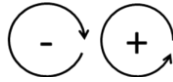


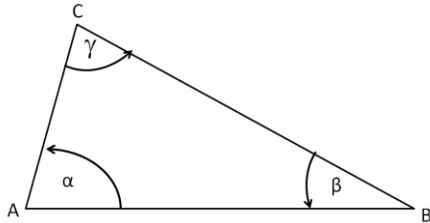
27.

При израчунавању uglova trougla ne možemo unapred znati da li smo izračunali unutrašnji ili spoljašnji ugao trougla. Zbog toga je neophodno voditi računa da se svi uglovi računaju u istoj orijentaciji (prvi krak – drugi krak). U tom slučaju svi izračunati uglovi će biti ili svi spoljašnji ili svi unutrašnji. U trouglu može da postoji samo jedan tup ugao (tangens je negativan) ili jedan prav (tangens ne postoji).
Unutrašnje uglove smo izračunali ukoliko smo dobili sva tri + ili jedan – i dva +.
U slučaju dva ili tri negativna tangensa izračunati su spoljašnji uglovi; unutrašnji su njihovi supplementni uglovi (samo treba promeniti znak svim tangensima)

Orijentacije:



$A(1,-4), B(2,3), C(-5,4)$



$$k_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 + 4}{2 - 1} = 7$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k_{AC} - k_{AB}}{1 + k_{AC} k_{AB}}$$

$$k_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{4 - 3}{-5 - 2} = -\frac{1}{7}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{k_{AB} - k_{BC}}{1 + k_{AB} k_{BC}}$$

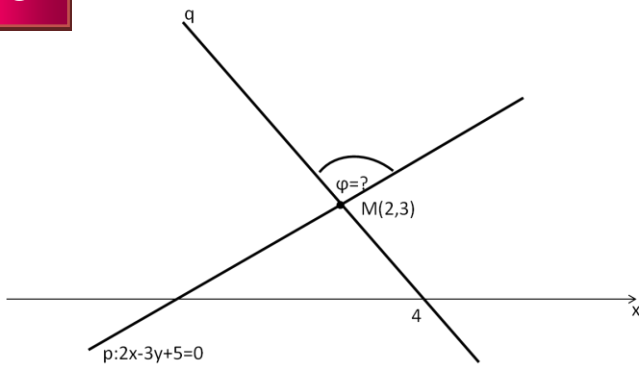
$$k_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{4 + 4}{-5 - 1} = -\frac{4}{3}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{k_{BC} - k_{AC}}{1 + k_{BC} k_{AC}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k_{AC} - k_{AB}}{1 + k_{AC} k_{AB}} = \frac{-\frac{4}{3} - 7}{1 - \frac{28}{3}} = \frac{-\frac{25}{3}}{-\frac{25}{3}} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\text{Из } k_{AB} k_{BC} = 7 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) = -1 \Rightarrow \text{угао између } AB \text{ и } BC \text{ је прав} \Rightarrow \alpha = 45^\circ \wedge \beta = 90^\circ \Rightarrow \gamma = 45^\circ$$

28.



- потребно је одредити угла између правих p и q
- прво морамо одредити j -ну праве q
- због одсечка на апсцисној оси користимо сегментни облик j -не праве: $a=4$

$$q: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{b} = 1$$

$$M(2,3) \in q \Rightarrow \frac{2}{4} + \frac{3}{b} = 1 \quad / \cdot 4b$$

$$2b + 12 = 4b \Rightarrow 2b = 12 \Rightarrow b = 6$$

$$q: \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1$$

За одређивање угла између правих неопходни су нам њихови коефицијенти правца па обе праве пребацујемо у експлицитни облик:

$$p: 2x - 3y + 5 = 0$$

$$3y = 2x + 5$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \Rightarrow k_p = \frac{2}{3}$$

$$q: \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1$$

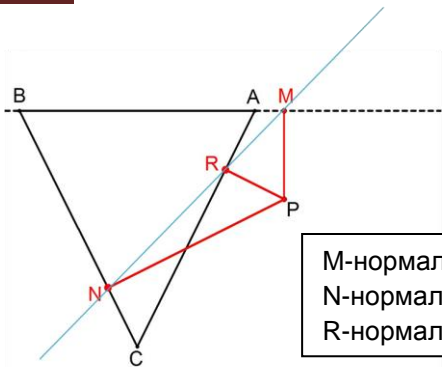
$$3x + 2y = 12$$

$$2y = -3x + 12 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 6 \Rightarrow k_q = -\frac{3}{2}$$

$$k_p \cdot k_q = \frac{2}{3} \left(-\frac{3}{2}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \underline{\varphi = 90^\circ}$$

A(8,8), B(0,8), C(4,0), P(9,5)



Да бисмо доказали да тачке M,N, R припадају једној правој прво их морамо одредити. За то је неопходно да напишемо једначине страница и једначине нормала на њих. Тачке M,N,R се налазе у пресеку странице и одговарајуће нормале.

