



INDUSTRIALES
ETSII | UPM



POLITÉCNICA

TRABAJO DE FIN DE GRADO
JULIO 2016:

**“LOCALIZACIÓN DE
FALTAS EN LÍNEAS DE
DOBLE CIRCUITO”**

Guillermo Mariblanca del Álamo

Número de matrícula: 11240

Tutor: Antonio Pastor Gutiérrez

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Especialidad de Ingeniería Eléctrica

RESUMEN EJECUTIVO

1. Introducción

En numerosas ocasiones, las irregularidades y dificultades que presenta el terreno pueden suponer un gran reto en cuanto a accesibilidad al lugar para el equipo técnico encargado del mantenimiento y reparación de una línea aérea situada en un terreno con dichas características en la que se ha podido producir una falta.

Estas complejidades ante las que se debe enfrentar el equipo responsable de la reparación de la línea fundamentalmente son:

- De tipo físico: Bien por una importante pendiente del terreno, o por las propias características de los materiales que lo componen.
- De tipo ecológico: La fauna y, sobretodo, vegetación del entorno en el que se encuentra una línea aérea puede llegar a impedir el acceso a ésta mediante vehículo terrestre.

Las dificultades que se pueden presentar para alcanzar el lugar de trabajo, o incluso la inaccesibilidad a éste, han sido la motivación principal para el desarrollo de este trabajo de fin de grado, cuyo objetivo principal como proyecto de ingeniería es dar solución a este problema planteado.

Para ello, se ha hecho uso de un algoritmo de programación en *Matlab*, que tiene como finalidad devolver la distancia exacta a la que se ha producido una falta con respecto a un punto de referencia y a partir de unos datos de entrada determinados, que van a ser especificados con posterioridad. Situación que ha sido estudiada para tres tipos de falta de distinta naturaleza:

- Falta trifásica entre las tres fases a, b y c.
- Falta bifásica entre las fases b y c.
- Falta monofásica entre la fase a y tierra.

Así, una vez conocido el punto exacto en el que se encuentra la falta, se estará en disposición de desplazar al equipo de operarios responsables de la reparación al lugar exacto en el que se ha producido el fallo, evitando tiempos innecesarios y dificultades que pueda presentar el terreno en la fase de búsqueda del punto en el que se encuentra la anomalía.

Además, como complejidad añadida, se ha realizado el estudio para el caso complejo de una línea aérea de doble circuito, en la que existe la particularidad de un acoplamiento mutuo a la secuencia homopolar entre ambas líneas, y que va a suponer una contribución extra a la hora de localizar la falta.

Cabe destacar que se han desarrollado dos algoritmos de localización de faltas equivalentes, distinguiendo para línea larga y para línea corta, según las características propias de cada caso.

2. Procedimiento

La aplicación de los algoritmos planteados se realiza para un tramo de línea protegido por relés diferenciales, cuyo principio de funcionamiento se basa en una continua medición de vectores de corrientes y tensiones en sus dos extremos, así como su comparación para la detección de posibles anomalías en el comportamiento de la línea, y en su caso, actuar desconectando la línea.

Sin embargo, para el desarrollo de dichos algoritmos se procede a partir del software de los relés de protección a distancia. Estos equipos de relés constan a su vez de tres relés de fase y otros tres relés de tierra, cuyo principio de funcionamiento gira en torno a un constante cálculo de impedancias de secuencia directa. Los primeros, lo hacen como el cociente de la diferencia de tensiones y de intensidades dos a dos entre dos fases; los segundos, a partir del cociente entre tensión y corriente para cada una de las fases, con un término adicional, proporcional a la corriente de la otra línea, como corrección debido al efecto de acoplamiento que se indicó con anterioridad.

A partir de estos valores medidos por los relés, es posible la determinación del punto en el que se ha producido la falta, pues la impedancia medida es directamente proporcional a la distancia a la que se produce la falta.

En resumidas cuentas, en este trabajo de fin de grado, se ha desarrollado e implementado en un algoritmo de programación un sistema de ecuaciones deducido a partir del funcionamiento básico de la protección de distancia. Para su aplicación, el algoritmo toma como datos de entrada los correspondientes valores del tramo de línea a controlar que ofrecen los relés diferenciales de sus extremos, y que son los siguientes:

- Vector de tensiones en el extremo A de la línea con falta.
- Vectores de corrientes en ambos extremos A y B de la línea con falta.
- La componente homopolar de la corriente en la línea sin falta o línea sana.

En ocasiones, principalmente cuando las líneas que conforman el doble circuito partan desde subestaciones distintas, el dispositivo localizador de faltas en el que se implementan los algoritmos no va a ser capaz de disponer de la corriente homopolar de la línea sana debido a dificultades en el canal de comunicación. Por ello, va a ser necesario su cálculo o estimación mediante un nuevo algoritmo adicional, que se verá más adelante.

En la práctica es posible el suministro de información por parte de los relés; sin embargo, ante la imposibilidad de disponer de medios y datos empíricos reales para el estudio en este trabajo, se ha supuesto una situación teórica de una línea de doble circuito de 300 km de longitud, con características definidas, en la que se producía una falta a una distancia unitaria $d = 0.9$ desde el extremo A de la línea, es decir, a 270 km de dicho extremo.

De esta forma, se ha ocupado una gran parte del tiempo invertido en este trabajo de fin de grado en una labor de investigación y una etapa de aprendizaje necesaria para la realización de problemas de cálculos de cortocircuito. Con ello ha sido posible la obtención de los vectores de corrientes y tensiones en ambos extremos de las líneas de estudio, así como la corriente en la línea sana. Estos valores calculados constituyen los datos de entrada que se han señalado anteriormente, y que son necesarios para la implementación del algoritmo de localización de faltas.

Una vez obtenidos estos datos, y a partir de los códigos de programación en cuestión que se encuentran recogidos más detalladamente en apartados posteriores de este documento, se ha perseguido la obtención de la distancia unitaria d y resistencia de falta R_F , responsable de la circulación de la corriente de falta.

El análisis sobre la viabilidad y el correcto funcionamiento de los algoritmos se ha realizado teniendo en cuenta que, efectivamente, el valor de la distancia unitaria d obtenida como dato de salida debe coincidir, en la mayor medida posible, con el valor que se tomó inicialmente en los cálculos de cortocircuito.

Haciendo referencia a la corriente homopolar de la línea sana, dato necesario para la resolución de los algoritmos y que puede ser desconocido, se ha implementado un código de programación adicional que permite la obtención de este valor en la práctica sin tener que recurrir a la situación teórica de los cálculos de cortocircuito.

Igualmente que para el caso de la distancia unitaria del punto de falta d y resistencia de falta R_F , la validez de este nuevo algoritmo ha sido justificada comparando el valor de la componente homopolar de la corriente en la línea sana que devuelve con el obtenido previamente a partir de los cálculos de cortocircuito.

3. Resultados

A continuación, va van a analizar los resultados obtenidos para cada uno de los algoritmos propuestos.

3.1. Modelo de línea corta

Desarrollando el algoritmo a partir de los correspondientes datos de entrada que fueron calculados, se han obtenido unos resultados muy satisfactorios y que se ajustan de manera extraordinaria a la realidad para los tres tipos de falta estudiados, resultando:

FALTA	d (adim.)	R_F (Ω)
Trifásica a-b-c	0.9000	9.9996
Bifásica b-c	0.9000	9.9997
Monofásica a-g	0.9000	10.0002

Como se puede observar analizando los valores obtenidos, la distancia unitaria d y resistencia de falta R_F obtenidas para los tres casos prácticamente no difiere de los valores de referencia 0,9 y 10, respectivamente, con los que se partió en el problema al resolver los cálculos de cortocircuito. De hecho, la desviación cometida en el cálculo de d es nula para el nivel de precisión del programa, y menor del 0.005% para el cálculo de la variable R_F .

Los errores relativos que se cometen mediante el empleo de este primer algoritmo son:

FALTA	e_d (%)	e_{Rf} (%)
Trifásica a-b-c	0	0.004
Bifásica b-c	0	0.003
Monofásica a-g	0	0.002

3.2. Modelo de línea larga

Aplicando el algoritmo desarrollado a partir del modelo de línea larga, se obtienen los siguientes resultados:

FALTA	d (adim.)	R_F (Ω)
Trifásica a-b-c	0.8778	9.3989
Bifásica b-c	0.8731	9.6352
Monofásica a-g	0.9830	11.3512

Como se puede observar analizando los valores obtenidos, la distancia unitaria d y resistencia de falta R_F obtenidas para los tres casos no difieren en gran medida de los valores de referencia 0,9 y 10, respectivamente, con los que se partió en el problema al resolver los cálculos de cortocircuito. Sin embargo, estos resultados no son tan excelentes como los que se han obtenido con el algoritmo anterior, pudiendo llegar a ser desechados en función del nivel de precisión requerido en el problema.

Las desviaciones relativas en las que se incurre con este algoritmo quedan recogidas en la siguiente tabla:

FALTA	e_d (%)	e_{Rf} (%)
Trifásica a-b-c	2.4667	6.0110
Bifásica b-c	2.9889	3.6480
Monofásica a-g	9.2222	13.5120

Se puede concluir que, para los casos de falta trifásica y bifásica, los errores son prácticamente despreciables, pues su valor máximo queda en el 6%. Por otro lado, para el caso de falta monofásica, la mayor complejidad del problema hace que el error relativo pueda ascender hasta alrededor del 10%; valores que, aunque deben ser ya tenidos en cuenta, pueden ser aceptables según el nivel de precisión requerido.

Dicha desviación existente se piensa que es debida fundamentalmente a dos motivos:

- En primer lugar, al realizar los cálculos de cortocircuito se tomó la simplificación de considerar nulos los efectos capacitivos de las líneas, lo cual no ocurre al desarrollar las ecuaciones del modelo del algoritmo de resolución.
- En segundo lugar, el nivel de precisión del programa y la no linealidad de las ecuaciones del modelo empleado en el algoritmo trae consigo un error a la hora de resolver el sistema.

