ und einer Dezimierungsrate von $M = 128$ für den Strom und $M = 64$ für die Position des Messgeräts Regelgröße (links) und des Vergleichsmessgeräts (rechts)

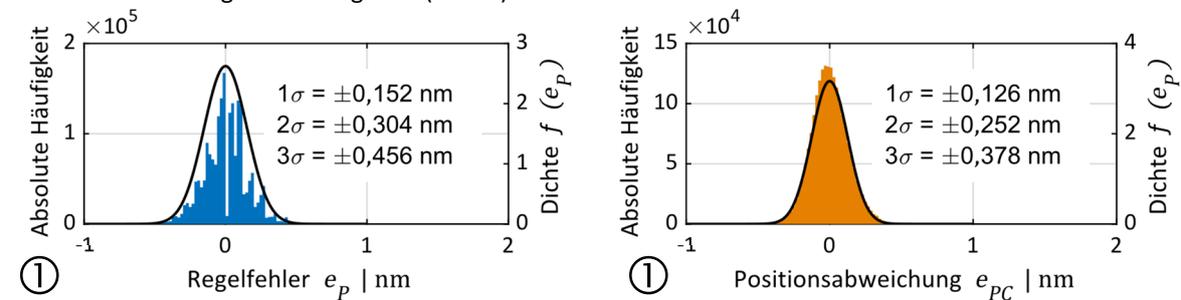


Abbildung 7.27 Histogramm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$ und einer Dezimierungsrate von $M = 128$ für den Strom und $M = 64$ für die Position des Messgeräts Regelgröße (links) und des Vergleichsmessgeräts (rechts)

Abbildung 7.28 zeigt das zugehörige Leistungsdichtespektrum. Dabei ist in schwarz die Vergleichskurve ohne Regelung und in blau die spektrale Leistungsdichte in Regelung auf eine konstante Sollposition für das Positionsmessgerät Regelgröße gezeigt. Die graue Kurve beschreibt die Vergleichskurve ohne Regelung und die orange Kurve die spektrale Leistungsdichte in Regelung für das Vergleichsmessgerät. Ab einer Frequenz von ungefähr $f = 3 \text{ kHz}$ sind die Kurven in Regelung jeweils mit denen ohne Regelung annähernd deckungsgleich. Da das Vergleichsmessgerät eine feinere Signalperiode und ein geringeres Positionsrauschen besitzt, ist die Kurve unter der des Messgeräts Regelgröße. Auch beim Vergleichsmessgerät ist der Peak bei einer Frequenz von $f = 20 \text{ kHz} = 2 f_{PWM}$ vorhanden (①). Der ausgeprägte Peak bei der Frequenz von $f_{MB} = 1,3 \text{ kHz}$ wird an den TCP auf Grund des mechanisch steifen Antriebs komplett übertragen, so dass beide Kurven exakt übereinander liegen (②). Zu niedrigeren Frequenzen hin weicht das Signal des Vergleichsmessgeräts ein wenig vom tatsächlichen Verlauf ab. Dies kann auf die prinzipbedingte Empfindlichkeit des Lasers gegenüber Umwelteinflüssen auf Grund nicht perfekter Messbedingungen zurückgeführt werden und liegt so nicht am TCP an.

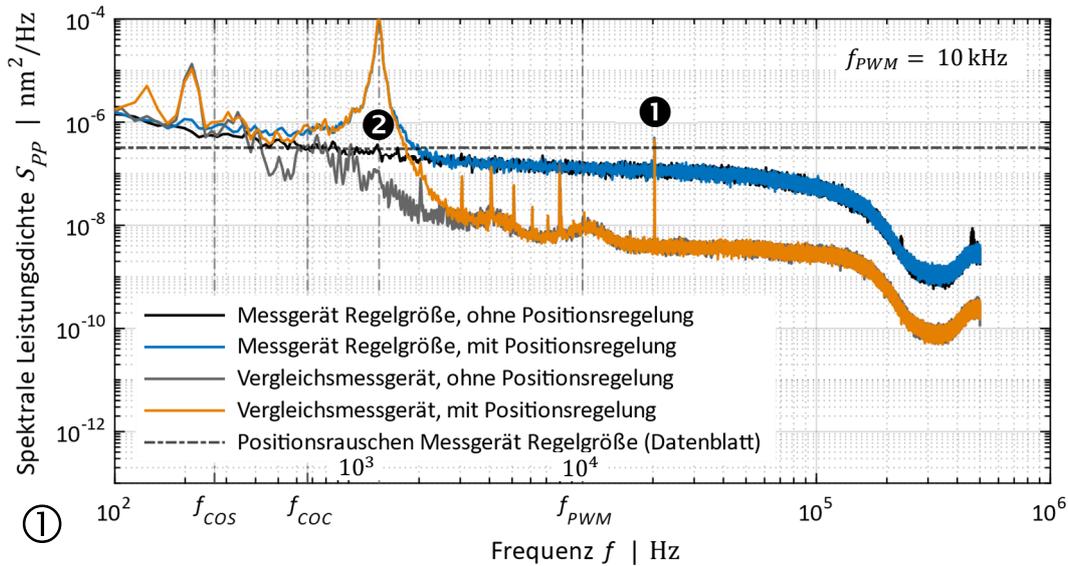


Abbildung 7.28 Leistungsdichtespektrum der Position von Messgerät Regelgröße und Vergleichsmessgerät bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$

Abbildung 7.29 zeigt das zugehörige kumulierte Leistungsspektrum. Auf Grund des Peaks bei $f_{MB} = 1,35 \text{ kHz}$ ergibt sich im CPS bei den Kurven mit Regelung ein Sprung (2). Außerdem ist zu erkennen, dass das Rauschen des Positionsmessgeräts Regelgröße ab einer Frequenz von $f \approx 2 \text{ kHz}$ nicht mehr auf die Mechanik übertragen wird. Die Auswertung des CPS zeigt einen Effektivwert des Positionsmessgeräts Regelgröße von ungefähr:

$$x_p^{eff} = \sqrt{0,0226 \text{ nm}^2} = 0,15 \text{ nm} \tag{7.6}$$

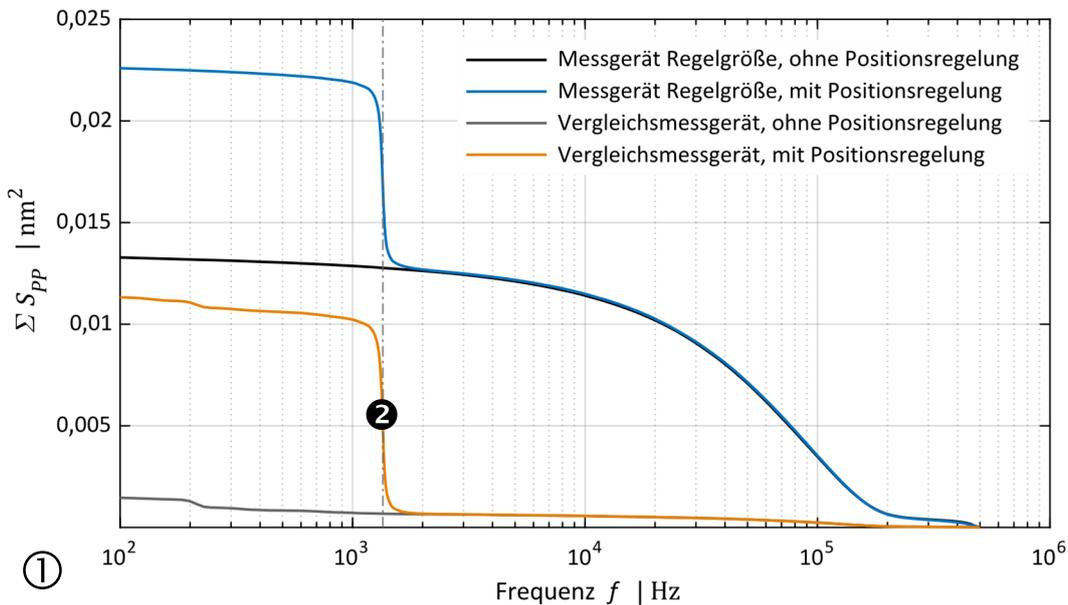


Abbildung 7.29 Kumuliertes Leistungsspektrum der Position von Messgerät Regelgröße und Vergleichsmessgerät bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$

PWM Frequenz $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$

Abbildung 7.30 zeigt den Zeitverlauf in Regelung auf eine konstante Sollposition bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ und Dezimierungsraten der Delta-Sigma ADCs für Position und Strom von $M = 64$. Dabei ist in blau auf der linken Seite der Verlauf des Messgeräts Regelgröße und rechts in orange der Verlauf des Vergleichsmessgeräts dargestellt. Die Positionsabweichung e_{PC} des Lasers ist etwas geringer als der Regelfehler e_p des Positionsmessgeräts Regelgröße. Auch hier ist das Lasersignal mit niederfrequenten Störungen überlagert. In Abbildung 7.31 sind die beiden zugehörigen Histogramme dargestellt. PSD und CPS zeigen ebenfalls ein ähnliches Verhalten und werden hier nicht weiter dargestellt.

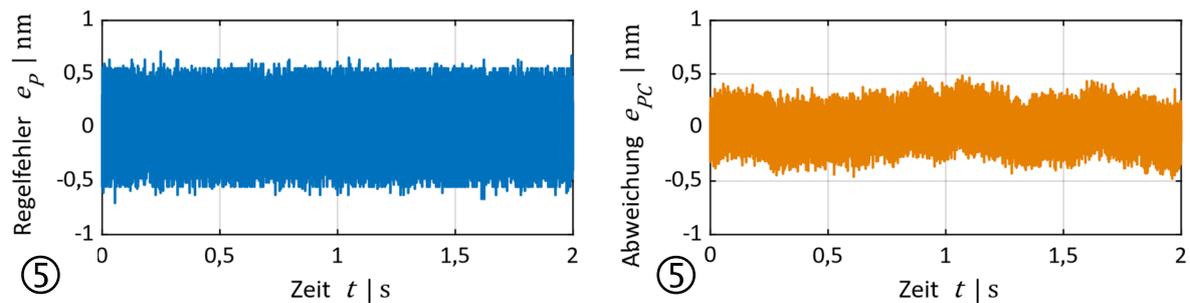


Abbildung 7.30 Zeitverlauf bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ und einer Dezimierungsrate von $M = 64$ des Messgeräts Regelgröße (links) und des Vergleichsmessgeräts (rechts)

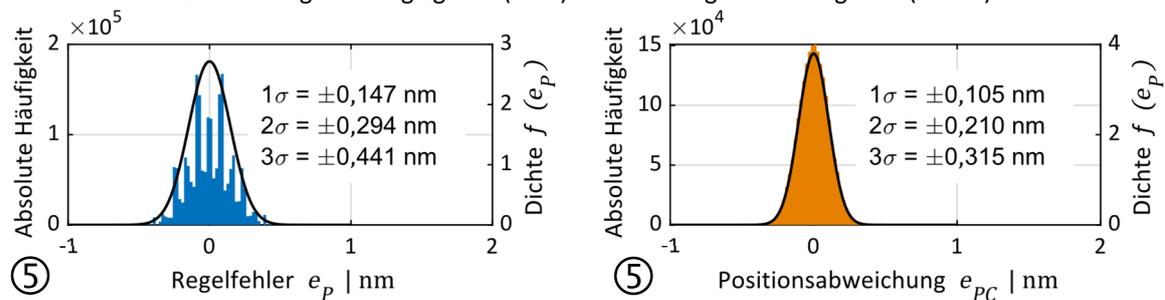


Abbildung 7.31 Histogramm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ und einer Dezimierungsrate von $M = 64$ des Messgeräts Regelgröße (links) und des Vergleichsmessgeräts (rechts)

Ergebnis der Messungen

Insgesamt kann zusammengefasst werden, dass die Positionsstabilitäten bei allen drei PWM Frequenzen im Subnanometer Bereich liegen. Mit Hilfe des Vergleichsmessgeräts können diese hohen Stabilitäten auch am TCP verifiziert werden. Außerdem wird in den Kurven ersichtlich, dass eine Steigerung der Positionsstabilität ohne Bandbreitenbegrenzungen beispielsweise durch zusätzliche Filterungen nur noch mit einer Verbesserung des Positionsmessgeräts Regelgröße selbst gelingen würde. Somit sind die einzelnen Einflussparameter auf die hohe Dynamik mit gleichzeitig hoher Positionsstabilität in diesem Gesamtsystem perfekt aufeinander abgestimmt.

7.2.3 Positionssprünge

Im Unterkapitel Positionssprünge wird die Dynamik und die Positionsstabilität bei unterschiedlichen Abtastfrequenzen und unterschiedlichen Sprunghöhen untersucht, wobei zwischen Mikrometer Sprüngen mit einer Sprunghöhe von $1\ \mu\text{m}$ und Nanometer Sprüngen mit einer Sprunghöhe von $1\ \text{nm}$ unterschieden wird. Für Ultrapräzisionsaufgaben ist es notwendig, Sprünge in diesen geringen Stufen durchzuführen. Je kleiner die möglichen Sprunghöhen sind, desto genauer und kleiner kann gefertigt werden und je höher dabei die Dynamik ist, desto größer ist die Mengenleistung. Die Auswertung von Positionsstabilität und Dynamik erfolgt dabei ausschließlich im Zeitbereich.

Mikrometer Sprünge

Abbildung 7.32 zeigt das Messergebnis der Mikrometer Positionssprünge mit den beiden PWM Frequenzen $f_{PWM} = 10\ \text{kHz}$ (orange Kurve) und $f_{PWM} = 100\ \text{kHz}$ (blaue Kurve). Die Anstiegszeit und die Verarbeitungstotzeit der beiden Messungen unterscheiden sich dabei um einen Faktor 10, was den linearen Zusammenhang zwischen Dynamik und Abtastfrequenz erneut bestätigt.

