NEGOCIOS UCAB

ÁREA DE APOYO ACADÉMICO

MATERIALES DE INSTRUCCIÓN SUPLEMENTARIA

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

ESTADÍSTICA APLICADA

Caracas, 2021

TABLA DE CONTENIDOS

NEGOCIOS | UCAB

Ejemplos.

DISTRIBUCIÓN DE POISSON

Definición.

Fórmula.

Parámetros.

Ejemplo.

DISTRIBUCIÓN MULTINOMIAL

Definición.

Fórmula.

Ejemplo.

DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

Definición.

Fórmula.

Ejemplo.

VARIABLE ALEATORIA.

Definición.

Tipos.

DISTRIBUCIONES ASOCIADAS A VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

Distribuciones Continuas

- Normal.

- Normal Estándar.
- T-student.
- Chi-cuadrado.

DISTRIBUCIÓN NORMAL

Historia.

Definición

Propiedades

Aplicaciones

Movimientos de la Curva

Distribución Normal Estándar.

Tipificación de la distribución Normal.

Ejemplos.

APROXIMACIÓN DE LA NORMAL A LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Definición.

Comparaciones y condiciones.

Fórmula.

Ejemplo.

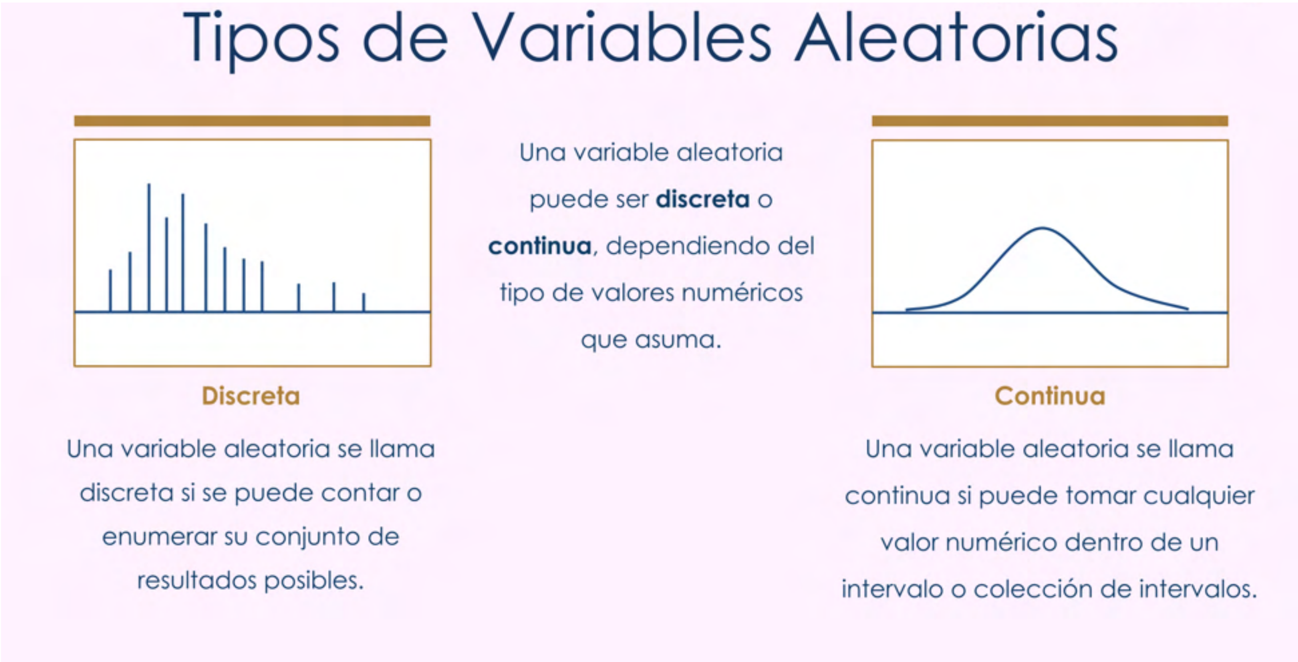
APROXIMACIÓN DE LA POISSON POR LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

VARIABLE ALEATORIA

Es una función que asigna un valor, usualmente numérico, al resultado de un experimento aleatorio.

TIPOS

- ➔ Discreta
- ➔ Continua



DISTRIBUCIONES DISCRETAS

Ejemplos de Distribuciones de Probabilidad asociadas a la variable aleatoria discreta:

- ➔ Bernoulli
- ➔ Binomial
- ➔ Poisson
- ➔ Multinomial
- ➔ Hipergeométrica

BERNOULLI

Un experimento aleatorio se dice que es de Bernoulli cuando únicamente puede tener dos resultados mutuamente excluyentes; uno de ellos se denomina "éxito" y el otro "fracaso".

Por ejemplo: un jugador de fútbol cobra un tiro de penal, ¿mete o no gol?

BINOMIAL

Se cumple cuando se repite en forma independiente varias veces el experimento de Bernoulli. Además, la probabilidad de éxito será la misma en todas las repeticiones.

Por ejemplo: calcular la probabilidad de aprobados en una prueba diagnóstica realizada a los asistentes de la primera clase de Matemáticas del semestre.

POISSON

Se usa para calcular, a partir de una frecuencia de ocurrencia media, la probabilidad de que ocurra un determinado número de eventos durante cierto período de tiempo o espacio.

Por ejemplo: calcular la probabilidad de que, en cierto período de tiempo, se reciban llamadas en un Call Center.

MULTINOMIAL

Es una generalización de la distribución binomial cuando el experimento aleatorio considerado no tiene solo dos resultados posibles, éxito o fracaso, sino tres o más.

Por ejemplo: calcular la probabilidad de seleccionar una serie romántica, una serie familiar, un documental y una serie de suspenso del menú de Netflix.

HIPERGEOMÉTRICA

Se usa para calcular la probabilidad de que en una muestra aleatoria de n elementos, seleccionados sin reemplazo, se tengan x éxitos y n-x fracasos.

Por ejemplo: la probabilidad de tomar un objeto defectuoso en una caja en donde hay cierta cantidad de objetos defectuosos y no defectuosos.

EN CONCLUSIÓN

Las distribuciones discretas tienen diferentes características que ayudan a su identificación para el posterior cálculo de probabilidades. Por lo tanto, es de suma importancia, conocerlas para poder seleccionar el modelo idóneo que permita dar respuesta a situaciones de la vida cotidiana.

EXPERIMENTO DE BERNOULLI

DEFINICIÓN

Es un experimento aleatorio que únicamente puede tener dos resultados mutuamente excluyentes, siendo uno de ellos con la denominación "éxito" y el otro con la denominación "fracaso".

La denominación dada a este experimento es en honor a los estudios realizados por el matemático de origen suizo Jakob Bernoulli.

Jakob Bernoulli (1655 - 1705)

En el proceso de Bernoulli sólo se realiza un único experimento. Si se llega a realizar más de un experimento se estaría hablando de una distribución binomial.

EJEMPLOS

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

DEFINICIÓN

La distribución binomial es una generalización del Experimento de Bernouilli, cuando en lugar de realizar el experimento aleatorio una sola vez , se realiza n veces. Gracias a ella se puede observar si cierto suceso ocurre o no, siendo p la probabilidad de que ocurra (éxito) y q=1-p de que no ocurra (fracaso) , por lo que la variable sólo puede tomar dos posibles valores, el 1 si ocurre y el 0 si no sucede.

- → **La distribución binomial está caracterizada por:**

  1.- El experimento consiste en una serie de n ensayos iguales.

  2.- Al igual que en los Experimentos de Bernoulli, en cada ensayo hay dos resultados posibles.

  3.- Los ensayos son independientes.

  4.- La probabilidad de éxito y de fracaso no cambian de un ensayo a otro.

FÓRMULA

La fórmula de la distribución binomial es la siguiente:

$$P\ (x) = C_{n,x} * p^{x} * q^{n-x}$$

Siendo:

$$C_{n,x} = \frac{n!}{x! * (n-x)!}$$

Donde:

Cn, x = Combinaciones de n en x

n = Número total de ensayos.

x = Número de casos exitosos.

p = Probabilidad de éxito.

q = 1 - p = Probabilidad de fracaso.

Considerar:

$n \in \mathbb{N}$

x = 0,1,2,3,...,n

$n \geq x$

! = factorial de un número.

PARÁMETROS

Media o Valor Esperado

$$\mu = n * p$$

Varianza

$$\sigma^2 = n * p * q$$

Desviación Típica

$$\sigma = \sqrt{n * p * q}$$

Donde:

μ = Media o Valor esperado.

σ = Desviación típica.

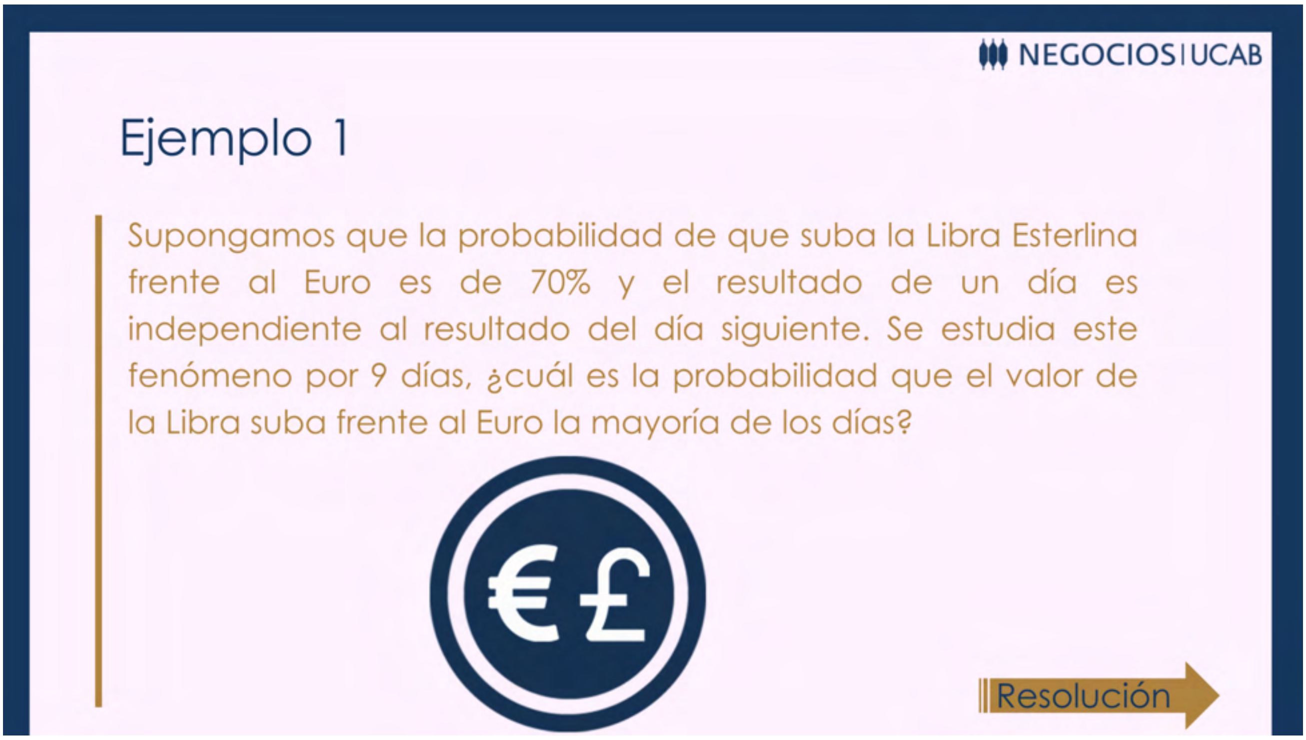
σ^2 = Varianza.

n = Número de ensayos.

p = Probabilidad de éxito.

q = 1 - p = Probabilidad de fracaso.

EJEMPLOS



NEGOCIOS | UCAB

Tenemos que…

n = 9 (Número de días del estudio).

p = 70% => p= 0,70 (Probabilidad de que suba la Libra Esterlina frente al Euro).

q =100% -70%= 30% => q= 0,30 (Probabilidad de fracaso).

$$P(X) = C_{n,x} * p^{x} * q^{n-x}$$

$$P(X\geq 5) = P(5)+P(6)+P(7)+P(8)+P(9)$$

Probabilidad de que el valor de la Libra suba frente al Euro la mayoría de los días estudiados.

Como nos piden calcular la probabilidad de que el valor de la Libra suba frente al Eura la mayoría de los días y se estudia este fenómeno por 9 días, se aplica la fórmula de la distribución binomial desde el valor 5 hasta el 9:

$P(5) = C\ 9,\ 5 + (0,70)^{5} * (0,30)^{4} = 0,1715$

$P(6) = C\ 9,\ 6 + (0,70)^{6} * (0,30)^{3} = 0,2668$

$P(7) = C\ 9,\ 7 + (0,70)^{7} * (0,30)^{2} = 0,2668$

$P(8) = C\ 9,\ 8 + (0,70)^{8} * (0,30)^{1} = 0,1556$

$P(9) = C\ 9,\ 9 + (0,70)^{9} * (0,30)^{0} = 0,0403$

En consecuencia:

$P(X\geq 5) = P(5)+P(6)+P(7)+P(8)+P(9)$

$P(X\geq 5) = 0,1715+0,2668+0,2668+0,1556+0,0403$

$P(X\geq 5) = 0,9010$

NEGOCIOS | UCAB

Ejemplo 2

En un curso de Microeconomía I hay 65 estudiantes inscritos. Por resultados anteriores, el profesor estima que la probabilidad de que cualquier estudiante apruebe la primera evaluación parcial es del 80%.

Calcular el número esperado de estudiantes aprobados.

Calcular la varianza y la desviación típica.

Resolución

NEGOCIOS | UCAB

Tenemos que…
n = 65 (Número de estudiantes inscritos).
p = 80% => p= 0,80 (Probabilidad de éxito).
q = 20% => q= 0,20 (Probabilidad de fracaso).

Cálculo del número esperado:
$\mu = n * p$

$\mu = 65 * 0{,}80$
$\mu = \mathbf{52}$

Se espera que **52** estudiantes aprueben el parcial.

Cálculo de la varianza:
$\sigma^2 = n * p * q$

$\sigma^2 = 65 * 0{,}80 * 0{,}20$
$\sigma^2 = \mathbf{10{,}40}$

La varianza es igual a **10,40**.