Por último, en cuanto al algoritmo de estimación de la corriente homopolar en la línea sana, el error en el resultado obtenido es elevado si se arrastra la desviación existente en el algoritmo del modelo de línea larga para el cálculo de d y R_F . Sin embargo, para el caso del modelo de línea corta, o bien, introduciendo los valores iniciales de los que se partía para estas dos variables, el error relativo en el que se incurre con el resultado de la corriente homopolar en la línea sana devuelto por este algoritmo es totalmente nulo. Así, se puede justificar la validez y el excepcional comportamiento del método de estimación empleado.

4. Conclusiones finales

El alto nivel de precisión en los resultados obtenidos permite justificar la validez y gran utilidad de los algoritmos desarrollados en este trabajo de fin de grado, principalmente en aquellas situaciones en las que la tarea de búsqueda no sea sencilla, bien por dificultades del terreno, o por características del entorno de la línea en la que se ha producido el fallo a reparar.

Dicha utilidad gira en torno a dos ventajas fundamentales que presenta la solución aportada al problema en cuestión:

- Por un lado, permite una localización de la falta con bastante exactitud, evitando desplazamientos innecesarios del equipo de reparación responsable de la reparación.
- Por otro lado, asegura una rápida localización del punto en el que se encuentra la anomalía en el comportamiento de la línea, reduciendo los tiempos de parada y maximizando su explotación.

Gracias a ello, la puesta en práctica de los conocimientos estudiados y desarrollados en este trabajo de fin de grado se traduce en un impacto económico y ambiental con aspectos mayoritariamente positivos, entre los que se encuentran:

- Desde el punto de vista económico, el ahorro en tiempos innecesarios de búsqueda del fallo permite una reducción del número de horas de mano de obra necesarias, lo cual repercute en un ahorro económico que puede llegar a ser bastante considerable. De igual forma, el ahorro en combustible necesario para el vehículo empleado en esta etapa de localización también va suponer un beneficio económico para la empresa responsable.
- Desde el punto de vista ambiental, el ahorro en el uso del vehículo para la etapa de búsqueda de la falta en la línea es fundamental para aquellos tramos de líneas aéreas a reparar situados en entornos naturales con su correspondiente fauna y flora, minimizando las alteraciones sobre el medio que supone, así como reduciendo el nivel de ruido provocado.

ÍNDICE

1. Introducción.....	11
1.1. Protección de distancia.....	11
1.1.1. Línea de doble circuito sin resistencia de falta.....	15
1.1.2. Línea de doble circuito con resistencia de falta.....	16
1.1.3. Formulación general del método.....	17
1.2. Protección diferencial.....	18
1.3. Desarrollo del modelo.....	19
1.3.1. Falta trifásica a-b-c.....	19
1.3.2. Falta bifásica b-c.....	20
1.3.3. Falta monofásica a-g.....	20
2. Objetivos.....	23
3. Metodología.....	25
3.1. Cálculos de cortocircuito.....	25
3.1.1. Falta trifásica a-b-c.....	26
3.1.2. Falta bifásica b-c.....	30
3.1.3. Falta monofásica a-g.....	33
3.2. Algoritmos de resolución.....	36
3.2.1. Modelo de línea larga.....	36
3.2.2. Modelo de línea corta.....	39
3.3. Estimación de la componente homopolar de la corriente en la línea sana.....	40

4. Resultados y discusión.....	44
4.1. Resultados.....	44
4.1.1. Resolución mediante el modelo de línea corta con la corriente homopolar de la línea sana obtenida mediante los cálculos de cortocircuito.....	45
4.1.1.1. Falta trifásica a-b-c.....	45
4.1.1.2. Falta bifásica b-c.....	47
4.1.1.3. Falta monofásica a-g.....	48
4.1.2. Resolución mediante el modelo de línea larga con la corriente homopolar de la línea sana obtenida mediante los cálculos de cortocircuito.....	49
4.1.2.1. Falta trifásica a-b-c.....	49
4.1.2.2. Falta bifásica b-c.....	50
4.1.2.3. Falta monofásica a-g.....	52
4.1.3. Resolución con la componente homopolar en la línea sana estimada mediante algoritmo adicional.....	53
4.2. Valoración de impactos.....	55
4.2.1. Impacto económico.....	55
4.2.2. Impacto ambiental.....	56
5. Conclusiones.....	57
6. Líneas futuras.....	59
7. Bibliografía.....	60
8. Planificación temporal y presupuesto.....	61
8.1. Planificación temporal.....	61
8.2. Presupuesto del trabajo de fin de grado.....	63

9. Abreviaturas, unidades y acrónimos.....	65
10. Anexo.....	69
10.2. Algoritmos para los cálculos de cortocircuito.....	69
10.2.1. Falta trifásica a-b-c.....	69
10.2.2. Falta bifásica b-c.....	71
10.2.3. Falta monofásica a-g.....	72
10.3. Algoritmos para la localización de faltas mediante el modelo de línea corta.....	74
10.3.1. Falta trifásica a-b-c.....	74
10.3.2. Falta bifásica b-c.....	75
10.3.3. Falta monofásica a-g.....	76
10.4. Algoritmos para la localización de faltas mediante el modelo de línea larga.....	77
10.4.1. Falta trifásica a-b-c.....	77
10.4.2. Falta bifásica b-c.....	78
10.4.3. Falta monofásica a-g.....	79
10.5. Algoritmos para la localización de faltas con estimación de la componente homopolar de la corriente en la línea sana.....	80
10.5.1. Justificación de la validez del algoritmo estimador de la corriente homopolar en la línea sana.....	81

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Protección de distancia

Una forma muy habitual de proteger líneas de los sistemas eléctricos es la protección de distancia. Este tipo de protección consta de 6 relés, cuyo principio de funcionamiento gira en torno a un continuo cálculo de impedancias. Así, cabe distinguir:

- Relés de fase. Son aquellos 3 relés cuyo algoritmo interno calcula constantemente, a partir de los datos medidos, el cociente entre la diferencia de tensiones y de corrientes entre 2 fases. Esto es:

$$\frac{\underline{U}_a - \underline{U}_b}{\underline{I}_a - \underline{I}_b} \quad \frac{\underline{U}_b - \underline{U}_c}{\underline{I}_b - \underline{I}_c} \quad \frac{\underline{U}_c - \underline{U}_a}{\underline{I}_c - \underline{I}_a}$$

- Relés de tierra. Constituyen los 3 relés restantes, uno por fase, en los cuales se calcula constantemente una impedancia como cociente de la tensión monofásica y su corriente, a la cual se añade, como corrección, una componente residual proporcional a la suma de corrientes monofásicas. Esto es:

$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{I}_a + k\underline{I}_{res}} \quad \frac{\underline{U}_b}{\underline{I}_b + k\underline{I}_{res}} \quad \frac{\underline{U}_c}{\underline{I}_c + k\underline{I}_{res}}$$

Siendo $\underline{I}_{res} = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c$ y $k = \frac{\underline{Z}'_{0LA} - \underline{Z}'_{1LA}}{3\underline{Z}'_{1LA}}$

Así, cada relé está constantemente definiendo un fasor representativo de su impedancia calculada de tal forma que, en caso de falta, el fasor del relé correspondiente al tipo de falta y fase dados registrará esa anomalía en su funcionamiento, pues la impedancia calculada será la de secuencia directa correspondiente hasta el punto donde se ha producido el fallo en la línea (\underline{Z}_p). De este modo, conociendo la relación lineal existente entre impedancia y longitud, será posible la obtención de la distancia exacta a la que se encuentra el punto de falta en por unidad (d).

$$\underline{Z}_p = \underline{Z}_{1LA} \cdot d$$

Una vez explicado lo anterior cabe destacar que, como consecuencia de efectos indeseados en las líneas, el fasor de impedancia calculado por el relé no va a ser completamente colineal con el de impedancia real de la línea. Entre estos efectos indeseados se encuentran los arcos eléctricos que, por ejemplo en el caso de faltas monofásicas a tierra, pueden hacer circular la corriente de falta por el apoyo y su puesta a tierra, lo cual supone una resistencia de falta adicional R_F .

Como consecuencia de esta desviación del fasor de impedancia calculado tras la falta, debida a la existencia de R_F , con respecto al fasor inicial de la impedancia de la línea sin falta, la protección de distancia va a presentar ciertas imprecisiones y errores a la hora de determinar la distancia exacta a la que se ha producido la falta.

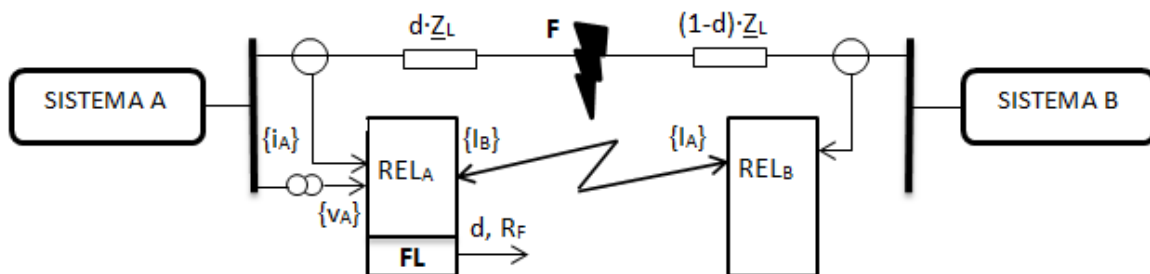
Para el caso que se va a estudiar en este trabajo de fallo en una línea de doble circuito, toda la explicación anterior es válida con una pequeña modificación. En los relés de tierra se añade un término adicional como consecuencia del acoplamiento mutuo que van a sufrir ambas líneas a la secuencia homopolar, quedando los términos de impedancia que calculan de la siguiente forma:

$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{I}_a + k\underline{I}_{res} + k_M \underline{I}'_{res}} \quad \frac{\underline{U}_b}{\underline{I}_b + k\underline{I}_{res} + k_M \underline{I}'_{res}} \quad \frac{\underline{U}_c}{\underline{I}_c + k\underline{I}_{res} + k_M \underline{I}'_{res}}$$

Donde \underline{I}'_{res} se corresponde con el sumatorio de corrientes monofásicas en la línea sana o sin falta y, por tanto, es 3 veces la componente homopolar de la corriente en dicha línea.