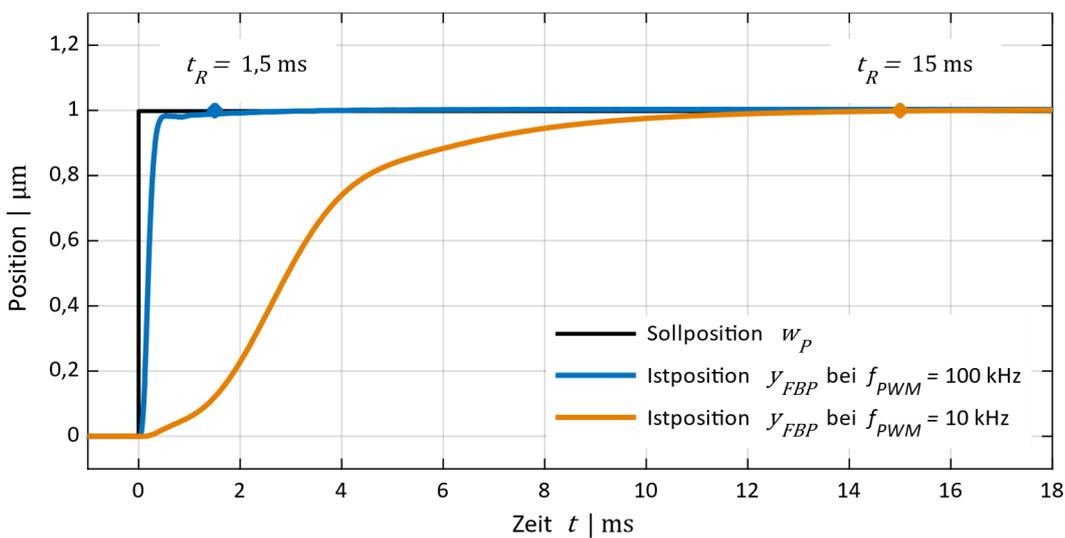


Abbildung 7.32 Mikrometer Positionssprünge mit einer Sprunghöhe von $1\ \mu\text{m}$

Nanometer Sprünge

In Abbildung 7.33 ist das Messergebnis der Nanometer Sprünge bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz dargestellt. Auf Grund der in Kapitel 7.2.2 nachgewiesenen hohen Positionsstabilität im Subnanometer Bereich ist es möglich, Sprünge mit dieser geringen Sprunghöhe durchzuführen. Abbildung 7.34 zeigt das Ergebnis der Messung für eine PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz, welches auf Grund einer ähnlichen Positionsstabilität ein ähnliches Verhalten zeigt. Zusätzlich dazu ist die viel geringere Anstiegszeit und die deutlich höhere Dynamik zu erkennen. Es kann zusammengefasst werden, dass auf Grund der hohen Positionsstabilität beide Messungen für Ultrapräzisionsaufgaben geeignet sind, aber durch Erhöhung der PWM Frequenz eine höhere Dynamik erreicht werden kann.

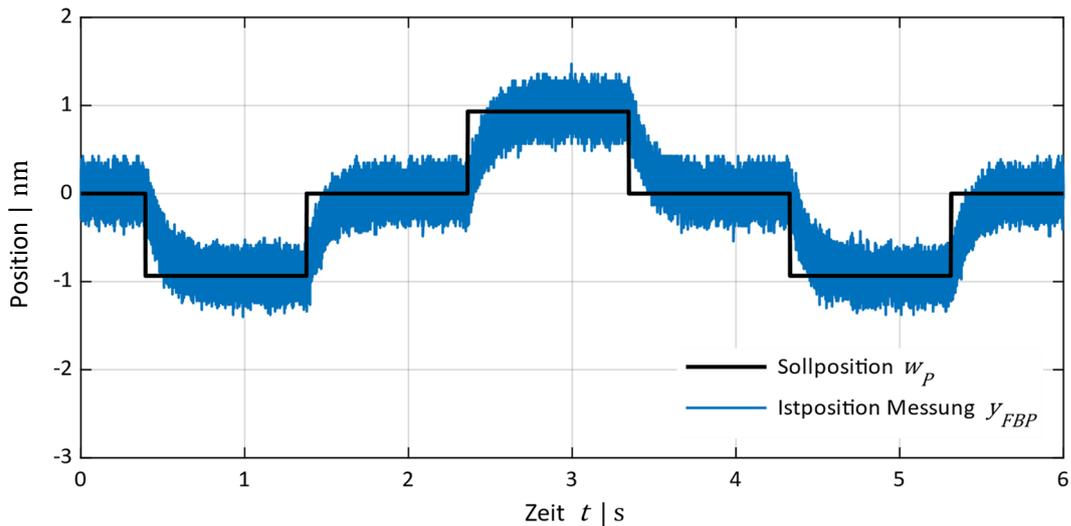


Abbildung 7.33 Nanometer Positionssprünge mit einer Sprunghöhe von 1 nm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz

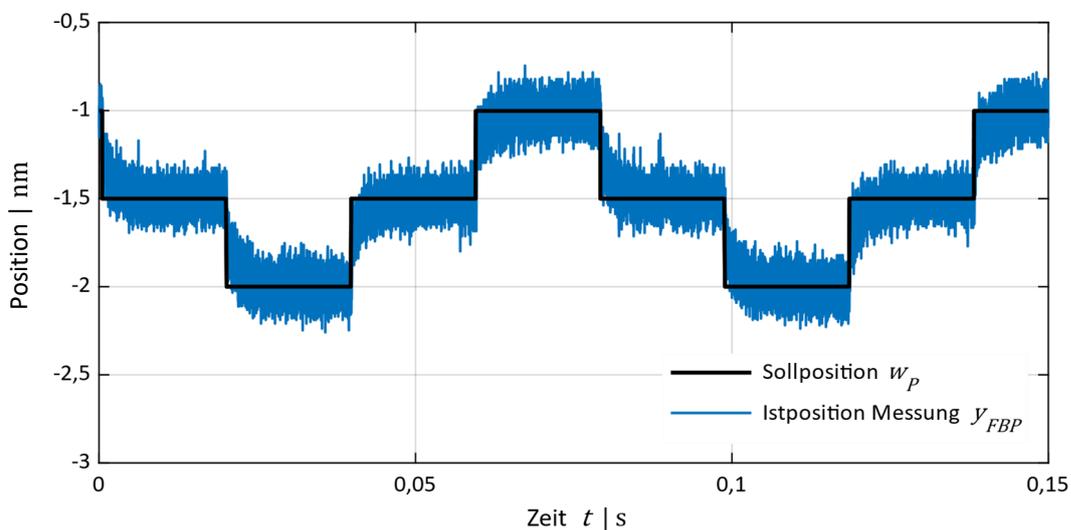


Abbildung 7.34 Nanometer Positionssprünge mit einer Sprunghöhe von 1 nm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz

Abbildung 7.35 zeigt die Messung eines einzelnen Nanometer Positionssprungs mit einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$, wobei Sollposition w_P (schwarz), Messergebnis y_{FBP} (blau) und Simulationsergebnis aus dem Zustandsraummodell (orange) dargestellt sind. Da Messung und Simulation übereinander liegen, kann die hohe Bandbreite des Positionsregelkreises von $f_{COP} = 1030 \text{ Hz}$ bei gleichzeitig hoher Positionsstabilität bestätigt werden. Einzig ist auch hier der nicht-gleitende Effekt auf Grund der Führungen erkennbar, weshalb der eingestellte Wert durch die Nachstellzeit des Integrators nur langsam erreicht wird.

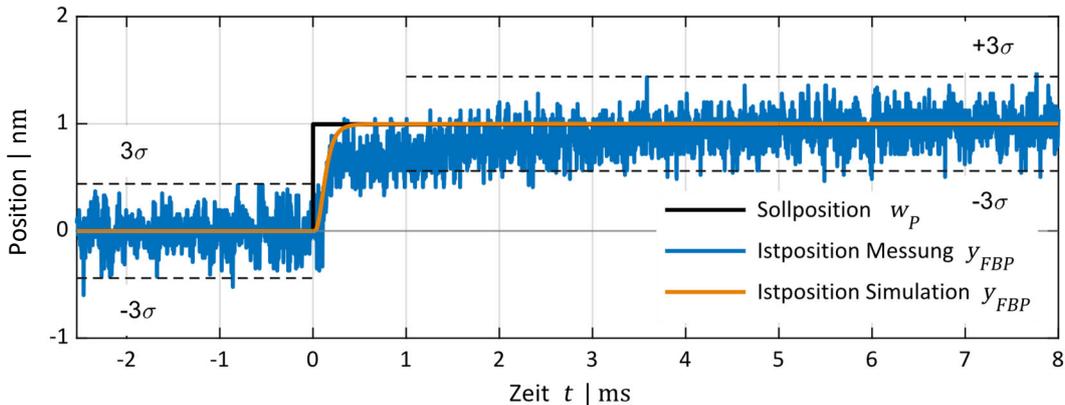


Abbildung 7.35 Nanometer Positionssprünge mit einer Sprunghöhe von 1 nm bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$

Zusätzlich dazu ist für einen Bearbeitungsvorgang der Positionsverlauf am TCP entscheidend. Abbildung 7.36 zeigt den Vergleich zwischen Positionsmessgerät Regelgröße (blau) und Vergleichsmessgerät (orange) für einen einzelnen Nanometersprung. Dabei zeigen die beiden Kurven den selben Verlauf, wobei die Präzision des Vergleichsmessgeräts auf Grund des geringeren Positionsrauschens besser ist. Somit kann bestätigt werden, dass zwischen Maßstab und TCP durch das Sprungsignal keine Resonanzen der Mechanik angeregt werden und die hohe Positionsstabilität am TCP gegeben ist. Dadurch können Fertigungs- und Messaufgaben im Subnanometer Bereich mit sehr hohen Dynamiken durchgeführt werden.

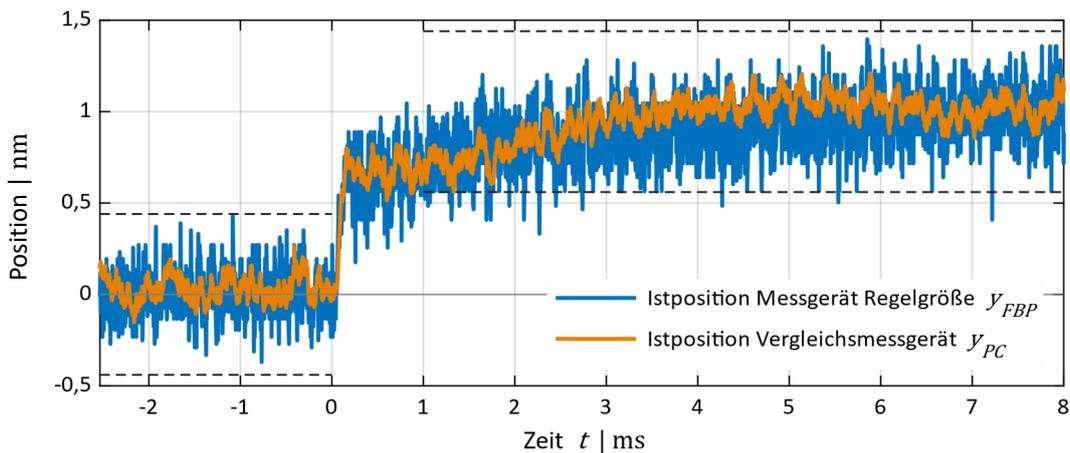


Abbildung 7.36 Verifikation der Nanometer Positionssprünge mit dem Vergleichsmessgerät

7.2.4 Lastverhalten im Zeitbereich

Zur Analyse des Lastverhaltens im Zeitbereich wird eine Kraft mit Hilfe des Lastmotors annähernd sprunghörmig auf den Antrieb aufgeschaltet und die Position gemessen. Diese Messung wird bei den beiden PWM Frequenzen von $f_{PWM} = 10$ kHz und $f_{PWM} = 100$ kHz durchgeföhrt. Die charakteristischen GröÖen beim Lastverhalten sind nach [93]:

- **Maximale dynamische Auslenkung der gemessenen Position**
Mit dieser maximalen Auslenkung und der aufgeschalteten Kraft des Lastmotors kann die dynamische Laststeifigkeit c_{dyn} bestimmt werden.
- **Anregelzeit T_{an}**
Sie beschreibt nach [42] die Zeit von Beginn der Störung bis zum Schnittpunkt der Wendetangente der gemessenen Position y_p mit der Zeitachse.
- **Ausregelzeit T_{aus}**
Dabei wird die Zeit von Beginn der Störung bis zum ersten Erreichen der Ausgangsposition angegeben.

Abbildung 7.37 zeigt den Zeitverlauf der Lastkraft F_L und der resultierenden Position y_p bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz. Die vorgegebene Lastkraft betrögt $F_L = 0,18$ N, wodurch in der Messung eine maximale dynamische Auslenkung von $\Delta y_p = 3,9$ μm resultiert. Die dynamische Laststeifigkeit stimmt mit der Theorie aus Kapitel 6.5.2 überein und berechnet sich zu:

$$c_{dyn} = \frac{F_L}{\Delta y_p} = \frac{0,18 \text{ N}}{3,9 \mu\text{m}} = 0,046 \frac{\text{N}}{\mu\text{m}} \sim \frac{1}{c_{LP}^{min}(f_{PWM} = 10 \text{ kHz})} \quad (7.7)$$

Die Anregelzeit betrögt dabei $T_{an} = 19,3$ ms und die Ausregelzeit $T_{aus} \approx 47$ ms.

