Dimensionieren 2

Prof. Dr. K. Wegener
Prof. Dr. M. Meier

Name	
Vorname	
Legi-Nr.	

Innovations-Case: Schrumpfsitz

Voraussetzungen

- Druck-Beanspruchung rotationssymmetrischer Körper
- Welle-Nabe-Verbindung

Problemstellung

Eine Nabe aus GJL250 (GG-25) soll auf eine Welle aus E295 (St50-2) mittels Schrumpfsitz reibschlüssig verbunden werden.

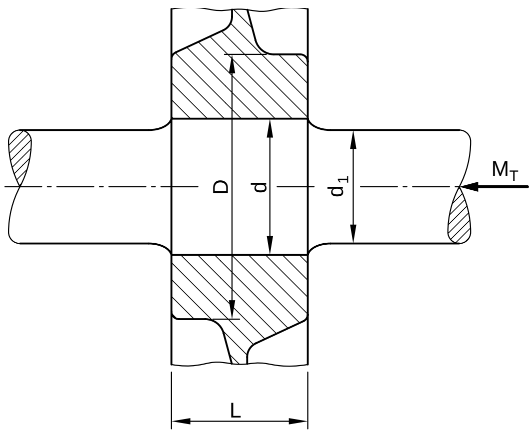

Abb. 1.1 Schrumpfsitz

Das Torsionsmoment, das übertragen werden muss, beträgt 1 000 Nm. Der Betriebsfaktor ist $c_B = 1.25$, der Sicherheitsfaktor gegen Rutschen S_R=1,5 (Antrieb gleichförmig, Abtrieb mäßige Stöße). Der Durchmesser der Welle ausserhalb der Verbindungsstelle wurde in einer anderen Dimensionierung auf $d_1 = 70$ mm festgelegt. Es ist bekannt, dass an der Passungsstelle infolge des Drucksprunges grosse Kerbwirkungen auftreten. Aus diesem Grund wird die Welle an dieser Stelle um 10–30% verstärkt und ein abgerundeter Übergang soll gestaltet werden. Gestalten Sie Welle und Nabe definitiv und bestimmen Sie eine korrekte Toleranz von Wellenaussendurchmesser und Nabenbohrung.

Randbedingungen:

- d = 80 mm
- D = 190 mm
- L = 120 mm
- R_Z = 6,3 µm
- $\alpha_N = 10^{-5}\ K^{-1}$
- μ_H = 0.16

Welle:

- ν_W= 0,3
- E_W = 210000 MPa

Nabe:

- ν_N= 0,25
- E_N = 115000 MPa

Lösungsweg

Bestimmung des minimalen Pressdruckes im Sitz

Der minimale Pressdruck im Schrumpfsitz kann über die Sicherheit gegen Rutschen bestimmt werden. Die Umfangskraft infolge des Torsionsmomentes ist:

$$F_{res} = \frac{2M_T}{d} = \frac{2 \cdot 1000 \cdot 10^3}{80} = 25\,\text{kN} \tag{1}$$

Die notwendige Reibkraft somit:

$$F_{Rres} = c_B \cdot S_R \cdot F_{res} \tag{2}$$

Mit dem Betriebsfaktor $c_B = 1.25$ und dem Sicherheitsfaktor gegen Rutschen $S_R = 1.5$ ergibt sich:

$$F_{Rres} = 1.25 \cdot 1.5 \cdot 25\text{ kN} = 46{,}9\,\text{kN} \tag{3}$$

und damit der minimale Druck unter Verwendung des Reibgesetzes:
Mit der Haftreibungszahl $\mu_H = 0.16$ und der Fügefläche $A = d\pi L$ ergibt sich:

$$p_{min} = \frac{F_{Rres}}{\mu_H \cdot A} \tag{4}$$

$$p_{min} = \frac{46'900}{0.16 \cdot 80 \cdot \pi \cdot 120} = 9.72\,\text{N}/\text{mm}^2 \tag{5}$$

Bestimmung des maximalen Pressdruckes im Sitz

Der maximale Druck berechnet sich über das Versagen der Nabe oder der Welle. Die Nabe ist aus GG gefertigt, sodass sprödes Materialverhalten angenommen werden muss und somit die Normalspannungshypothese angewendet wird. Die Welle ist aus zähem Material; für diese verwenden wir die Schubspannungshypothese.