Cálculo de la desviación típica:
$\sigma = \sqrt{n * p * q}$

$\sigma = \sqrt{65 * 0{,}80 * 0{,}20}$
$\sigma = \sqrt{10{,}40}$
$\sigma = \mathbf{3{,}2249}$

La desviación típica es igual a **3,2249**.

EN CONCLUSIÓN

La importancia de la distribución Binomial en la vida diaria, viene dada por permitirnos dar a conocer el porcentaje en que es probable obtener un resultado entre dos únicos posibles mutuamente excluyentes al realizar un número n de ensayos iguales e independientes bajo las mismas condiciones.

DISTRIBUCIÓN DE POISSON

DEFINICIÓN

La distribución de Poisson suele emplearse para representar experimentos en los que se analiza el número de veces que ocurre cierto evento en un intervalo de tiempo o espacio. Es una distribución de probabilidad discreta que toma los valores de una sucesión infinita de números (x = 0, 1, 2, . . .). Esta distribución fue creada por el físico matemático francés Siméon Denis Poisson, en su proyecto para modelar la frecuencia de eventos durante un rango de tiempo determinado. Esta distribución la hizo pública en el año 1838 en su trabajo Recherches sur la probabilité des jugements en matières criminelles et matière civile (Investigación sobre la probabilidad de los juicios en materias criminales y civiles).

Siméon Denis Poisson
(1781 - 1840)

La distribución de Poisson está caracterizada por:

1. La probabilidad de ocurrencia es la misma para cualquiera de los intervalos de la misma magnitud.
2. La ocurrencia o no-ocurrencia en cualquier intervalo es independiente de la ocurrencia o no-ocurrencia en cualquier otro intervalo.

FÓRMULA

La fórmula de la distribución de Poisson es la siguiente:

$$P\ (x) = \frac{e^{-\mu} * \mu^{x}}{x!}$$

Siendo:

$$\mu = \lambda * t$$

Donde:

μ= Valor esperado o número medio de ocurrencias en un intervalo.

e = Número de Euler.

x = Número de casos exitosos.

λ = Número de casos realizados en un intervalo de tiempo o espacio.

t = Intervalo de tiempo o espacio dado.

Considerar:

x = 0,1,2,3,...

! = factorial de un número.

Toma en cuenta que:

Para aplicar el número de Euler (e) en el cálculo de la Distribución de Poisson, basta con presionar en la calculadora las teclas:

shift + la tecla de logaritmo Neperiano (ln)

PARÁMETROS

Media o Esperanza:

$$E(x) = \mu$$

Varianza:

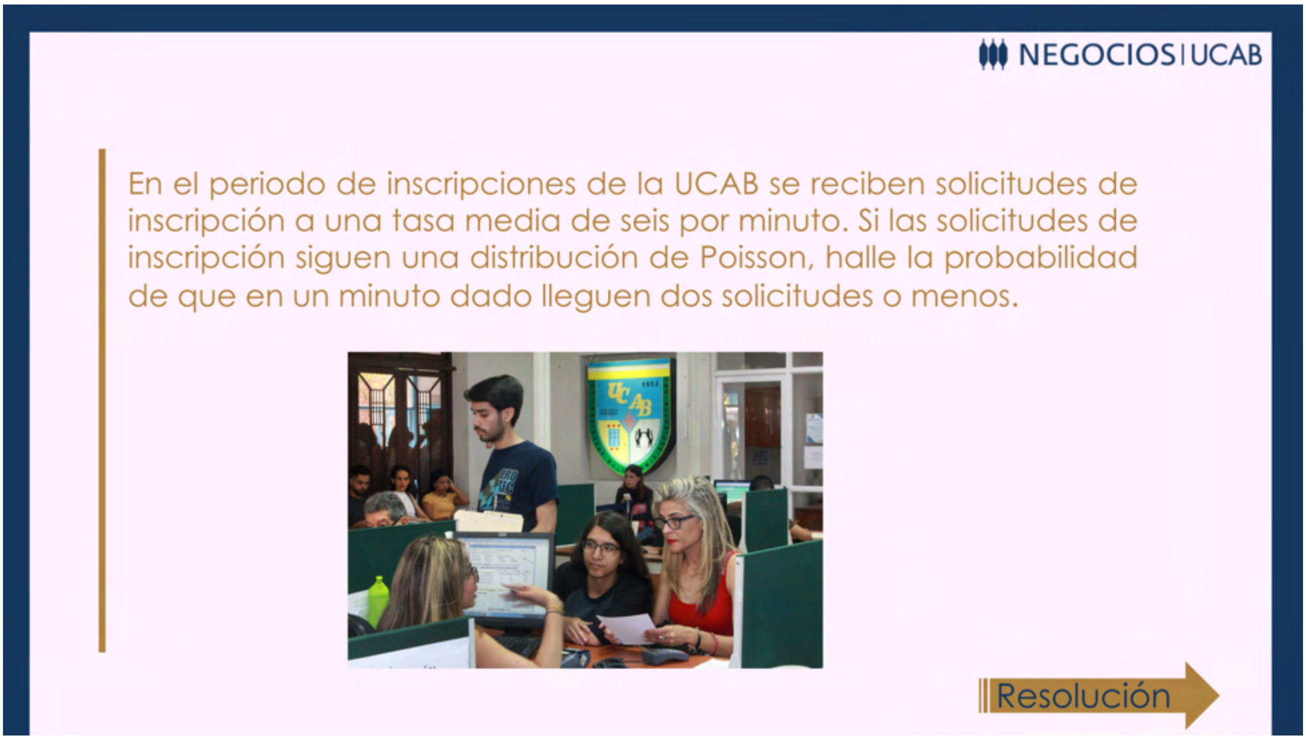
$$\sigma^2 = \mu$$

Donde:

E(x) = Media, Esperanza o Valor Esperado.

σ^2 = Varianza.

EJEMPLO



Tenemos que...

$\lambda = 6$ solicitudes/minuto

$t = 1$ minuto

$x = 2$ o menos solicitudes en un minuto dado.

$P(x \leq 2)$ = Probabilidad de que en un minuto dado lleguen dos solicitudes o menos.

NEGOCIOS | UCAB

$$P(X) = \frac{e^{-\mu} * \mu^{x}}{x!}$$

$$P(X \leq 2) = P(2)+P(1)+P(0)$$

Probabilidad de que en un minuto dado lleguen dos solicitudes o menos de inscripción.

Como nos piden calcular la probabilidad de que en un minuto dado lleguen dos solicitudes o menos se aplica la fórmula de la distribución de Poisson desde el valor 0 hasta el 2 considerando:

$\mu = \lambda * t = 6$ solicitudes/minuto * 1 minuto= 6 solicitudes

$P(2) = (e^{-6} * 6^{2}) / (2!) = 0{,}0446$

$P(1) = (e^{-6} * 6^{1}) / (1!) = 0{,}0148$

$P(0) = (e^{-6} * 6^{0}) / (0!) = 0{,}0024$

En consecuencia:

$P(X \leq 2) = P(2)+P(1)+P(0)$

$P(X \leq 2) = 0{,}0446 + 0{,}0148 + 0{,}0024$

$P(X \leq 2) = 0{,}0618$

EN CONCLUSIÓN

La distribución de Poisson tiene su importancia en la vida diaria porque modela el número de veces que ocurre un evento en un intervalo de tiempo o espacio. También es muy útil para calcular probabilidades muy pequeñas o de eventos que tienen pocas posibilidades de producirse.

DISTRIBUCIÓN MULTINOMIAL

DEFINICIÓN

La distribución multinomial es una generalización de la distribución binomial.

Es una distribución discreta donde el experimento aleatorio considerado no tiene solo dos resultados posibles, éxito o fracaso, sino tres o más.

La Distribución Multinomial está caracterizada por:

1- Al llevar a cabo un experimento con esta distribución se esperan más de dos tipos de resultados.

2- Las probabilidades asociadas a cada uno de los resultados son constantes.

3- Cada uno de los ensayos o repeticiones del experimento son independientes.

4- El número de repeticiones del experimento, n es constante.

FÓRMULA

La fórmula de la distribución Multinomial es la siguiente:

$$P\ (n_1 \ldots n_k) = \frac{n!}{n_1! * n_2! * \ldots * n_k!} * (P_1^{\ n_1} * P_2^{\ n_2} * \ldots * P_k^{\ n_k})$$

Siendo:

1- Número de Ocurrencias:

$$\sum_{i=1}^{k} n_i = n$$

2- Probabilidad:

$$\sum_{i=1}^{k} P_i = 1$$

Donde:

n = número total de veces que ocurre el experimento.

ni = número de veces que ocurre cada evento i.

Pi = probabilidad de ocurrencia de cada evento i.

Considerar:

n = 0,1,2,3,...

! = factorial de un número.

EJEMPLO

NEGOCIOS | UCAB

En un salón de clases de Bachillerato, se hace un sondeo de opinión a los estudiantes para saber qué quieren estudiar a nivel universitario. Según estudios realizados, la probabilidad de que un estudiante quiera estudiar: Psicología es del 45%, Educación es del 15% y Administración de Empresas es del 40%.

Si se extrae una muestra al azar de 20 estudiantes, hallar la probabilidad de encontrar 5 alumnos que quieran estudiar Psicología, 5 que quieran estudiar Educación y 10 que quieran estudiar Administración de Empresas.

Resolución

NEGOCIOS | UCAB

Tenemos que…

n = 20 (Número Total de Alumnos a los que se le aplica el sondeo)

n_1 = 5 (Número de Alumnos que quieran estudiar Psicología)

n_2 = 5 (Número de Alumnos que quieran estudiar Educación)

n_3 = 10 (Número de Alumnos que quieran estudiar Administración de Empresas)

P_1 = 45% => 0,45 (Probabilidad de que los alumnos quieran estudiar Psicología)

P_2 = 15% => 0,15 (Probabilidad de que los alumnos quieran estudiar Educación)

P_3 = 40% => 0,40 (Probabilidad de que los alumnos quieran estudiar Administración de Empresas)

$$P(n_1 \ldots n_k) = \frac{n!}{n_1! * n_2! * \ldots * n_k!} * (P_1^{\,n_1} * P_2^{\,n_2} * \ldots * P_k^{\,n_k})$$

$$P(5,5,10) = \frac{20!}{5! * 5! * 10!} * ((0{,}45)^5 * (0{,}15)^5 * (0{,}40)^{10})$$

$$P(5,5,10) = 46.558.512 * (0{,}0185 * (0{,}0001) * (0{,}0001)$$

$$P(5,5,10) = 0{,}0068$$

Hay un **<u>0,68%</u>** de probabilidad de encontrar en una muestra aleatoria de 20 estudiantes a 5 alumnos que quieran estudiar Psicología, 5 que quieran estudiar Educación y 10 que quieran estudiar Administración de Empresas.

EN CONCLUSIÓN

A diferencia de la distribución Binomial, la distribución Multinomial amplía el abanico de opciones porque nos permite calcular la probabilidad de ocurrencia en situaciones de la vida diaria con más de dos resultados posibles.

DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

DEFINICIÓN

La Distribución Hipergeométrica está estrechamente relacionada con la distribución binomial, sin embargo, difiere en dos aspectos: en la distribución hipergeométrica los ensayos no son independientes y la probabilidad de éxito es diferente en cada ensayo. La función de probabilidad de esta distribución se usa para calcular la probabilidad de que en una muestra aleatoria de n elementos, seleccionados sin reemplazo, tengan x éxitos y n-x fracasos.

Se caracteriza por:

1. El proceso consta de n pruebas sin reemplazo.
2. Cada prueba puede dar únicamente dos resultados mutuamente excluyentes: éxito y fracaso.

FÓRMULA

La fórmula de la distribución Hipergeométrica es la siguiente:

$$P(x, N, n, r) = \frac{\binom{r}{x}\binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$$P(x,N,n,r) = \frac{C_{r,x} * C_{(N-r),(n-x)}}{C_{N,n}}$$

Donde:

X = número de éxitos en la muestra.

N = tamaño de una población que consta de r éxitos.

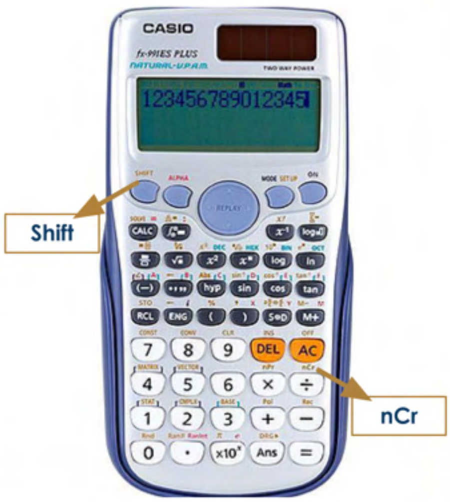
n = tamaño de una muestra sin reemplazo de la población N.

r = número de éxitos en la población.

Toma en cuenta que:

Para aplicar el cálculo de Combinaciones en la distribución Hipergeométrica, basta con presionar en la calculadora las teclas:

valor de n + shift + la tecla de Combinación (nCr) + valor de r



Por ejemplo, para calcular la combinación de C8,4 en la calculadora sería: **8 nCr 4**

EJEMPLO

NEGOCIOS | UCAB

En una empresa hay ocho hombres e igual número de mujeres interesados en participar en el proyecto Nuevos Talentos. Si los miembros del proyecto se eligen aleatoriamente para formar un comité de ocho personas, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente la mitad sean mujeres?

Resolución

Tenemos que…

NEGOCIOS | UCAB

N = 16 (personas interesadas en participar en el proyecto: tamaño de la población)

n= 8 (Tamaño de la muestra)

x = 4 (Número de casos éxitos de la muestra)

r = 8 (Número de casos exitosos de la población)

$$P(x,N,n,r) = \frac{C_{r,x} * C_{(N-r),(n-x)}}{C_{N,n}}$$

$$P(4,16,8,8) = \frac{C_{8,4} * C_{(16-8),(8-4)}}{C_{16,8}}$$

$$P(4,16,8,8) = \frac{C_{8,4} * C_{(16-8),(8-4)}}{C_{16,8}}$$

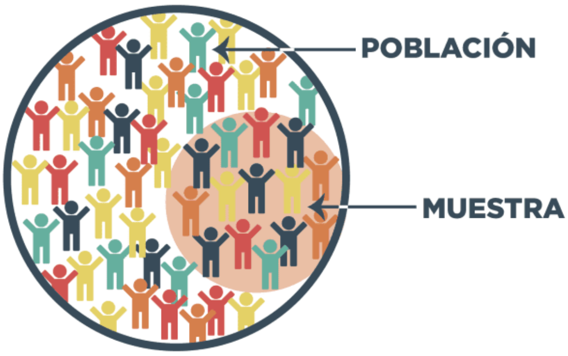
$$P(4,16,8,8) = \frac{C_{8,4} * C_{(8,4)}}{C_{16,8}}$$

$$P(4,16,8,8) = 0,3807$$

Hay un **38,07%** de probabilidad de que exactamente la mitad de las ocho personas seleccionadas para el comité del proyecto Nuevos Talentos, sean mujeres.