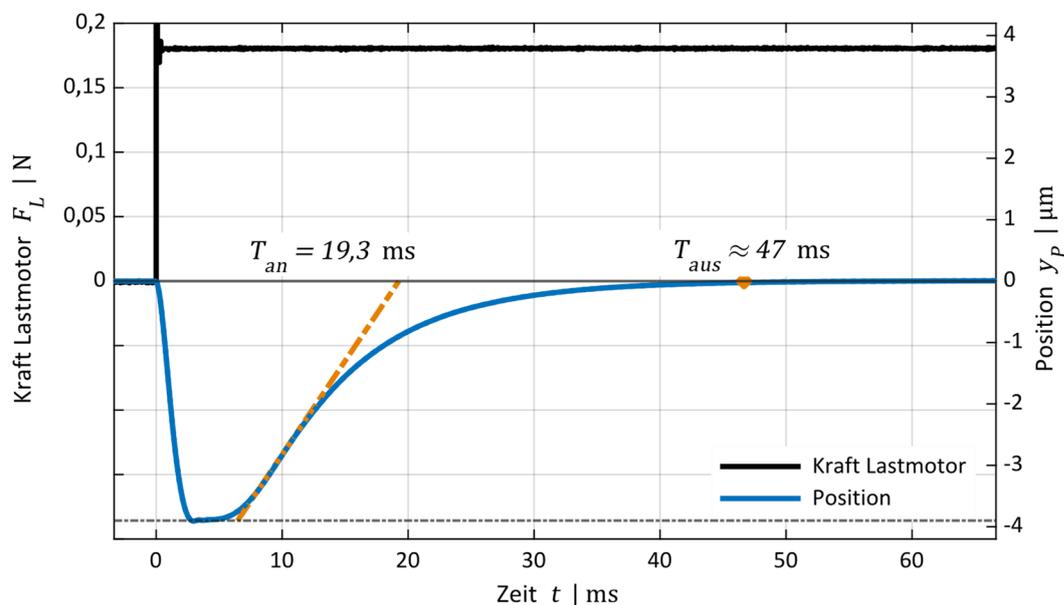


Abbildung 7.37 Lastverhalten bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz

In Abbildung 7.38 ist der selbe Verlauf für eine PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz dargestellt. Dabei beträgt die maximale dynamische Auslenkung $\Delta y_P = 31$ nm. Dies entspricht ungefähr einem Faktor 100 weniger, als die dynamische Auslenkung bei der PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz. Die dynamische Laststeifigkeit berechnet sich zu:

$$c_{dyn} = \frac{F_L}{\Delta y_P} = \frac{0,18 \text{ N}}{31 \text{ nm}} = 5,8 \frac{\text{N}}{\mu\text{m}} \sim \frac{1}{c_{LP}^{min}(f_{PWM} = 100 \text{ kHz})} \quad (7.8)$$

Die berechnete Laststeifigkeit passt sehr gut mit der in Kapitel 6.5.2 beschriebenen Theorie zusammen. Die Anregelzeit ist mit $T_{an} = 3,83$ ms und die Ausregelzeit mit $T_{aus} \approx 9$ ms um einen Faktor von ungefähr 5 geringer als bei der PWM Frequenz von $f_{PWM} = 10$ kHz.

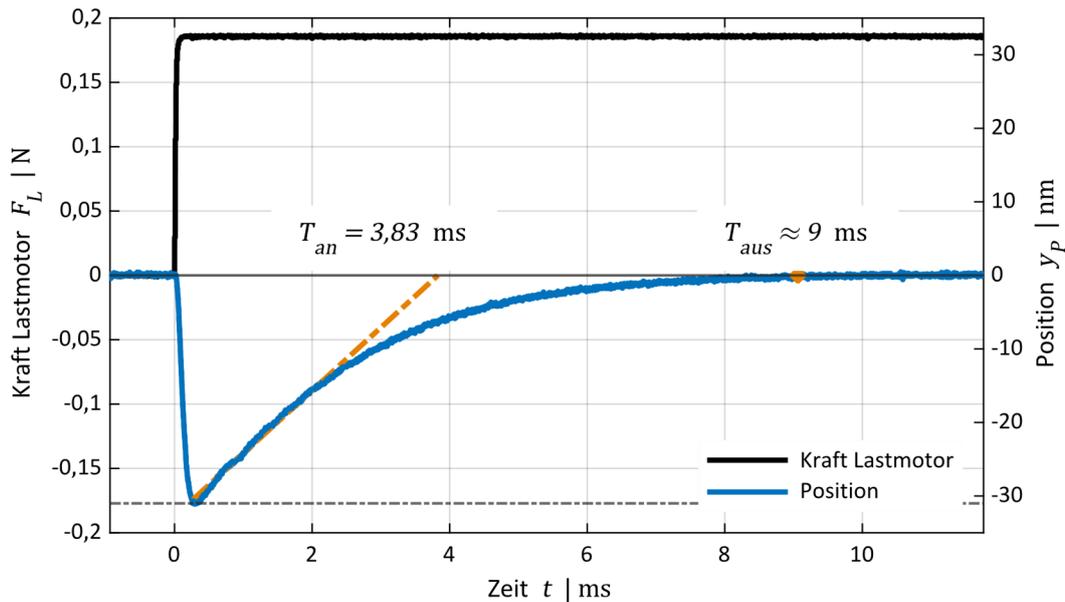


Abbildung 7.38 Lastverhalten bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100$ kHz

Insgesamt kann zusammengefasst werden, dass der Vorteil des quadratischen Zusammenhangs zwischen PWM Frequenz und Laststeifigkeit vor allem bei einem Lastsprung deutlich wird, denn die Auslenkung auf Grund der Störung ist nicht nur linear sondern quadratisch geringer. Dies führt zu einem viel besseren Ergebnis im Störverhalten und bekräftigt somit den Vorteil einer Erhöhung der PWM Frequenz nicht nur auf Grund der höheren Bandbreiten im Führungsverhalten, sondern vor allem durch bessere Lastunterdrückung im Lastverhalten.

8 Abschlussbetrachtung

Durch die Verfügbarkeiten neuer Halbleitermaterialien wie SiC und GaN ist es möglich, die PWM Frequenz zur Regelung von Servoantrieben im Vergleich zu aktuell üblichen Frequenzen deutlich zu steigern. In einigen Vorarbeiten wurde bereits gezeigt, dass dadurch die Dynamik im Stromregelkreis erheblich verbessert werden konnte [18, 50]. Ziel dieser Arbeit war es, durch gesamtheitliche Betrachtung der wesentlichen Einflussfaktoren die Grenzen der hochdynamischen Regelung von Servoantrieben bei gleichzeitig höchster Positionsgenauigkeit im Subnanometer Bereich aufzuzeigen und dabei die Dynamik im Vergleich zu aktuell in der Industrie üblichen Werten mit Hilfe der nun verfügbaren hohen Taktfrequenzen erheblich zu verbessern. Zur Beurteilung eines positionsgeregelten Servoantriebs mussten alle Regelkreise einzeln betrachtet werden. Damit nicht die mechanische Elastizität des Servoantriebs das limitierende Element ist, wurde zur Verifikation bewusst ein mechanisch steifer Miniaturantrieb verwendet. Um die verschiedenen Einflussfaktoren beschreiben zu können, mussten Theorien und Optimierungen zu den einzelnen Komponenten erarbeitet werden, welche im Folgenden zusammengefasst dargestellt sind.

Die wichtigste Komponente zur Bestimmung der maximal erreichbaren Dynamik eines positionsgeregelten Servoantriebs ist die exakte Betrachtung der Regelung. In dieser Arbeit wurde erstmalig ein vollständig zeitdiskretes Zustandsraummodell des gesamten Regelkreises analytisch hergeleitet. Dieses Modell beinhaltet einen Dreikaskadenregler mit möglicher Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvorsteuerung sowie einen mechanisch steifen Antrieb als Regelstrecke. Ein Vergleich zwischen diesem vollständig zeitdiskreten Modell mit einem zeitkontinuierlichen Modell hat gezeigt, dass der zeitdiskrete Ansatz die Realität genauer beschreibt, da teilweise große Unterschiede in den betrachteten Bandbreiten der einzelnen Regelkreise zu erkennen waren. Mit Hilfe des zeitdiskreten Modells konnten außerdem erstmalig die theoretisch maximal möglichen Amplitudendurchtrittsfrequenzen f_{CO} in Abhängigkeit der Verarbeitungstotzeit T_p exakt ermittelt werden. Es hat sich gezeigt, dass im Führungsverhalten ein linearer Zusammenhang zwischen Dynamik und Abtastfrequenz vorhanden ist. Die Betrachtung des Lastverhaltens zeigte zwischen Abtastfrequenz und Lastunterdrückung einen quadratischen Zusammenhang.

Um gleichzeitig eine hohe Positionsgenauigkeit zu erreichen, ist die Signalverarbeitung der Positionsmesssignale des verwendeten Positionsmessgeräts entscheidend. Die notwendige Arkustangensberechnung wird mit dem CORDIC Algorithmus durchgeführt. Mit Hilfe der in dieser Arbeit analytisch aufgestellten Zusammenhänge konnte die Anzahl der notwendigen Iterationsschritte des CORDIC Algorithmus in Abhängigkeit der ADC Bitbreite N_{ADC}^P analytisch zu $i = N_{ADC}^P + 3$ konkretisiert werden. Dank dieser Analyse kann die entstehende Verarbeitungstotzeit auf ein Minimum reduziert werden. Außerdem kann mit einem weiteren analytischen Zusammenhang das Quantisierungsrauschen des Positionsmesswerts in Abhängigkeit von der Signalperiode x_{SP} und der Bitbreite des ADCs N_{ADC}^P ermittelt werden. Mit dem im Datenblatt angegebenen Positionsrauschen des Messgeräts und dem zusätzlichen Quantisierungsrauschen kann durch diese Theorie das minimal mögliche Gesamt-rauschen des Positionsmesswerts bestimmt werden. Dadurch können gezielt ADCs ohne unnötig hohe Bitbreiten oder zu hohen Verarbeitungstotzeiten eingesetzt werden, welche die Dynamik reduzieren könnten.

Durch die genaue Betrachtung der digitalen PWM in Hinblick auf Zeit- und Wertediskretisierung wurde in dieser Arbeit ein analytischer Zusammenhang zwischen Taktfrequenz der Hardware f_{CLK} , PWM Frequenz f_{PWM} und ADC Bitbreite N_{ADC}^C aufgestellt. Damit ist es möglich, in Abhängigkeit der PWM Frequenz die für eine bestimmte maximal zulässige Positionsschwankung notwendige Bitbreite des Strom ADCs zu ermitteln. Weiterhin kann in Hinblick auf höchste Dynamik eine maximal mögliche Verarbeitungstotzeit des Strom ADCs in Abhängigkeit der PWM Frequenz ermittelt werden. Da in aktuellen Forschungsergebnissen SAR ADCs und Delta-Sigma ADCs eingesetzt werden, fand zusätzlich ein Vergleich zwischen den beiden Architekturen statt. Mit diesen Zusammenhängen kann nun in Abhängigkeit der PWM Frequenz f_{PWM} eine obere und untere Grenze bezüglich der möglichen Filtereinstellungen des Delta-Sigma ADCs analytisch bestimmt und dadurch die für den jeweiligen Fall

bestmögliche Architektur ausgewählt werden. Zusätzlich dazu kann durch exakte Charakterisierung des Delta-Sigma ADCs auch die Grenze bei der Wahl der Architektur für die Positionsmesssignale analytisch dargestellt werden.

Um mit höheren PWM Frequenzen eine Dynamikerhöhung nicht nur im Stromregelkreis, sondern auch im Geschwindigkeits- und Positionsregelkreis zu erreichen, sind die Resonanzfrequenzen des mechanischen Teststands entscheidend. Diese müssen in einem so hohen Frequenzbereich liegen, dass sie durch die Regelung nicht mehr angeregt werden können. In der vorliegenden Arbeit wurde ein Antrieb ausgelegt, bei dem die niedrigste relevante Resonanzstelle bei einer Frequenz von $f_{01} = 13,2 \text{ kHz}$ liegt und so als mechanisch steif betrachtet werden kann. Zusätzlich dazu ist der Tauchspulenmotor von Bedeutung. Dieser darf im regelungstechnisch relevanten Frequenzbereich keine Frequenzabhängigkeit in Widerstand und Induktivität aufweisen, weshalb keine Standardmotoren eingesetzt werden konnten. In dieser Arbeit wurde ein Motor ausgelegt und gefertigt, der die erforderlichen Eigenschaften besitzt. Durch das Verwenden von Keramik als Spulenträgermaterial und den Einsatz von HF-Litzen kann die Frequenzabhängigkeit minimiert werden.

Um die verschiedenen Theorien der einzelnen Einflussgrößen bezüglich Dynamik bei gleichzeitig höchster Positionsgenauigkeit zu verifizieren, ist ein Servomotor mit GaN Halbleitern als Leistungsschalter, wahlweise Delta-Sigma oder SAR ADCs für das Positions- und Strommesssignal, sowie einem mechanisch steifen Miniaturantrieb mit Tauchspulenmotor aufgebaut worden. Mit diesem Servomotor sind PWM Frequenzen von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ und mehr möglich. Zur Minimierung der Verarbeitungstotzeit und zur Erreichung der maximalen Dynamik ist der Regelalgorithmus vollständig auf einem FPGA mit einer Taktfrequenz von 200 MHz implementiert. Mit diesem Teststand konnten alle beschriebenen Theorien bestätigt werden. Darunter zählen neben der Bestätigung der notwendigen Bitbreite für das verwendete Positionsmessgerät Regelgröße von $N_{ADC}^P \approx 11 \text{ Bit}$ auch die Abhängigkeit zwischen Bitbreite des Stromsignals, PWM Frequenz und Positionsschwankung. Zusätzlich dazu ist das vollständig zeitdiskrete und analytisch berechnete Zustandsraummodell und die daraus abgeleitete maximale Dynamik für die beiden PWM Frequenzen $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$ und $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ verifiziert worden. Außerdem ist damit der lineare Zusammenhang zwischen Dynamik und PWM Frequenz, sowie der quadratische Zusammenhang im Lastverhalten messtechnisch nachgewiesen. Mit den Messungen ist es möglich, bei einer PWM Frequenz von $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ eine Amplitudendurchtrittsfrequenz des Positionsregelkreises von $f_{COP} = 1 \text{ kHz}$ bei einer gleichzeitigen Positionsstabilität im Subnanometer Bereich zu verifizieren. Außerdem können Positionssprünge mit einer Sprunghöhe von 1 nm in dieser hohen Dynamik durchgeführt werden. Diese extrem hohe Leistungssteigerung wurde durch die Verwendung eines mechanisch steifen Miniaturantriebs erreicht. Der limitierende Faktor bezüglich der Positionsstabilität war letztendlich das Positionsruschen des eingesetzten Messgeräts Regelgröße. Eine mögliche weitere Verbesserung der Positionsstabilität könnte beispielhaft durch weitere digitale Filterung erreicht werden.