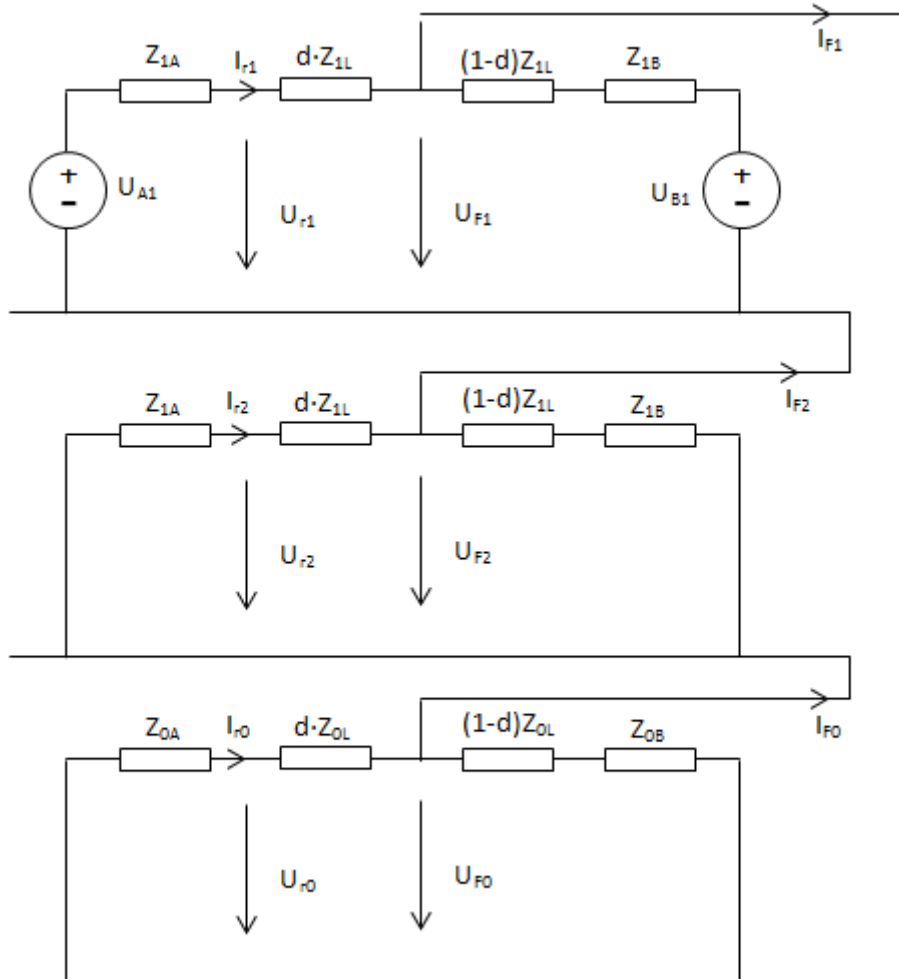
Para la obtención de la componente homopolar de la corriente de línea sana, más adelante se van a analizar los resultados obtenidos mediante 2 formas distintas de hacerlo: calculándola directamente a partir de cálculos de cortocircuito, y estimándola a partir de un determinado algoritmo.

A continuación, se va a estudiar la protección de distancia aplicada a un caso de falta monofásica a-g sin resistencia de falta con el localizador de faltas situado en el extremo A, tal y como se indica en la siguiente figura:



De esta forma, se va a poder obtener la ecuación general que rige la protección de distancia para cada tipo de falta.

Considerando iguales los valores de secuencia directa e inversa de las impedancias de la línea, se estudia el siguiente circuito equivalente correspondiente al caso tratado:



Del circuito se deduce:

$$\underline{U}_{r1} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}_{r1} + \underline{U}_{F1} \quad (1)$$

$$\underline{U}_{r2} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}_{r2} + \underline{U}_{F2} \quad (2)$$

$$\underline{U}_{r0} = \underline{Z}'_{L0} \cdot d \cdot \underline{I}_{r0} + \underline{U}_{F0} \quad (3)$$

Al no existir resistencia de falta, se cumple:

$$\underline{U}_{F1} + \underline{U}_{F2} + \underline{U}_{F0} = 0 \quad (4)$$

Sumando miembro a miembro las ecuaciones (1), (2) y (3) teniendo en cuenta la condición (4), resulta:

$$\underline{U}_{r1} + \underline{U}_{r2} + \underline{U}_{r0} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}_{r1} + \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}_{r2} + \underline{Z}'_{L0} \cdot d \cdot \underline{I}_{r0} \quad (5)$$

Aplicando la definición de composición de componentes de simétricas se tiene:

$$\underline{U}_{ra} = \underline{U}_{r0} + \underline{U}_{r1} + \underline{U}_{r2}$$

$$\underline{I}_{ra} = \underline{I}_{r0} + \underline{I}_{r1} + \underline{I}_{r2}$$

Sustituyendo en la ecuación (5), se puede escribir como:

$$\underline{U}_{ra} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot (\underline{I}_{r0} + \underline{I}_{r1} + \underline{I}_{r2}) + \underline{Z}'_{L0} \cdot d \cdot \underline{I}_{r0} - \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}_{r0}$$

Que es lo mismo que:

$$\underline{U}_{ra} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \left[\underline{I}_{ra} + \frac{\underline{Z}'_{L0} - \underline{Z}'_{L1}}{\underline{Z}'_{L1}} \underline{I}_{r0} \right] = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}'_{ra} \quad (6)$$

$$\text{Siendo } \underline{I}'_{ra} = \underline{I}_{ra} + \frac{\underline{Z}'_{L0} - \underline{Z}'_{L1}}{\underline{Z}'_{L1}} \underline{I}_{r0}$$

De forma generalizada se puede escribir como:

$$\underline{U}_{Ap} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}_{Ap} \quad (7)$$

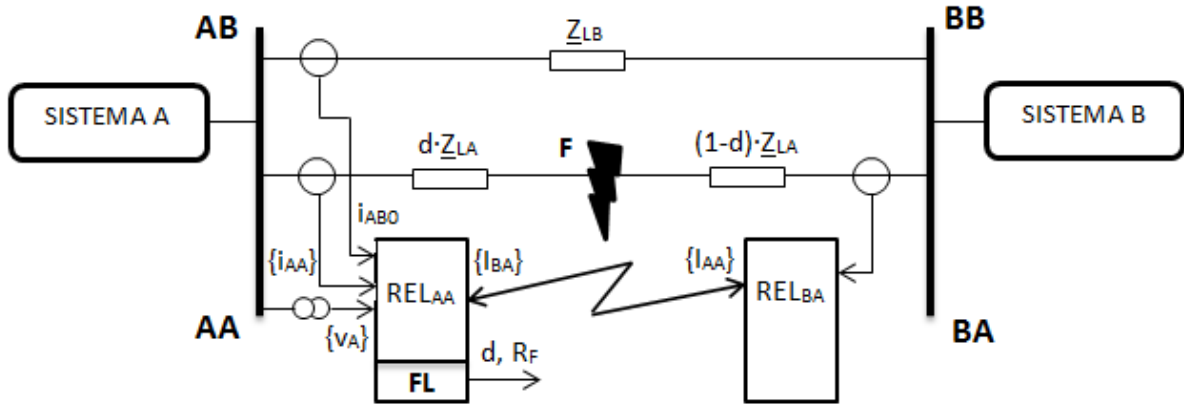
Siendo \underline{U}_{Ap} e \underline{I}_{Ap} conocidas como magnitudes de lazo.

Esta ecuación generalizada es válida para cualquier falta, sea del tipo que sea, considerando las correspondientes magnitudes de lazo para cada caso en función de la naturaleza de la falta y la fase o fases afectadas:

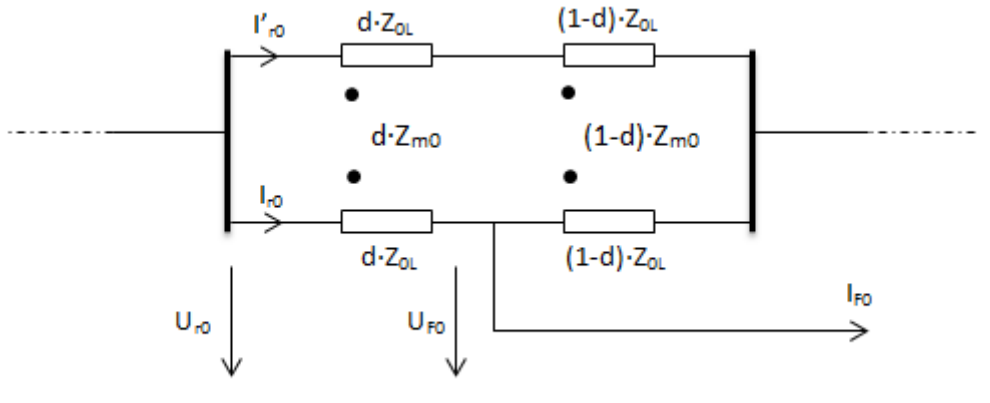
TIPO DE FALTA	TENSIÓN DE LAZO: \underline{U}_{Ap}	CORRIENTE DE LAZO: \underline{I}_{Ap}
a-b y a-b-g	$\underline{U}_a - \underline{U}_b$	$\underline{I}_a - \underline{I}_b$
b-c y b-c-g	$\underline{U}_b - \underline{U}_c$	$\underline{I}_b - \underline{I}_c$
c-a y c-a-g	$\underline{U}_c - \underline{U}_a$	$\underline{I}_c - \underline{I}_a$
a-g	\underline{U}_a	\underline{I}'_a
b-g	\underline{U}_b	\underline{I}'_b
c-g	\underline{U}_c	\underline{I}'_c

1.1.1. Línea de doble circuito sin resistencia de falta

Particularizando para el caso concreto de línea de doble circuito que en este trabajo se estudia, el esquema básico queda de la siguiente forma:



Como consecuencia del doble circuito, existirá un acoplamiento magnético en la red de secuencia homopolar entre ambas líneas, de tal forma que el circuito equivalente para dicha red de secuencia que resulta es:



En este caso, para las tres redes de secuencia se puede escribir la tensión como:

$$\underline{U}_{r1} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}_{r1} + \underline{U}_{F1}$$

$$\underline{U}_{r2} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}_{r2} + \underline{U}_{F2}$$

$$\underline{U}_{r0} = \underline{Z}'_{L0} \cdot d \cdot \underline{I}_{r0} + \underline{Z}'_{m0} \cdot d \cdot \underline{I}'_{r0} + \underline{U}_{F0}$$