M-нормала из P на AB
N-нормала из P на BC
R-нормала из P на AC

Једначине страница троугла:	Једначине нормала на странице:	Тачка пресека:
AB $K_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{8-8}{0-8} = 0$ $AB: y - y_B = k_{AB}(x - x_B)$ $AB: y - 8 = 0$ $AB: y = 8$	$MP = n_1$ $AB \perp n_1 \Rightarrow k_{AB} \cdot k_{n_1} = -1$ $k_{AB} = 0 \Rightarrow k_{n_1} = /$ $\Rightarrow n_1 \perp x - \text{осу} \wedge P(9,5) \in n_1$ $\Rightarrow n_1: x = 9$	$AB \cap n_1 = \{M\}$ $AB: y = 8$ $n_1: x = 9$ <u>M(9,8)</u>
BC $K_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{8-0}{0-4} = -2$ $BC: y - y_B = k_{BC}(x - x_B)$ $BC: y - 8 = -2(x - 0)$ $BC: y = -2x + 8$	$MN = n_2$ $BC \perp n_2 \Rightarrow k_{BC} \cdot k_{n_2} = -1$ $k_{BC} = -2 \Rightarrow k_{n_2} = \frac{1}{2} \wedge P(9,5) \in n_2$ $n_2: y - y_P = k_{n_2}(x - x_P)$ $n_2: y - 5 = \frac{1}{2}(x - 9)$ $n_2: y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$	$BC \cap n_2 = \{N\}$ $BC: y = -2x + 8$ $n_2: y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ $-2x + 8 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow x = 3$ $y = 2 \Rightarrow$ <u>N(3,2)</u>
AC $K_{AC} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{8-0}{8-4} = 2$ $AC: y - y_C = k_{AC}(x - x_C)$ $AC: y - 0 = 2(x - 4)$ $AC: y = 2x - 8$	$MR = n_3$ $AC \perp n_3 \Rightarrow k_{AC} \cdot k_{n_3} = -1$ $k_{AC} = 2 \Rightarrow k_{n_3} = -\frac{1}{2} \wedge P(9,5) \in n_3$ $n_3: y - y_P = k_{n_3}(x - x_P)$ $n_3: y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 9)$ $n_3: y = -\frac{1}{2}x + \frac{19}{2}$	$AC \cap n_3 = \{R\}$ $AC: y = 2x - 8$ $n_3: y = -\frac{1}{2}x + \frac{19}{2}$ $2x - 8 = -\frac{1}{2}x + \frac{19}{2} \Rightarrow x = 7$ $y = 6 \Rightarrow$ <u>R(7,6)</u>

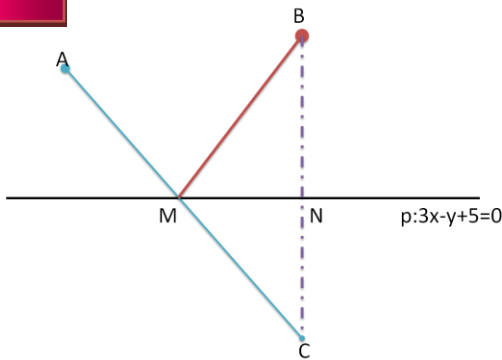
Да бисмо доказали да тачке M,N,R припадају истој правој доказаћемо да је површина троугла MNR једнака 0.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 9 & 8 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 7 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 18 + 56 + 18 - (14 + 24 + 54) = 0$$

$$P_{MNR} = \frac{1}{2}|\Delta| = 0 \Rightarrow M,N,R \text{ припадају истој правој.}$$

Други начин: написати ј-ну праве кроз две тачке (од M,N,R) и доказати да тој правој припада и трећа тачка.

30.



C-тачка симетрична тачки B у односу на праву p припада упадном зраку AM
 \Rightarrow за једначину **упадног зрака** неопходно је одредити тачку C.

Након што одредимо једначину упадног зрака неопходно је одредити координате тачке M (пресек дате праве и упадног зрака)
 Једначина **одбијеног зрака** је једначина праве кроз тачке B и M.