Zusammengefasst kann mit dieser Arbeit durch die Betrachtung wesentlicher Einflussfaktoren und deren Auswirkung auf das Gesamtsystem eine erhebliche Verbesserung der Dynamik bei gleichzeitiger Positionsstabilität erreicht werden. Beim Vergleich der PWM Frequenzen $f_{PWM} = 10 \text{ kHz}$ und $f_{PWM} = 100 \text{ kHz}$ konnte durch die höhere Abtastfrequenz die Dynamik um Faktor Zehn und die Laststeifigkeit um Faktor Einhundert bei einer Positionsstabilität im Subnanometer Bereich verifiziert werden. Auf der Grundlage dieser Ergebnisse können weitere Arbeiten folgen. Eine Voraussetzung zur Erreichung dieser hohen Regelungsdynamik ist die Verwendung eines mechanisch steifen Antriebs. Um andere Servoantriebe hochdynamisch betreiben zu können, müssen Untersuchungen und Verbesserungen im Hinblick auf mechanische Eigenfrequenzen von Servoantrieben durchgeführt werden. Da die Positionsgenauigkeit stark vom Rauschen des eingesetzten Positionsmessgeräts und der nachfolgenden Signalverarbeitung abhängt, sind weitere Arbeiten erforderlich. Dazu zählt, in wie weit das Positionsruschen des Messgeräts verringert werden kann, wie die Positionsgenauigkeit beispielsweise durch zusätzliche Filterung verbessert werden kann oder wie Signalelektroniken im analogen Bereich des Regelungssystems beschrieben und optimiert werden können.

A Anhang

A.1 Bestimmung des Effektivwerts

Der Effektivwert eines Signals $u_b(t)$ lässt sich nach [33] allgemein berechnen mit

$$u_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T_{period}} \int_0^T u_b^2(t) dt} \quad (\text{A.1})$$

Für ein sinusförmiges Signal mit einer Periodendauer von $T_{period} = 2\pi$ und einem Scheitelwert \hat{u} folgt mit Gleichung (A.1) der Effektivwert:

$$u_{eff,sin} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \hat{u}^2 \sin^2(t) dt} \quad (\text{A.2})$$

$$u_{eff,sin} = \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{\pi} \left[\frac{1}{2} (t - \sin(t) \cos(t)) \right]_0^\pi} \quad (\text{A.3})$$

$$u_{eff,sin} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \quad (\text{A.4})$$

Quadratische Funktion

Geprüft werden soll, ob der Effektivwert einer quadratischen Funktion mit dem einer sinusförmigen Funktion angenähert werden kann. Abbildung A.1 zeigt den Verlauf einer sinusförmigen und einer quadratischen Funktion mit Scheitelwert $\hat{u} = 1$ und Periodendauer $T_{period} = 2\pi$.

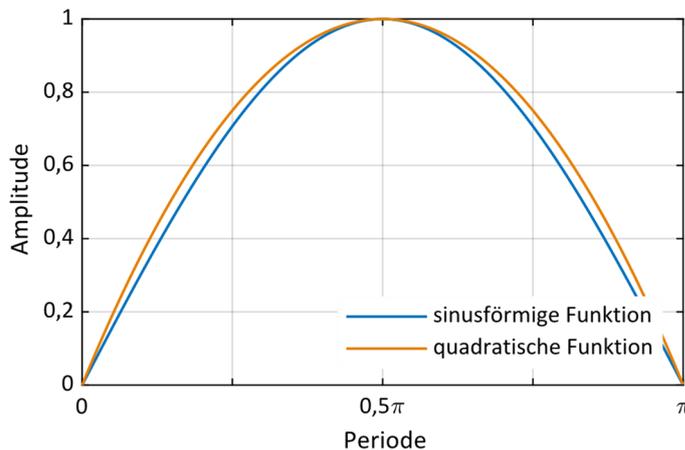


Abbildung A.1 Verlauf einer sinusförmigen und einer quadratischen Funktion

Die zugehörige quadratische Funktion lautet:

$$u_{qdr}(t) = \hat{u} \left(-\frac{4}{\pi^2} t^2 + \frac{4}{\pi} t \right) \quad (\text{A.5})$$

Der Effektivwert lässt sich mit Gleichung (A.1) berechnen zu:

$$u_{eff,qdr} = \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{\pi} \int_0^{\pi} \left(-\frac{4}{\pi^2} t^2 + \frac{4}{\pi} t\right)^2 dt} \quad (\text{A.6})$$

$$u_{eff,qdr} = \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{\pi} \left[\frac{16}{3\pi^2} t^3 - \frac{8}{\pi^3} t^4 + \frac{16}{5\pi^4} t^5 \right]_0^{\pi}} \quad (\text{A.7})$$

$$u_{eff,qdr} = \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{\pi} \left(\frac{16\pi}{3} - 8\pi + \frac{16\pi}{5} \right)} \quad (\text{A.8})$$

$$u_{eff,qdr} = \sqrt{\frac{8}{15}} \hat{u} = 0,73 \hat{u} \quad (\text{A.9})$$

Ein Vergleich zwischen dem Effektivwert einer sinusförmigen und einer quadratischen Funktion liefert einen Unterschied von 3,3 %, weshalb der Effektivwert einer quadratischen Funktion mit dem einer sinusförmigen Funktion angenähert werden kann. In dieser Arbeit wird allerdings der exakte Wert nach Gleichung (A.9) verwendet.

Kubische Funktion

In Abbildung A.2 sind eine sinusförmige und eine kubische Funktion dargestellt.

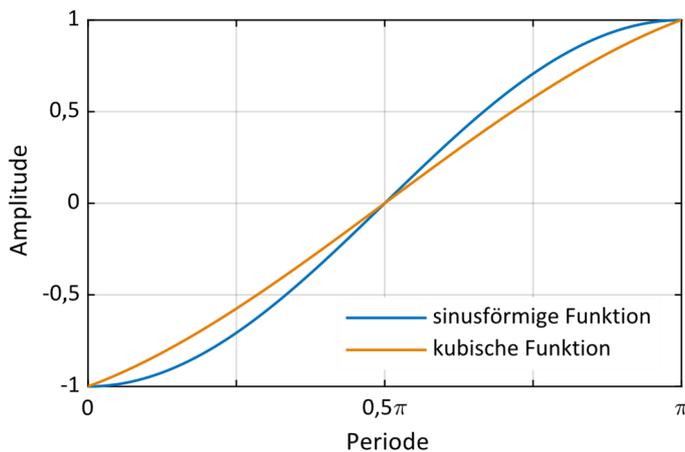


Abbildung 8.2 Verlauf einer sinusförmigen und einer kubischen Funktion

Der Effektivwert der kubischen Funktion lässt sich mit Gleichung (A.1) berechnen zu:

$$u_{eff,kub} = \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{\pi} \int_0^{\pi} \left(-\frac{14}{3\pi} t^3 + 7 t^2 + \frac{7}{2} \pi t - 1\right)^2 dt} \quad (\text{A.10})$$

$$u_{eff,kub} = 0,626 \hat{u} \quad (\text{A.11})$$

Aus der Abbildung und dem Vergleich zwischen Gleichung (A.4) und Gleichung (A.11) wird ersichtlich, dass eine Näherung zu einem Fehler von über 10 % führt, weshalb der Effektivwert der kubischen Funktion nicht angenähert werden kann und mit Gleichung (A.11) berechnet werden muss.

A.2 Zeitdiskreter Vergleich zweier Kaskadenstrukturen

Das Übertragungsverhalten des zeitdiskreten Dreikaskadenreglers beträgt nach Abbildung 6.6:

$$u_S^*(z) = H_{CS}^*(z) \left(H_{CP}(z) (w_P(z) - y_{FBP}(z)) + K_{FFS} w_{MPS}(z) - H_{SC}(z) y_{FBP}(z) \right) \quad (\text{A.12})$$

Die Übertragungsfunktion der zeitdiskreten Differentiation der Geschwindigkeit y_{SC} aus der Position y_{FBP} lautet nach Gleichung (6.15):

$$H_{SC}(z) = \frac{y_{SC}(z)}{y_{FBP}(z)} = \frac{1}{T_S} \frac{z-1}{z} \quad (\text{A.13})$$

Mit Hilfe von Gleichung (6.20) kann die Übertragungsfunktion des zeitdiskreten PI-Geschwindigkeitsreglers berechnet werden mit:

$$H_{CS}^*(z) = \frac{e_S(z)}{u_S^*(z)} = K_S^* \left(1 + \frac{1}{T_{NS}} \frac{z T_S}{z-1} \right) \quad (\text{A.14})$$

Für die zeitdiskrete Übertragungsfunktion des P-Positionsreglers gilt nach Gleichung (6.21):

$$H_{CP}(z) = \frac{e_P(z)}{u_P(z)} = K_P \quad (\text{A.15})$$

Die Berechnung von w_{MPS} wird nach Gleichung (6.38) bestimmt durch:

$$w_{MPS}(z) = \frac{1}{T_S} \frac{z-1}{z} w_P(z) \quad (\text{A.16})$$

Damit folgt aus Gleichung (A.12):

$$u_S^*(z) = K_S^* \left(1 + \frac{1}{T_{NS}} \frac{z T_S}{z-1} \right) \left(K_P (w_P(z) - y_{FBP}(z)) + K_{FFS} \frac{1}{T_S} \frac{z-1}{z} w_P(z) - \frac{1}{T_S} \frac{z-1}{z} y_{FBP}(z) \right) \quad (\text{A.17})$$

$$u_S^*(z) = \left[K_P K_S^* \left(1 + \frac{1}{T_{NS}} \frac{z T_S}{z-1} \right) + K_{FFS} \frac{1}{T_S} \frac{z-1}{z} K_S^* \left(1 + \frac{1}{T_{NS}} \frac{z T_S}{z-1} \right) \right] w_P(z) - \left[K_P K_S^* \left(1 + \frac{1}{T_{NS}} \frac{z T_S}{z-1} \right) + K_S^* \left(1 + \frac{1}{T_{NS}} \frac{z T_S}{z-1} \right) \frac{1}{T_S} \frac{z-1}{z} \right] y_{FBP}(z) \quad (\text{A.18})$$

$$u_S^*(z) = \left(\overbrace{K_P K_S^* + K_{FFS} \frac{K_S^*}{T_{NS}}}^P + \overbrace{K_P \frac{K_S^*}{T_{NS}} T_S \frac{z}{z-1}}^I + \overbrace{K_S^* K_{FFS} \frac{1}{T_S} \frac{z-1}{z}}^D \right) w_P(z) - \left(\overbrace{K_P K_S^* + \frac{K_S^*}{T_{NS}}}^P + \overbrace{K_P \frac{K_S^*}{T_{NS}} T_S \frac{z}{z-1}}^I + \overbrace{K_S^* \frac{1}{T_S} \frac{z-1}{z}}^D \right) y_{FBP}(z) \quad (\text{A.19})$$

Mit Geschwindigkeitsvorsteuerung ($K_{FFS} = 1$) folgt:

$$u_S^*(z) = \left(\overbrace{K_P K_S^* + \frac{K_S^*}{T_{NS}}}^P + \overbrace{K_P \frac{K_S^*}{T_{NS}} T_S}_{I} \frac{z}{z-1} + \overbrace{K_S^* \frac{1}{T_S} \frac{z-1}{z}}^D \right) (w_P(z) - y_{FBP}(z)) \quad (\text{A.20})$$

Aus Gleichung (A.20) wird ersichtlich, dass ein zeitdiskreter Dreikaskadenregler mit Vorsteuerung durch geeignete Parametervergabe exakt in den Zweikaskadenregler umgerechnet werden kann.

A.3 Zustandsraumdarstellung der zeitdiskreten Regelstrecke

Die Zustandsraumdarstellung der zeitdiskreten Regelstrecke mit einer Verarbeitungstzeit von $0 \leq T_p \leq T_S$ am Eingang der Regelstrecke lautet:

$$\dot{\underline{x}}_{PP}^*(k) = \underline{A}_{PP,D}^* \cdot \underline{x}_{PP}^*(k) + \underline{B}_{PP,D}^* \cdot \underline{u}_{PP}^*(k) \quad (\text{A.21})$$

$$\underline{y}_{PP}^*(k) = \underline{C}_{PP,D}^* \cdot \underline{x}_{PP}^*(k) + \underline{D}_{PP,D}^* \cdot \underline{u}_{PP}^*(k) \quad (\text{A.22})$$

Der Zustandsvektor \underline{x}_{PP}^* , der Eingangsvektor \underline{u}_{PP}^* und der Ausgangsvektor \underline{y}_{PP}^* der zeitdiskreten Darstellung betragen dabei:

$$\underline{x}_{PP}^* = \begin{pmatrix} x_{CSP} \\ x_{CSS} \\ x_{CSC}^* \\ x_{PD} \end{pmatrix}; \underline{u}_{PP}^* = \begin{pmatrix} u_C^* \\ z_L \\ z_{SOC} \\ z_{SOS} \\ z_{SOP} \end{pmatrix}; \underline{y}_{PP}^* = \begin{pmatrix} x_P \\ x_S \\ x_C^* \\ x_{CSP} \\ x_{CSS} \\ x_{CSC}^* \end{pmatrix} \quad (\text{A.23})$$

Die Matrizen der Zustandsraumdarstellung für die zeitdiskrete Strecke eines mechanisch steifen Antriebs lauten:

- Systemmatrix $\underline{A}_{PP,D}^*$

$$\underline{A}_{PP,D}^* = \begin{pmatrix} x_{CSP} & x_{CSS} & x_{CSC}^* & x_{PD} \\ 1 & a_{12}^{PP} & a_{13}^{PP} & a_{14}^{PP} \\ 0 & 1 & a_{23}^{PP} & a_{24}^{PP} \\ 0 & 0 & a_{33}^{PP} & a_{34}^{PP} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; n = 4 \quad (\text{A.24})$$