Repetiendo el mismo procedimiento que para el caso de línea simple, se llega a la siguiente ecuación:

$$\underline{U}_{r1} + \underline{U}_{r2} + \underline{U}_{r0} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}_{r1} + \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}_{r2} + \underline{Z}'_{L0} \cdot d \cdot \underline{I}_{r0} + \underline{Z}'_{m0} \cdot d \cdot \underline{I}'_{r0}$$

Y a partir de la definición de composición de componentes simétricas resulta:

$$\underline{U}_{ra} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot (\underline{I}_{r0} + \underline{I}_{r1} + \underline{I}_{r2}) + \underline{Z}'_{L0} \cdot d \cdot \underline{I}_{r0} - \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}_{r0} + \underline{Z}'_{m0} \cdot \underline{I}'_{r0}$$

De la cual, sustituyendo y reordenando términos, se puede escribir como la ecuación general:

$$\underline{U}_{ra} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \left[\underline{I}_{ra} + \frac{\underline{Z}'_{L0} - \underline{Z}'_{L1}}{\underline{Z}'_{L1}} \underline{I}_{r0} + \frac{\underline{Z}'_{m0}}{\underline{Z}'_{L1}} \underline{I}'_{r0} \right] = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}'_{ra}$$

Siendo, para el caso de línea de doble circuito, $\underline{I}'_{ra} = \underline{I}_{ra} + \frac{\underline{Z}'_{L0} - \underline{Z}'_{L1}}{\underline{Z}'_{L1}} \underline{I}_{r0} + \frac{\underline{Z}'_{m0}}{\underline{Z}'_{L1}} \underline{I}'_{r0}$

1.1.2. Línea de doble circuito con resistencia de falta

En este caso no se puede afirmar que la suma de las tres componentes simétricas de la tensión en el punto de falta se anule, por lo que:

$$\underline{U}_{ra} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot (\underline{I}_{r1} + \underline{I}_{r2}) + \underline{Z}'_{L0} \cdot d \cdot \underline{I}_{r0} + \underline{Z}'_{m0} \cdot d \cdot \underline{I}'_{r0} + \underline{U}_{F1} + \underline{U}_{F2} + \underline{U}_{F0}$$

Reordenando términos:

$$\underline{U}_{ra} = \underline{Z}'_{L1} d \left(\underline{I}_{r1} + \underline{I}_{r2} + \frac{\underline{Z}'_{L0} d}{\underline{Z}'_{L1} d} \underline{I}_{r0} + \frac{\underline{Z}'_{m0} d}{\underline{Z}'_{L1} d} \underline{I}'_{r0} \right) + \underline{U}_{F0} + \underline{U}_{F1} + \underline{U}_{F2} \quad (1)$$

Para el caso de falta monofásica tratado, se sabe que:

$$\underline{U}_{Fa} = R_F \cdot \underline{I}_{Fa}$$

$$\underline{I}_{Fb} = \underline{I}_{Fc} = 0$$

Transformando a componentes simétricas queda:

$$\underline{U}_{F1} + \underline{U}_{F2} + \underline{U}_{F0} = R_F (\underline{I}_{F0} + \underline{I}_{F1} + \underline{I}_{F2}) \quad (2)$$

$$\underline{I}_{F0} + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_{F1} + \underline{a} \cdot \underline{I}_{F2} = 0 \quad (3)$$

$$\underline{I}_{F0} + \underline{a} \cdot \underline{I}_{F1} + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_{F2} = 0 \quad (4)$$

Restando las ecuaciones (3) y (4) se obtiene:

$$(\underline{a}^2 - \underline{a}) \underline{I}_{F1} + (\underline{a} - \underline{a}^2) \underline{I}_{F2} = 0 \quad \rightarrow \quad \underline{I}_{F1} = \underline{I}_{F2}$$

Aplicando la conclusión anterior a la ecuación (3):

$$\underline{I}_{F0} + (\underline{a}^2 + 1) \underline{I}_{F1} = 0 \quad \rightarrow \quad \underline{I}_{F0} = -\underline{I}_{F1}$$

Y sustituyendo los dos resultados anteriores en la ecuación (2):

$$\underline{U}_{F0} + \underline{U}_{F1} + \underline{U}_{F2} = R_F \cdot 3 \cdot \underline{I}_{F0} = R_F \cdot 3 \cdot \underline{I}_{F1} = R_F \cdot 3 \cdot \underline{I}_{F2}$$

Finalmente, sustituyendo los resultados anteriores en la ecuación (1) se tiene:

$$\underline{U}_{r1} + \underline{U}_{r2} + \underline{U}_{r0} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \left[\underline{I}_{r1} + \underline{I}_{r2} + \frac{\underline{Z}'_{L0}}{\underline{Z}'_{L1}} \underline{I}_{r0} + \frac{\underline{Z}'_{m0}}{\underline{Z}'_{L1}} \underline{I}'_{r0} \right] + R_F \cdot 3 \underline{I}_{F2}$$

1.1.3. Formulación general del método

Al igual que para el caso de línea simple, se llega a una ecuación general con magnitudes de lazo, en este caso de la siguiente forma:

$$\underline{U}_{Ap} = \underline{Z}'_{L1} \cdot d \cdot \underline{I}_{Ap} + R_F \underline{I}_F$$

En la que sus términos se pueden definir como:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{Ap} &= \underline{a}_1 \underline{U}_{A1} + \underline{a}_2 \underline{U}_{A2} + \underline{a}_0 \underline{U}_{A0} \\ \underline{I}_{Ap} &= \underline{a}_1 \underline{I}_{A1} + \underline{a}_2 \underline{I}_{A2} + \underline{a}_0 \left(\frac{\underline{Z}'_{L0}}{\underline{Z}'_{L1}} \underline{I}_{A0} + \frac{\underline{Z}'_{m0}}{\underline{Z}'_{L1}} \underline{I}'_{A0} \right) \\ \underline{I}_F &= \underline{a}_{F1} \underline{I}_{F1} + \underline{a}_{F2} \underline{I}_{F2} + \underline{a}_{F0} \underline{I}_{F0} \end{aligned}$$

Por tanto, la ecuación general puede aplicarse para cualquier falta teniendo en cuenta los coeficientes \underline{a} y \underline{a}_F correspondientes al tipo de falta y fases correspondientes, y que quedan recogidos en las siguientes tablas:

- Coeficiente \underline{a} :

TIPO DE FALTA	\underline{a}_1	\underline{a}_2	\underline{a}_0
a-g	1	1	1
b-g	\underline{a}^2	\underline{a}	1
c-g	\underline{a}	\underline{a}^2	1
a-b, a-b-g, a-b-c, a-b-c-g	$1-\underline{a}^2$	$1-\underline{a}$	0
b-c, b-c-g	$\underline{a}^2-\underline{a}$	$\underline{a}-\underline{a}^2$	0
c-a, c-a-g	\underline{a}^2-1	\underline{a}^2-1	0

- Coeficiente \underline{a}_F :

TIPO DE FALTA	\underline{a}_{F1}	\underline{a}_{F2}	\underline{a}_{F0}
a-g	0	3	0
b-g	0	$3\underline{a}$	0
c-g	0	$3\underline{a}^2$	0
a-b	0	$1-\underline{a}$	0
b-c	0	$\underline{a}-\underline{a}^2$	0
c-a	0	\underline{a}^2-1	0
a-b-g	$1-\underline{a}^2$	$1-\underline{a}$	0
b-c-g	$\underline{a}^2-\underline{a}$	$\underline{a}-\underline{a}^2$	0
c-a-g	$\underline{a}-1$	\underline{a}^2-1	0
a-b-c, a-b-c-g	$1-\underline{a}$	$1-\underline{a}$	0

1.2. Protección diferencial

Por otro lado, otra forma también muy común de protección de líneas aéreas se centra en el empleo de relés diferenciales. En este sistema de protección, los relés de uno de los dos extremos se encuentran continuamente midiendo valores de tensión y corriente locales, y comparando estos valores de las corrientes con los que recibe del relé remoto en el extremo restante. Así, en función del valor de salida de la comparación, los relés actuarán de una u otra forma, pudiendo desconectar el tramo de línea controlado en caso de falta.

1.3. Desarrollo del trabajo

Para el desarrollo de este trabajo de fin de grado, se van a aprovechar los datos de corriente y tensión suministrados por los relés diferenciales para, mediante un sistema de ecuaciones deducido a partir del funcionamiento de los relés de protección de distancia, poder localizar el punto en el que se ha producido una falta con una mayor fiabilidad y precisión que en la protección de distancia.

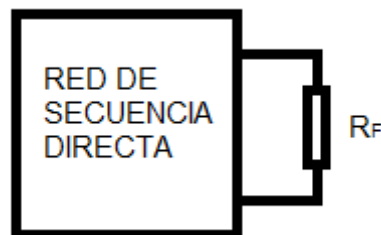
Los 3 tipos de falta que van a ser estudiados son:

- 1.3.1. Falta trifásica a-b-c.
- 1.3.2. Falta bifásica b-c.
- 1.3.3. Falta monofásica a-g (*ground*).

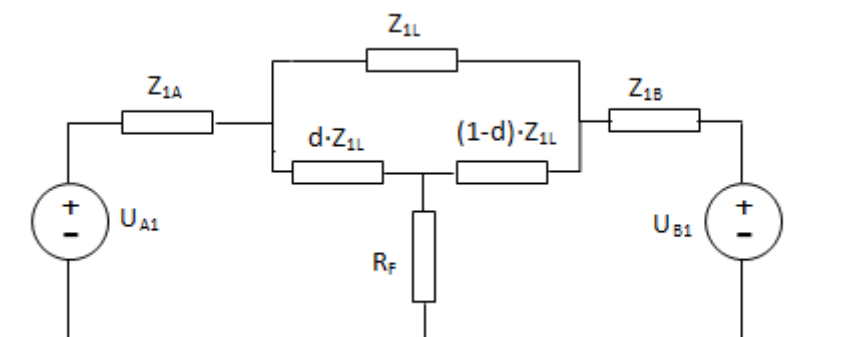
A continuación, se destacan algunos de los aspectos teóricos más característicos de cada una de ellas.