(Комплетан поступак одређивања тачке симетричне датој тачки у односу на дату праву погледати у задатку 23)

C – тачка симетрична тачки B у односу на праву p:

$$p: 3x - y + 5 = 0 \Rightarrow y = 3x + 5 \Rightarrow k_p = 3$$

$$BC \perp p \Rightarrow k_p k_{BC} = -1 \Rightarrow k_{BC} = -\frac{1}{3}$$

$$BC: y - y_B = k_{BC}(x - x_B)$$

$$BC: y - 8 = -\frac{1}{3}(x - 7)$$

$$BC: x + 3y - 31 = 0$$

$$N = p \cap BC$$

$$3x - y + 5 = 0 \quad / \cdot 3$$

$$x + 3y - 31 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 9x - 3y + 15 = 0 \\ x + 3y - 31 = 0 \end{array} \right\} +$$

$$10x - 16 = 0 \Rightarrow x = \frac{8}{5}$$

$$\frac{8}{5} + 3y - 31 = 0 \Rightarrow y = \frac{49}{5}$$

$$N\left(\frac{8}{5}, \frac{49}{5}\right)$$

$$N = s(BC)$$

$$x_N = \frac{x_B + x_C}{2}$$

$$\frac{8}{5} = \frac{7 + x_C}{2} \Rightarrow x_C = -\frac{19}{5}$$

$$y_N = \frac{y_B + y_C}{2}$$

$$\frac{49}{5} = \frac{8 + y_C}{2} \Rightarrow y_C = \frac{58}{5}$$

$$C\left(-\frac{19}{5}, \frac{58}{5}\right)$$

Једначина упадног зрака:

AC:

$$k_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{\frac{58}{5} - 2}{-\frac{19}{5} - 1} = -2$$

$$AC: y - y_A = k_{AC}(x - x_A)$$

$$AC: y - 2 = -2(x - 1)$$

$$AC: 2x + y - 4 = 0$$

Тачка M:

$$M = p \cap AC$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y + 5 = 0 \\ 2x + y - 4 = 0 \end{array} \right\} +$$

$$5x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{5}$$

$$-\frac{2}{5} + y - 4 = 0 \Rightarrow y = \frac{22}{5}$$

$$M\left(-\frac{1}{5}, \frac{22}{5}\right)$$

Једначина одбијеног зрака:

BM:

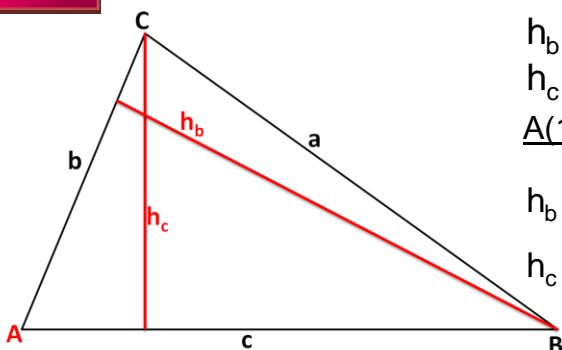
$$k_{BM} = \frac{y_M - y_B}{x_M - x_B} = \frac{\frac{22}{5} - 8}{-\frac{1}{5} - 7} = \frac{1}{2}$$

$$BM: y - y_B = k_{BM}(x - x_M)$$

$$BM: y - 8 = \frac{1}{2}(x - 7)$$

$$BM: x - 2y + 9 = 0$$

31.a)



$$h_b: 2x - 3y + 1 = 0$$

$$h_c: x + y = 0$$

$$A(1,2)$$

$$h_b: y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \Rightarrow k_{h_b} = \frac{2}{3}$$

$$h_c: y = -x \Rightarrow k_{h_c} = -1$$

Прво морамо проверити да ли тачка A припада некој од датих висина тј. да ли је нека од датих висина h_a
 $A(1,2); 2x - 3y + 1 = 0$
 $2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 + 1 \neq 0 \Rightarrow A \notin 2x - 3y + 1 = 0$
 $A(1,2); x + y = 0$
 $1 + 2 \neq 0 \Rightarrow A \notin x + y = 0$
 \Rightarrow дате висине су h_b, h_c

поступак :

$$\begin{cases} (1) b \perp h_b \Rightarrow k_b k_{h_b} = -1 \Rightarrow k_b \\ A \in b \Rightarrow b: y - y_A = k_b (x - x_A) \\ (2) c \perp h_c \Rightarrow k_c k_{h_c} = -1 \Rightarrow k_c \\ A \in c \Rightarrow c: y - y_A = k_c (x - x_A) \\ (3) \{B\} = c \cap h_b; \{C\} = b \cap h_c \\ a = BC \Rightarrow k_a = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} \Rightarrow a: y - y_B = k_a (x - x_B) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) k_b k_{h_b} &= -1 \\ k_{h_b} &= \frac{2}{3} \Rightarrow k_b = -\frac{3}{2} \\ b: y - 2 &= -\frac{3}{2}(x - 1) \\ \underline{b: 3x + 2y - 7} &= 0 \end{aligned}$$