Nabe

Für die Nabe wird, wie gesagt, die Normalspannungshypothese angewendet. Die tangentiale Spannung stellt die grösste positive Spannung dar:

$$\sigma_V = \sigma_t \le \sigma_{zul} = \frac{\sigma_B}{S_B} \tag{6}$$

Allgemein ist die tangentiale Spannung ($\chi = r_i/r_a$):

$$\sigma_t = \frac{\chi^2 p_i - p_a}{1-\chi^2} + \left(p_i - p_a\right) \cdot \frac{\chi^2}{1-\chi^2} \cdot \frac{r^2{}_a}{r^2} \tag{7}$$

(Achtung: ohne Schwungkräfte berechnet!)

Für die Nabe sind $p_a = 0$ und $p_i = p$, die grösste Spannung ist am Innenradius r_{Ni} zu erwarten.

$$\sigma_V = \sigma_t \ (r_{Ni}) = \frac{\chi_N^2 \cdot p}{1-\chi_N^2} + \frac{p}{1-\chi_N^2} < \frac{\sigma_B}{S_B} \tag{8}$$

$$\sigma_V = \frac{p\left(1+\chi_N^2\right)}{1-\chi_N^2} < \frac{\sigma_B}{S_B} \tag{9}$$

$$p_{maxN} = \frac{\sigma_B \left(1-\chi_N^2\right)}{S_B \left(1+\chi_N^2\right)} \tag{10}$$

Mit $\chi_N = 80/190$, σ_B (GJL250) $= 250\,N/mm^2$ sowie $S_B = 2$ ergibt sich:

$$p_{maxN} = \frac{250}{2} \cdot \frac{\left(1-0.42^2\right)}{\left(1+0.42^2\right)} = 87.5\ N/mm^2 \tag{11}$$

Welle

Für die Welle bedienen wir uns der Schubspannungshypothese (Achtung: im Folgenden vernachlässigen wir die Schubspannungen infolge der Torsion. Wir gehen davon aus, dass sich der Verbund (Nabe, Welle) als Einheit darstellt und die Schubspannungen (wegen der Grösse des Gesamtdurchmessers) vernachlässigbar sind. Allgemein hatten wir:

$$\sigma_t = A + \frac{B}{r^2} \quad \text{sowie} \quad \sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \tag{12}$$

Aus der Lösung der Differentialgleichung des Gleichgewichts wissen wir, dass für die Vollwelle $B = 0$ gilt und somit beide Spannungen identisch und gleich p sind:

$$\sigma_t = \sigma_r = A = -p \tag{13}$$

Die Vergleichsspannung ist:

$$\sigma_V = \sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_{zul} = \frac{\sigma_F}{S_F} \tag{14}$$

Für E295 ist die Streckgrenze:

$$\sigma_F = 295 N/mm^2 \text{sowie } S_F = 1.5 \tag{15}$$

Mit:

$$\sigma_3 = \sigma_2 = \sigma_r = \sigma_y = -p \tag{16}$$

und

$$\sigma_1 = \sigma_x = 0 \tag{17}$$

folgt:

$$\sigma_v = p \tag{18}$$

und für p_{maxW}:

$$p_{maxW} = \frac{\sigma_f}{S_F} = 197\ N/mm^2 \tag{19}$$

Vergleich von Nabe (Gl.(11)) und Welle (Gl.(19)):
Die Nabe ist bestimmend für den maximalen Fügedruck. Somit sind bekannt:

- der minimale Fügedruck $p_{min} = 9.72\,N/mm^2$ und
- der maximale Fügedruck $p_{max} = 87.5\,N/mm^2$

In einem weiteren Schritt werden die radialen Verschiebungen der Nabe und der Welle berechnet.