1.3.1. Falta trifásica a-b-c.

Consta únicamente de la red de secuencia directa conectada a la resistencia de falta R_F . El esquema básico correspondiente es:

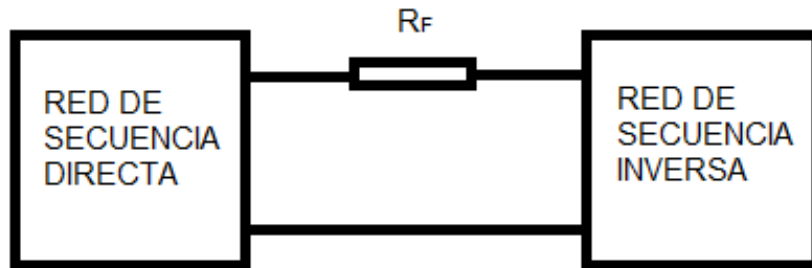


Y el circuito equivalente con la resistencia de falta R_F incluida es de la forma:

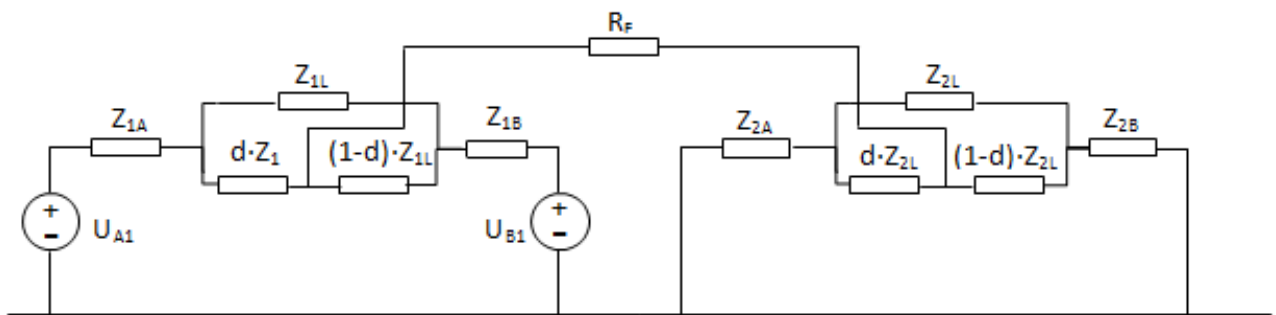


1.3.2. Falta bifásica b-c.

En este caso, las redes de secuencia directa e inversa se conectan directamente en paralelo mediante la resistencia de falta R_F tal y como se indica en la figura:

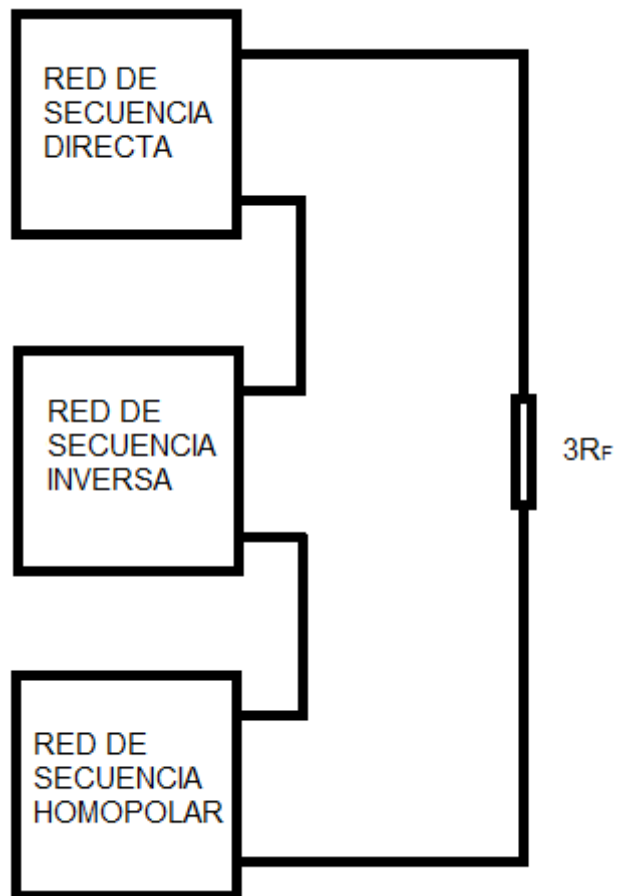


Así, el circuito equivalente correspondiente a este tipo de falta con la resistencia de falta R_F incluida es:

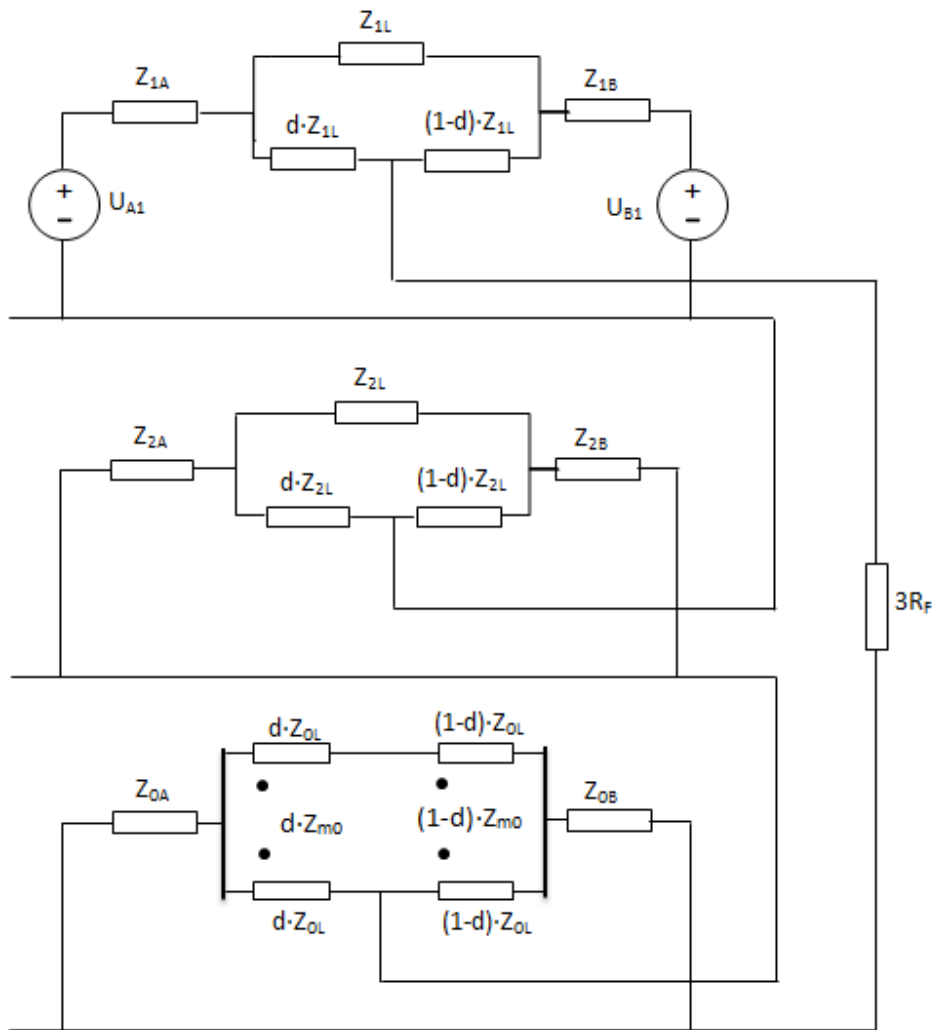


1.3.3. Falta monofásica a-g.

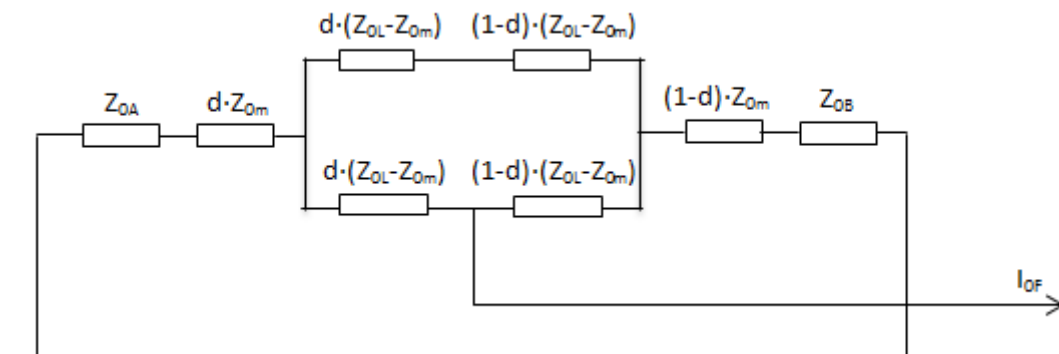
En este caso, las redes de secuencia directa, inversa y homopolar se conectan en serie a través de una resistencia de falta de valor $3R_F$, quedando esquematizado de la siguiente forma:



Y el circuito equivalente con la resistencia de falta considerada será el siguiente:



Dado el caso de línea de doble circuito a estudiar, tal y como se viene comentando, se ha introducido en este tipo de falta una complejidad adicional como consecuencia de los efectos de acoplamiento mutuo existente entre ambas líneas a la secuencia homopolar, dificultando la resolución del circuito mediante el método de nudos. Para ello, será necesaria la transformación del circuito de la secuencia homopolar, de tal forma que se consiga sustituir estos acoplamientos permitiendo una resolución más sencilla del mismo, quedando el circuito equivalente de la red de secuencia homopolar de la siguiente forma:



2. OBJETIVOS

Este trabajo tiene como finalidad fundamental el desarrollo de un algoritmo basado en el principio de funcionamiento de la protección de distancia capaz de determinar el punto exacto en el que se produce una falta en una línea de doble circuito, a partir de datos estimados y facilitados por relés diferenciales en sus extremos A y B. Esta información necesaria para el funcionamiento del algoritmo será:

- Vector de corrientes en el extremo A de la línea con falta.
- Vector de tensiones en el extremo A de la línea con falta.
- Vector de corrientes en el extremo B de la línea con falta.
- Componente homopolar de la corriente en el extremo A de la línea sana.