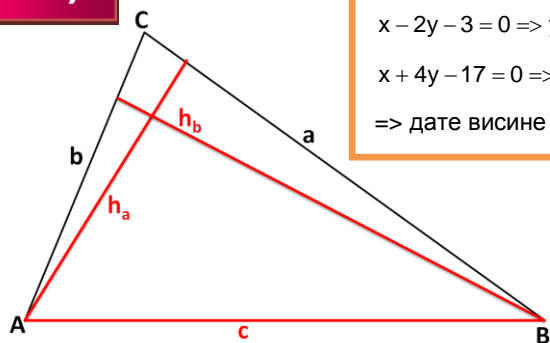
$$\begin{aligned} (2) k_c k_{h_c} &= -1 \\ k_{h_c} &= -1 \Rightarrow k_c = 1 \\ c: y - 2 &= 1(x - 1) \\ \underline{c: x - y + 1} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) B &= c \cap h_b \\ x - y + 1 &= 0 \quad / \cdot (-2) \\ 2x - 3y + 1 &= 0 \\ \left. \begin{aligned} -2x + 2y - 2 &= 0 \\ 2x - 3y + 1 &= 0 \end{aligned} \right\} + \\ -y - 1 &= 0 \Rightarrow y = -1 \\ x + 1 + 1 &= 0 \Rightarrow x = -2 \\ B &(-2, -1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= b \cap h_c \\ 3x + 2y - 7 &= 0 \\ x + y &= 0 \quad / \cdot (-2) \\ \left. \begin{aligned} 3x + 2y - 7 &= 0 \\ -2x - 2y &= 0 \end{aligned} \right\} + \\ x - 7 &= 0 \Rightarrow x = 7 \\ 7 + y &= 0 \Rightarrow y = -7 \\ C &(7, -7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a: k_a &= \frac{-7 + 1}{7 + 2} = -\frac{2}{3} \\ y + 1 &= -\frac{2}{3}(x + 2) \\ \underline{a: 2x + 3y + 7} &= 0 \end{aligned}$$

31.6)



Прво морамо проверити да ли је нека од датих висина нормална на АВ тј. да ли је нека од датих висина h_c

$$\begin{aligned} AB = c: x - y - 2 = 0 &\Rightarrow y = x + 2 \Rightarrow k_c = 1 \\ x - 2y - 3 = 0 &\Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \Rightarrow k = \frac{1}{2}; k_c k \neq -1 \Rightarrow x - 2y - 3 = 0 \neq h_c \\ x + 4y - 17 = 0 &\Rightarrow y = -\frac{1}{4}x + \frac{17}{4} \Rightarrow k = -\frac{1}{4}; k_c k \neq -1 \Rightarrow x + 4y - 17 = 0 \neq h_c \\ \Rightarrow \text{дате висине су } h_a, h_b. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_a: x - 2y - 3 = 0 &\Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \Rightarrow k_{h_a} = \frac{1}{2} \\ h_b: x + 4y - 17 = 0 &\Rightarrow y = -\frac{1}{4}x + \frac{17}{4} \Rightarrow k_{h_b} = -\frac{1}{4} \\ AB = c: x - y - 2 = 0 &\Rightarrow y = x - 2 \Rightarrow k_c = 1 \end{aligned}$$

поступак :

$$\begin{cases} (1) \{A\} = c \cap h_a; \{B\} = c \cap h_b \\ (2) a \perp h_a \Rightarrow k_a k_{h_a} = -1 \\ B \in a: y - y_B = k_a (x - x_B) \\ (3) b \perp h_b \Rightarrow k_b k_{h_b} = -1 \\ A \in b: y - y_A = k_b (x - x_A) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 (1) A &= c \cap h_a \\
 x - y - 2 &= 0 \quad / \cdot (-1) \\
 x - 2y - 3 &= 0 \\
 \left. \begin{aligned} -x + y + 2 &= 0 \\ x - 2y - 3 &= 0 \end{aligned} \right\} + \\
 -y - 1 &= 0 \Rightarrow y = -1 \\
 x + 1 - 2 &= 0 \Rightarrow x = 1 \\
 A &(1, -1)
 \end{aligned}$$