Radiale Verschiebung der Welle und der Nabe in Funktion von p

Für einen rotationssymmetrischen Körper gilt allgemein:

$$w(r) = ar + \frac{b}{r} \tag{20}$$

Für die Vollwelle gilt entsprechend unter Berücksichtigung von $b = 0$:

$$w(r) = a_W \cdot r \tag{21}$$

$$a_W = \frac{1-\nu_W}{E_W} \cdot \frac{-p}{1-\chi_W^2} \tag{22}$$

Da $\chi_W = 0$ ist, lässt sich der Term vereinfachen:

$$a_W = \frac{1-\nu_W}{E_W} \cdot (-p) \tag{23}$$

Die Verschiebung am Aussendurchmesser ist:

$$w_{Wa} = \frac{1-\nu_W}{E_W} \cdot (-p) \cdot \frac{d}{2} \tag{24}$$

Bekannt für die Welle sind:
$E = 210'000\,N/mm^2$,
$\nu_W = 0.3$ und $d = 80\,mm$
Damit ist:

$$w_{Wa} = -0.133 \cdot 10^{-3} p \tag{25}$$

Die radiale Verschiebung der Nabe:

$$w_{Ni} = \frac{p \cdot r_{Ni}}{E} \cdot \left(\nu_N + \frac{1+\chi_N^2}{1-\chi_N^2} \right) \tag{26}$$

Bekannt für die Nabe sind:

- $E_N = 115'000\,N/mm^2$,
- $\nu_N = 0.25$,
- $d = 80\,mm$ und
- $\chi_N = 0.42$.

Damit:

$$w_{Ni} = \frac{p \cdot 40}{115\,000} \cdot \left(0.25 + \frac{1+0.42^2}{1-0.42^2} \right) = 0.584 \cdot 10^{-3} p \tag{27}$$

Berechnung des minimalen und maximalen Übermasses

Das gemeinsame (Welle und Nabe) Übermass ist nun die Summe der radialen Verschiebung der Welle und der Nabe plus eine noch zu definierende Glättung G, welche nicht zum Druckaufbau beiträgt:

$$U = 2\left(|w_W| + |w_N|\right) + G \tag{28}$$

Die Glättung der beiden Trennflächen ist abhängig von den Rauhigkeiten der beiden Bauteile. Diese ist wiederum abhängig von der Bearbeitung (siehe VSM-Büchlein). Wir nehmen an, dass die Welle (W) gedreht und die Nabe (N) ausgebohrt und gerieben ist. Damit haben wir rund dieselben Rauhigkeiten:

$$G = 0.8 \cdot \left(R_{zW} + R_{zN}\right) \tag{29}$$

$$R_{zW} = 6.3\,\mu m \text{ sowie } R_{zN} = 6.3\,\mu m \tag{30}$$

$$G = 0.8 \cdot \left(6.3 + 6.3\right) = 10.1\,\mu m \tag{31}$$

Wir erhalten, wenn wir p_{min} in die Beziehung für U einsetzen ein minimales Übermass U_{min} (kleineres Übermass bedeutet Rutschgefahr) und mit dem maximalen Druck p_{max} ein maximales Übermass U_{max} (grösseres Übermass bedeutet Versagen).

$$U_{min} = 2\,\left(0.133 + 0.584\right) \cdot 9.72 + 10.1 = 24{,}0\,\mu m \tag{32}$$

Maximales Übermass mit p_{max}:

$$U_{max} = 2\,\left(0.133 + 0.584\right) \cdot 87.5 + 10.1 = 135{,}6\,\mu m \tag{33}$$

Wir suchen demnach eine Wellen / Naben Übermassdifferenz (auf sichere Seite gerundet):

$$U = {}^{+135}_{+24} \tag{34}$$

Festlegen der Fertigungstoleranzen

Dieses Übermass muss nun auf Welle und Nabe verteilt werden. Wir legen uns auf eine Einheitsbohrung fest und nehmen somit für die Nabe einen H7-Sitz (dies entspricht dem minimalen Übermass 0 und dem maximalen Übermass +30 der Bohrung, Einheitsbohrung mit H7-Toleranz ist dann zu bevorzugen, wenn die Bohrung der Nabe mittels Reibahle fertigbearbeitet werden kann -> günstige Bearbeitung, hohe Verfügbarkeit an H7-Reibahlen):