Cabe destacar que el localizador de faltas se encuentra en el extremo A, de tal forma que los datos no locales (los emitidos por el relé del extremo B) serán transmitidos mediante una vía de comunicación.

En cuanto a la corriente homopolar en el extremo A de la línea sana, como ya se comentó anteriormente, va a ser un dato a estimar o calcular en aquellos casos en los que ambas líneas que componen el doble circuito partan de subestaciones distintas y alejadas, pues va a ser de gran complejidad la transmisión de ese dato por la vía de comunicación.

Una vez conocidos todos los datos anteriores, el algoritmo estará en disposición de devolver una distancia unitaria d a la que se encuentra el punto exacto en el que se ha producido la falta, que va a ser de gran utilidad fundamentalmente en aquellos lugares inaccesibles o de muy difícil acceso en los que se sitúen líneas aéreas.

Para visualizar esta utilidad, trasladando el problema al caso concreto de la península, estos algoritmos no serán de tanta importancia para el caso de una falta producida en una línea de doble circuito situada en la zona de la Meseta Central, que comprende fundamentalmente las comunidades autónomas de Castilla-La Mancha y Castilla y León. En estas regiones el terreno es prácticamente llano, y en el caso de falta de una línea en su territorio, el operario o responsable en cuestión de la reparación podrá visualizar fácilmente el fallo siguiendo el recorrido de la línea mediante un automóvil.

Sin embargo, para tendidos eléctricos en zonas montañosas o de difícil acceso, como puede ser la Sierra de Guadarrama en Madrid, será donde lo propuesto en este documento tome una máxima importancia. La determinación del punto exacto en el que se ha producido la falta en una línea situada en terrenos de estas características trae consigo una serie de ventajas, que pueden agruparse en:

- Rápida localización de la falta, lo que permite un menor tiempo de avería, optimizando el suministro y explotación de la línea en cuestión, así como reduciendo el tiempo de mano de obra necesario en la búsqueda.
- Exactitud en la determinación del punto donde se ha producido el fallo, evitando las dificultades que imponen este tipo de terrenos en desplazamientos del equipo de reparación correspondiente que, incluso en ocasiones sólo son accesibles mediante helicóptero; y, en consecuencia, permitiendo un ahorro en combustible y tiempo de comparecencia ante la falta.

Objetivos

Ambos puntos van a incurrir en aspectos positivos desde el punto de vista ambiental, pero fundamentalmente tendrá un impacto económico, permitiendo un recorte en el presupuesto necesario para la restauración de la línea, que será comentado con posterioridad en el apartado 4.2. *Valoración de impactos.*

3. METODOLOGÍA

En este apartado se va a proceder al desarrollo del trabajo de fin de grado en su grueso; para lo cual se van a seguir las siguientes etapas:

- 3.1. Cálculos de cortocircuito para la determinación de los valores ofrecidos por los relés necesarios para el posterior desarrollo del algoritmo.
- 3.2. Deducción de los algoritmos de resolución para la obtención de la distancia unitaria a la que se produce la falta.
 - 3.2.1. Modelo de línea larga
 - 3.2.2. Modelo de línea corta
- 3.3. Estimación de la componente homopolar de la corriente en la línea sin falta.

A continuación, se va a desarrollar cada uno de los 3 subapartados anteriores.

3.1 Cálculos de cortocircuito

Se van a realizar para el caso de los tres tipos de falta a tratar en la línea de estudio, con los siguientes datos de entrada:

l	300 km
\underline{Z}'_1	$(0.0276+0.315i) \Omega/\text{km}$
\underline{Z}'_0	$(0.275+1.0265i) \Omega/\text{km}$
\underline{Z}'_{0m}	$(0.21+0.628i) \Omega/\text{km}$
\underline{C}'_1	13 nF/km
\underline{C}'_0	8.5 nF/km
\underline{C}'_{0m}	5 nF/km
d	0.9
R_F	10

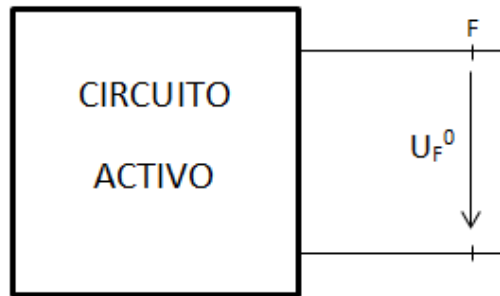
Una vez aplicados a estos datos los algoritmos de cálculos de cortocircuito correspondientes que van a ser desarrollados a continuación, se estará en disposición de conocer los vectores de tensión y corriente de la línea en ambos extremos.

3.1.1 Falta trifásica a-b-c

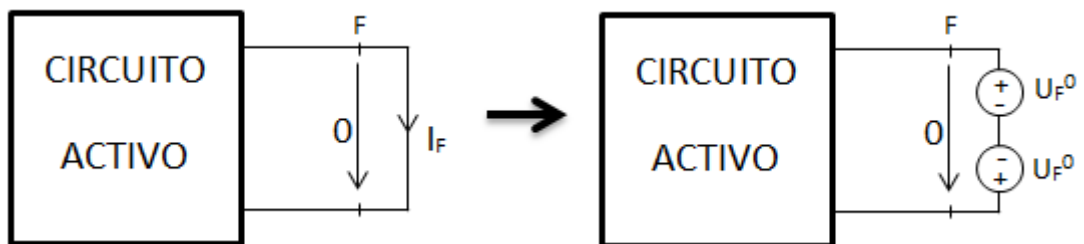
Para su desarrollo y comprensión, es necesario llevar a cabo la distinción entre:

- Sin resistencia de falta

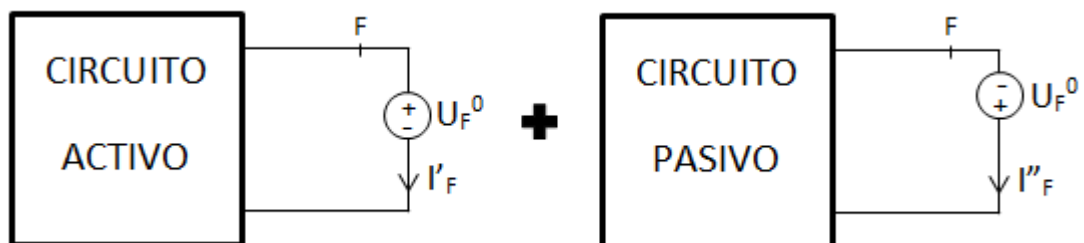
Se parte del siguiente esquema equivalente a nuestro sistema previo a la falta:



Una vez producida la falta, queda cortocircuitado, de tal forma que el esquema es equivalente al correspondiente con dos fuentes de tensión de mismo valor y sentido contrario. Por comodidad en la posterior resolución, se da como valor de tensión a las fuentes el del punto de falta previo al fallo:



Y se aplica el principio de superposición al esquema anterior, quedando los dos siguientes esquemas:



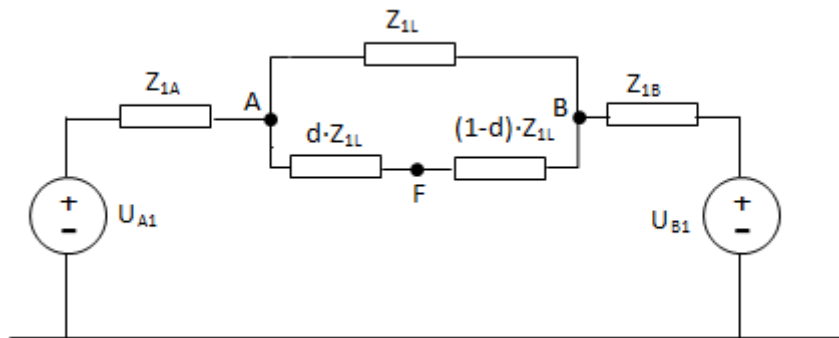
Se observa que el primer circuito es equivalente al original previo a la falta, por lo que la componente de corriente I_F' es nula. De esta forma:

$$\underline{I}_F'' + \underline{I}_F' = \underline{I}_F = \underline{I}_F'' \quad (1)$$

$$\underline{U}_A' = \underline{U}_A^0 \quad \rightarrow \quad \underline{U}_A'' + \underline{U}_A^0 = \underline{U}_A \quad (2)$$

$$\underline{U}_B' = \underline{U}_B^0 \quad \rightarrow \quad \underline{U}_B'' + \underline{U}_B^0 = \underline{U}_B \quad (3)$$

A continuación, se aplica análisis por nudos al circuito equivalente de la red de secuencia directa para los nudos A, B y F, con el fin de obtener la tensión en el nudo de falta F previo a ésta:



Analizando el circuito anterior, la matriz de admitancias es:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{1A}} + \frac{1}{Z_{1LB}} + \frac{1}{Z_{1LA} \cdot d} & -\frac{1}{Z_{1LA} \cdot d} & -\frac{1}{Z_{1LB}} \\ -\frac{1}{Z_{1LA} \cdot d} & \frac{1}{Z_{1LA} \cdot d} + \frac{1}{Z_{1LA} \cdot (1-d)} & -\frac{1}{Z_{1LA}(1-d)} \\ -\frac{1}{Z_{1LB}} & -\frac{1}{Z_{1LA}(1-d)} & \frac{1}{Z_{1B}} + \frac{1}{Z_{1LB}} + \frac{1}{Z_{1LA} \cdot (1-d)} \end{bmatrix}$$

De tal forma que:

$$\begin{bmatrix} U_A'' \\ U_F'' \\ U_B'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{AA} & Z_{AF} & Z_{AB} \\ Z_{FA} & Z_{FF} & Z_{FB} \\ Z_{BA} & Z_{BF} & Z_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -I_F'' \\ 0 \end{bmatrix}$$

Donde el único término distinto de cero para el nudo del punto de falta es:

$$\underline{U}_F'' = -\underline{U}_F^0 = -\underline{Z}_{FF} \underline{I}_F'' \quad (4)$$

Expresión que permite el cálculo de la corriente en el punto de falta en el segundo circuito del principio de superposición y, aplicando la ecuación (1), se obtiene el valor de la corriente de falta.

