Vektori

Zadaci sa prijemnih ispita na FTN- Novi Sad

2016. $Odrediti\ površinu\ paralelograma\ ako\ su\ njegove\ dijagonale\ d_1\ i\ d_2\ zadate\ vektorima\ \overrightarrow{d_1} = 2\vec{m} - \vec{n}$ $i\ \overrightarrow{d_2} = 4\vec{m} - 5\vec{n}\ ,gde\ su\ \vec{m}\ i\ \vec{n}\ jedinični\ vektori\ koji\ zaklapaju\ ugao\ od\ \frac{\pi}{4}.$ $\left[\frac{3\sqrt{2}}{2}\right]$

2015.$Neka\ je\ \vec{a} = 3\vec{m} + 2\vec{n}\ ,\vec{b} = 2\vec{m} - p\vec{n}\ ,p \in R, |\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 1\ ,\measuredangle(\vec{m},\vec{n}) = \frac{\pi}{3}.$

$a)\ Odrediti\ vrednost\ parametra\ p\ tako\ da\ vektori\ \vec{m}\ i\ \vec{n}\ budu\ ortogonalni.$ $\left[\frac{28}{5}\right]$

$b)\ Odrediti\ |\vec{a}|.$ $[2\sqrt{13}]$

$c)\ Ako\ je\ p = 3.\ odrediti\ \measuredangle(\vec{a},\vec{b}).$ $\left[\frac{\pi}{3}\right]$

2014.$Date\ su\ tačke\ A(1,2,-1), B(4,5,-1) i\ C(4,-1,8).\ Odrediti\ ugao\ koji\ obrazuju\ vektori\ \overrightarrow{AB}\ i\ \overrightarrow{AC}\ ,$ $odrediti\ težište\ trougla\ ABC\ i\ njegovu\ površinu.$ $\left[90°, T(3,2,2) i\ P = \frac{9\sqrt{22}}{2}\right]$

2014.(P2)$Neka\ su\ dati\ vektori\ \vec{u} = \vec{m} - 3\vec{n}\ i\ \ \vec{v} = 5\vec{m} - \vec{n}\ .$

$a)\ Ako\ je\ \vec{m} = (1,1,1)\ i\ \vec{n} = (1,0,-1), naći\ |\vec{m}|, |\vec{n}|\ , \vec{u}\cdot\vec{v}\ \ i\ \vec{u}\times\vec{v}\ ;$ $[\sqrt{3}, \sqrt{2}, 21, (-14,28,-14)]$

$b)\ Ako\ su\ \vec{m}\ i\ \vec{n}\ jedinični\ vektori\ i\ \vec{u}\perp\vec{v}\ , naći\ ugao\ između\ \ \vec{m}\ i\ \vec{n}$ $\left[\frac{\pi}{3}\right]$

2013.$Dati\ su\ vektori\ \ \vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}\ i\ \ \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}\ , pri\ čemu\ je\ \ |\vec{p}| = |\vec{q}| = 1\ \ i\ \ \measuredangle(\vec{p},\vec{q}) = \frac{\pi}{6}.$

$a)\ Izračunati\ površinu\ paralelograma\ konstruisanog\ nad\ vektorima\ \vec{a}\ i\ \vec{b};$ $[2]$

$b)\ Izračunati\ |\vec{a}|\ i\ ispitati\ da\ li\ su\ vektori\ \ \vec{a}\ i\ \vec{b}\ uzajamno\ normalni;$ $\left[\sqrt{5+2\sqrt{3}}\ , nisu\ ortog.\right]$

$c)\ Izrazi\ vektore\ \vec{p}\ i\ \vec{q}\ kao\ linearnu\ kombinaciju\ \ \ \vec{a}\ i\ \vec{b}$ $\left[\vec{p} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\right]$