Die einzelnen Koeffizienten berechnen sich analytisch zu:

$$a_{12}^{PP} = T_S \quad (\text{A.25})$$

$$a_{13}^{PP} = T_{El}^2 (\chi_S + e^{-\chi_S} - 1) \quad (\text{A.26})$$

$$a_{14}^{PP} = T_{El}^2 \left[\left(\frac{\chi_{PS}^2}{2} - \chi_{PS} - e^{-\chi_{PS}} + 1 \right) + (1 - \chi_P) \chi_S (\chi_{PS} - 1 + e^{-\chi_{PS}}) + \left((1 - \chi_P) \chi_S + e^{-(1-\chi_P)\chi_S} - 1 \right) (1 - e^{-\chi_{PS}}) \right] \quad (\text{A.27})$$

$$a_{23}^{PP} = T_{El} (1 - e^{-\chi_S}) \quad (\text{A.28})$$

$$a_{24}^{PP} = T_{El} (\chi_{PS} + e^{-\chi_S} - e^{-(1-\chi_P)\chi_S}) \quad (\text{A.29})$$

$$a_{33}^{PP} = e^{-\chi_S} \quad (\text{A.30})$$

$$a_{34}^{PP} = e^{-(1-\chi_P)\chi_S} - e^{-\chi_S} \quad (\text{A.31})$$

- Eingangsmatrix $\underline{B}_{PP,D}^*$

$$\underline{B}_{PP,D}^* = \begin{pmatrix} u_C^* & z_L & z_{SOC} & z_{SOS} & z_{SOP} \\ b_{11}^{PP} & b_{12}^{PP} & b_{13}^{PP} & b_{14}^{PP} & 0 \\ b_{21}^{PP} & b_{22}^{PP} & b_{23}^{PP} & 0 & 0 \\ b_{31}^{PP} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; m = 5 \quad (\text{A.32})$$

Die einzelnen Koeffizienten berechnen sich analytisch zu:

$$b_{11}^{PP} = T_{El}^2 \left(\frac{((1-\chi_P)\chi_S)^2}{2} - (1-\chi_P)\chi_S - e^{-(1-\chi_P)\chi_S} + 1 \right) \quad (\text{A.33})$$

$$b_{12}^{PP} = -\frac{1}{2m_T} T_S^2 \quad (\text{A.34})$$

$$b_{13}^{PP} = \frac{c_F}{2m_T} T_S^2 \quad (\text{A.35})$$

$$b_{14}^{PP} = T_S \quad (\text{A.36})$$

$$b_{21}^{PP} = T_{El} \left((1-\chi_P)\chi_S - 1 + e^{-(1-\chi_P)\chi_S} \right) \quad (\text{A.37})$$

$$b_{22}^{PP} = -\frac{1}{m_T} T_S \quad (\text{A.38})$$

$$b_{23}^{PP} = \frac{c_F}{m_T} T_S \quad (\text{A.39})$$

$$b_{31}^{PP} = 1 - e^{-(1-\chi_P)\chi_S} \quad (\text{A.40})$$

- Ausgangsmatrix $\underline{C}_{PP,D}^*$

$$\underline{C}_{PP,D}^* = \begin{pmatrix} x_{CSP} & x_{CSS} & x_{CSC}^* & x_{PD} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; r = 6 \quad (\text{A.41})$$

- Durchgangsmatrix $\underline{D}_{PP,D}^*$

$$\underline{D}_{PP,D}^* = \begin{pmatrix} u_C^* & z_L & z_{SOC} & z_{SOS} & z_{SOP} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c_F}{m_T} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; 6 \times 5 \quad (\text{A.42})$$

A.4 Zustandsraumdarstellung des zeitdiskreten Gesamtmodells

Die Zustandsraumdarstellung des zeitdiskreten Dreikaskadenreglers mit Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvorsteuerung, zeitdiskreter Berechnung der Geschwindigkeit aus der Position und mechanisch steifem Antrieb lautet:

$$\dot{\underline{x}}_{CLP}^*(k) = \underline{A}_{CLP,D}^* \cdot \underline{x}_{CLP}^*(k) + \underline{B}_{CLP,D}^* \cdot \underline{u}_{CLP}^*(k) \quad (\text{A.43})$$

$$\underline{y}_{CLP}^*(k) = \underline{C}_{CLP,D}^* \cdot \underline{x}_{CLP}^*(k) + \underline{D}_{CLP,D}^* \cdot \underline{u}_{CLP}^*(k) \quad (\text{A.44})$$

Die Vektoren der zeitdiskreten Darstellung betragen dabei:

- Zustandsvektor

$$\underline{x}_{CLP}^* = (x_{CSP} \ x_{CSS} \ x_{CSC}^* \ x_{PD} \ x_{CI}^* \ x_{SI}^* \ y_{FBP}^{k-1} \ w_{MPP}^{k-2} \ w_{MPP}^{k-1})^T \quad (\text{A.45})$$

- Eingangsvektor

$$\underline{u}_{CLP}^* = (w_{MPP} \ z_L \ z_{SOC} \ z_{SOS} \ z_{SOP} \ w_{CC}^* \ w_{SC})^T \quad (\text{A.46})$$

- Ausgangsvektor

$$\underline{y}_{CLP}^* = (x_P \ x_S \ x_C^* \ x_{CSP} \ x_{CSS} \ x_{CSC}^* \ w_P \ w_{MPS} \ w_{MPA})^T \quad (\text{A.47})$$

Die Matrizen der Zustandsraumdarstellung lauten:

- Zustandsmatrix $\underline{A}_{CLP,D}^*$ ($n = 9$)

$$\begin{pmatrix} x_{CSP} & x_{CSS} & x_{CSC}^* & x_{PD} & x_{CI}^* & x_{SI}^* & y_{FBP}^{k-1} & w_{MPP}^{k-2} & w_{MPP}^{k-1} \\ a_{11}^{CLP} & a_{12}^{CLP} & a_{13}^{CLP} & a_{14}^{CLP} & a_{15}^{CLP} & a_{16}^{CLP} & a_{17}^{CLP} & a_{18}^{CLP} & a_{19}^{CLP} \\ a_{21}^{CLP} & 1 & a_{23}^{CLP} & a_{24}^{CLP} & a_{25}^{CLP} & a_{26}^{CLP} & a_{27}^{CLP} & a_{28}^{CLP} & a_{29}^{CLP} \\ a_{31}^{CLP} & 0 & a_{33}^{CLP} & a_{34}^{CLP} & a_{35}^{CLP} & a_{36}^{CLP} & a_{37}^{CLP} & a_{38}^{CLP} & a_{39}^{CLP} \\ a_{41}^{CLP} & 0 & a_{43}^{CLP} & 0 & 1 & a_{46}^{CLP} & a_{47}^{CLP} & a_{48}^{CLP} & a_{49}^{CLP} \\ a_{51}^{CLP} & 0 & a_{53}^{CLP} & 0 & 1 & a_{56}^{CLP} & a_{57}^{CLP} & a_{58}^{CLP} & a_{59}^{CLP} \\ a_{61}^{CLP} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a_{67}^{CLP} & a_{68}^{CLP} & a_{69}^{CLP} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.48})$$

Die einzelnen Koeffizienten berechnen sich analytisch zu:

$$a_{11}^{CLP} = 1 - b_{11}^{PP} \left(K_P + \frac{1}{T_S} \right) K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.49})$$

$$a_{21}^{CLP} = -b_{21}^{PP} \left(K_P + \frac{1}{T_S} \right) K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.50})$$

$$a_{31}^{CLP} = -b_{31}^{PP} \left(K_P + \frac{1}{T_S} \right) K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.51})$$

$$a_{41}^{CLP} = - \left(K_P + \frac{1}{T_S} \right) K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.52})$$

$$a_{51}^{CLP} = - \left(K_P + \frac{1}{T_S} \right) K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* \chi_{NC} \quad (\text{A.53})$$

$$a_{61}^{CLP} = - \left(K_P + \frac{1}{T_S} \right) K_S^* \chi_{NS} \quad (\text{A.54})$$

$$a_{12}^{CLP} = a_{12}^{PP} \quad (\text{A.55})$$

$$a_{13}^{CLP} = a_{13}^{PP} - b_{11}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.56})$$

$$a_{23}^{CLP} = a_{23}^{PP} - b_{21}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.57})$$

$$a_{33}^{CLP} = a_{33}^{PP} - b_{31}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.58})$$

$$a_{43}^{CLP} = -K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.59})$$

$$a_{53}^{CLP} = -K_C^* \chi_{NC} \quad (\text{A.60})$$

$$a_{14}^{CLP} = a_{14}^{PP} \quad (\text{A.61})$$

$$a_{24}^{CLP} = a_{24}^{PP} \quad (\text{A.62})$$

$$a_{34}^{CLP} = a_{34}^{PP} \quad (\text{A.63})$$

$$a_{15}^{CLP} = b_{11}^{PP} \quad (\text{A.64})$$

$$a_{25}^{CLP} = b_{21}^{PP} \quad (\text{A.65})$$

$$a_{35}^{CLP} = b_{31}^{PP} \quad (\text{A.66})$$

$$a_{16}^{CLP} = b_{11}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.67})$$

$$a_{26}^{CLP} = b_{21}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.68})$$

$$a_{36}^{CLP} = b_{31}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.69})$$

$$a_{46}^{CLP} = K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.70})$$

$$a_{56}^{CLP} = K_C^* \chi_{NC} \quad (\text{A.71})$$

$$a_{17}^{CLP} = b_{11}^{PP} \frac{1}{T_S} K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.72})$$

$$a_{27}^{CLP} = b_{21}^{PP} \frac{1}{T_S} K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.73})$$

$$a_{37}^{CLP} = b_{31}^{PP} \frac{1}{T_S} K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.74})$$

$$a_{47}^{CLP} = \frac{1}{T_S} K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.75})$$

$$a_{57}^{CLP} = \frac{1}{T_S} K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* \chi_{NC} \quad (\text{A.76})$$

$$a_{67}^{CLP} = \frac{1}{T_S} K_S^* \chi_{NS} \quad (\text{A.77})$$

$$a_{18}^{CLP} = b_{11}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \left\{ \left(K_P + \frac{K_{FFS}^*}{T_S} \right) K_S^* (1 + \chi_{NS}) + \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} \right\} \quad (\text{A.78})$$

$$a_{28}^{CLP} = b_{21}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \left\{ \left(K_P + \frac{K_{FFS}^*}{T_S} \right) K_S^* (1 + \chi_{NS}) + \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} \right\} \quad (\text{A.79})$$

$$a_{38}^{CLP} = b_{31}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \left\{ \left(K_P + \frac{K_{FFS}^*}{T_S} \right) K_S^* (1 + \chi_{NS}) + \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} \right\} \quad (\text{A.80})$$

$$a_{48}^{CLP} = K_C^* (1 + \chi_{NC}) \left\{ \left(K_P + \frac{K_{FFS}^*}{T_S} \right) K_S^* (1 + \chi_{NS}) + \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} \right\} \quad (\text{A.81})$$

$$a_{58}^{CLP} = K_C^* \chi_{NC} \left\{ \left(K_P + \frac{K_{FFS}^*}{T_S} \right) K_S^* (1 + \chi_{NS}) + \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} \right\} \quad (\text{A.82})$$

$$a_{68}^{CLP} = \left(K_P + \frac{K_{FFS}^*}{T_S} \right) K_S^* \chi_{NS} \quad (\text{A.83})$$

$$a_{19}^{CLP} = -b_{11}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \left\{ \frac{K_{FFS}^*}{T_S} K_S^* (1 + \chi_{NS}) + 2 \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} \right\} \quad (\text{A.84})$$

$$a_{29}^{CLP} = -b_{21}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \left\{ \frac{K_{FFS}^*}{T_S} K_S^* (1 + \chi_{NS}) + 2 \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} \right\} \quad (\text{A.85})$$

$$a_{39}^{CLP} = -b_{31}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \left\{ \frac{K_{FFS}^*}{T_S} K_S^* (1 + \chi_{NS}) + 2 \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} \right\} \quad (\text{A.86})$$

$$a_{49}^{CLP} = -K_C^* (1 + \chi_{NC}) \left\{ \frac{K_{FFS}^*}{T_S} K_S^* (1 + \chi_{NS}) + 2 \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} \right\} \quad (\text{A.87})$$

$$a_{59}^{CLP} = -K_C^* \chi_{NC} \left\{ \frac{K_{FFS}}{T_S} K_S^* (1 + \chi_{NS}) + 2 \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} \right\} \quad (\text{A.88})$$

$$a_{69}^{CLP} = -\frac{K_{FFS}^*}{T_S} K_S^* \chi_{NS} \quad (\text{A.89})$$

- Eingangsmatrix $\underline{B}_{CLP,D}^*$ ($m = 7$)

$$\begin{pmatrix} W_{MPP} & Z_L & Z_{SOC} & Z_{SOS} & Z_{SOP} & W_{CC}^* & W_{SC} \\ b_{11}^{CLP} & b_{12}^{CLP} & b_{13}^{CLP} & b_{14}^{CLP} & b_{15}^{CLP} & b_{16}^{CLP} & b_{17}^{CLP} \\ b_{21}^{CLP} & b_{22}^{CLP} & b_{23}^{CLP} & 0 & b_{25}^{CLP} & b_{26}^{CLP} & b_{27}^{CLP} \\ b_{31}^{CLP} & 0 & b_{33}^{CLP} & 0 & b_{35}^{CLP} & b_{36}^{CLP} & b_{37}^{CLP} \\ b_{41}^{CLP} & 0 & b_{43}^{CLP} & 0 & b_{45}^{CLP} & b_{46}^{CLP} & b_{47}^{CLP} \\ b_{51}^{CLP} & 0 & b_{53}^{CLP} & 0 & b_{55}^{CLP} & b_{56}^{CLP} & b_{57}^{CLP} \\ 0 & 0 & b_{63}^{CLP} & 0 & b_{65}^{CLP} & 0 & b_{67}^{CLP} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.90})$$

Die einzelnen Koeffizienten berechnen sich analytisch zu:

$$b_{11}^{CLP} = b_{11}^{PP} \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.91})$$

$$b_{21}^{CLP} = b_{21}^{PP} \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.92})$$

$$b_{31}^{CLP} = b_{31}^{PP} \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.93})$$

$$b_{41}^{CLP} = \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.94})$$

$$b_{51}^{CLP} = \frac{K_{FFA}^*}{T_S^2} K_C^* \chi_{NC} \quad (\text{A.95})$$

$$b_{12}^{CLP} = b_{12}^{PP} \quad (\text{A.96})$$

$$b_{22}^{CLP} = b_{22}^{PP} \quad (\text{A.97})$$

$$b_{13}^{CLP} = b_{13}^{PP} - b_{11}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \frac{c_F}{m_T} \quad (\text{A.98})$$

$$b_{23}^{CLP} = b_{23}^{PP} - b_{21}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \frac{c_F}{m_T} \quad (\text{A.99})$$

$$b_{33}^{CLP} = -b_{31}^{PP} K_C^* (1 + \chi_{NC}) \frac{c_F}{m_T} \quad (\text{A.100})$$

$$b_{43}^{CLP} = -K_C^* (1 + \chi_{NC}) \frac{c_F}{m_T} \quad (\text{A.101})$$

$$b_{53}^{CLP} = -K_C^* \chi_{NC} \frac{c_F}{m_T} \quad (\text{A.102})$$

$$b_{14}^{CLP} = b_{14}^{PP} \quad (\text{A.103})$$

$$b_{15}^{CLP} = -b_{11}^{PP} K_P K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.104})$$

$$b_{25}^{CLP} = -b_{21}^{PP} K_P K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.105})$$

$$b_{35}^{CLP} = -b_{31}^{PP} K_P K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.106})$$

$$b_{45}^{CLP} = -K_P K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* (1 + \chi_{NC}) \quad (\text{A.107})$$

$$b_{55}^{CLP} = -K_P K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* \chi_{NC} \quad (\text{A.108})$$

$$b_{65}^{CLP} = -K_P K_S^* (1 + \chi_{NS}) K_C^* \chi_{NC} \quad (\text{A.109})$$