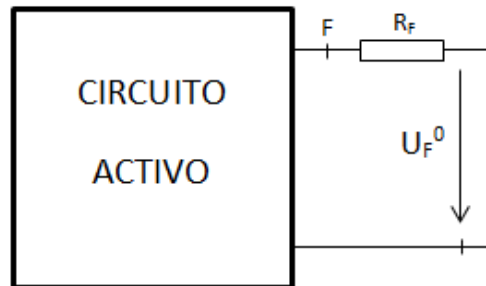
Una vez realizados los dos análisis por nudos, aplicando superposición mediante las ecuaciones (2) y (3) se consiguen los vectores de tensión en componentes simétricas en los nudos A y B teniendo en cuenta la expresión (4):

$$\underline{U}_A'' = -\underline{Z}_{AF} \underline{I}_F'' = -\frac{\underline{Z}_{AF}}{\underline{Z}_{FF}} \underline{U}_F^0 \quad \underline{U}_B'' = -\underline{Z}_{BF} \underline{I}_F'' = -\frac{\underline{Z}_{BF}}{\underline{Z}_{FF}} \underline{U}_F^0$$

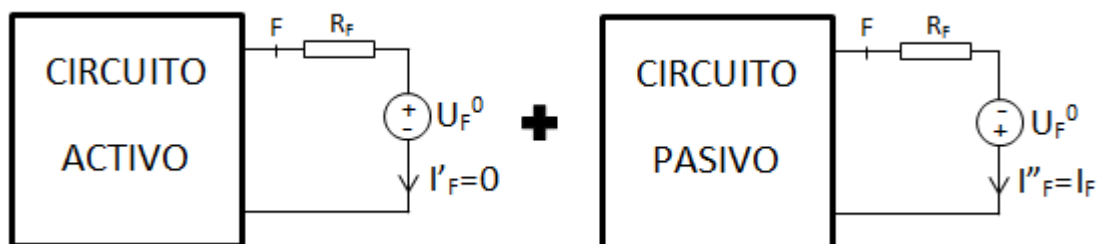
$$\underline{U}_A' = \underline{U}_A^0 \quad \underline{U}_B' = \underline{U}_B^0$$

- Con resistencia de falta

El añadir la resistencia de falta R_F no va a suponer grandes cambios en el circuito, pues se encuentra en serie con el circuito abierto. El esquema equivalente ahora queda de la siguiente forma:



Siguiendo el mismo procedimiento que para el caso sin resistencia de falta, los 2 circuitos a los que se aplica superposición son:



Con la diferencia ahora de la contribución de la resistencia de falta R_F ,

$$\underline{U}_F'' = -\underline{U}_F^0 = -(\underline{Z}_{FF} + R_F) \cdot \underline{I}_F''$$

Resultando:

$$\underline{U}_A'' = -\underline{Z}_{AF} \underline{I}_F'' = -\frac{\underline{Z}_{AF}}{\underline{Z}_{FF} + R_F} \underline{U}_F^0 \qquad \underline{U}_B'' = -\underline{Z}_{BF} \underline{I}_F'' = -\frac{\underline{Z}_{BF}}{\underline{Z}_{FF} + R_F} \underline{U}_F^0$$

Una vez estudiado lo anterior, el código de programación empleado en *Matlab* para los cálculos de cortocircuito de la falta trifásica en la línea de estudio queda recogido en el apartado 11.1.1 del Anexo de este documento, ofreciendo los siguientes resultados:

- En componentes simétricas:

VARIABLE	SECUENCIA	VALOR
\underline{U}_A (Voltios)	Directa	1.8123e+05 - 1.6218e+04i
	Inversa	0
	Homopolar	0
\underline{U}_B (Voltios)	Directa	6.6339e+04 - 7.8287e+04i
	Inversa	0
	Homopolar	0
\underline{I}_{AA} (Amperios)	Directa	8.7641e+02 - 1.9144e+03i
	Inversa	0
	Homopolar	0
\underline{I}_{BA} (Amperios)	Directa	3.1237e+02 - 5.7347e+03i
	Inversa	0
	Homopolar	0
\underline{I}_{AB} (Amperios)	Homopolar	0

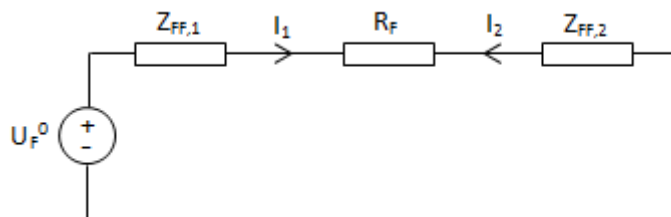
- En componentes de fase:

VARIABLE	VALOR
\underline{U}_A (Voltios) (x 1.0e+005)	1.8123 - 0.1622i
	-1.0465 - 1.4884i
	-0.7657 + 1.6506i
\underline{U}_B (Voltios) (x 1.0e+005)	0.6634 - 0.7829i
	-1.0096 - 0.1831i
	0.3463 + 0.9659i

I_{AA} (Amperios) (x 1.0e+003)	0.8764 - 1.9144i
	-2.0960 + 0.1981i
	1.2196 + 1.7161i
I_{BA} (Amperios) (x 1.0e+003)	0.3124 - 5.7347i
	-5.1224 + 2.5966i
	4.8101 + 3.1379i
I_{AB} (Amperios) (x 1.0e+003)	0.7575 - 1.1494i
	-1.3742 - 0.0813i
	0.6167 + 1.2307i

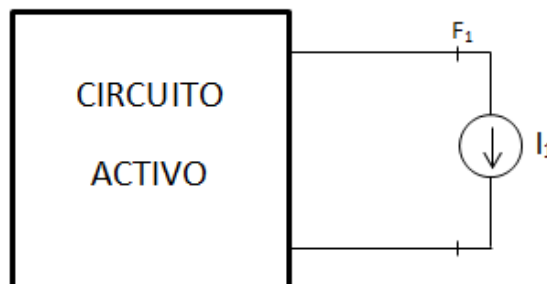
3.1.2 Falta bifásica b-c

Siguiendo la misma metodología que para el caso anterior, se emplea el circuito equivalente de las redes de secuencia directa e inversa de falta bifásica incluido en el apartado 1. *Introducción* de este documento. El esquema resultante de este caso de estudio se puede reducir al siguiente:

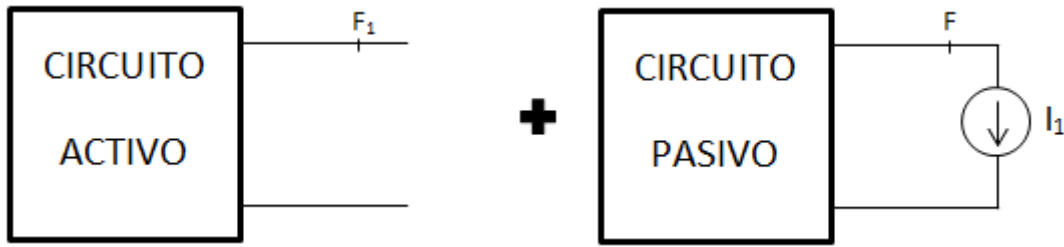


Donde
$$I_1 = -I_2 = \frac{U_F^0}{Z_{FF,1} + R_F + Z_{FF,2}}$$

Y una vez conocida I_1 es posible estudiar la red de secuencia directa tras producirse la falta a partir del siguiente esquema:



Se aplica el principio de superposición al circuito anterior del siguiente modo:



Los circuitos resultantes se corresponden con, en primer lugar, el original previo a la falta, y en segundo lugar, con la red de secuencia directa tras el fallo. De esta forma:

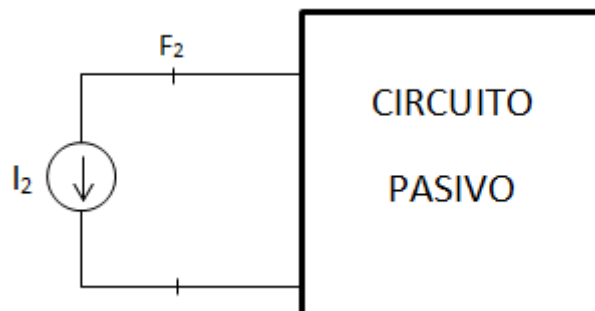
$$\underline{U}_{A,1}' = \underline{U}_A^0$$

$$\underline{U}_{A,1}'' = -\underline{Z}_{AF,1} \underline{I}_1 = -\underline{Z}_{AF,1} \frac{\underline{U}_F^0}{\underline{Z}_{FF,1} + R_F + \underline{Z}_{FF,2}}$$

Y, por tanto:

$$\underline{U}_{A,1} = \underline{U}_{A,1}' + \underline{U}_{A,1}'' = \underline{U}_A^0 - \underline{Z}_{AF,1} \frac{\underline{U}_F^0}{\underline{Z}_{FF,1} + R_F + \underline{Z}_{FF,2}}$$

Por otro lado, para la red de secuencia inversa, ésta puede ser estudiada como el siguiente esquema equivalente de circuito pasivo:



En el que resulta:

$$\underline{U}_{A,2} = -\underline{Z}_{AF,2} \underline{I}_2 = -\underline{Z}_{AF,2} \frac{-\underline{U}_F^0}{\underline{Z}_{FF,1} + R_F + \underline{Z}_{FF,2}}$$

Con lo anterior ya es posible conocer las componentes simétricas de las tensiones en el extremo A, teniendo en cuenta que la componente homopolar es nula para el caso de falta bifásica. De forma análoga, podrían calcularse el vector de componentes simétricas de la tensión en el extremo B de la línea y, entrando en el circuito con ellas, se obtienen las componentes simétricas de las corrientes.