EN CONCLUSIÓN

La Distribución Hipergeométrica es útil para los casos en donde se extraigan muestras repetidamente sin reemplazo a diferencia de la Binomial que se aplica a muestreos con reemplazo. Por lo tanto, es importante saber diferenciar ambas distribuciones para aplicarlas correctamente en la vida diaria.



VARIABLE ALEATORIA

DEFINICIÓN

Es una función que asigna un valor, usualmente numérico, al resultado de un experimento aleatorio.

TIPOS

- ➔ Discreta
- ➔ Continua

DISTRIBUCIONES ASOCIADAS A VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

DISTRIBUCIONES CONTINUAS

Ejemplos de Distribuciones de Probabilidad asociadas a la variable aleatoria continua:

- ➔ Normal
- ➔ Normal Estándar
- ➔ T-Student
- ➔ Chi-Cuadrado

NORMAL

La distribución normal o distribución de Gauss es posiblemente la distribución continua de probabilidad de mayor importancia. Una variable aleatoria continua, X, sigue una distribución normal con media μ y desviación típica σ, y se designa por $N(\mu, \sigma^2)$.

Esta distribución es adecuada para describir la distribución de conjuntos de datos que ocurren en la naturaleza, la industria y la navegación. Por ejemplo:

- ➔ Datos meteorológicos correspondientes a temperaturas, lluvias, entre otros.
- ➔ Las medidas físicas de productos manufacturados.

NORMAL ESTÁNDAR

La distribución normal estándar, también conocida como distribución reducida o tipificada, es una distribución normal con media igual a cero ($\mu = 0$) y desviación típica igual a uno ($\sigma = 1$), que se expresa como $N(0, 1)$.

Su función de distribución se encuentra tabulada, siendo de gran utilidad para el cálculo de probabilidades de cualquier distribución $N(\mu, \sigma^2)$.

T-STUDENT

La distribución t describe las distancias estandarizadas de las medias de la muestra hasta la media de la población cuando la desviación estándar de la población no se conoce, y las observaciones vienen de una población con una distribución normal y el tamaño de la muestra es pequeño (N < 30).

Por ejemplo: Estimar con un 95% de confianza el consumo promedio de energía consumido por 20 casas de una urbanización del oeste de la ciudad.

CHI-CUADRADO

La distribución chi cuadrado es una de las distribuciones de probabilidad más usadas en Inferencia Estadística, principalmente en pruebas de hipótesis para analizar la existencia o no de independencia entre dos variables cualitativas o para comprobar qué tan bien se ajusta una muestra a una distribución teórica.

Por ejemplo: Para comprobar la independencia entre las variables categóricas como sexo y grupo sanguíneo, o entre color de ojos y color del cabello.

EN CONCLUSIÓN

Las distribuciones continuas tienen diferentes características que ayudan a su identificación para el posterior cálculo de probabilidades. Por lo tanto, es de suma importancia conocerlas para poder seleccionar el modelo idóneo que permita dar respuesta a situaciones de la vida cotidiana.

DISTRIBUCIÓN NORMAL

HISTORIA

La distribución normal fue reconocida por primera vez por el matemático francés Abraham de Moivre en un artículo del año 1733 y posteriormente fue reimpreso en la segunda edición de su "The Doctrine Of Chances".

Más adelante Laplace usó esta distribución para realizar el análisis de errores de medición en cuanto que Johann Carl Friedrich Gauss afirmaba haber utilizado este método desde 1794 y lo justifica precisamente en 1809 asumiendo una distribución normal de los errores. Su nombre es asociado con esta distribución dado que él mismo la usó frecuentemente cuando analizaba datos astronómicos.

Abraham de Moivre
(1667-1754)

Pierre-Simon Laplace
(1749-1827)

Carl Friedrich Gauss
(1777-1855)

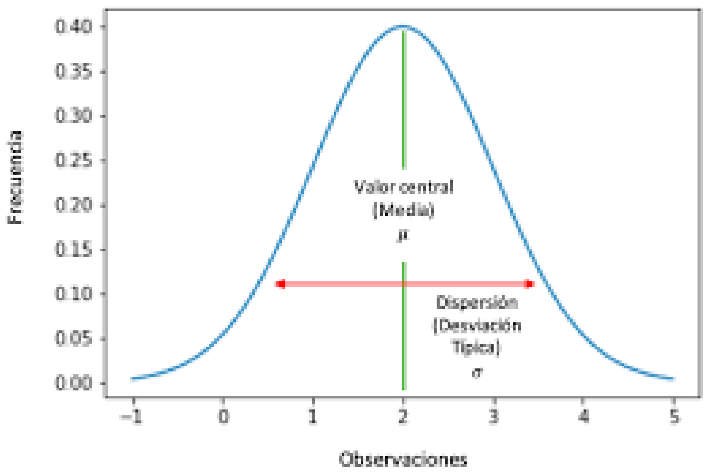
El nombre de "Campana" viene dado gracias a Esprit Jouffret, oficial artillero francés, actuario de seguros y matemático que usó el término "Bell Surface" (Superficie de Campana) por primera vez en 1872 para una distribución normal bivariante de componentes independientes.

Esprit Jouffret
(1837-1904)

Es importante destacar que, a pesar de ser conocida como "Campana de Gauss", en muchos textos se encuentre bajo el nombre de "Campana de Moivre - Gauss".

DEFINICIÓN

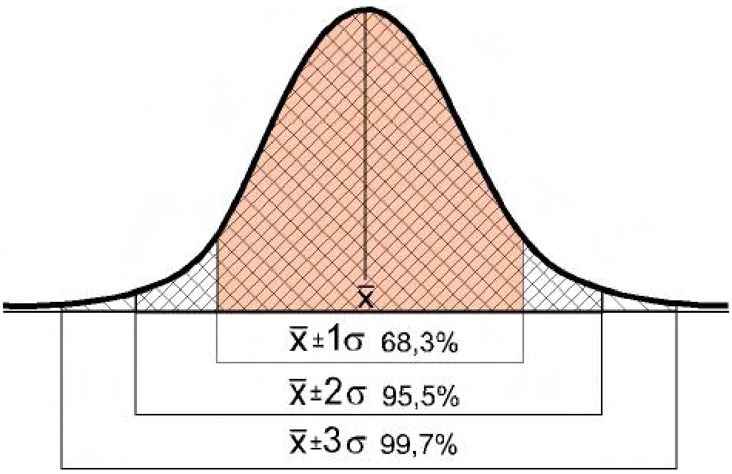
La distribución normal también llamada distribución de Gauss, distribución gaussiana o distribución Laplace-Gauss es una distribución continua simétrica y mesocúrtica que da lugar a una curva en forma de campana.



Sus parámetros son la media y la desviación estándar donde la desviación estándar indica la separación que existe entre un valor cualquiera de la variable y la media. La media indica la posición central de la campana y la desviación estándar determina el grado de apuntamiento de la curva; cuanto mayor sea esta última, la curva será más plana. Un valor pequeño de este parámetro indica, por tanto, una gran probabilidad de obtener datos cercanos al valor medio de la distribución.

PROPIEDADES

- Es simétrica respecto a su media. En otras palabras, la media actúa como espejo en la distribución y hace que ambas colas sean idénticas y, por tanto, simétricas.
- Media = Moda = Mediana. Las medidas de centralización son iguales porque la distribución es simétrica.
- Los puntos de inflexión se sitúan en **$\mu - \sigma$ y $\mu + \sigma$** .
- En el intervalo **[$\mu - \sigma$; $\mu + \sigma$]** se encuentra comprendida, aproximadamente, el **68,26 %** de la distribución.
- En el intervalo **[$\mu - 2\sigma$; $\mu + 2\sigma$]** se encuentra, aproximadamente, el **95,44 %** de la distribución.
- En el intervalo **[$\mu - 3\sigma$; $\mu + 3\sigma$]** se encuentra comprendida, aproximadamente, el **99,74 %** de la distribución.
- Es asintótica con respecto al eje horizontal, cuyos valores tienden a infinito.
- La probabilidad equivale al área encerrada bajo la curva.
- Hay una probabilidad de un 50% de observar un dato mayor
- que la media, y un 50% de observar un dato menor que la media.
- El área total bajo la curva es igual a 1.



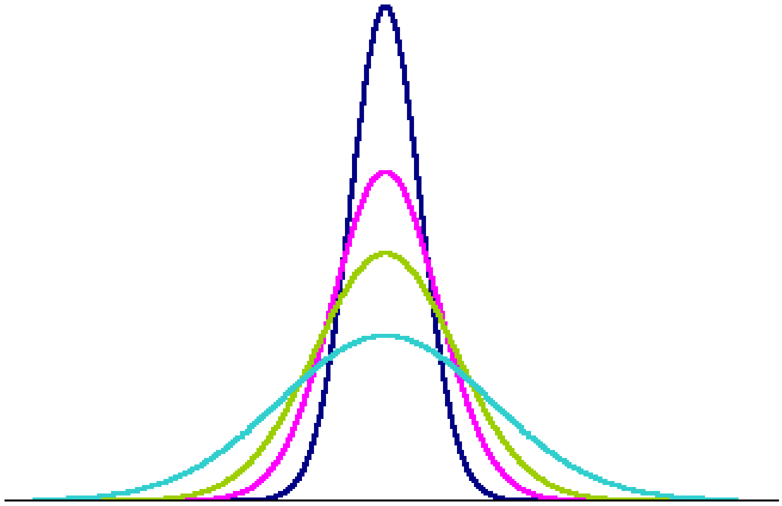
APLICACIONES

Su propio nombre indica su extendida utilización, justificada por la frecuencia o normalidad con la que ciertos fenómenos tienden a parecerse en su comportamiento a esta distribución.

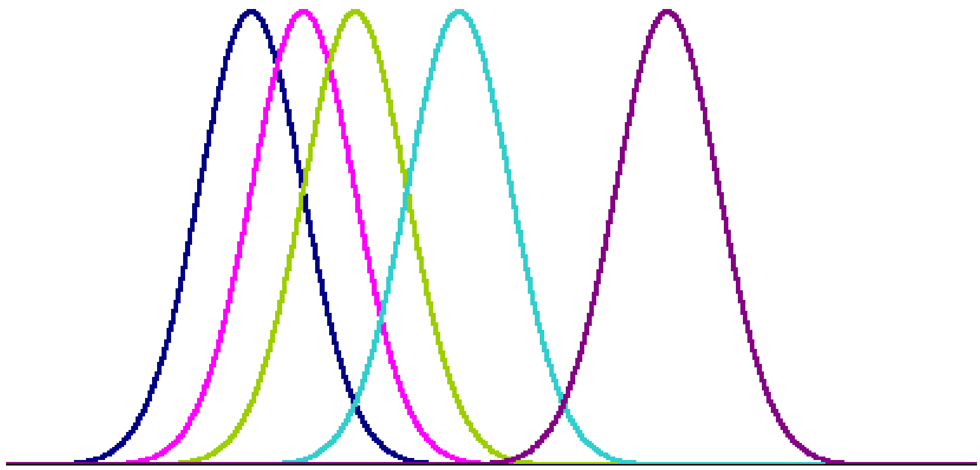
Su importancia se debe fundamentalmente a la frecuencia con la que distintas variables asociadas a fenómenos naturales y cotidianos siguen, aproximadamente, esta distribución. Caracteres morfológicos (como la talla o el peso), o psicológicos (como el cociente intelectual) o sociológicos (como el nivel socioeconómico) y resultados de mediciones científicas, son ejemplos de variables de las que frecuentemente se asume que siguen una distribución normal.

MOVIMIENTOS DE LA CURVA

➔ Distribuciones normales con distinta desviación estándar e igual media:

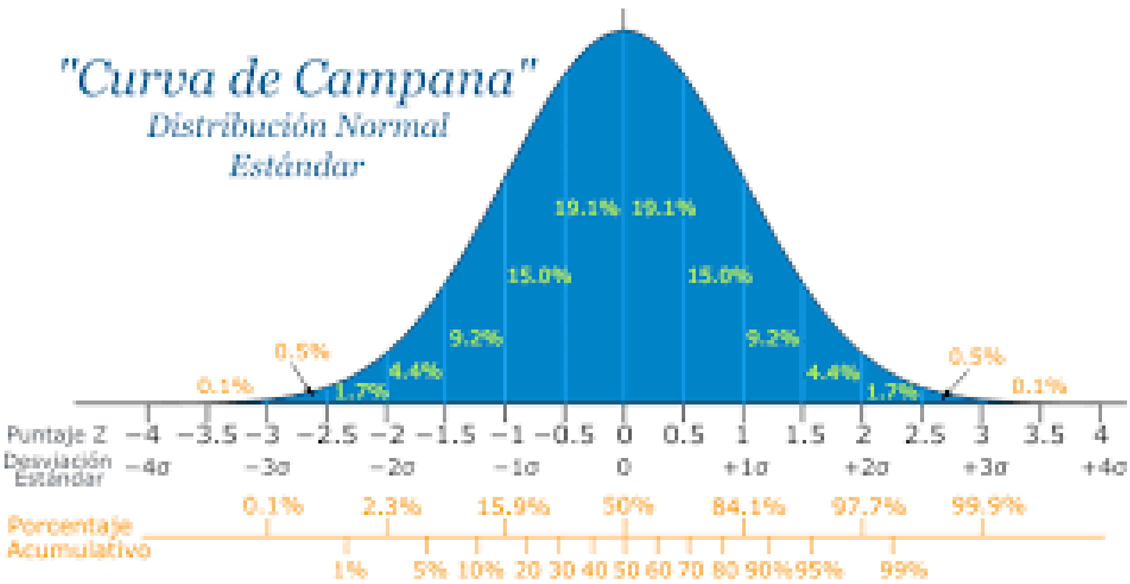


→ Distribuciones normales con diferentes medias e igual desviación estándar:



DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR

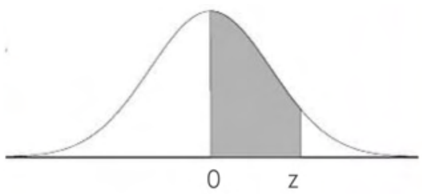
La distribución normal estándar, o tipificada o reducida, es una distribución normal que tiene por media el valor cero, μ =0, y por desviación típica la unidad, σ =1 que se expresa por N(0,1).