Abkürzungsverzeichnis

ADC	Analog to Digital Converter (Analog-Digital Umsetzer)
AKF	Autokorrelationsfunktion
ASD	Amplitudendichtespektrum
ASIC	Application Specific Integrated Circuit
CIC Filter	Cascaded-Integrator-Comb Filter
CORDIC	Coordinate Rotation Digital Computer
CO₂	Kohlenstoffdioxid
CPS	Cumulative Power Spectrum (Kumuliertes Leistungsspektrum)
DAC	Digital to Analog Converter (Digital-Analog Umsetzer)
DC	Direct Current (Gleichstrom)
DIN	Deutsches Institut für Normung
<i>ENOB</i>	Effective Number of Bits (effektive Anzahl von Bits)
FEM	Finite Element Method (Finite Elemente Methode)
FEMM	Finite Element Method Magnetics
FMC	FPGA Mezzanine Card
FPGA	Field Programmable Gate Array
GaN	Galliumnitrid
HDL	Hardware Description Language (Hardwarebeschreibungssprache)
HEMT	High Electron Mobility Transistor
HF	Hochfrequenz
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
IGBT	Insulated Gate Bipolar Transistor (Bipolartransistor mit isolierter Gate-Elektrode)
ISO	Internationale Organisation für Normung
Laser	Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation
LDV	Laser-Doppler-Vibrometer
MOSFET	Metal Oxide Semiconductor Field-Effect Transistor (Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistor)
MPSoC	Multi-Processor-System-on-Chip
OSR	Oversampling Ratio (Überabtastrate)

PC	Personal Computer
PI	Proportional-Integral
PMG	Positionsmessgerät
PSD	Power Spectral Density (Leistungsdichtespektrum)
PT₁	Verzögerungsglied 1. Ordnung
PT₂	Verzögerungsglied 2. Ordnung
PWM	Pulsweitenmodulation
RAM	Random Access Memory
RMS	Root Mean Square (Effektivwert)
SAR	Sukzessive Approximation Register
S/H	Sample and Hold (Abtast-Halte)
Si	Silizium
SiC	Siliziumkarbid
<i>SINAD</i>	Signal to Noise and Distortion (Signal-zu-Rausch- und Verzerrungsabstand)
<i>SNR</i>	Signal to Noise Ratio (Signal-Rauschabstand)
SoC	System on Chip
TCP	Tool Center Point (Bearbeitungspunkt)
$\Delta\Sigma$	Delta-Sigma

Symbolverzeichnis

Lateinische Buchstaben

a	Beschleunigung	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
a_{max}	Maximale Beschleunigung	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
a_{SP}	Anzahl an Signalperioden	-
\hat{a}	Scheitelwert der Beschleunigung	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
$A_{CIC^{kF}}$	Amplitude des CIC Filters k-ter Ordnung	-
A_{STF}	Amplitude der Führungsübertragungsfunktion	-
A_{NTF}	Amplitude der Störübertragungsfunktion	-
$\underline{A}_{CLP,D}^*$	Zeitdiskrete Systemmatrix des Gesamtmodells	-
$\underline{A}_{PP,D}^*$	Zeitdiskrete Systemmatrix der Regelstrecke	-
$\underline{B}_{CLP,D}^*$	Zeitdiskrete Eingangsmatrix des Gesamtmodells	-
$\underline{B}_{PP,D}^*$	Zeitdiskrete Eingangsmatrix der Regelstrecke	-
c_{dyn}	Dynamische Laststeifigkeit	$\frac{\text{N}}{\text{m}}$
c_F	Kraftkonstante	$\frac{\text{N}}{\text{A}}$
c_X	Federsteifigkeit	$\frac{\text{N}}{\text{m}}$
C_L	Leitungskapazität	F
c_{LP}^{min}	Minimale Lastunterdrückung des Positionsregelkreises	dB
c_{LS}^{min}	Minimale Lastunterdrückung des Geschwindigkeitsregelkreises	dB
C_M	Motorkapazität	F
C_S	Trägersignal für PWM	-
$\underline{C}_{CLP,D}^*$	Zeitdiskrete Ausgangsmatrix des Gesamtmodells	-
$\underline{C}_{PP,D}^*$	Zeitdiskrete Ausgangsmatrix der Regelstrecke	-
d	Durchmesser	m
d_X	Dämpfungskoeffizient	$\frac{\text{Ns}}{\text{m}}$
D	Dämpfungsgrad	-
D_M	Dämpfungsgrad der Mechanik	-
$\underline{D}_{CLP,D}^*$	Zeitdiskrete Durchgangsmatrix des Gesamtmodells	-
$\underline{D}_{PP,D}^*$	Zeitdiskrete Durchgangsmatrix der Regelstrecke	-
e	Quantisierungsfehler	-
e	Regelfehler	-
e_P	Regelfehler Position	m

e_S	Regelfehler Geschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
e_{PC}	Abweichung am TCP	m
e_{RMS}	Effektivwert des Quantisierungsfehlers	-
e_C^*	Normierter Regelfehler Strom	-
e_{u1}^*	Quantisierungsfehler Messsignal 1 (normiert)	-
e_{u2}^*	Quantisierungsfehler Messsignal 2 (normiert)	-
$e_{u,max}^*$	Maximaler Quantisierungsfehler (normiert)	-
$ENOB$	Effektive Anzahl an Bits	Bit
$ENOB_{ideal}$	Theoretisch ideale Anzahl effektiver Bits	Bit
$ENOB_{ADC}^C$	Effektive Anzahl an Bits des Stromsignals	Bit
f	Frequenz	Hz
$f_{-3dB,CIC}$	-3dB Frequenz des CIC Filters	Hz
f_{0M}	Kennfrequenz der Mechanik	Hz
f_{01}	Erste relevante Eigenfrequenz der Mechanik	Hz
f_{02}	Zweite relevante Eigenfrequenz der Mechanik	Hz
f_{03}	Dritte relevante Eigenfrequenz der Mechanik	Hz
f_{0P}	Charakteristische Frequenz der Position (Lastverhalten)	Hz
f_{AD}	Abtastfrequenz des ADCs	Hz
f_{clk}	Taktfrequenz der Hardware	Hz
$f_{C -3dB}$	-3dB Frequenz des Stromregelkreises	Hz
f_{CO}	Amplitudendurchtrittsfrequenz	Hz
f_{COC}	Amplitudendurchtrittsfrequenz des Stromregelkreises	Hz
f_{COP}	Amplitudendurchtrittsfrequenz des Positionsregelkreises	Hz
f_{COS}	Amplitudendurchtrittsfrequenz des Geschwindigkeitsregelkreises	Hz
f_I	Frequenz, bis zu der der I-Anteil des Geschwindigkeitsreglers wirkt	Hz
f_M	Messfrequenz	Hz
f_{MB}	Eigenfrequenz der Führungen	Hz
f_{PWM}	PWM Frequenz	Hz
$f_{P -3dB}$	-3dB Frequenz des Positionsregelkreises	Hz
f_S	Abtastfrequenz	Hz
$f_{S -3dB}$	-3dB Frequenz des Geschwindigkeitsregelkreises	Hz
f_{SC}^{-3dB}	-3dB Frequenz des Geschwindigkeitsregelkreises (Lastverhalten)	Hz
f_{Signal}	Frequenzbandbreite des Signals	Hz
$f_{Signal,max}$	Größte im Signal auftretende Frequenz	Hz
$f_{SO -3dB}$	-3dB Frequenz der Ausgangssensitivität	Hz
$f_{SOC -3dB}$	-3dB Frequenz der Ausgangssensitivität des Stroms	Hz

$f_{SOP -3dB}$	–3dB Frequenz der Ausgangssensitivität der Position	Hz
$f_{SOS -3dB}$	–3dB Frequenz der Ausgangssensitivität der Geschwindigkeit	Hz
f_{St1}	Störfrequenz 1	Hz
f_{St2}	Störfrequenz 2	Hz
f_{St3}	Störfrequenz 3	Hz
F	Kraft	N
F_L	Lastkraft	N
F_{max}	Maximale Kraft	N
F_R	Reibkraft	N
G_C	Übertragungsfunktion Regler (zeitkontinuierlich)	-
G_{CC}^*	Übertragungsfunktion Stromregler (normiert)	-
G_{CS}^*	Übertragungsfunktion Geschwindigkeitsregler (normiert)	-
G_{M1}	Übertragungsfunktion Mechanik 1 (zeitkontinuierlich)	-
G_{M2}	Übertragungsfunktion Mechanik 2 (zeitkontinuierlich)	-
G_{Mo}	Übertragungsfunktion Motor (zeitkontinuierlich)	-
G_P	Übertragungsfunktion Regelstrecke (zeitkontinuierlich)	-
G_{SO}	Ausgangssensitivitätsfunktion (zeitkontinuierlich)	-
H_C	Zeitdiskrete Übertragungsfunktion Regler	-
H_{CC}^*	Zeitdiskrete Übertragungsfunktion Stromregler (normiert)	-
H_{CP}	Zeitdiskrete Übertragungsfunktion Positionsregler	-
H_{CS}^*	Zeitdiskrete Übertragungsfunktion Geschwindigkeitsregler (normiert)	-
H_{CSO}	Zeitdiskrete, komplementäre Ausgangssensitivitätsfunktion	-
H_L	Zeitdiskrete Lastübertragungsfunktion	-
H_P	Zeitdiskrete Übertragungsfunktion Regelstrecke	-
H_{P1}	Zeitdiskrete Übertragungsfunktion Regelstrecke 1	-
H_{P2}	Zeitdiskrete Übertragungsfunktion Regelstrecke 2	-
H_O	Zeitdiskrete Übertragungsfunktion offener Kreis	-
H_{SO}	Zeitdiskrete Ausgangssensitivitätsfunktion	-
$H_{SO,max}$	Maximale Überhöhung der Ausgangssensitivität	-
$H_{SOC,max}$	Maximale Überhöhung der Ausgangssensitivität des Stromregelkreises	-
$H_{SOP,max}$	Maximale Überhöhung der Ausgangssensitivität des Positionsregelkreises	-
$H_{SOS,max}$	Maximale Überhöhung der Ausgangssensitivität des Geschwindigkeitsregelkreises	-
H_W	Zeitdiskrete Führungsübertragungsfunktion	-

i	Iterationsschritt für CORDIC Algorithmus	-
i_M	Motorstrom	A
I	Strom	A
I_0	Strom Schritt 0	A
I_1	Strom Schritt 1	A
I_{eff}	Effektivwert des Stroms	A
I_{max}	Maximaler Strom	A
I_q	Quantisierungsstrom	A
$I_{q,WD}$	Quantisierungsstrom durch Wertediskretisierung	A
$I_{q,ZD}$	Quantisierungsstrom durch Zeitdiskretisierung	A
ΔI_R	Stromschwankung „rückwärts“	A
ΔI_V	Stromschwankung „vorwärts“	A
$\Delta \hat{I}$	Maximale Stromschwankung	A
k_F	Ordnung des CIC Filters	-
K_C	Proportionalverstärkung Stromregler	$\frac{V}{A}$
K_C^*	Normierte Proportionalverstärkung Stromregler	-
K_{FFA}	Parameter für optionale Beschleunigungsvorsteuerung	-
K_{FFS}	Parameter für optionale Geschwindigkeitsvorsteuerung	-
K_P	Proportionalverstärkung des Positionsreglers	$\frac{1}{s}$
K_S	Proportionalverstärkung Geschwindigkeitsregler	$\frac{As}{m}$
K_S^*	Normierte Proportionalverstärkung Geschwindigkeitsregler	$\frac{1}{s}$
L	Induktivität	H
L_L	Leitungsinduktivität	H
L_M	Induktivität des Tauchspulenmotors	H
M	Dezimierungsrate	-
m	Masse	kg
m_T	Bewegte Masse	kg
n_B	Brechungsindex	-
n	Anzahl der notwendigen Iterationsschritte	-
Δn_B	Änderung des Brechungsindex	-
N_{ADC}	ADC Bitbreite	Bit
N_{ADC}^C	ADC Bitbreite des Stroms	Bit
N_{ADC}^P	ADC Bitbreite der Position	Bit
N_{yP}	Notwendige ADC Bitbreite für die Position	Bit
NTF	Störübertragungsfunktion	-

OSR	Überabtastrate	-
q_P	Maximaler Quantisierungsfehler	m
q_P^*	Normierter, maximaler Quantisierungsfehler	-
q_u	Auflösung der Messsignale	m
r	Radius	m
r_{XX}	Autokorrelationsfunktion	-
R	Widerstand	Ω
R_M	Widerstand des Tauchspulenmotors	Ω
s	Steigung	-
s_A	Schalterkombination Halbbrücke A	-
s_B	Schalterkombination Halbbrücke B	-
s_P	Sicherheitsfaktor	-
S_{PP}	Spektrale Leistungsdichte der Position	$\frac{m^2}{Hz}$
S_{PP}^{ADP}	Skaliertes Positions-Quantisierungsrauschen	$\frac{m^2}{Hz}$
S_{PP}^{PMGR}	Skalierte spektrale Leistungsdichte des Positionsmessgeräts Regelgröße	$\frac{m^2}{Hz}$
$S_{PP}^{PMGR,D}$	Spektrale Leistungsdichte des Positionsmessgeräts Regelgröße (Datenblatt)	$\frac{m^2}{Hz}$
S_{PP}^{VMG}	Skalierte spektrale Leistungsdichte des Vergleichsmessgeräts	$\frac{m^2}{Hz}$
$S_{PP}^{VMG,D}$	Spektrale Leistungsdichte des Vergleichsmessgeräts (Datenblatt)	$\frac{m^2}{Hz}$
S_{XX}	Spektrale Leistungsdichte	$\frac{W}{Hz}$
$SINAD$	Signal to Noise and Distortion	dB
SNR	Signal to Noise Ratio	dB
STF	Führungsübertragungsfunktion	-
t	Zeit	s
t_r	Anstiegszeit	s
t_s	Einschwingzeit	s
T_A	Abtastzeit	s
T_{AD}	Abtastzeit des ADCs	s
T_{an}	Anregelzeit	s
T_{aus}	Ausregelzeit	s
T_{clk}	Taktrate der Hardware	s
T_D	Datenrate des Dezimierungsfilters	s
T_{El}	Elektrische Zeitkonstante des Motors	s
T_{NC}	Nachstellzeit Stromregler	s