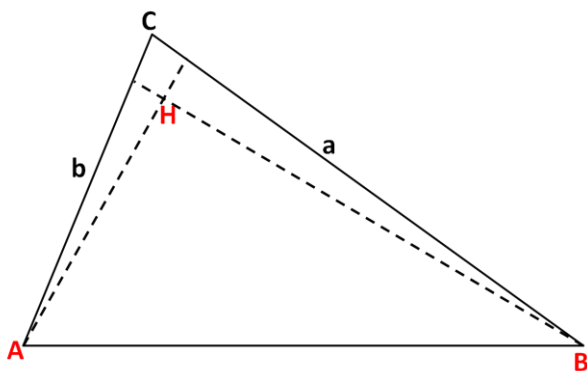
$$\begin{aligned}
 B &= c \cap h_b \\
 x - y - 2 &= 0 \quad / \cdot (-1) \\
 x + 4y - 17 &= 0 \\
 \left. \begin{aligned} -x + y + 2 &= 0 \\ x + 4y - 17 &= 0 \end{aligned} \right\} + \\
 5y - 15 &= 0 \Rightarrow y = 3 \\
 x - 3 - 2 &= 0 \Rightarrow x = 5 \\
 B &(5, 3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) k_a k_{h_a} &= -1 \\
 k_{h_a} &= \frac{1}{2} \Rightarrow k_a = -2 \\
 a: y - 3 &= -2(x - 5) \\
 a: 2x + y - 13 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) k_b k_{h_b} &= -1 \\
 k_{h_b} &= -\frac{1}{4} \Rightarrow k_b = 4 \\
 b: y + 1 &= 4(x - 1) \\
 b: 4x - y - 5 &= 0
 \end{aligned}$$

31.В)

A(2,1), B(4,9), H(3,4)-ортоцентар=пресек висина



поступак :

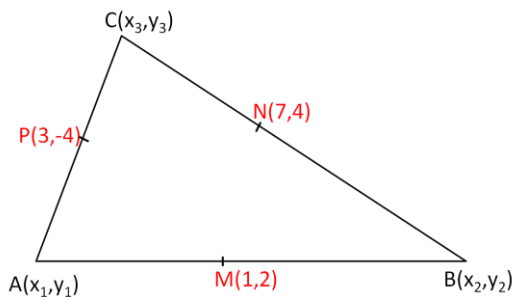
$$\begin{aligned}
 (1) AB = c: k_c &= \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}; \\
 c: y - y_A &= k_c(x - x_A) \\
 (2) a \perp AH &\Rightarrow k_a k_{AH} = -1; k_{AH} = \frac{y_H - y_A}{x_H - x_A} \Rightarrow k_a \\
 a: y - y_B &= k_a(x - x_B) \\
 (3) b \perp BH &\Rightarrow k_b k_{BH} = -1; k_{BH} = \frac{y_H - y_B}{x_H - x_B} \Rightarrow k_b \\
 b: y - y_A &= k_b(x - x_A)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (1) k_c &= \frac{9-1}{4-2} = 4 \\
 c: y - 1 &= 4(x - 2) \\
 c: 4x - y - 7 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) k_{AH} &= \frac{4-1}{3-2} = 3 \Rightarrow k_a = -\frac{1}{3} \\
 a: y - 9 &= -\frac{1}{3}(x - 4) \\
 a: x + 3y - 31 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) k_{BH} &= \frac{4-9}{3-4} = 5 \Rightarrow k_b = -\frac{1}{5} \\
 b: y - 1 &= -\frac{1}{5}(x - 2) \\
 b: x + 5y - 7 &= 0
 \end{aligned}$$

31.г)



$$M = s(AB) \Rightarrow x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow 1 = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2 \quad (1)$$

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} \Rightarrow 2 = \frac{y_1 + y_2}{2} \Rightarrow y_1 + y_2 = 4 \quad (2)$$

$$N = s(BC) \Rightarrow x_N = \frac{x_2 + x_3}{2} \Rightarrow 7 = \frac{x_2 + x_3}{2} \Rightarrow x_2 + x_3 = 14 \quad (3)$$

$$y_N = \frac{y_2 + y_3}{2} \Rightarrow 4 = \frac{y_2 + y_3}{2} \Rightarrow y_2 + y_3 = 8 \quad (4)$$

$$P = s(AC) \Rightarrow x_P = \frac{x_1 + x_3}{2} \Rightarrow 3 = \frac{x_1 + x_3}{2} \Rightarrow x_1 + x_3 = 6 \quad (5)$$

$$y_P = \frac{y_1 + y_3}{2} \Rightarrow -4 = \frac{y_1 + y_3}{2} \Rightarrow y_1 + y_3 = -8 \quad (6)$$