$$d_{Nabe} = 80H7\left(80^{+30}_{0}\right) \tag{35}$$

Mit der Überlegung, dass die Nabe auf das Maximum aufgebort sein kann und wir ein minimales Übermass von 24 μm benötigen, ist das minimale Mass der Welle festgelegt

$$d_{Wellemin} = 80^{+30+24} = 80^{+54} \tag{36}$$

Das maximale Übermass berechnen wir über die untere Grenze der Bohrung der Nabe und dem maximalen Übermass:

$$d_{Wellemax} = 80^{+135} \tag{37}$$

Gesamthaft:

$$d_{Welle} = 80^{+135}_{+54} \tag{38}$$

Wir könnten diese Toleranz stehen lassen oder aber aus Fertigungsgründen auf die nächste empfohlene normierte Passung gehen.

$$d_{Welle} = 80s6\left(80^{+78}_{+59}\right) \tag{39}$$

Die Passung ist zwar enger, jedoch innerhalb der berechneten Grenzen und wie erwähnt von der Norm empfohlen (Werkzeuge und Messgeräte vorhanden). Die nächst straffere Passung wäre H7 / u6, welche auch möglich wäre. Diese gehört jedoch nicht zu den empfohlenen Passungen.

Ergänzungen
Notwendige Erwärmung der Nabe für die Montage

$$U_{max} + U_f = \Delta U_N = \Delta t_N \cdot \alpha_N \cdot d$$

$$U_f = d \cdot 10^{-3}$$

$$\alpha_N = 10 \cdot 10^{-6}\ K^{-1} \tag{40}$$

$$78 \cdot 10^{-3} + 80 \cdot 10^{-3} = \Delta t_N \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 80$$

$$\Delta t = 200°C$$

Für diese Temperatur kommt ein Ölbad in Frage.

Passungswahl

<table>
<tr><th>Einheits-
bohrung</th><th>Einheits-
Welle</th><th>Merkmale</th><th>Anwendungen</th></tr>
<tr><td>H8/d9</td><td>D10/h9</td><td>Die Teile laufen
mit sehr weitem Spiel</td><td>Förderanlagen,
Landmaschinen</td></tr>
<tr><td>H8/e8</td><td>E9/h9</td><td>Die Teile laufen
mit reichlichem Spiel</td><td>Ringschmieranlagen,
Spindeln</td></tr>
<tr><td>H7/f7</td><td>F8/h6</td><td>Die Teile laufen
mit merklichem Spiel</td><td>Kulissensteine in Führungen</td></tr>
<tr><td>H7/g6</td><td>G7/h6</td><td>Die Teile laufen
ohne merklichem Spiel</td><td>Spindellager in Schleif-
maschinen,
ausrückbare Zahnräder,
Teilkopfspindeln</td></tr>
<tr><td>H7/h6</td><td>H7/h6</td><td>Die Teile gleiten, von Hand
bewegt, gerade noch</td><td>Pinole in Reitstock,
Säulenführungen</td></tr>
<tr><td>H7/j6</td><td rowspan="2">nicht
fest-
gelegt</td><td>Die Teile lassen sich mit
leichten Schlägen oder von
Hand bewegen</td><td>Riemenscheiben,
Zahnräder,
Nabe und Welle bei Keil-
und Federverbindungen</td></tr>
<tr><td>H7/n6</td><td>Die Teile lassen sich mit ge-
ringem Kraftaufwand fügen</td><td>Lagerbuchsen in Gehäusen,
Kolbenbolzen,
Führungssäulen</td></tr>
<tr><td>H7/r6</td><td rowspan="3">nicht
fest-
gelegt</td><td>Die Teile lassen sich mit
grösserem Kraftaufwand
fügen</td><td>Lagerbuchsen in Gehäusen</td></tr>
<tr><td>H7/s6</td><td>Die Teile lassen sich durch
grossen Kraftaufwand,
durch Dehnen oder
Schrumpfen fügen</td><td>Zahnkränze, Schrumpfringe</td></tr>
<tr><td>H8/u8</td><td>Die Teile lassen sich durch
Dehnen oder Schrumpfen
fügen</td><td>Räder auf Achsen,
Kupplungen auf Wellen</td></tr>
</table>

Tab. 1.1 Tabelle (T002wnvZ) Passungswahl