T_{NS}	Nachstellzeit Geschwindigkeitsregler	s
T_P	Verarbeitungstotzeit	s
T_{Period}	Periodenzeit	s
$T_{P,AD}$	Verarbeitungstotzeit der ADCs	s
$T_{P,C}$	Verarbeitungstotzeit durch Berechnungsdauer der Regelung	s
$T_{P,CIC}$	Verarbeitungstotzeit durch den CIC Filter	s
$T_{P,PWM}$	Verarbeitungstotzeit durch PWM	s
T_S	Abtastzeit	s
T_{SV}	Zeitdauer für „aktiv vorwärts“	s
T_{SR}	Zeitdauer für „aktiv rückwärts“	s
T_{On}	Zeitdauer für „aktiv“	s
u_1^*	Normiertes Messsignal 1	-
u_2^*	Normiertes Messsignal 2	-
u_{1Q}^*	Quantisiertes, skaliertes und normiertes Messsignal 1	-
u_{2Q}^*	Quantisiertes, skaliertes und normiertes Messsignal 2	-
u_{1S}^*	Skaliertes und normiertes Messsignal 1	-
u_{2S}^*	Skaliertes und normiertes Messsignal 2	-
u_b	Periodisches Signal (normiert)	-
u_C^*	Stellsignal Stromregler (normiert)	V
$u_{c,max}$	Maximales Stellsignal Stromregler (normiert)	-
$u_{c,\infty}$	Stationäres Stellsignal Stromregler (normiert)	-
\underline{u}_{CLP}^*	Eingangsvektor des Gesamtmodells	-
u_{Cs}^*	Abgetastetes Stellsignal (normiert)	-
u_{Ck}^*	Kontinuierliches Stellsignal (normiert)	-
u_{eff}	Effektivwert eines Signals (normiert)	-
$u_{eff,kub}$	Effektivwert eines kubischen Signals (normiert)	-
$u_{eff,qdr}$	Effektivwert eines quadratischen Signals (normiert)	-
$u_{eff,sin}$	Effektivwert eines sinusförmigen Signals (normiert)	-
u_p	Stellsignal Positionsregler	$\frac{m}{s}$
\underline{u}_{PP}^*	Eingangsvektor der Regelstrecke	-
u_{qdr}	quadratisches Signal (normiert)	-
u_S^*	Stellsignal Geschwindigkeitsregler (normiert)	$\frac{m}{s^2}$
\hat{u}	Messsignalamplitude, Scheitelwert	-
\hat{u}_1	Amplitude Messsignal 1	-
\hat{u}_2	Amplitude Messsignal 2	-

\hat{u}_{1S}	Skalierte Amplitude Messsignal 1	-
\hat{u}_{2S}	Skalierte Amplitude Messsignal 2	-
\hat{u}_{AD}	ADC Aussteuerbereich	-
\hat{u}_S	Skalierte Messsignalamplitude	-
\hat{u}_n	Normamplitude	-
U	Spannung	V
U_{CR}	Mittlere Spannung rückwärts	V
U_{CV}	Mittlere Spannung vorwärts	V
U_{DC}	Bemessungsspannung	V
U_{eff}	Effektivwert der Spannung	V
$U_{eff,Signal}$	Normierter Effektivwert des Signals	-
U_i	Induzierte Spannung	V
U_M	Motorspannung	V
U_q	Quantisierungsspannung	V
v	Geschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
v_0	Anfangsgeschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
$v_{max,AD -3dB}$	Maximal mögliche Geschwindigkeit auf Grund der $-3dB$ Frequenz des CIC Filters	$\frac{m}{s}$
w	Sollgröße	-
w_{CC}^*	Sollstrom (normiert)	$\frac{m}{s^2}$
w_{MPA}	Beschleunigung für Beschleunigungsvorsteuerung	$\frac{m}{s^2}$
w_{MPP}	Sollposition bei Vorsteuerung	m
w_{MPS}	Geschwindigkeit für Geschwindigkeitsvorsteuerung	$\frac{m}{s}$
w_P	Sollposition	m
w_{SC}	Sollgeschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
\hat{w}_C	Sprunghöhe des Sollstroms	A
x	Weg, Position	m
x_{Aq}	Beschleunigung	$\frac{m}{s^2}$
x_C	Iststrom	A
x_C^*	Iststrom (normiert)	V
x_{CI}^*	Integrator Zustand Stromregler	$\frac{m}{s^2}$
\underline{x}_{CLP}^*	Zustandsvektor des Gesamtmodells	-
x_{CSC}^*	Komplementäre Ausgangssensitivität des Stroms (normiert)	$\frac{m}{s^2}$
x_{CSP}	Komplementäre Ausgangssensitivität der Position	m

x_{CSS}	Komplementäre Ausgangssensitivität der Geschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
x_i	Positionswert in x-Richtung bei Iterationsschritt i	m
x_P	Istposition	m
$x_{P,RMS}$	Effektivwert des Gesamtsignals	m
x_{P0}	Position Schritt 0	m
x_{P1}	Position Schritt 1	m
x_{P2}	Position Schritt 2	m
x_{P3}	Position Schritt 3	m
x_{PD}	Zustandsvariable für Verzögerung	-
\underline{x}_{PP}^*	Zustandsvektor der Regelstrecke	-
$x_{P,max}^{RMS}$	Effektivwert der maximalen Positionsschwankung	m
$x_{P,q}^{RMS}$	Effektivwert der Positionsschwankung durch Diskretisierung	m
$x_{P,qWD}^{RMS}$	Effektivwert der Positionsschwankung durch Wertediskretisierung	m
$x_{P,qZD}^{RMS}$	Effektivwert der Positionsschwankung durch Zeitdiskretisierung	m
x_{RMS}	Effektivwert des Positionsrauschens	m
x_{RMS}^{ADP}	Effektivwert des Positions-Quantisierungsrauschens	m
x_{RMS}^{PMG}	Gesamteffektivwert des Rauschens des Positionsmessgeräts Regelgröße	m
x_{RMS}^{PMGR}	Effektivwert des Rauschens des Positionsmessgeräts Regelgröße (Datenblatt)	m
x_{RMS}^{VMG}	Gesamteffektivwert des Rauschens des Vergleichsmessgerät	m
$x_{RMS,St1}$	Effektivwert der Störampplitude 1	m
$x_{RMS,St2}$	Effektivwert der Störampplitude 2	m
$x_{RMS,St3}$	Effektivwert der Störampplitude 3	m
x_S	Geschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
x_{S0}	Geschwindigkeit Schritt 0	$\frac{m}{s}$
x_{S1}	Geschwindigkeit Schritt 1	$\frac{m}{s}$
x_{S2}	Geschwindigkeit Schritt 2	$\frac{m}{s}$
x_{SI}^*	Integrator Zustand Geschwindigkeitsregler	
x_{SP}	Signalperiode	m
x_{SP}^{Laser}	Signalperiode des eingesetzten Lasers	m
$x_{SP,F,max}$	Maximaler Fehler innerhalb einer Signalperiode	-
x_{TCP}	Istposition am TCP	m
\hat{x}_{ST1}	Scheitelwert der Störampplitude 1	m
\hat{x}_{ST2}	Scheitelwert der Störampplitude 2	m

\hat{x}_{ST3}	Scheitelwert der Störamplitude 3	m
Δx_{Laser}	Änderung der gemessenen Position mit dem Laser	m
Δx_P	Positionsauslenkung	m
$\Delta x_{P,max}$	Maximale Positionsschwankung	m
$\Delta x_{P,q}$	Positionsschwankung durch Diskretisierung	m
$\Delta x_{P,qWD}$	Positionsschwankung durch Wertediskretisierung	m
$\Delta x_{P,qZD}$	Positionsschwankung durch Zeitdiskretisierung	m
$\Delta x_{S,max}$	Maximale Geschwindigkeitsschwankung	$\frac{m}{s}$
$\Delta x_{S,q}$	Geschwindigkeitsschwankung durch Diskretisierung	$\frac{m}{s}$
X_{eff}	Effektivwert eines Signals	-
X_T	Fourier Spektrum	-
y	Gemessener Wert (Rückführgröße)	
\underline{y}_{CLP}^*	Ausgangsvektor des Gesamtmodells	-
y_M	Gemessener Wert nach Delta-Sigma Modulator (normiert)	-
y_{FBC}^*	Normierte Rückführgröße Stromregler	-
y_{FBP}	Rückführgröße Positionsregler	m
y_{FBP}^*	Normierte Rückführgröße Positionsregler	-
y_{FBS}	Rückführgröße Geschwindigkeitsregler	$\frac{m}{s}$
y_i	Positionswert in y-Richtung bei Iterationsschritt i	-
y_{max}	Maximal möglicher Messwert	-
y_P	Gemessene Position mit Messgerät Regelgröße	m
y_P^*	Gemessene Position mit Messgerät Regelgröße (normiert)	-
y_{PC}	Verarbeitetes Positionssignal des Vergleichsmessgeräts	m
\underline{y}_{PP}^*	Ausgangsvektor der Regelstrecke	-
y_{SP}	Position innerhalb einer Signalperiode	m
y_{SH}^*	Abgetasteter, gemessener Wert (normiert)	-
y_{TCP}	Gemessene Position mit Vergleichsmessgerät am TCP	m
Δy_P	Maximale dynamische Auslenkung der gemessenen Position	m
z_O	Oktantenzähler	-
z_L	Lastgröße	N
z_q	Störgröße	N
z_{SOC}	Ausgangssensitivität Strom	A
z_{SOP}	Ausgangssensitivität Position	m
z_{SOS}	Ausgangssensitivität Geschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
Z	Impedanz	Ω

Griechische Buchstaben

α_i	Teilwinkel bei Iterationsschritt i	rad
δ	Dirac-Impuls	-
δ_E	Eindringtiefe	m
λ	Wellenlänge	m
λ_0	Wellenlänge im Vakuum	m
λ_{Laser}	Wellenlänge des eingesetzten Lasers	m
$\Delta\lambda_{Laser}$	Änderung der Wellenlänge des eingesetzten Lasers	m
μ_0	Magnetische Feldkonstante	$\frac{Vs}{Am}$
μ_P	Erwartungswert der Position	m
σ	Standardabweichung	m
σ_i	Drehrichtung im CORDIC Algorithmus	-
σ_E	Elektrische Leitfähigkeit des Leitermaterials	$\frac{S}{m}$
φ	Winkel	rad
φ_{SD}	Berechneter Unterteilungswinkel	rad
$\varphi_{SD,0}$	Berechneter Unterteilungswinkel im ersten Oktanten	rad
φ_{SP}	Signalperiodenwinkel	rad
$\varphi_{SP,0}$	Signalperiodenwinkel im ersten Oktanten	rad
$\varphi_{SP,q,CORDIC}$	Kleinstmögliche Signalperiodenwinkel	rad
$\varphi_{SP,0,i}$	Signalperiodenwinkel im ersten Oktanten bei Iterationsschritt i	rad
$\varphi_{CIC^{kF}}$	Phase des CIC Filters	rad
φ_{PMC}	Phasenreserve Stromregler	Grad
φ_{PMP}	Phasenreserve Positionsregler	Grad
φ_{PMS}	Phasenreserve Geschwindigkeitsregler	Grad
φ_{STF}	Phase der Führungsübertragungsfunktion	rad
φ_{NTF}	Phase der Störübertragungsfunktion	rad
$\Delta\varphi_{SD}$	Unterteilungswinkelfehler	rad
χ_D	Einschaltdauer (relativ)	-
χ_{DR}	Einschaltdauer im Bereich „rückwärts“	-

χ_{DV}	Einschaltdauer im Bereich „vorwärts“	-
χ_{CL}	Spannungsstellbereich	-
χ_e	Fehlerverhältnis	-
χ_P	Verhältnis aus Verarbeitungstotzeit und Abtastzeit	-
χ_{PS}	Verhältnis aus Verarbeitungstotzeit und elektrischer Zeitkonstante	-
χ_S	Verhältnis aus Abtastzeit und elektrischer Zeitkonstante	-
χ_U	Spannungsüberhöhung	-
ω	Kreisfrequenz	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
ω_0	Kennkreisfrequenz	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
ω_{0M}	Kennkreisfrequenz der Mechanik	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
Δ	Stufenhöhe eines Quantisierungsschritts	-
Δ^*	Normierte Stufenhöhe eines Quantisierungsschritts	-

Literaturverzeichnis

- [1] R. Hagl, *Elektrische Antriebstechnik*. HANSER Verlag, 2021.
- [2] J. Wittmann, *Beschleunigungsregelung von Servoantrieben basierend auf Positionsmesswerten*. Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik der Technischen Universität München, Dissertation, 2018.
- [3] H. Schmirgel, J. O. Kraß und R. Berger, „Delay Time Compensation in the Current Control Loop of Servo Drives – Higher Bandwidth at no Trade-off,“ in *International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management PCIM Europe*, 2006.
- [4] L. Rassudov und A. Balkovoi, „Current control delay reduction for FPGA-based Servodrive,“ in *International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management PCIM Europe*, Nürnberg, 2017.
- [5] J. Weigel, *Modellbildung und parameteradaptive hochdynamische Regelung eines permanenterregten Synchronlinearmotors*. Fachbereich 18 Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Darmstadt, Dissertation, 2004.
- [6] T. Yamaguchi, M. Hirata und C. K. Pang, *High-Speed Precision Motion Control*. CRC Press, 2012.
- [7] J. Sorensen, „ $\Sigma\Delta$ -conversion Used for Motor Control,“ in *PCIM Europe*, pp. 464–471, 2015.
- [8] A. Rath, C. Klarenbach, O. D. Djouosseu und J. O. Kraß, „Fast Current Measurement based on Enhanced $\Sigma\Delta$ Technology,“ in *International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management PCIM Europe*, Nürnberg, 2012.
- [9] A. Klein, *Delta-Sigma Signalverarbeitung in der Regelungstechnik*. Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik, Physik der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Dissertation, 2019.
- [10] M. Homann, *Hochdynamische Strom- und Spannungsregelung von permanenterregten Synchronmaschinen auf Basis von Delta-Sigma Bitströmen*. Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik, Physik der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Dissertation, 2016.
- [11] H.-C. Klarenbach, *Hochdynamische Servoantriebe mit paralleler Algorithmenverarbeitung*. Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik der Technischen Universität München, Dissertation, 2013.
- [12] H. Schmirgel und J. O. Kraß, „FPGA Based Sine-Cosine Encoder to Digital Converter using Delta-Sigma Technology,“ in *International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management PCIM Europe*, 2009.
- [13] J. Wittmann und R. Hagl, *Positionsmessfehler in Servoantrieben*. *Antriebstechnik*, Januar-Februar 2016.