TIPIFICACIÓN DE LA VARIABLE EN UNA DISTRIBUCIÓN NORMAL

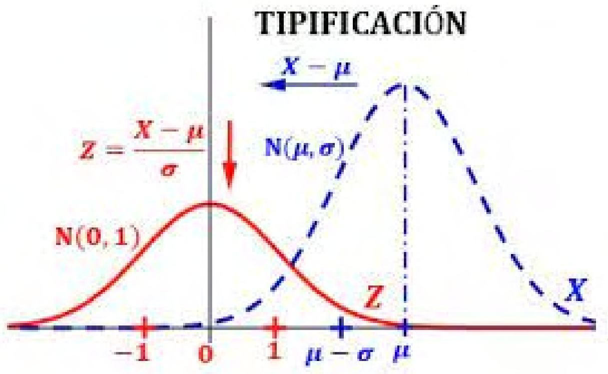
Si tenemos una distribución normal N(μ, σ), llamamos tipificar, normalizar o estandarizar la variable de la distribución normal al proceso de convertirla en una distribución Normal Estándar N(0,1).

Al transformar la variable X que sigue una distribución normal N(μ, σ) en otra variable Z que siga una distribución normal estándar N(0, 1), nos permitirá buscar en la tabla la probabilidad del intervalo (0,Z) para variables continuas que sigan una distribución normal.



La tipificación consiste en transformar una distribución normal N(μ, σ) en una distribución normal estándar N(0, 1).

Gráficamente consiste en:

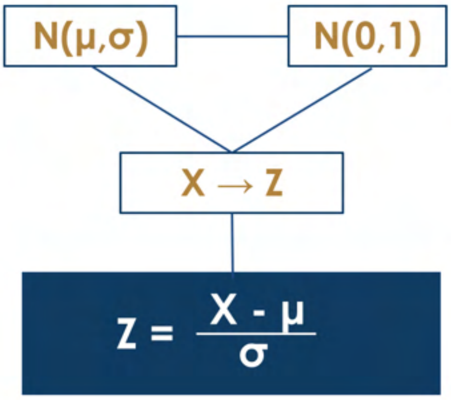


1) Trasladar o centrar, es decir, hacer la media cero (μ = 0).

2) Reducir (contraer o dilatar), es decir, hacer la desviación típica uno (σ = 1).

Por lo tanto se calcula el valor de Z:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$



Donde:
Z = Variable tipificada.
X = Variable continua.
μ = Media.
σ = Desviación estándar.

ÁREAS BAJO LA CURVA NORMAL

TIPIFICADA DE 0 A Z

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

NEGOCIOS | UCAB

Tipificación de la Variable en una Distribución Normal

LECTURA DE LA TABLA NORMAL

Es una tabla de doble entrada donde:

→ La columna de Z contiene la parte entera y el primer decimal del valor de Z.

→ La fila de Z contiene el segundo decimal del valor de Z.

Ejemplo:

Si **Z= 0,23** → **P(0 ≤ Z ≤ 0,23)** = **0,0910** tal como lo vemos en la tabla:

z	0	1	2	3	4
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700

EJEMPLOS

NEGOCIOS | UCAB

Una empresa produce sacos de un producto químico y le preocupa la cantidad de impurezas que contienen. Se cree que el peso de las impurezas por saco sigue una distribución normal que tiene una media de 12,2 gramos y una desviación típica de 2,8 gramos. Se elige aleatoriamente un saco.

1) ¿Cuál es la probabilidad de que contenga menos de 10 gramos de impurezas?
2) ¿Cuál es la probabilidad de que contenga más de 15 gramos de impurezas?
3) ¿Cuál es la probabilidad de que contenga entre 12 y 15 gramos de impurezas?

Resolución

NEGOCIOS | UCAB

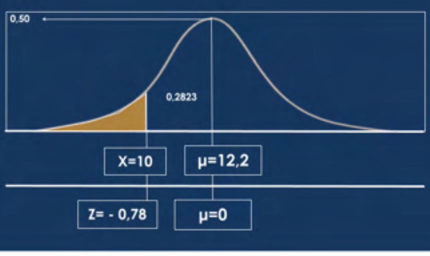
Tenemos que…
μ = 12,2 gramos
σ = 2,8 gramos
P(x < 10) → Probabilidad de que un saco contenga menos de 10 gramos de impurezas.

Para dar respuesta a la pregunta, consideremos: tipificar, graficar, realizar la lectura de la tabla y analizar el intervalo para definir el cálculo a realizarse.

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$Z = \frac{10 - 12{,}2}{2{,}8}$$

$$Z = -0{,}78$$



Recordando la lectura de la tabla normal (lámina 13), por simetría, buscamos el valor positivo de **Z**, es decir, **Z= 0,78**

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823

Considerando las propiedades de la distribución normal, tendríamos:

P(x < 10) = P(Z < -0,78) = 0,50 - 0,2823

P(x < 10) = P(Z < -0,78) = 0,2177

Hay un **21,77%** de probabilidad de que un saco contenga menos de 10 gramos de impurezas.

NEGOCIOS | UCAB

Tenemos que…
μ= 12,2 gramos
σ = 2,8 gramos
P(x >15) → Probabilidad de que un saco contenga más de 15 gramos de impurezas.

Para dar respuesta a la pregunta, consideremos: tipificar, graficar, realizar la lectura de la tabla y analizar el intervalo para definir el cálculo a realizarse.

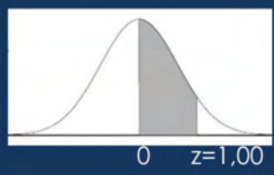
$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

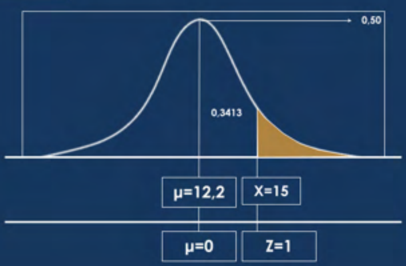
$$Z = \frac{15 - 12{,}2}{2{,}8}$$

$$Z = 1$$

Recordando la lectura de la tabla normal (lámina 13), buscamos **Z= 1,00**

z	0
0.0	0.0000
0.1	0.0398
0.2	0.0793
0.3	0.1179
0.4	0.1554
0.5	0.1915
0.6	0.2257
0.7	0.2580
0.8	0.2881
0.9	0.3159
1.0	0.3413





Considerando las propiedades de la distribución normal, tendríamos:

P(x > 15) = P(Z > 1) = 0,50 - 0,3413

P(x > 15) = P(Z > 1) = 0,1587

Hay un **15,87%** de probabilidad de que un saco contenga más de 15 gramos de impurezas.

NEGOCIOS | UCAB

Tenemos que…
μ= 12,2 gramos
σ = 2,8 gramos
P(12 ≤ X ≤15) → Probabilidad de que un saco contenga entre 12 y 15 gramos de impurezas.

Para dar respuesta a la pregunta, consideremos: tipificar, graficar, realizar la lectura de la tabla y analizar el intervalo para definir el cálculo a realizarse.

Recordando la lectura de la tabla normal (lámina 13), por simetría, buscamos el valor positivo de Z_1, es decir, Z_1= **0,07** y el valor de Z_2= **1,00**

z	0	1	2	3	4	5	6	7
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

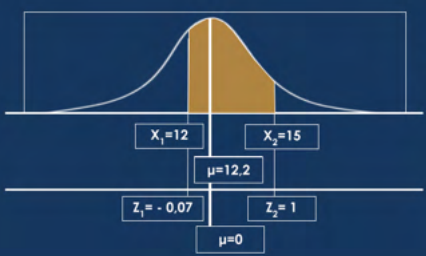
$$Z = \frac{12 - 12{,}2}{2{,}8}$$

$$Z = -0{,}07$$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$Z = \frac{15 - 12{,}2}{2{,}8}$$

$$Z = 1$$



Considerando el intervalo dado, tendríamos:

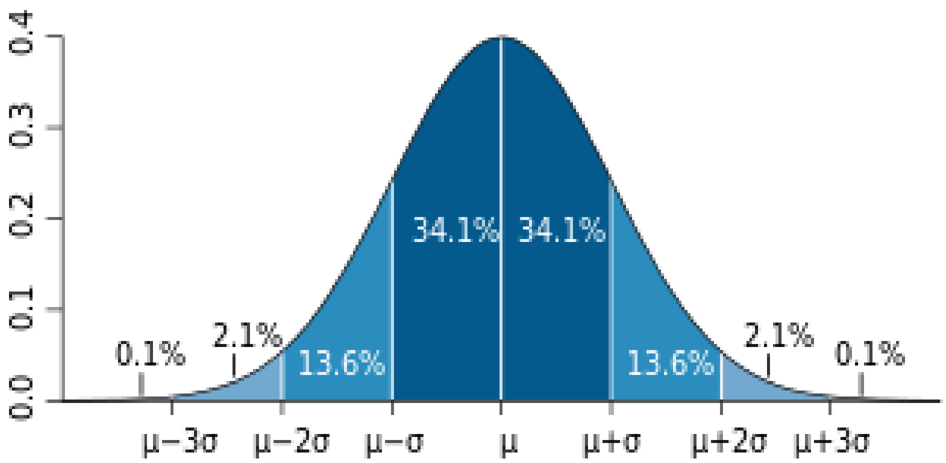
P(12 ≤ X ≤ 15) = P(-0,07 ≤ Z ≤ 1) = 0,0279 + 0,3413

P(12 ≤ X ≤ 15) = P(-0,07 ≤ Z ≤ 1) = 0,3692

Hay un **36,92%** de probabilidad de que un saco contenga entre 12 y 15 gramos de impurezas.

EN CONCLUSIÓN

La Distribución Normal es la más frecuentemente utilizada en la vida diaria y sus propiedades son la base para los procedimientos de Inferencia Estadística, ya que la mayor parte de las variables aleatorias de los fenómenos naturales presentan un comportamiento semejante al de esta distribución, de ahí su nombre. La distribución normal proporciona la base para la estadística inferencial clásica por su relación con el teorema de límite central.



APROXIMACIÓN DE LA NORMAL A LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

DEFINICIÓN

Una distribución Binomial B(n,p) se puede aproximar por una distribución normal, siempre que n sea grande y p no esté muy próxima a 0 o a 1. La aproximación consiste en utilizar una distribución normal con la misma media y desviación típica que la distribución binomial. La aproximación es excelente cuando n es grande y bastante buena para valores pequeños de n si p está razonablemente cercana a ½.

COMPARACIONES Y CONDICIONES

→ Comparaciones: Distribución Normal Vs. Distribución Binomial:

Al momento de comparar estas dos distribuciones, nos encontramos que se conoce lo siguiente:

Distribución Binomial:

n = Tamaño de la Muestra

p = Probabilidad de Éxito

q = Probabilidad de Fracaso

x = Número de Éxitos

Distribución Normal:

μ = Media de la Población

σ = Desviación Estándar de la Población

De esta forma, si queremos resolver una situación de Distribución Binomial como si fuese una Distribución Normal, se debe conocer los valores que nos permita encontrar tanto la media, como la desviación estándar y a su vez conocer las condiciones para que se pueda dar solución a la situación.

➔ **Condiciones:**

Tenemos que, si se dan los siguientes hechos:

$$N \rightarrow \infty$$

$$p \neq 0$$

$$q \neq 0$$

$$p = q \approx 0,5$$

Las condiciones para resolver una situación de una variable

correspondiente a una distribución binomial utilizando la distribución normal son las siguientes:

$$n * p \geq 5$$

$$n * q \geq 5$$

FÓRMULA

Aproximación de la Normal en la Distribución Binomial

Fórmula

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Como:

$$\mu = n * p$$

$$\sigma = \sqrt{n * p * q}$$

$$Z = \frac{X - (n * p)}{\sqrt{n * p * q}}$$

Donde:

Z = Variable Tipificada

μ = Media

σ = Desviación Estándar

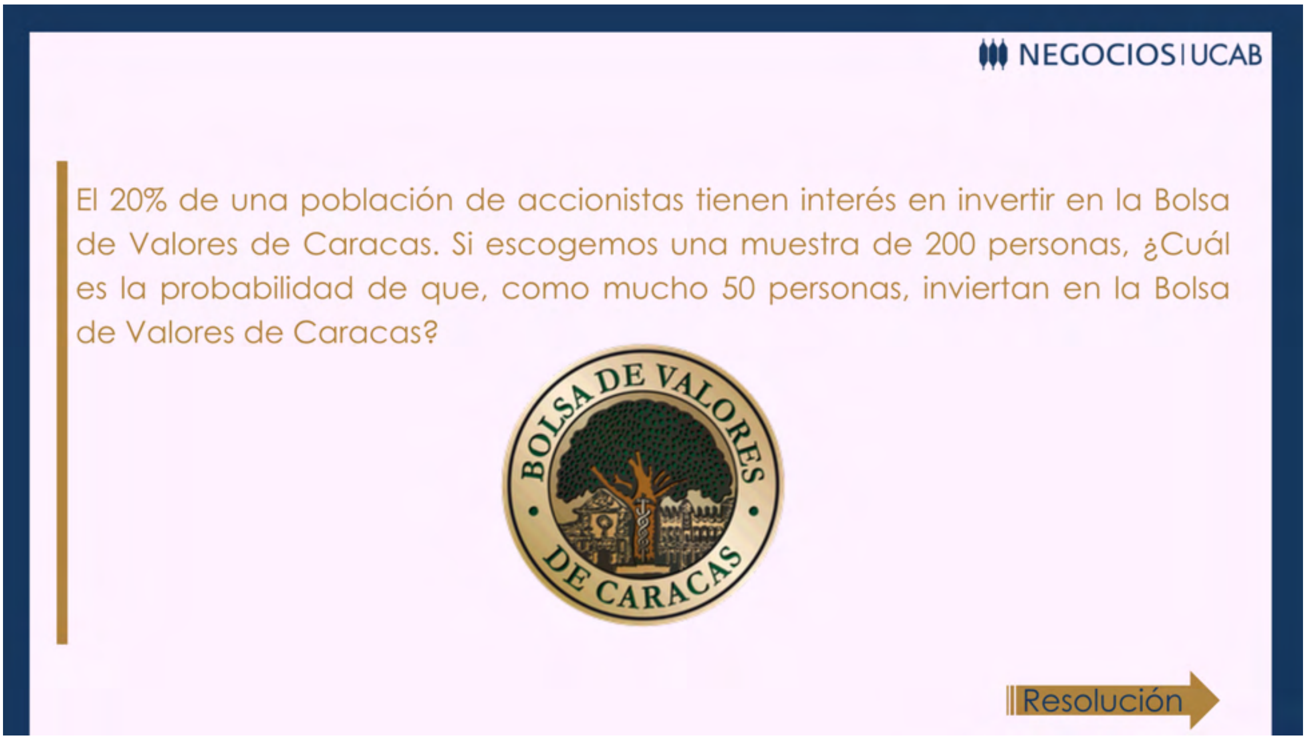
X = Variable

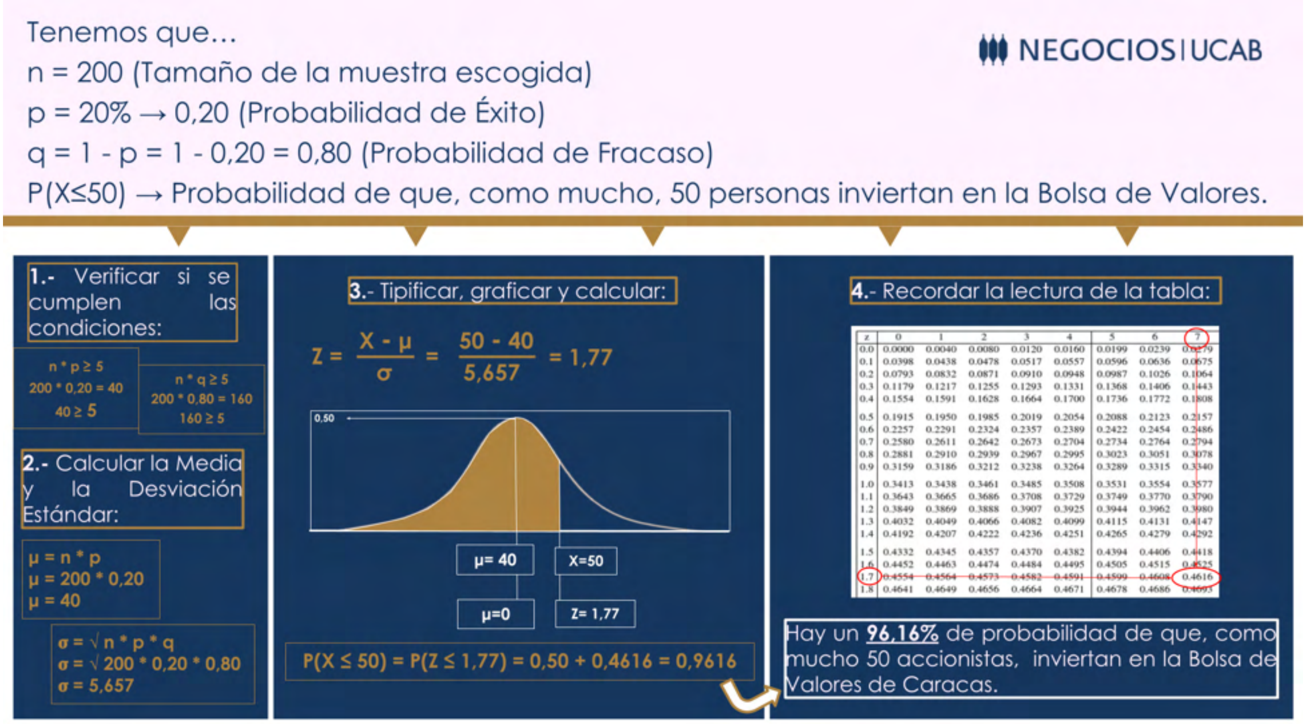
n = Tamaño de la Muestra

p = Probabilidad de Éxito

q = Probabilidad de Fracaso

EJEMPLO



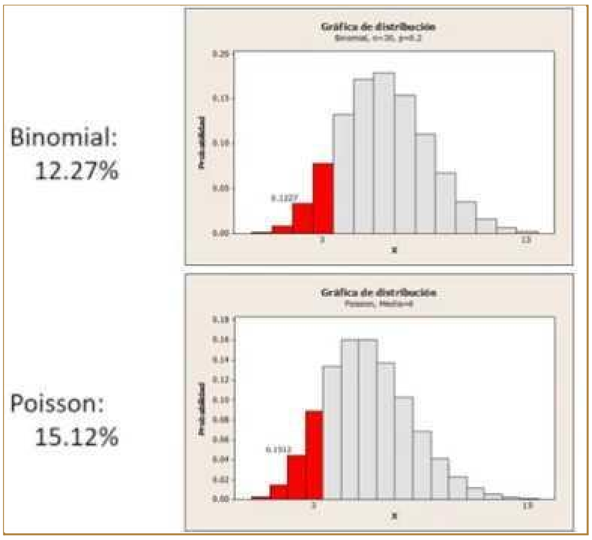


APROXIMACIÓN DE LA POISSON POR LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

DEFINICIÓN

Una distribución de Poisson se puede aproximar por una distribución binomial, siempre que “n” sea grande y “p” muy pequeña.

La aproximación consiste en utilizar una distribución de Poisson con la misma media que la distribución binomial.



COMPARACIONES Y CONDICIONES

➔ Comparaciones: Distribución de Poisson Vs. Distribución Binomial:

Al momento de comparar estas dos distribuciones, nos encontramos que se conoce lo siguiente:

Distribución Poisson:

μ = Media de la Población

e = Número de Euler

x = Número de Éxitos

Distribución Binomial:

n = Tamaño de la Muestra

p = Probabilidad de Éxito

q = Probabilidad de Fracaso

x = Número de Éxitos

➔ Condiciones:

De esta forma, si queremos resolver una situación de Distribución Binomial como si fuese una Distribución Poisson, se debe conocer los valores que nos permita encontrar la media y a su vez considerar las siguientes condiciones:

$$N \to \infty \quad p \to 0 \quad q \to 1$$

FÓRMULA

Aproximación de la Poisson por la Distribución Binomial

Fórmula

$$P\,(x) = \frac{e^{-\mu} * \mu^{x}}{x!}$$

⇩

Como:

$$\mu = n * p$$

⇩

$$P\,(x) = (n * p)^{x} * \frac{e^{-n * p}}{x!}$$

Donde:

μ = Media

X = Variable

n = Tamaño de la Muestra

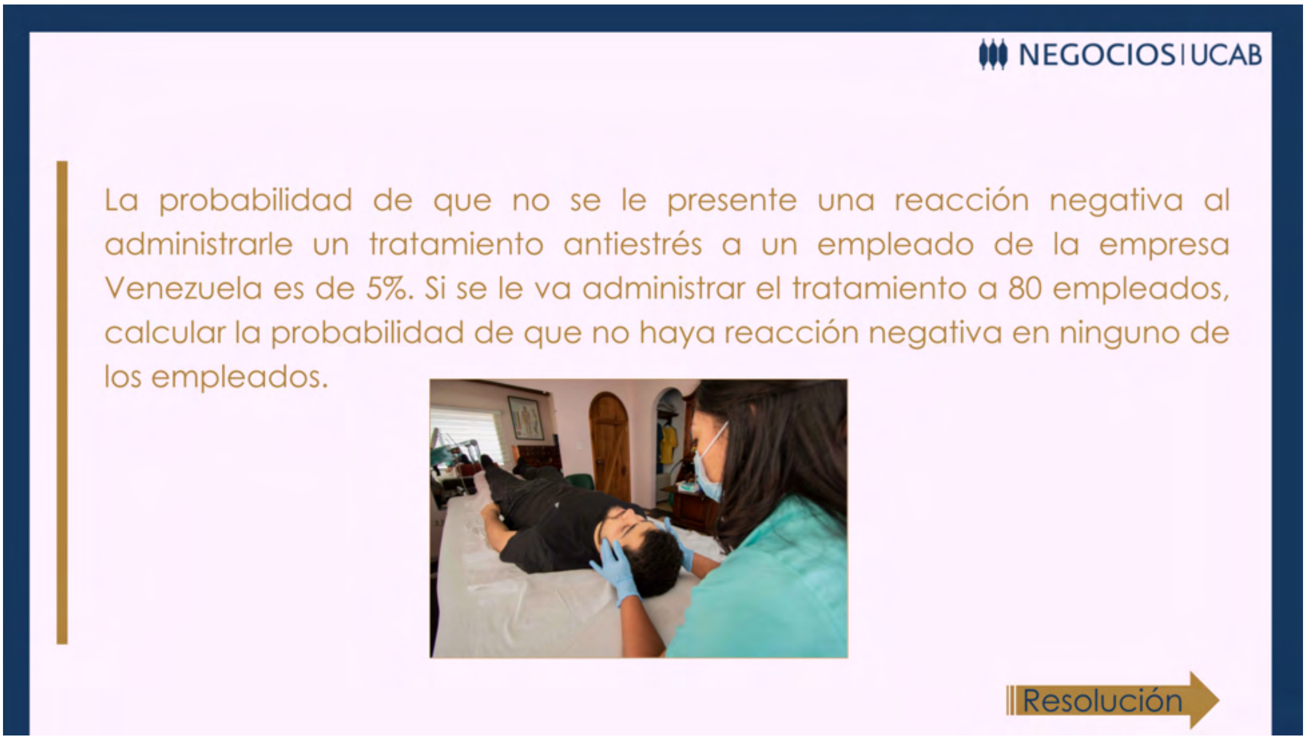
p = Probabilidad de Éxito

Considerar:

x = 0,1,2,3,...

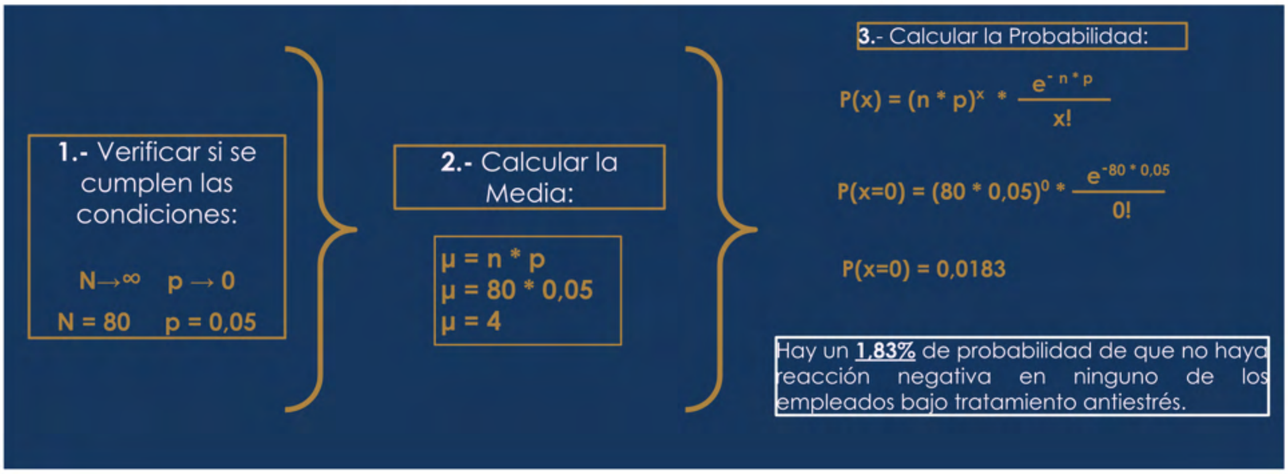
! = factorial de un número.

EJEMPLO



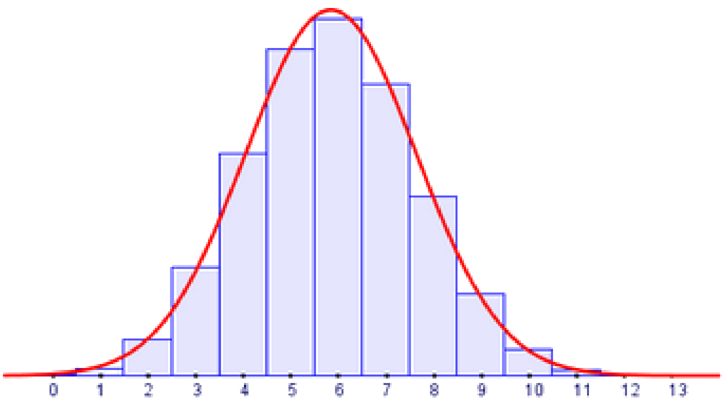
Tenemos que…
n = 80 (Tamaño de la muestra escogida)
p = 5% → 0,05 (Probabilidad de Éxito)
P(X=0) → Probabilidad de que no haya reacción negativa en ninguno de los empleados.

NEGOCIOS | UCAB



EN CONCLUSIÓN

La Aproximación de la Normal a la distribución Binomial y la Aproximación de la Poisson por la Binomial nos facilita el cálculo de probabilidades en la vida diaria cuando n es muy grande y se cumplen las condiciones dadas.



DISTRIBUCIÓN T de STUDENT

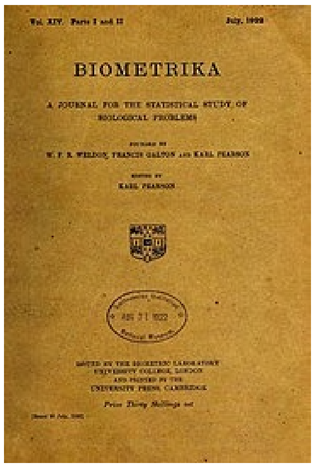
HISTORIA

William Gosset

(1876-1937)

William Sealy Gosset, matemático y químico de origen inglés, comenzó a trabajar en las destilerías Guinness al finalizar sus estudios en Oxford. En aquel momento, Guinness era un negocio agroquímico progresista, donde Gosset podía aplicar sus conocimientos en Estadística, entre otras cosas, para mejorar las variedades de cebada con la que se produce esta cerveza y estar presente en el control de calidad de la producción. Su objetivo era mejorar el proceso de fermentación y de la selección de materias primas.