Систем једначина (1), (3) и (5) даје решења за x-координате темена, а систем једначина (2), (4) и (6) за y-координате темена троугла:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 2 \quad / \cdot (-1) \\ x_2 + x_3 &= 14 \\ \hline x_1 + x_3 &= 6 \\ x_1 + x_2 &= 2 \\ -x_1 + x_3 &= 12 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 2 \\ x_2 + x_3 &= 14 \\ x_1 + x_3 &= 6 \end{aligned}} \right\} + \Rightarrow x_3 = 9;$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_3 &= 6 \\ \hline x_1 &= -3; x_2 = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_1 + y_2 &= 4 \quad / \cdot (-1) \\ y_2 + y_3 &= 8 \\ \hline y_1 + y_3 &= -8 \\ y_1 + y_2 &= 4 \\ -y_1 + y_3 &= 4 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} y_1 + y_2 &= 4 \\ y_2 + y_3 &= 8 \\ y_1 + y_3 &= -8 \end{aligned}} \right\} + \Rightarrow y_3 = -2;$$

$$\begin{aligned} y_1 + y_3 &= -8 \\ \hline y_1 &= -6; y_2 = 10 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} A(-3, -6) \\ B(5, 10) \\ C(9, -2) \end{aligned}$$

Једначине страница троугла:

AB:

$$k_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{10 + 6}{5 + 3} = 2$$

$$AB: y - y_A = k_{AB}(x - x_A)$$

$$AB: y + 6 = 2(x + 3)$$

$$AB: 2x - y = 0$$

BC:

$$k_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{10 + 2}{5 - 9} = -3$$

$$BC: y - y_B = k_{BC}(x - x_B)$$

$$BC: y - 10 = -3(x - 5)$$

$$BC: 3x + y - 25 = 0$$

AC:

$$k_{AC} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{-6 + 2}{-3 - 9} = \frac{1}{3}$$

$$AC: y - y_A = k_{AC}(x - x_A)$$

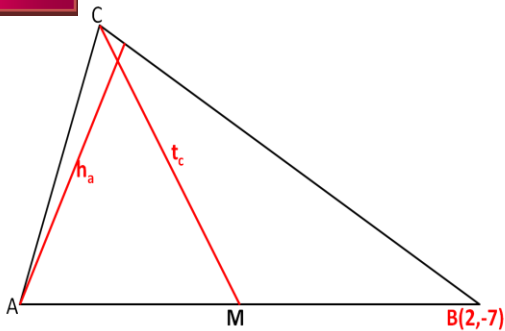
$$AC: y + 6 = \frac{1}{3}(x + 3)$$

$$AC: x - 3y - 15 = 0$$

Други начин:

NP-средња линија троугла \Rightarrow NP је паралелна са AB $\Rightarrow k_{NP} = k_{AB}$ и AB садржи тачку M
 MN-средња линија троугла \Rightarrow MN је паралелна са AC $\Rightarrow k_{MN} = k_{AC}$ и AC садржи тачку P
 MP-средња линија троугла \Rightarrow MP је паралелна са BC $\Rightarrow k_{MP} = k_{BC}$ и BC садржи тачку N

31.Д)



Страница $a=BC$:

$$a \perp h_a \Rightarrow k_a k_{h_a} = -1$$

$$h_a: 3x + y + 11 = 0$$

$$\Rightarrow y = -3x - 11$$

$$\Rightarrow k_{h_a} = -3 \Rightarrow k_a = \frac{1}{3}$$

$B \in a$

$$a: y - y_B = k_a(x - x_B)$$

$$a: y + 7 = \frac{1}{3}(x - 2)$$

$$a: x - 3y - 23 = 0$$

Теме C:

$$C = a \cap t_c$$

$$x - 3y - 23 = 0 \quad / \cdot (-1)$$

$$x + 2y + 7 = 0$$

$$\frac{-x + 3y + 23 = 0}{x + 2y + 7 = 0} \left. \vphantom{\begin{aligned} -x + 3y + 23 &= 0 \\ x + 2y + 7 &= 0 \end{aligned}} \right\} + \Rightarrow y = -6$$

$$x - 12 + 7 = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$C(5, -6)$$

$$M = s(AB) \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow x_M = \frac{x_A + 2}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow y_M = \frac{y_A - 7}{2} \end{cases}$$

$$M \in t_c \Rightarrow x_M + 2y_M + 7 = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{x_A + 2}{2} + 2 \cdot \frac{y_A - 7}{2} + 7 = 0 \quad / \cdot 2$$

$$\Rightarrow x_A + 2 + 2y_A - 14 + 14 = 0 \Rightarrow x_A + 2y_A = -2$$

$$A \in h_a \Rightarrow 3x_A + y_A + 11 = 0$$

$$3x_A + y_A = -11 \quad / \cdot (-2)$$

$$x_A + 2y_A = -2$$

$$\frac{-6x_A - 2y_A = 22}{x_A + 2y_A = -2} \left. \vphantom{\begin{aligned} -6x_A - 2y_A &= 22 \\ x_A + 2y_A &= -2 \end{aligned}} \right\} + \Rightarrow x_A = -4$$

$$-4 + 2y_A = -2 \Rightarrow y_A = 1$$

$$A(-4, 1)$$

Страница $b=AC$:

$$k_b = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{-6 - 1}{5 + 4} = -\frac{7}{9}$$

$$b: y - y_A = k_b(x - x_A)$$

$$b: y - 1 = -\frac{7}{9}(x + 4)$$

$$b: \underline{\underline{7x + 9y + 19 = 0}}$$

Страница $c=AB$:

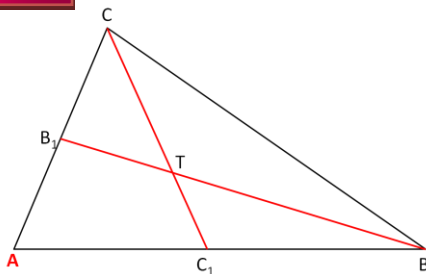
$$k_c = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{1 + 7}{-4 - 2} = -\frac{4}{3}$$

$$c: y - y_B = k_c(x - x_B)$$

$$c: y + 7 = -\frac{4}{3}(x - 2)$$

$$c: \underline{\underline{4x + 3y + 13 = 0}}$$

32.



Прво морамо проверити да ли дата тачка припада некој од датих тежишних дужи:

$$(2, -5); 4x + 5y = 0$$

$$4 \cdot 2 - 5 \cdot 5 \neq 0 \Rightarrow (2, -5) \notin 4x + 5y = 0$$

$$(2, -5); x - 3y = 0$$

$$3 + 3 \cdot 5 \neq 0 \Rightarrow (2, -5) \notin x - 3y = 0$$

\Rightarrow дате су нпр. тачка $A(2, -5)$ и тежишне дужи t_b, t_c

Координате тачке В:

$$(1) C_1 = s(AB) \begin{cases} x_{C_1} = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow x_{C_1} = \frac{2 + x_B}{2} \\ y_{C_1} = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow y_{C_1} = \frac{-5 + y_B}{2} \end{cases}$$

$$C_1 \in t_c \Rightarrow x_{C_1} - 3y_{C_1} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2 + x_B}{2} - 3 \cdot \frac{-5 + y_B}{2} = 0 \quad / \cdot 2$$

$$\Rightarrow 2 + x_B + 15 - 3y_B = 0$$

$$\Rightarrow x_B - 3y_B = -17$$

$$(2) B \in t_b \Rightarrow 4x_B + 5y_B = 0$$

(3)

$$x_B - 3y_B = -17 \quad / \cdot (-4)$$

$$4x_B + 5y_B = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} -4x_B + 12y_B = 68 \\ 4x_B + 5y_B = 0 \end{array} \right\} + \Rightarrow 17y_B = 68 \Rightarrow y_B = 4$$

$$x_B - 12 = -17 \Rightarrow x_B = -5$$

$$\underline{\underline{B(-5, 4)}}$$

Координате тачке С:

$$(1) B_1 = s(AC) \begin{cases} x_{B_1} = \frac{x_A + x_C}{2} \Rightarrow x_{B_1} = \frac{2 + x_C}{2} \\ y_{B_1} = \frac{y_A + y_C}{2} \Rightarrow y_{B_1} = \frac{-5 + y_C}{2} \end{cases}$$

$$B_1 \in t_b \Rightarrow 4x_{B_1} + 5y_{B_1} = 0$$

$$\Rightarrow 4 \cdot \frac{2 + x_C}{2} + 5 \cdot \frac{-5 + y_C}{2} = 0 \quad / \cdot 2$$

$$\Rightarrow 8 + 4x_C - 25 + 5y_C = 0$$

$$\Rightarrow 4x_C + 5y_C = 17$$

$$(2) C \in t_c \Rightarrow x_C - 3y_C = 0$$

(3)

$$x_C - 3y_C = 0 \quad / \cdot (-4)$$

$$4x_C + 5y_C = 17$$

$$\left. \begin{array}{l} -4x_C + 12y_C = 0 \\ 4x_C + 5y_C = 17 \end{array} \right\} + \Rightarrow 17y_C = 17 \Rightarrow y_C = 1$$

$$x_C - 3 = 0 \Rightarrow x_C = 3$$

$$\underline{\underline{C(3, 1)}}$$

Једначина странице АВ:

$$k_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 + 5}{-5 - 2} = -\frac{9}{7}$$

$$AB: y - y_A = k_{AB}(x - x_A)$$

$$AB: y + 5 = -\frac{9}{7}(x - 2)$$

$$AB: 9x + 7y + 17 = 0$$

Једначина странице АС:

$$k_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{1 + 5}{3 - 2} = 6$$

$$AC: y - y_A = k_{AC}(x - x_A)$$

$$AC: y + 5 = 6(x - 2)$$

$$AC: 6x - y - 17 = 0$$

Једначина странице ВС:

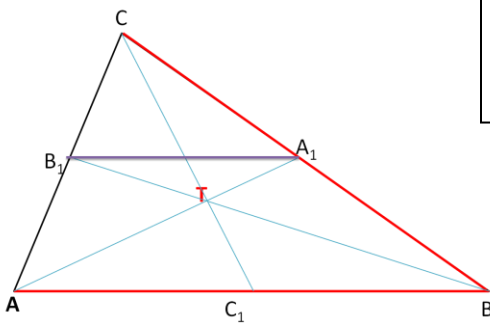
$$k_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{4 - 1}{-5 - 3} = -\frac{3}{8}$$

$$BC: y - y_B = k_{BC}(x - x_B)$$

$$BC: y - 4 = -\frac{3}{8}(x + 5)$$

$$BC: 3x + 8y - 17 = 0$$

33.



$$AB: 5x - 4y + 15 = 0$$

$$BC: 4x + y - 9 = 0$$

$$T(0, 2)$$

(1) Координате темена

B:

$$B = AB \cap BC$$

$$5x - 4y + 15 = 0$$

$$4x + y - 9 = 0 \quad / \cdot 4$$

$$5x - 4y + 15 = 0$$

$$16x + 4y - 36 = 0$$

$$21x = 21 \Rightarrow x = 1$$

$$4x + y - 9 = 0 \Rightarrow y = 5$$

$$B(1, 5)$$

(2) Координате B_1 :

$$BT : TB_1 = 2 : 1 \Rightarrow \lambda = \frac{2}{1} = 2$$

$$x_T = \frac{x_B + \lambda x_{B_1}}{1 + \lambda} \Rightarrow 0 = \frac{1 + 2x_{B_1}}{3} \Rightarrow x_{B_1} = -\frac{1}{2}$$

$$y_T = \frac{y_B + \lambda y_{B_1}}{1 + \lambda} \Rightarrow 2 = \frac{5 + 2y_{B_1}}{3} \Rightarrow y_{B_1} = \frac{1}{2}$$

$$B_1\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

(3) A_1B_1 -средња линија троугла \Rightarrow

$$AB \parallel A_1B_1 \Rightarrow k_{AB} = k_{A_1B_1}$$

$$AB: 5x - 4y + 15 = 0 \Rightarrow y = \frac{5}{4}x + \frac{15}{4} \Rightarrow k_{AB} = \frac{5}{4}$$

$$k_{A_1B_1} = \frac{5}{4} \wedge B_1 \in A_1B_1$$

$$A_1B_1: y - y_{B_1} = k_{A_1B_1}(x - x_{B_1})$$

$$A_1B_1: y - \frac{1}{2} = \frac{5}{4}\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$A_1B_1: \frac{5}{4}x - y + \frac{9}{8} = 0$$

$$A_1B_1: 10x - 8y + 9 = 0$$

(4) Координате A_1 :

$$A_1 = BC \cap A_1B_1$$

$$4x + y - 9 = 0 \quad / \cdot 8$$

$$10x - 8y + 9 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 32x + 8y - 72 = 0 \\ 10x - 8y + 9 = 0 \end{array} \right\} + \Rightarrow 42x = 63 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$6x + y - 9 = 0 \Rightarrow y = 3$$

$$A_1\left(\frac{3}{2}, 3\right)$$

(5) Координате темена C:

$$A_1 = s(BC)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_{A_1} = \frac{x_B + x_C}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1 + x_C}{2} \Rightarrow x_C = 2 \\ y_{A_1} = \frac{y_B + y_C}{2} \Rightarrow 3 = \frac{5 + y_C}{2} \Rightarrow y_C = 1 \end{array} \right\} C(2, 1)$$

(6) Координате темна А:

$$B_1 = s(AC)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{B_1} &= \frac{x_A + x_C}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{x_A + 2}{2} \Rightarrow x_A = -3 \\ y_{B_1} &= \frac{y_A + y_C}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{y_A + 1}{2} \Rightarrow y_A = 0 \end{aligned} \right\} \underline{\underline{A(-3,0)}}$$

(7) Једначина странице АС:

$$k_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{1 - 0}{2 + 3} = \frac{1}{5}$$

$$AC: y - y_A = k_{AC}(x - x_A)$$

$$AC: y - 0 = \frac{1}{5}(x + 3)$$

$$\underline{\underline{AC: x - 5y + 3 = 0}}$$