- [14] J. Wittmann, R. Hagl und R. Kennel, „Influence of Position Measuring Errors on Speed Ripple in Servo Drives,“ in *International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM)*, 2016.
- [15] R. Lyons, „Another Contender in the Arctangent Race,“ *IEEE SIGNAL PROCESSING MAGAZINE*, pp. 109-110, Januar 2004.
- [16] S. Rajan, S. Wang und R. Inkol, „Efficient Approximations for the Four-Quadrant Arctangent Function,“ in *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE)*, 2006, pp. 1043-1046, 2006.
- [17] F. Jenni und D. Wüest, *Steuerverfahren für selbstgeführte Stromrichter*. vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich, 1995.
- [18] F. Stubenrauch, J. Wittmann, A. Kiermayer, N. Seliger, R. Hagl, D. Schmitt-Landsiedel und R. Kennel, „FPGA-based High Dynamic Servo Drive Control with a 200 kHz Gallium Nitride Inverter,“ in *19th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'17 ECCE Europe)*, Warschau, 2017.
- [19] H. Schmirgel und J. O. Kraß, „On Designing Robust and High Bandwidth Digital Current Controllers for SiC and GaN Inverters,“ in *International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management PCIM Europe*, 2013.
- [20] S. Yabui, T. Atsumi und S. Nakamura, „Compensation for Position-Dependent Mechanical Resonances in Head-Positioning Control of Hard Disk Drives,“ in *IEEE TRANSACTIONS ON ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING* 2015, S151-158, John Wiley & Sons, Inc, 2013.
- [21] J. Hilverkus, R. Hagl und R. Kennel, „Structural Mechanical Limitations of Dynamics of Servo Drives,“ in *25th International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM)*, Virtual Meeting, 2020.
- [22] M. Schulze, *Elektrische Servoantriebe, Baugruppen mechatronischer Systeme*. Carl Hanser Verlag, 2008.
- [23] HAMEG Instruments, *Fachartikel. Was ist Rauschen?*, Fachbericht Spektrumanalyse.
- [24] H. J. Eichler und J. Eichler, *Laser. Bauformen, Strahlführung, Anwendungen*, Springer Vieweg, 2015.
- [25] Polytec, [Online]. Available: <https://www.polytec.com/de/vibrometrie/technologie/>. [Zugriff am 26 März 2020].
- [26] A. Ernst, *Digitale Längen- und Winkelmesstechnik*. verlag moderne industrie, 2001.
- [27] Dr. JOHANNES HEIDENHAIN GmbH, *Offene Längenmessgeräte*. Traunreut, Mai 2019.
- [28] H. Czichos, *Mechatronik*, Springer Vieweg, 2015.
- [29] Polytec, *Messtechnische Eigenschaften VibroFlec Connect*. Spezifikationshandbuch.
- [30] B. Edlén, *The Refractive Index of Air. Metrologia* 2, S71-80, 1966.

- [31] K. Meiners-Hagen, F. Pollinger und A. Abou-Zeid, *Brechzahlkompensation mittels Mehrwellenlängen-Interferometrie*. PTB-Mitteilungen 120, Heft 2, 2010.
- [32] J. Höllthaler, R. Hagl und R. Kennel, „Bandwidth Improvements for Current Control Loops with a 100 kHz PWM Frequency and GaN Power Semiconductors,“ in *58th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*, pp. 364-370, 2019.
- [33] R. Scholz, *Grundlagen der Elektrotechnik*. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, 2018.
- [34] J. Biela, „Wirbelstromverluste in Wicklungen induktiver Bauelemente,“ *Skriptum Professur für Hochleistungselektronik, ETH Zürich*, Oktober 2012.
- [35] J. Hagedorn, F. Sell-Le Blanc und J. Fleischer, *Handbuch der Wickeltechnik für hocheffiziente Spulen und Motoren*. Springer Vieweg, 2016.
- [36] „Elektrisola,“ [Online]. Available: <https://www.elektrisola.com/de/hf-litze-litze-litz-wire/produkte/begriffe-grundlagen/technische-grundlagen-und-berechnung.html>. [Zugriff am 20 Januar 2021].
- [37] E. Hornbogen, G. Eggeler und E. Werner, *Werkstoffe. Aufbau und Eigenschaften von Keramik-, Metall-, Polymer- und Verbundwerkstoffen*, Springer Vieweg, 2019.
- [38] A. Hirsch, H. G. Hoyer und U. Mahn, *Lineare Wälzführungen. Anforderungen, Auswahl, Auslegung, Ausführungsbeispiele, Schadensfälle*, Springer Vieweg, 2019.
- [39] B. Perovic, *Hydrostatische Führungen und Lager*. Springer , 2019.
- [40] SCHNEEBERGER Lineartechnik, *Linearführungen und Umlaufkörper Produktkatalog 2020*. 2020.
- [41] „ceratec TECHNISCHE KERAMIK,“ [Online]. Available: <https://www.ceratec.de/material/zirkonoxid-siliziumnitrid/>. [Zugriff am 21 Januar 2021].
- [42] D. Schröder, *Elektrische Antriebe. Regelung von Antriebssystemen*, Springer Vieweg, 2015.
- [43] H. Olsson, *Control Systems with Friction*. Sweden: Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Dissertation, 1996.
- [44] B. Bona und M. Indri, „Friction Compensation in Robotics: an Overview,“ in *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference*, S. 4360-4367, Seville, Spain, 2005.
- [45] B. Armstron-Hélouvy , P. Dupont und C. C. De Wit, „A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction,“ in *Automatica, Volume 30, Issue 7, Pages 1083-1138*, 1994.
- [46] P. R. Dahl, „Measurement of solid friction parameters of ball bearings,“ in *Proceedings of the 6th Annual Symposium on Incremental Motion, Control Systems and Devices*, S.49-59, 1977.

- [47] R. Gessler, *Entwicklung Eingebetteter Systeme. Vergleich von Entwicklungsprozessen für FPGA- und Mikroprozessor-Systeme Entwurf auf Systemebene*, Springer Vieweg, 2020.
- [48] XILINX, *Zynq UltraScale+ MPSoC Data Sheet. Overview*, Product Specification, DS891 2019.
- [49] M. Doppelbauer, *Grundlagen der Elektromobilität*. Springer Vieweg, 2020.
- [50] F. J. Stubenrauch, *Halbleiter großer Bandlückenenergie in Stromrichtern mit Spannungszwischenkreis zur Ansteuerung dynamischer Servoantriebe*. Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik der Technischen Universität München, Dissertation, 2018.
- [51] L. Papula, *Mathematische Formelsammlung*. Vieweg+Teubner, 2009.
- [52] I. Koren und O. Zinaty, „Evaluating Elementary Functions in a Numerical coprocessor Based on Rational Approximations,“ in *IEEE TRANSACTIONS ON COMPUTERS*, VOL. 39, NO. 8, pp. 1030-1037, August 1990.
- [53] J. E. Volder, „The CORDIC Trigonometric Computing Technique,“ in *IRE Transactions on Electronic Computers*, Vol. EC-8, No.3, pp. 330-334, 1959.
- [54] J. S. Walther, „A Unified Algorithm for Elementary Function,“ in *Spring Joint Computer Conference*, pp. 379-385, 1971.
- [55] R. Lerch, *Elektrische Messtechnik*. Springer, 2006.
- [56] J.-R. Ohm und H. D. Lüke, *Signalübertragung. Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme*, Springer Vieweg, 2014.
- [57] J. Höllthaler, R. Hagl und R. Kennel, „Bandwidth Improvements of Linear Direct Drives with a 100 kHz PWM-Frequency,“ in *12th International Symposium on Linear Drives for Industry Applications (LDIA)*, 2019.
- [58] JCGM 100:2008 GUM 1995 with minor corrections, *Evaluation of measurement data, Guide to the expression of uncertainty in measurement*, JCGM, 2008.
- [59] D. I. 5725-1:1997-11, *Genauigkeit (Richtigkeit und Präzision) von Meßverfahren und Meßergebnissen. Teil 1: Allgemeine Grundlagen und Begriffe*, Beuth Verlag, 1997.
- [60] B. Brinkmann, *Internationales Wörterbuch der Metrologie. Grundlegende und allgemeine Begriffe und zugeordnete Benennungen (VIM)*, Beuth Verlag, 2012.
- [61] M. Zappe, *Messtechnische Begriffe und ihre Bedeutung im Laboralltag. Teil 1: Richtigkeit, Präzision und Genauigkeit*, Mettler Toledo UserCom 1/2009.
- [62] Testo Industrial Services, *Messunsicherheitsfibel. Praxisgerechte Bestimmung von Messunsicherheiten nach GUM (bei Kalibrierung)*, 2013.
- [63] T. Mühl, *Elektrische Messtechnik. Grundlagen, Messverfahren, Anwendungen*, Springer Vieweg, 2020.
- [64] R. Waldi, *Statistische Datenanalyse*. Springer Spektrum, 2015.

- [65] O. Beucher, *Signale und Systeme. Theorie, Simulation, Anwendung*, Springer Vieweg, 2015.
- [66] K.-D. Kammeyer und K. Kroschel, *Digitale Signalverarbeitung*. Springer Vieweg, 2018.
- [67] M. Meyer, *Signalverarbeitung. Analoge und digitale Signale, Systeme und Filter*, Springer Vieweg, 2014.
- [68] O. Nelles, *Signalverarbeitung*. skript, University of Siegen, 2016.
- [69] P. Stoica und R. Moses, *Spectral Analysis of Signals*. Prentice Hall, 2005.
- [70] P. D. Welch, „The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms,“ in *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, AU-15 (2)*, pp. 70–73, 1967.
- [71] R. Müller, *Rauschen*. Springer, 1990.
- [72] D. Müller-Wichards, *Transformationen und Signale*. Springer Vieweg, 2013.
- [73] S. Bernet, *Selbstgeführte Stromrichter am Gleichspannungszwischenkreis. Funktion, Modulation und Regelung*, Springer Vieweg, 2012.
- [74] A. F. Moreira, T. A. Lipo, G. Venkataramanan und S. Bernet, „High-frequency Modeling for Cable and Induction Motor Overvoltage Studies in Long Cable Drives,“ in *IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 38, No. 5, S 1297-1306*, 2002.
- [75] L. Corradini, Maksimovic Dragan, P. Mattavelli und R. Zane, *Digital control of high-frequency switched-mode power converters*. Wiley IEEE Press , 2015.
- [76] W. Kester, *The Data Conversion Handbook*. Analog Devices, 2005.
- [77] M. Oljaca und T. Hendrick, *Combining the ADS1202 with an FPGA Digital Filter for Current Measurement in Motor Control Applications*. Texas Instruments Application Report SBAA094, Juni 2003.
- [78] S. Zacher und M. Reuter, *Regelungstechnik für Ingenieure. Analyse, Simulation und Entwurf von Regelkreisen*, Springer Vieweg, 2014.
- [79] J. Ackermann, *Abtastregelung*. Springer Verlag, 1982.
- [80] H. Lutz und W. Wendt, *Taschenbuch der Regelungstechnik mit MATLAB und Simulink*. VERLAG EUROPA LEHRMITTEL, 2014.
- [81] W. Kester, „Taking the Mystery out of the Infamous Formula, "SNR=6.02N+1.76dB," and Why You Should Care,“ in *Tutorial MT-001, Analog Devices*, 2008.
- [82] IEEE Std 1241-2000, *IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters*, IEEE-SA Standards Board, 2000.
- [83] W. Kester, „Understand SINAD, ENOB, SNR, THD, THD + N, and SFDR so You Don't Get Lost in the Noise Floor,“ in *Tutorial MT-003, Analog Devices*, 2008.

-
- [84] Linear Technology, *Data Sheet LTC2387-18*. 2015.
- [85] S. Pavan, R. Schreier und G. C. Temes, *Understanding Delta-Sigma Data Converters*. John Wiley & Sons, 2017.
- [86] J. M. De La Rosa, *Sigma-Delta Converters. Practical Design Guide*, John Wiley & Sons, 2018.
- [87] B. Baker, *The Best of Baker's Best - Precision Data Converters - Delta Sigma ADCs*. in *Texas Instruments*, 2015.
- [88] Analog Devices, *Data Sheet ADuM7703*. 2019.
- [89] E. B. Hogenauer, „An Economical Class of Digital Filters for Interpolation and Decimation,“ in *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*, pp. 155-162, 1981.
- [90] J. Lunze, *Regelungstechnik 2. Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*, Springer Vieweg, 2014.
- [91] H. W. Bode, *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*. D. Van Nostrand company, inc, 1945.
- [92] J. H. Westcott, „The Development of Relationships Concerning the Frequency Bandwidth and the Mean Square Error,“ in *Automatic and Manual Control*, 1952.
- [93] R. Schönfeld und W. Hofmann, *Elektrische Antriebe und Bewegungssteuerungen*. VDE Verlag GmbH, 2005.
- [94] M. Werner, *Digitale Signalverarbeitung mit MATLAB®*. Springer Vieweg, 2019.