El problema era que, a nivel estadístico, él partía de un número relativamente reducido de muestras. Gosset, subraya la necesidad de disponer de un método correcto para tratar muestras pequeñas, por lo que, debido a las circunstancias de su trabajo, lo llevaron a descubrir la distribución de la desviación típica muestral. Los bajos tamaños de muestra con los que habitualmente contaba fueron los "causantes" de sus estudios, y los que lo llevaron a desarrollar la distribución t.



En 1908, publicó el artículo "The probable error of a mean" en la revista Biometrika, pero no con su nombre, sino con el seudónimo Student.

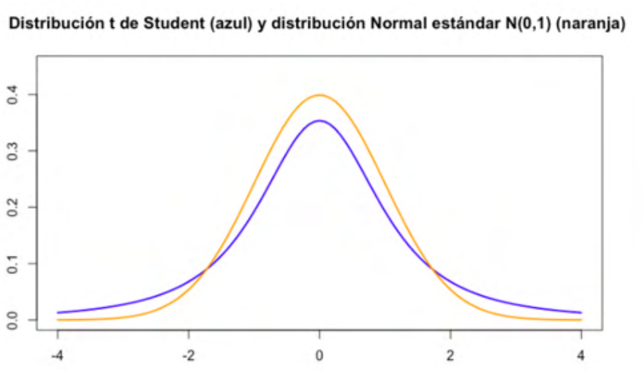
Se dice que la razón principal por el uso del pseudónimo, fue que la Cervecera Guinness había sufrido anteriormente una fuga de información por una publicación de un empleado, por lo que prohibió a su plantilla publicar artículos, independientemente de la temática del mismo.

La distribución t de Student desarrollada por Gosset es el cociente entre dos distribuciones, la distribución normal estándar N(0,1) y la raíz cuadrada de la distribución chi-cuadrado X2 dividida por sus n grados de libertad.

$$t = \frac{Z}{\sqrt{\chi^2/n}}$$

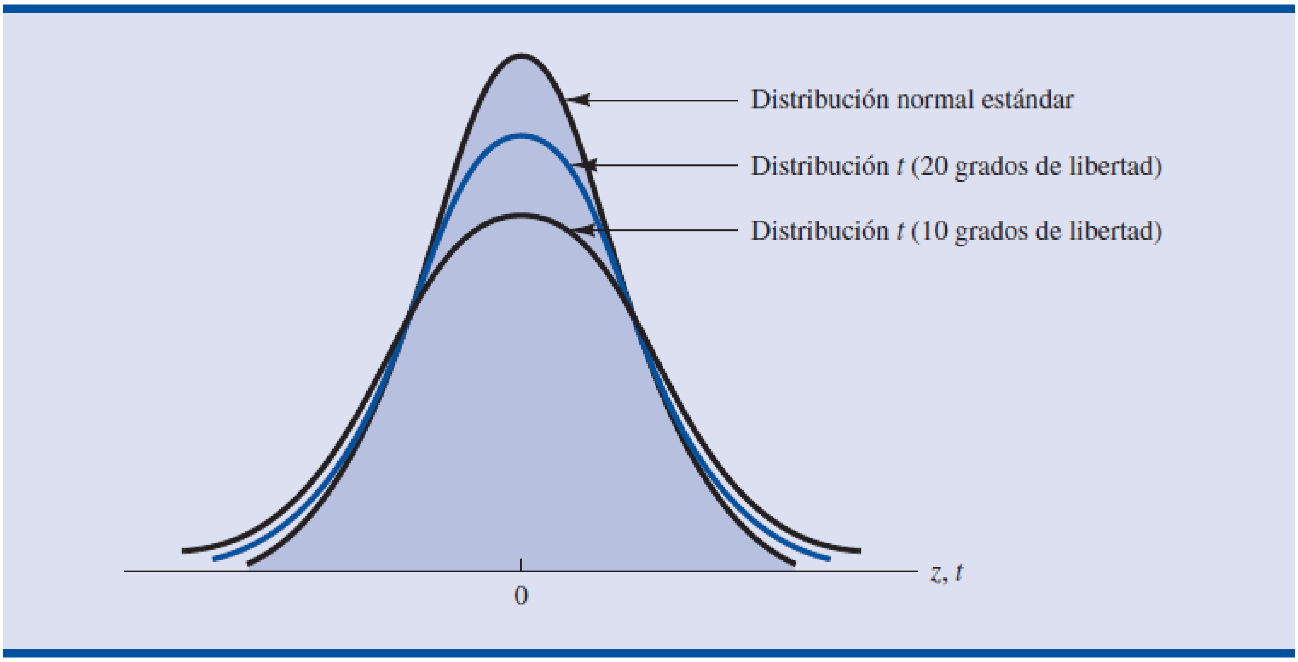
DEFINICIÓN

La distribución t de Student, también conocida como distribución t, es una distribución de probabilidad asociada a la distribución normal. Se usa para estimar la media de una población distribuida según una normal cuando el tamaño de la muestra utilizada para la estimación es pequeño (N<30) y la varianza de la población es desconocida.



La distribución t es una familia de distribuciones de probabilidad en donde cada distribución t depende de un parámetro conocido como grados de libertad. Por lo tanto, hay una única distribución t para cada valor de los grados de libertad. A medida que el número de grados de libertad aumenta, la diferencia entre la distribución t y la distribución normal estándar se va reduciendo.

COMPARACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR CON LAS DISTRIBUCIONES *t* PARA 10 Y 20 GRADOS DE LIBERTAD



PROPIEDADES

- Es simétrica.
- El valor de la media, la mediana y la moda coinciden con el valor 0.
- Es una distribución unimodal.
- La distribución t depende de los grados de libertad.

- ➔ Si tenemos una muestra de tamaño n, entonces tendremos una distribución t con (n-1) grados de libertad.
- ➔ La varianza de la población es desconocida.
- ➔ El tamaño de la muestra es inferior a 30 elementos, es decir, N < 30.

LECTURA DE LA TABLA

Valores percentiles t_p para la distribución t de Student con ν grados de libertad

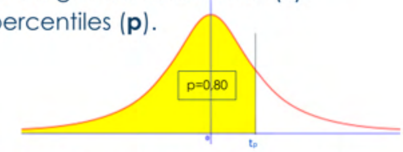
ν	$t_{.55}$	$t_{.60}$	$t_{.70}$	$t_{.75}$	$t_{.80}$	$t_{.90}$	$t_{.95}$	$t_{.975}$	$t_{.99}$	$t_{.995}$
1	.158	.325	.727	1.000	1.376	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66
2	.142	.289	.617	.816	1.061	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92
3	.137	.277	.584	.765	.978	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84
4	.134	.271	.569	.741	.941	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60
5	.132	.267	.559	.727	.920	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03
6	.131	.265	.553	.718	.906	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71
7	.130	.263	.549	.711	.896	1.42	1.90	2.36	3.00	3.50
8	.130	.262	.546	.706	.889	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36
9	.129	.261	.543	.703	.883	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25
10	.129	.260	.542	.700	.879	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17
11	.129	.260	.540	.697	.876	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11
12	.128	.259	.539	.695	.873	1.36	1.78	2.18	2.68	3.06
13	.128	.259	.538	.694	.870	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01
14	.128	.258	.537	.692	.868	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98
15	.128	.258	.536	.691	.866	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95
16	.128	.258	.535	.690	.865	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92
17	.128	.257	.534	.689	.863	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90
18	.127	.257	.534	.688	.862	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88
19	.127	.257	.533	.688	.861	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86
20	.127	.257	.533	.687	.860	1.32	1.72	2.09	2.53	2.84
21	.127	.257	.532	.686	.859	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83
22	.127	.256	.532	.686	.858	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82
23	.127	.256	.532	.685	.858	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81
24	.127	.256	.531	.685	.857	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80
25	.127	.256	.531	.684	.856	1.32	1.71	2.06	2.48	2.79
26	.127	.256	.531	.684	.856	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78
27	.127	.256	.531	.684	.855	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77
28	.127	.256	.530	.683	.855	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76
29	.127	.256	.530	.683	.854	1.31	1.70	2.04	2.46	2.76
30	.127	.256	.530	.683	.854	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75
40	.126	.255	.529	.681	.851	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70
60	.126	.254	.527	.679	.848	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66
120	.126	.254	.526	.677	.845	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62
∞	.126	.253	.524	.674	.842	1.28	1.645	1.96	2.33	2.58

Lectura de la Tabla

LECTURA DE LA TABLA t

Es una tabla de doble entrada donde:

- ➔ La primera columna contiene los grados de libertad (**ν**).
- ➔ La primera fila contiene los percentiles (**p**).



Ejemplo:

A una distribución t de Student con 8 grados de libertad y percentil igual a 80% nos da lugar al valor de $t_{0.80}$ igual a 0.889 tal como lo vemos en la tabla:

ν	$t_{.55}$	$t_{.60}$	$t_{.70}$	$t_{.75}$	$t_{.80}$	$t_{.90}$	$t_{.95}$
1	.158	.325	.727	1.000	1.376	3.08	6.31
2	.142	.289	.617	.816	1.061	1.89	2.92
3	.137	.277	.584	.765	.978	1.64	2.35
4	.134	.271	.569	.741	.941	1.53	2.13
5	.132	.267	.559	.727	.920	1.48	2.02
6	.131	.265	.553	.718	.906	1.44	1.94
7	.130	.263	.549	.711	.896	1.42	1.90
8	.130	.262	.546	.706	.889	1.40	1.86
9	.129	.261	.543	.703	.883	1.38	1.83

EJEMPLOS

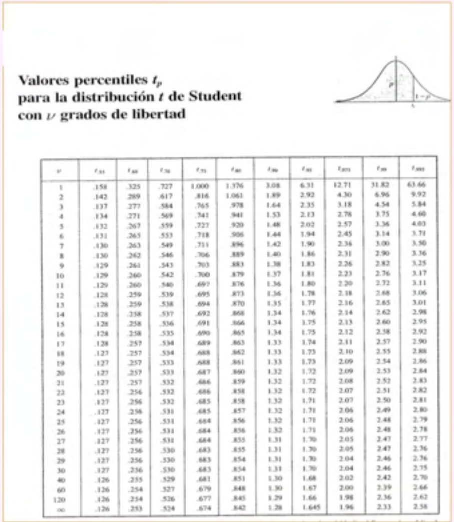
NEGOCIOS | UCAB

Para una distribución t de 15 grados de libertad, hallar el valor de t , tal que:

1) El área a la derecha de t sea de 0,01.

2) El área a la izquierda de t sea de 0,95

3) El área conjunta a la derecha de t y a la izquierda de –t sea de 0,01.



Resolución

NEGOCIOS | UCAB

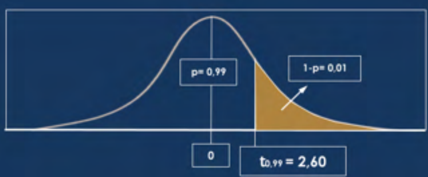
Tenemos que…
v = 15 (Grados de libertad)
El área a la derecha de t es igual a 0,01
Valor de t= ??

Para dar respuesta a la pregunta, consideremos: análisis, gráfico y lectura de la tabla.

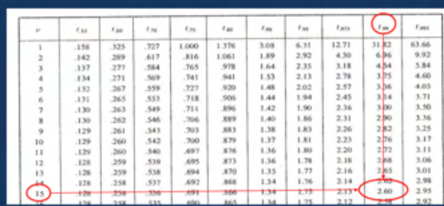
Como no conocemos el valor del percentil (p), representado por el área a la izquierda de t_p, se aplica la ley del complemento:

p=1-0,01=0,99

Gráfico:



Lectura de la tabla:



2,60 es el valor crítico de $t_{0,99}$ con **v** = 15, tal como lo podemos ver en la tabla y en el gráfico.

NEGOCIOS | UCAB

Tenemos que…

ν = 15 (Grados de libertad)

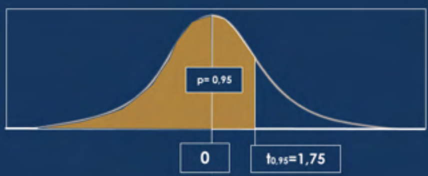
El área a la izquierda de t es igual a 0,95

Valor de t= ??

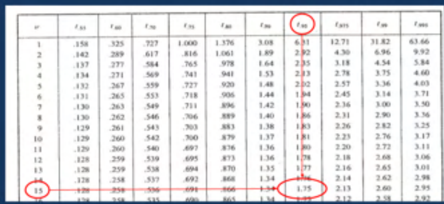
Para dar respuesta a la pregunta, consideremos: análisis, gráfico y lectura de la tabla.

Como conocemos el valor del percentil (p), representado por el área a la izquierda de t_p, NO se aplica la ley del complemento.

Gráfico:



Lectura de la tabla:



ν	$t_{.55}$	$t_{.60}$	$t_{.70}$	$t_{.75}$	$t_{.80}$	$t_{.90}$	$t_{.95}$	$t_{.975}$	$t_{.99}$	$t_{.995}$
1	.158	.325	.727	1.000	1.376	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66
2	.142	.289	.617	.816	1.061	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92
3	.137	.277	.584	.765	.978	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84
4	.134	.271	.569	.741	.941	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60
5	.132	.267	.559	.727	.920	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03
6	.131	.265	.553	.718	.906	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71
7	.130	.263	.549	.711	.896	1.42	1.90	2.36	3.00	3.50
8	.130	.262	.546	.706	.889	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36
9	.129	.261	.543	.703	.883	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25
10	.129	.260	.542	.700	.879	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17
11	.129	.260	.540	.697	.876	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11
12	.128	.259	.539	.695	.873	1.36	1.78	2.18	2.68	3.06
13	.128	.259	.538	.694	.870	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01
[illegible]	.128	.258	.537	.692	.868	1.34	[illegible]	2.14	2.62	2.98
15	.128	.258	.536	.691	.866	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95

1,75 es el valor crítico de $t_{0,95}$ con ν = 15, tal como lo podemos ver en la tabla y en el gráfico.

NEGOCIOS | UCAB

Tenemos que…

ν = 15 (Grados de libertad)

El área conjunta a la derecha de t y a la izquierda de –t es igual a 0,01

Para dar respuesta a la pregunta, consideremos: análisis, gráfico y lectura de la tabla.