2013.(p2)$Neka\ su\ A(a,5,-4), C(-3,8,-1) i\ B_1\ temena\ kocke\ ABCDA_1B_1C_1D_1\ koja\ su\ susedna\ temenu\ B(5,9,3)$ $Odrediti\ realan\ parametar\ a\ i\ jedinični\ vektor\ normalan\ na\ vektore\ \overrightarrow{AB}\ i\ \overrightarrow{BC}\ čija\ je\ prva\ koordinata\ pozitivna.$

$\left[\frac{(1,8,-4)}{9}\right]$

1.Izračunati površinu trougla određenog vektorima $2\vec{a} - 3\vec{b}$ i $3\vec{a} + 2\vec{b}$, ako je

$|\vec{a}| = 2\ , |\vec{b}| = 3$ i $|\vec{a} + \vec{b}| = 4.$

2.Odrediti ugao između vektora $\vec{a} + \vec{b}$ i $2\vec{a} - \vec{b}$ i zapreminu paralelopipeda konstruisanog nad vektorima $\vec{a} + \vec{b}\ , 2\vec{a} - \vec{b}$ i $\vec{c}$ ako je $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1\ , \measuredangle(\vec{a},\vec{b}) = arccos\frac{4}{5}$ i $\overline{(\vec{a}\times\vec{b})}\cdot\vec{c} = \frac{1}{3}$

3.Dati su vektori $\vec{a} = (-1,1,1)$ i $\vec{b} = (2,0,1)$. Odrediti vektor $\vec{x}$ koji je komplanaran sa vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ortogonalan na vektor $\vec{b}$ i $\vec{a}\cdot\vec{x} = 7$.

4.Odrediti vektor $\vec{c}$ koji je normalan na $\vec{a}$ i $\vec{b}$ ako je $\vec{a} = (2,1,3)$ i $\vec{b} = (1,2,2)$, i intezitet vektora $\vec{a} + \vec{b}$+$\vec{c}$ jednak $\sqrt{69}$, a vektori $\vec{a}, \vec{b}\ i\ \vec{c}$ čine levi sistem vektora.

5.*Dati su vektori $\vec{a} = (1,1,1)$ i $\vec{b} = (1,-1,-1)$.Odrediti jedinični vektor $\vec{c}$, koji sa vektorom $\vec{a}$ određuje ugao 30°, ako je površina paralelograma konstruisanog nad vektorima $\vec{b}$ i $\vec{c}$ jednaka $\sqrt{2}$.

6.Dati su vektori $\vec{a} = (-4,1,2)$, $\vec{b} = (2,4,2)$ i $\vec{c} = (1,1,2)$. Odrediti vektor $\vec{d}$, normalan na vektore $\vec{a}$ i $\vec{b}$ koji sa vektorom $\vec{c}$ određuje oštar ugao, ako je zapremina tetraedra određenog vektorima $\vec{a}, \vec{d}$ i $\vec{c}$ jednaka 17,5.Odrediti visinu tetraedra koja odgovara strani $(\overrightarrow{\vec{a}, d})$.

7.*Levi sistem vektora $\vec{a} = (3,-4,2)$, $\vec{b} = (6,-8,5)$ i $\vec{c}$ obrazuju paralelopiped, čija je visina koja odgovara strani $(\vec{a}, \vec{b})$ jednaka 2. Odrediti celobrojne koordinate vektora $\vec{c}$,ako je $|\vec{c}| = \sqrt{14}$ i $\vec{b} \cdot \vec{c}$=5.

8.Zadati su vektori $\vec{a} = (1,1,1,)$, $\vec{b} = (2,2,1)$ i $\vec{c} = (1,3,-1)$. Odrediti vektor $\vec{d}$ normalan na $\vec{a}$ i $\vec{b}$, tako da je $\vec{c} \cdot \vec{d} = 16$. Zatim izračunati zapreminu paralelopipeda određenog vektorima $\vec{a}, \vec{b}$ i $\vec{d}$ i visinu koja odgovara strani $(\vec{a}, \vec{d})$.

9.Odrediti vektor $\vec{c}$ inteziteta $\sqrt{21}$, koji polovi ugao između vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ ako je

$\vec{a} = (1,-2,2)$ i $\vec{b} = (3,2,6)$.