Tomando en cuenta que el área conjunta a la derecha de t y a la izquierda de -t es 0,01; se aplica la ley del complemento para obtener el área entre -t y t:

1-0,01 = 0,99

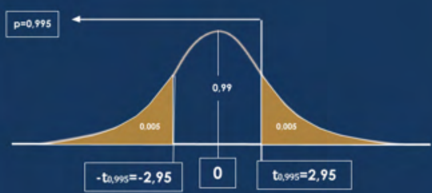
Por simetría el área de cada cola será igual a:

0,01/2 = 0,005

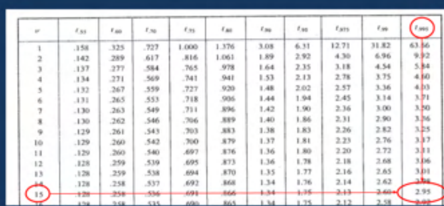
Por lo tanto, el valor del percentil será:

p=0,005+0,99 = 0,995

Gráfica:



Lectura de la tabla:

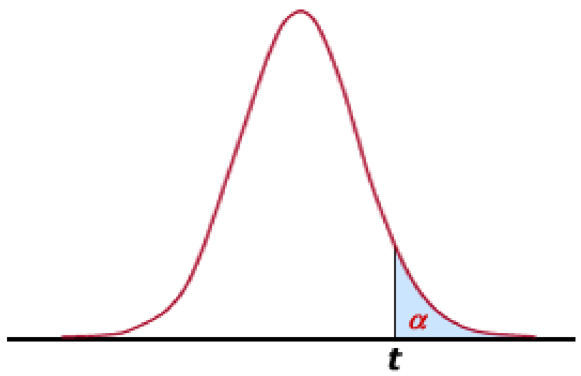


ν	$t_{.55}$	$t_{.60}$	$t_{.70}$	$t_{.75}$	$t_{.80}$	$t_{.90}$	$t_{.95}$	$t_{.975}$	$t_{.99}$	$t_{.995}$
1	.158	.325	.727	1.000	1.376	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66
2	.142	.289	.617	.816	1.061	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92
3	.137	.277	.584	.765	.978	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84
4	.134	.271	.569	.741	.941	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60
5	.132	.267	.559	.727	.920	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03
6	.131	.265	.553	.718	.906	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71
7	.130	.263	.549	.711	.896	1.42	1.90	2.36	3.00	3.50
8	.130	.262	.546	.706	.889	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36
9	.129	.261	.543	.703	.883	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25
10	.129	.260	.542	.700	.879	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17
11	.129	.260	.540	.697	.876	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11
12	.128	.259	.539	.695	.873	1.36	1.78	2.18	2.68	3.06
13	.128	.259	.538	.694	.870	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01
[illegible]	.128	.258	.537	.692	.868	1.34	1.76	2.14	2.62	[illegible]
15	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.95

-2,95 y +2,95 son los valores críticos de $t_{0,995}$ con ν = 15, tal como lo podemos ver en la tabla y en el gráfico.

EN CONCLUSIÓN

La distribución t de Student tiene muchas aplicaciones en Inferencia Estadística para casos donde el tamaño de la muestra es pequeño. Las más conocidas en la vida diaria están dadas por la determinación de las diferencias entre dos medias muestrales y la construcción del intervalo de confianza para la diferencia entre las medias de dos poblaciones cuando se desconoce la desviación típica de una población.



DISTRIBUCIÓN CHI CUADRADO

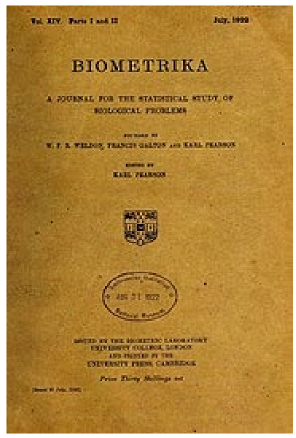
HISTORIA

Karl Pearson matemático y filósofo de la ciencia de origen británico, fue uno de los fundadores de la estadística moderna y pionero en el establecimiento de su uso por parte de las ciencias biológicas.

Karl Pearson

(1857 - 1936)

A partir de 1890, desarrolló los métodos estadísticos dirigidos al análisis de cuestiones biológicas, donde la mayor parte de ellos, fueron editados en la revista Biometrika que él mismo ayudó a fundar.



En 1900, publicó su prueba de Chi Cuadrado que permite determinar, entre otras cosas, si dos caracteres hereditarios eran transmitidos de forma dependiente o independiente. Desde entonces, se ha convertido en una prueba muy aceptada y aplicable a múltiples usos, cuando se dispone de datos independientes de tipo nominal.

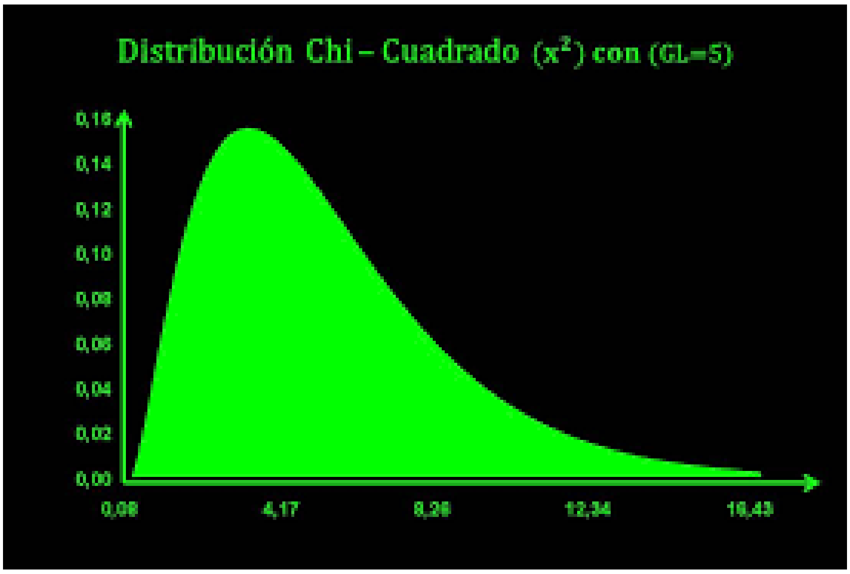
Los análisis de Pearson se han revelado como imprescindibles para una correcta interpretación de los datos estadísticos.

DEFINICIÓN

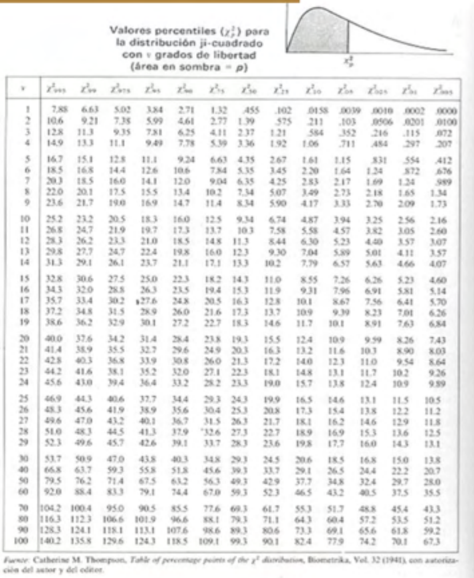
La distribución Chi Cuadrado ($\chi 2$) también conocida como distribución de Pearson, es una distribución continua que se especifica por los grados de libertad y el parámetro de no centralidad. La distribución es positivamente asimétrica, pero la asimetría disminuye al aumentar los grados de libertad.

PROPIEDADES

- ➔ Las distribuciones $\chi 2$ no son simétricas. Tienen colas estrechas que se extienden a la derecha; por lo tanto, están sesgadas a la derecha.
- ➔ Los valores de $\chi 2$ son mayores o iguales que 0.
- ➔ La forma de una distribución $\chi 2$ depende del número de grados de libertad. En consecuencia, hay un número infinito de distribuciones $\chi 2$.
- ➔ El área total bajo una curva Chi Cuadrado y sobre el eje horizontal es 1.



LECTURA DE LA TABLA



Valores percentiles (χ^2_p) para la distribución ji-cuadrado con ν grados de libertad (área en sombra = p)

ν	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.90}$	$\chi^2_{.75}$	$\chi^2_{.50}$	$\chi^2_{.25}$	$\chi^2_{.10}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.01}$	$\chi^2_{.005}$
1	7.88	6.63	5.02	3.84	2.71	1.32	.455	.102	.0158	.0039	.0010	.0002	.0000
2	10.6	9.21	7.38	5.99	4.61	2.77	1.39	.575	.211	.103	.0506	.0201	.0100
3	12.8	11.3	9.35	7.81	6.25	4.11	2.37	1.21	.584	.352	.216	.115	.072
4	14.9	13.3	11.1	9.49	7.78	5.39	3.36	1.92	1.06	.711	.484	.297	.207
5	16.7	15.1	12.8	11.1	9.24	6.63	4.35	2.67	1.61	1.15	.831	.554	.412
6	18.5	16.8	14.4	12.6	10.6	7.84	5.35	3.45	2.20	1.64	1.24	.872	.676
7	20.3	18.5	16.0	14.1	12.0	9.04	6.35	4.25	2.83	2.17	1.69	1.24	.989
8	22.0	20.1	17.5	15.5	13.4	10.2	7.34	5.07	3.49	2.73	2.18	1.65	1.34
9	23.6	21.7	19.0	16.9	14.7	11.4	8.34	5.90	4.17	3.33	2.70	2.09	1.73
10	25.2	23.2	20.5	18.3	16.0	12.5	9.34	6.74	4.87	3.94	3.25	2.56	2.16
11	26.8	24.7	21.9	19.7	17.3	13.7	10.3	7.58	5.58	4.57	3.82	3.05	2.60
12	28.3	26.2	23.3	21.0	18.5	14.8	11.3	8.44	6.30	5.23	4.40	3.57	3.07
13	29.8	27.7	24.7	22.4	19.8	16.0	12.3	9.30	7.04	5.89	5.01	4.11	3.57
14	31.3	29.1	26.1	23.7	21.1	17.1	13.3	10.2	7.79	6.57	5.63	4.66	4.07
15	32.8	30.6	27.5	25.0	22.3	18.2	14.3	11.0	8.55	7.26	6.26	5.23	4.60
16	34.3	32.0	28.8	26.3	23.5	19.4	15.3	11.9	9.31	7.96	6.91	5.81	5.14
17	35.7	33.4	30.2	27.6	24.8	20.5	16.3	12.8	10.1	8.67	7.56	6.41	5.70
18	37.2	34.8	31.5	28.9	26.0	21.6	17.3	13.7	10.9	9.39	8.23	7.01	6.26
19	38.6	36.2	32.9	30.1	27.2	22.7	18.3	14.6	11.7	10.1	8.91	7.63	6.84
20	40.0	37.6	34.2	31.4	28.4	23.8	19.3	15.5	12.4	10.9	9.59	8.26	7.43
21	41.4	38.9	35.5	32.7	29.6	24.9	20.3	16.3	13.2	11.6	10.3	8.90	8.03
22	42.8	40.3	36.8	33.9	30.8	26.0	21.3	17.2	14.0	12.3	11.0	9.54	8.64
23	44.2	41.6	38.1	35.2	32.0	27.1	22.3	18.1	14.8	13.1	11.7	10.2	9.26
24	45.6	43.0	39.4	36.4	33.2	28.2	23.3	19.0	15.7	13.8	12.4	10.9	9.89
25	46.9	44.3	40.6	37.7	34.4	29.3	24.3	19.9	16.5	14.6	13.1	11.5	10.5
26	48.3	45.6	41.9	38.9	35.6	30.4	25.3	20.8	17.3	15.4	13.8	12.2	11.2
27	49.6	47.0	43.2	40.1	36.7	31.5	26.3	21.7	18.1	16.2	14.6	12.9	11.8
28	51.0	48.3	44.5	41.3	37.9	32.6	27.3	22.7	18.9	16.9	15.3	13.6	12.5
29	52.3	49.6	45.7	42.6	39.1	33.7	28.3	23.6	19.8	17.7	16.0	14.3	13.1
30	53.7	50.9	47.0	43.8	40.3	34.8	29.3	24.5	20.6	18.5	16.8	15.0	13.8
40	66.8	63.7	59.3	55.8	51.8	45.6	39.3	33.7	29.1	26.5	24.4	22.2	20.7
50	79.5	76.2	71.4	67.5	63.2	56.3	49.3	42.9	37.7	34.8	32.4	29.7	28.0
60	92.0	88.4	83.3	79.1	74.4	67.0	59.3	52.3	46.5	43.2	40.5	37.5	35.5
70	104.2	100.4	95.0	90.5	85.5	77.6	69.3	61.7	55.3	51.7	48.8	45.4	43.3
80	116.3	112.3	106.6	101.9	96.6	88.1	79.3	71.1	64.3	60.4	57.2	53.5	51.2
90	128.3	124.1	118.1	113.1	107.6	98.6	89.3	80.6	73.3	69.1	65.6	61.8	59.2
100	140.2	135.8	129.6	124.3	118.5	109.1	99.3	90.1	82.4	77.9	74.2	70.1	67.3

Fuente: Catherine M. Thompson, *Table of percentage points of the χ^2 distribution*, Biometrika, Vol. 32 (1941), con autorización del autor y del editor.

Lectura de la Tabla

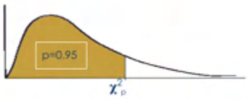
LECTURA DE LA TABLA CHI CUADRADO

Es una tabla de doble entrada donde:

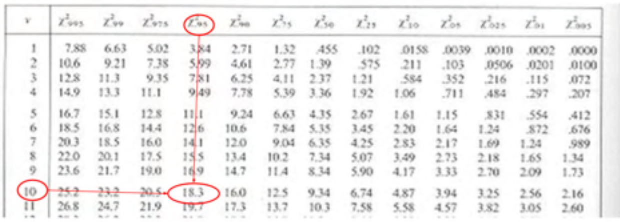
→ La primera columna contiene los grados de libertad (**ν**).

→ La primera fila contiene los percentiles (**p**).

Ejemplo:



A una distribución Chi cuadrado con 10 grados de libertad y percentil igual a 95% nos da lugar al valor de $\chi^2_{0.95}$ igual a 18,3 tal como lo vemos en la tabla:



ν	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.90}$	$\chi^2_{.75}$	$\chi^2_{.50}$	$\chi^2_{.25}$	$\chi^2_{.10}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.01}$	$\chi^2_{.005}$
1	7.88	6.63	5.02	3.84	2.71	1.32	.455	.102	.0158	.0039	.0010	.0002	.0000
2	10.6	9.21	7.38	5.99	4.61	2.77	1.39	.575	.211	.103	.0506	.0201	.0100
3	12.8	11.3	9.35	7.81	6.25	4.11	2.37	1.21	.584	.352	.216	.115	.072
4	14.9	13.3	11.1	9.49	7.78	5.39	3.36	1.92	1.06	.711	.484	.297	.207
5	16.7	15.1	12.8	11.1	9.24	6.63	4.35	2.67	1.61	1.15	.831	.554	.412
6	18.5	16.8	14.4	12.6	10.6	7.84	5.35	3.45	2.20	1.64	1.24	.872	.676
7	20.3	18.5	16.0	14.1	12.0	9.04	6.35	4.25	2.83	2.17	1.69	1.24	.989
8	22.0	20.1	17.5	15.5	13.4	10.2	7.34	5.07	3.49	2.73	2.18	1.65	1.34
9	23.6	21.7	19.0	16.9	14.7	11.4	8.34	5.90	4.17	3.33	2.70	2.09	1.73
10	25.2	23.2	20.5	18.3	16.0	12.5	9.34	6.74	4.87	3.94	3.25	2.56	2.16
11	26.8	24.7	21.9	19.7	17.3	13.7	10.3	7.58	5.58	4.57	3.82	3.05	2.60

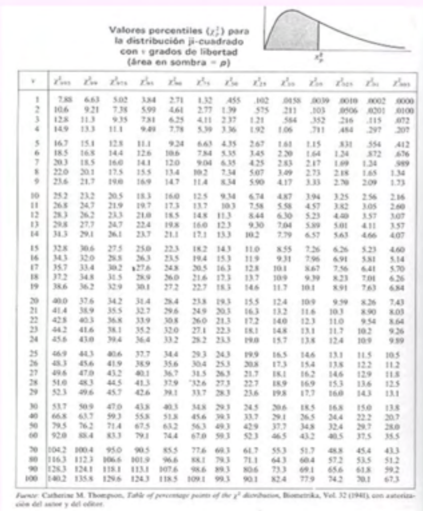
EJEMPLOS

NEGOCIOS | UCAB

Hallar el valor de χ^2 para una distribución con 12 grados de libertad, tal que:

1) El área a la derecha de χ^2 sea 0,05.

2) El área a la izquierda de χ^2 sea 0,99.



Resolución

Tenemos que…

$\mathbf{v}$ = 12 (Grados de libertad)

El área a la derecha de χ^2 es 0,05.

χ^2 = ??

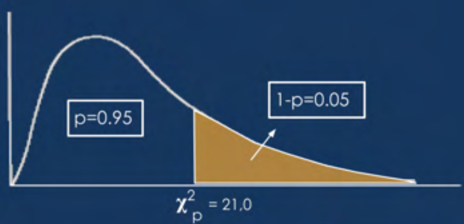
NEGOCIOS | UCAB

Para dar respuesta a la pregunta, consideremos: análisis, gráfico y lectura de la tabla.

Como no conocemos el valor del percentil (p), representado por el área a la izquierda de χ^2_p se aplica la ley del complemento:

p=1-0,05=0,95

Gráfico:



Lectura de la tabla:

v	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.99}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.90}$
1	7.88	6.63	5.02	3.84	2.71
2	10.6	9.21	7.38	5.99	4.61
3	12.8	11.3	9.35	7.81	6.25
4	14.9	13.3	11.1	9.49	7.78
5	16.7	15.1	12.8	11.1	9.24
6	18.5	16.8	14.4	12.6	10.6
7	20.3	18.5	16.0	14.1	12.0
8	22.0	20.1	17.5	15.5	13.4
9	23.6	21.7	19.0	16.9	14.7
10	25.2	23.2	20.5	18.3	16.0
11	26.8	24.7	21.9	19.7	17.3
12	28.3	26.2	23.3	21.0	18.5
13	29.8	27.7	24.7	22.4	19.8
14	31.3	29.1	26.1	23.7	21.1

21,0 es el valor crítico de χ^2_p con $\mathbf{v}$ = 12, tal como lo podemos ver en la tabla y en el gráfico.

Tenemos que…

$\mathbf{v}$ = 12 (Grados de libertad)

El área a la izquierda de χ^2 es 0,99.

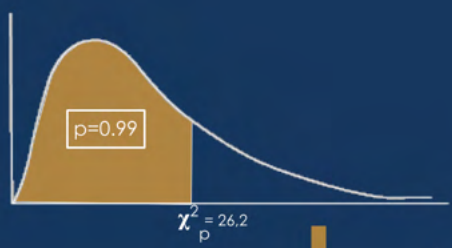
χ^2 = ??

NEGOCIOS | UCAB

Para dar respuesta a la pregunta, consideremos: análisis, gráfico y lectura de la tabla.

Como conocemos el valor del percentil (p), representado por el área a la izquierda de χ^2_p, NO se aplica la ley del complemento.

Gráfico:



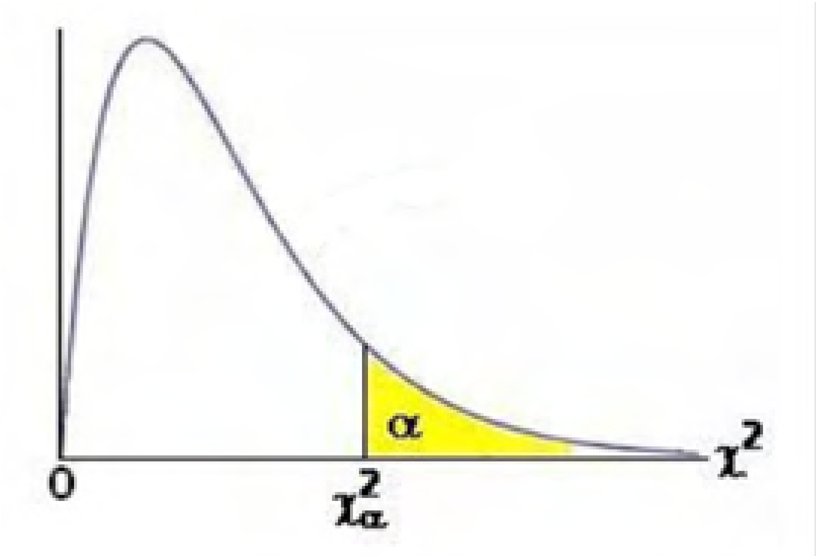
Lectura de la tabla:

v	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.99}$
1	7.88	6.63
2	10.6	9.21
3	12.8	11.3
4	14.9	13.3
5	16.7	15.1
6	18.5	16.8
7	20.3	18.5
8	22.0	20.1
9	23.6	21.7
10	25.2	23.2
11	26.8	24.7
12	28.3	26.2
13	29.8	27.7
14	31.3	29.1

26,2 es el valor crítico de χ^2_p con $\mathbf{v}$ = 12, tal como lo podemos ver en la tabla y en el gráfico.

EN CONCLUSIÓN

La distribución Chi Cuadrado tiene muchas aplicaciones en inferencia estadística. La más conocida es la denominada prueba no paramétrica $\chi 2$, utilizada como prueba de independencia y también como prueba de ajuste, que mide la discrepancia entre una distribución observada y otra teórica, indicando en qué medida las diferencias existentes entre ambas se deben al azar en el contraste de hipótesis. También se utiliza para probar la independencia de dos variables entre sí, mediante la presentación de los datos en tablas de contingencia.



BIBLIOGRAFÍA

Referencias Electrónicas usadas para la elaboración de la presentación

Newbold, P. y otros. (2008). Estadística para Administración y Economía. (ed. 6). España, Madrid: Pearson Educación.

Herzog.ecopnomia.unam.mx. (s/f). [En línea]. III. Variables aleatorias Discretas y sus Distribuciones de Probabilidad.. Disponible en: <http://herzog.economia.unam.mx/profesores/blopez/estadistica-discretas.pdf> [Recuperado el 08 de septiembre de 2021].

Economipedia.com. 2020. [En línea]. Distribución de Poisson. Disponible en: <https://economipedia.com/definiciones/distribucion-de-poisson.html> [Recuperado el 08 de septiembre de 2021].

Rodó, P., 2020. Distribución de Bernoulli. [online] Economipedia. Disponible en: <https://economipedia.com/definiciones/distribucion-de-bernoulli.html> [Visitado el 8 de septiembre de 2021]

Hrc.es. 2021. VARIABLE ALEATORIA. [online] Disponible en: <http://www.hrc.es/bioest/estadis_21.html> [Visitado el 9 de septiembre de 2021]

Diccionario de Matemáticas | Superprof. (s/f). parámetros de la distribución binomial - Diccionario de Matemáticas | Superprof. [online] Disponible en: <https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/probabilidades/parametros-binomial.html> [Visitado el 9 de septiembre de 2021].

Riunet.upv.es. 2010. [online] Disponible en: <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/7937/Distribucion%20Poisson.pdf> [Visitado el 13 de septiembre de 2021].

DELSOL, S. (s/f). ▷ Distribución de Poisson ¿Qué es?. [online] Sdelsol.com. Disponible en: <https://www.sdelsol.com/blog/tendencias/distribucion-de-poisson/> [Visitado el 13 de septiembre de 2021].

Itchihuahua.edu.mx. (s/f). 2. [online] Disponible en: <http://www.itchihuahua.edu.mx/academic/industrial/sabaticorita/_private/02Distr%20Multinomial.htm> [Visitado el 15 de septiembre de 2021].

Www5.uva.es.(s/f). Documento sin título. [online] Disponible en: <http://www5.uva.es/estadmed/probvar/d_multivar/dnvar6.htm> [Visitado el 16 de septiembre de 2021].

Ucm.es. (s/f). [online] Disponible en: <https://www.ucm.es/data/cont/media/www/pag-54183/APUNTES%20ESTAD%C3%8DSTICA%202.pdf> [Visitado el 16 de septiembre de 2021].

Riunet.upv.es. 2010. Distribución Hipergeométrica. [online] Disponible en: <https://www.uv.es/ceaces/base/modelos%20de%20probabilidad/hipergeometrica.htm> [Visitado el 15 de septiembre de 2021].

Anderson, D. y otros. (2008). Estadística para Administración y Economía. (ed. 10). México, DF: Cengage Learning.

Módulo de Bioestadística. 2018. Distribución normal, normal estándar y distribución de muestreo de la media. [online] Disponible en: <https://modulodeestadistica.wordpress.com/distribucion-normal-estandar-y-distribucion-de-la-media/> [Visitado el 19 de septiembre de 2021].

Jmp.com. (s/f). La distribución t. [online] Disponible en: <https://www.jmp.com/es_mx/statistics-knowledge-portal/t-test/t-distribution.html> [Visitado el 19 de septiembre de 2021].

Lifeder. 2020. Chi-cuadrado (χ^2): distribución, cómo se calcula, ejemplos. [online] Disponible en: <https://www.lifeder.com/chi-cuadrada/> [Visitado el 19 de septiembre de 2021].

Support.minitab.com. 2019. Distribución de chi-cuadrada - Minitab. [online] Disponible en: <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/probability-distributions-and-random-data/supporting-topics/distributions/chi-square-distribution/> [Visitado el 19 de septiembre de 2021].

Matematicasies.com. (s/f). Tipificación de la Variable. [online] Disponible en: <https://matematicasies.com/Tipificacion-de-la-variable> [Visitado el 23 de septiembre de 2021].

Fisterra.com. 2001. Distribución Normal. [online] Disponible en: <https://www.fisterra.com/formacion/metodologia-investigacion/la-distribucion-normal/> [Visitado el 22 de septiembre de 2021].

Normal, D. 2013. Historia. [online] Distribucionormal.blogspot.com. Disponible en: <https://distribucionormal.blogspot.com/2013/02/historia_322.html> [Visitado el 23 de septiembre de 2021].

Rodó, P. (2021). Propiedades de la Distribución Normal. [onli ne]. Disponible en: <https://economipedia.com/definiciones/propiedades-de-la-distribucion-normal.html> [Visitado el 23 de septiembre de 2021].

Iescastelar.educarex.es. (s/f). Aproximación de la distribución binomial por la normal. [online] Disponible en: <https://iescastelar.educarex.es/web/departamentos/matematicas/matematicasccss2ba/matematicas2ccss/tabinomialpornormal.htm> [Visitado el 29 de septiembre de 2021].

Youtube.com. 2012. [online] Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=dIMWUgZ5NgE&t=693s> [Visitado el 29 de septiembre de 2021].

Rodó, P. (2019). Distribución t de Student. [online] Disponible en: <hthttps://economipedia.com/definiciones/distribucion-t-de-student.html> [Visitado el 28 de septiembre de 2021].

Newbold, P. & otros. (2008). Estadística para administración y economía. Madrid, España: Pearson. 6°.

Bencomo, P. (2017). Uso de la Table T-Student. [online]. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=luhFuzkowQM> [Visitado el 29 de septiembre de 2021].

Mcnbiografias.com.(s/f). Pearson, Karl (1857-1936). » MCNBiografias.com. [online] Disponible en: <http://www.mcnbiografias.com/app-bio/do/show?key=pearson-karl> [Visitado el 1 de octubre de 2021].

Support.minitab.com. 2019. Distribución de chi-cuadrada - Minitab. [online] Disponible en: <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/probability-distributions-and-random-data/supporting-topics/distributions/chi-square-distribution/> [Visitado el 1 de octubre de 2021].

INSTITUTO TECNOLOGICO DE CHIHUAHUA. (s/f). INSTITUTO TECNOLOGICO DE CHIHUAHUA. [online] Disponible en: <http://www.itchihuahua.edu.mx> [Visitado el 1 de octubre de 2021].

LIBROS RECOMENDADOS

Upg.mx. 2015. [online] Disponible en: <https://www.upg.mx/wp-content/uploads/2015/10/LIBRO-13-Estadistica-para-administracion-y-economia.pdf>

SHAO, S. (1977). Estadística para economistas y administradores de empresas. México: Edición Herrero Hermanos, 13°.

Esto es un aporte de:

NEGOCIOS | UCAB

En el marco del Programa de
Apoyo Personal Académico.

Profesor Asesor:
Yolanda López

Estudiante IS:
Daniel Correia
José Redondo

Edición y Montaje:
Carlos Cova
Alison Dos Ramos

ESTADÍSTICA APLICADA

Caracas, 2021