A partir de lo estudiado, se obtienen los valores de corrientes y tensiones para el caso de línea de este trabajo de fin de grado mediante el algoritmo recogido en el apartado 11.1.2 del Anexo.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- En componentes simétricas:

VARIABLE	SECUENCIA	VALOR
\underline{U}_A (Voltios)	Directa	2.0209e+05 -1.3478e+04i
	Inversa	2.2976e+04 -5.0725e+03i
	Homopolar	0
\underline{U}_B (Voltios)	Directa	1.3486e+05 -6.5592e+04i
	Inversa	7.6878e+04 -1.2778e+04i
	Homopolar	0
\underline{I}_{AA} (Amperios)	Directa	6.0501e+02 -1.0730e+03i
	Inversa	3.5446e+01 +9.8802e+02i
	Homopolar	0
\underline{I}_{BA} (Amperios)	Directa	-6.4629e+02 -3.0758e+03i
	Inversa	5.8330e+00 +3.1608e+03i
	Homopolar	0
\underline{I}_{AB} (Amperios)	Homopolar	0

- En componentes de fase:

VARIABLE	VALOR
\underline{U}_A (Voltios) (x 1.0e+005)	2.2507 - 0.1855i
	-1.1981 - 1.4584i
	-1.0526 + 1.6439i
\underline{U}_B (Voltios) (x 1.0e+005)	2.1174 - 0.7837i
	-1.5160 - 0.1103i
	-0.6013 + 0.8940i
\underline{I}_{AA} (Amperios) (x 1.0e+003)	0.6405 - 0.0850i
	-2.1050 - 0.4508i
	1.4646 + 0.5358i
\underline{I}_{BA} (Amperios) (x 1.0e+003)	-0.6405 + 0.0850i
	-5.0807 + 0.5221i
	5.7211 - 0.6071i
\underline{I}_{AB} (Amperios) (x 1.0e+003)	0.6405 - 0.0850i
	-1.3864 - 0.4579i
	0.7460 + 0.5429i

3.1.3 Falta monofásica a-g

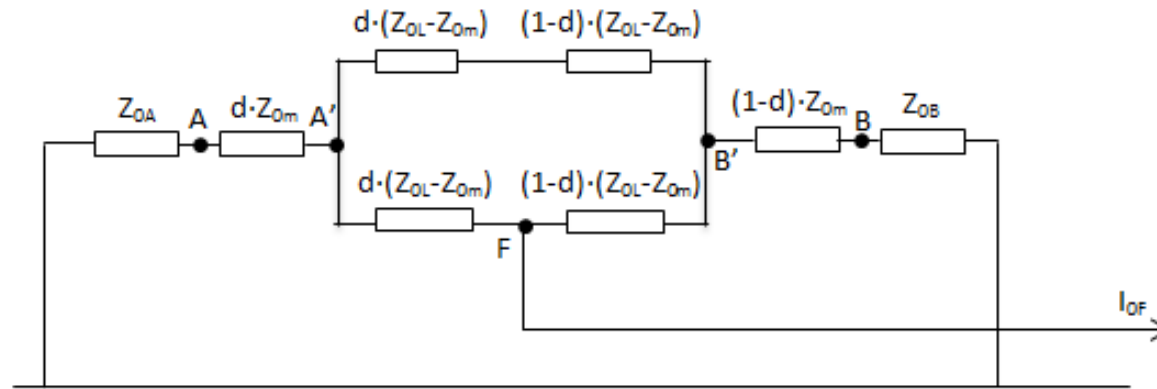
De igual forma que para los dos casos anteriores de falta, se va a proceder el estudio a partir del circuito equivalente recogido en el apartado 1. *Introducción*. Puesto que las tres redes de secuencia se encuentran conectadas en serie se cumple:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_0$$

Por lo que analizando el esquema básico equivalente se puede conocer dicho valor como:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_F^0}{\underline{Z}_{FF,1} + \underline{Z}_{FF,2} + \underline{Z}_{FF,0} + 3R_F}$$

El conocimiento de los vectores de componentes simétricas en los extremos A y B va ser posible mediante el análisis por nudos. Para ello, va a ser necesario eliminar los acoplamientos magnéticos existentes en el circuito equivalente de la red de secuencia homopolar como consecuencia del doble circuito, tal y como se hizo en el apartado 1. *Introducción*. Así, el circuito equivalente y la matriz de admitancias resultantes en la red de secuencia homopolar son los siguientes:



$$\begin{bmatrix}
 \frac{1}{Z_{0A}} + \frac{1}{Z_{0m} \cdot d} & -\frac{1}{Z_{0m} \cdot d} & 0 & 0 & 0 \\
 -\frac{1}{Z_{0m} \cdot d} & \frac{1}{Z_{0m} \cdot d} + \frac{1}{Z_{0LB} - Z_{0m}} + \frac{1}{(Z_{0LA} - Z_{0m}) \cdot d} & -\frac{1}{(Z_{0LA} - Z_{0m}) \cdot d} & -\frac{1}{Z_{0LB} - Z_{0m}} & 0 \\
 0 & -\frac{1}{(Z_{0LA} - Z_{0m}) \cdot d} & \frac{1}{(Z_{0LA} - Z_{0m}) \cdot d} + \frac{1}{(Z_{0LA} - Z_{0m}) \cdot (1-d)} & -\frac{1}{(Z_{0LA} - Z_{0m}) \cdot (1-d)} & 0 \\
 0 & -\frac{1}{Z_{0LB} - Z_{0m}} & -\frac{1}{(Z_{0LA} - Z_{0m}) \cdot (1-d)} & \frac{1}{Z_{0LB} - Z_{0m}} + \frac{1}{Z_{0m} \cdot (1-d)} + \frac{1}{(Z_{0LA} - Z_{0m}) \cdot (1-d)} & -\frac{1}{Z_{0m} \cdot (1-d)} \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_{0m} \cdot (1-d)} & -\frac{1}{Z_{0m} \cdot (1-d)} + \frac{1}{Z_{0B}}
 \end{bmatrix}$$

Por último, entrando en el circuito equivalente de la falta monofásica con los valores de tensión en dichos nudos, se podrán obtener las componentes simétricas de las corrientes en los extremos A y B.

Todo lo anterior queda recogido en el algoritmo incluido en el apartado 11.1.3 del Anexo, mediante el cual se han obtenido los siguientes valores de tensiones y corrientes en los extremos para la línea tomada como caso de estudio en el desarrollo de este trabajo de fin de grado:

- En componentes simétricas:

VARIABLE	SECUENCIA	VALOR
\underline{U}_A (Voltios)	Directa	2.1508e+05 - 1.7366e+04i
	Inversa	-9.9862e+03 + 1.1846e+03i
	Homopolar	-1.1071e+04 + 4.0834e+02i
\underline{U}_B (Voltios)	Directa	1.7850e+05 -7.6190e+04i
	Inversa	-3.3237e+04 +2.1796e+03i
	Homopolar	-7.2217e+04 +7.2490e+03i
I_{AA} (Amperios)	Directa	6.6721e+02 - 5.0666e+02i
	Inversa	2.6752e+01 - 4.2170e+02i
	Homopolar	3.6372e+01 - 2.9378e+02i
I_{BA} (Amperios)	Directa	-5.0912e+02 - 1.2596e+03i
	Inversa	1.3133e+02 - 1.3445e+03i
	Homopolar	1.2171e+02 - 1.4724e+03i
I_{AB} (Amperios)	Homopolar	2.0563e+01 - 1.1716e+02i

- En componentes de fase:

VARIABLE	VALOR
\underline{U}_A (Voltios) (x 1.0e+005)	1.9403 - 0.1577i
	-1.2967 - 1.8641i
	-0.9756 + 2.0341i

\underline{U}_B (Voltios) (x 1.0e+005)	0.7305 - 0.6676i
	-2.1271 - 1.3912i
	-0.7698 + 2.2762i
\underline{I}_{AA} (Amperios) (x 1.0e+003)	0.7303 - 1.2221i
	-0.3842 - 0.3843i
	-0.2370 + 0.7250i
\underline{I}_{BA} (Amperios) (x 1.0e+003)	-0.2561 - 4.0765i
	0.3842 + 0.3842i
	0.2370 - 0.7251i
\underline{I}_{AB} (Amperios) (x 1.0e+003)	0.4245 - 6.0732i
	0.0962 + 1.2790i
	0.0962 + 1.2790i

3.2 Algoritmos de resolución

A continuación, una vez calculados los datos de entrada que van a ser necesarios, se va a pasar a la deducción de las ecuaciones del modelo a implementar en el algoritmo de resolución del problema planteado para la localización del punto exacto en el que se produce una falta. Para ello, en función de las características propias de cada modelo, se van a desarrollar y estudiar dos alternativas distintas de algoritmo: uno para línea larga y otro para línea corta.

3.2.1. Modelo de línea larga

En primer lugar, se parte de la siguiente ecuación general en magnitudes de lazo válida para todo tipo de falta:

$$\underline{U}_{AFp}(d) - R_F \underline{I}_F = 0 \quad (1)$$

Cuyos términos son detallados a continuación:

- \underline{U}_{AFp} : Tensión de lazo en el nudo de falta, definida como una composición lineal de las componentes simétricas de la tensión en dicho nudo :

$$\underline{U}_{AFp}(d) = \underline{a}_1 \underline{U}_{F1}(d) + \underline{a}_2 \underline{U}_{F2}(d) + \underline{a}_0 \underline{U}_{F0}(d) \quad (2)$$

Siendo \underline{a}_1 , \underline{a}_2 , \underline{a}_0 unos coeficientes dependientes del tipo de falta en cuestión, y que quedan recogidos en la siguiente tabla:

TIPO DE FALTA	\underline{a}_1	\underline{a}_2	\underline{a}_0
a-g	1	1	1
b-g	\underline{a}^2	\underline{a}	1
c-g	\underline{a}	\underline{a}^2	1
a-b, a-b-g, a-b-c, a-b-c-g	$1-\underline{a}^2$	$1-\underline{a}$	0
b-c, b-c-g	$\underline{a}^2-\underline{a}$	$\underline{a}-\underline{a}^2$	0
c-a, c-a-g	\underline{a}^2-1	\underline{a}^2-1	0

En cuanto a las componentes simétricas de la tensión de falta, pueden ser obtenidas como:

$$\underline{U}_{F1}(d) = \underline{U}_{A1} \cosh(\underline{\gamma}_{1LA} \ell d) - \underline{Z}_{c1LA} \underline{I}_{AA1} \sinh(\underline{\gamma}_{1LA} \ell d) \quad (3)$$

$$\underline{U}_{F2}(d) = \underline{U}_{A2} \cosh(\underline{\gamma}_{1LA} \ell d) - \underline{Z}_{c1LA} \underline{I}_{AA2} \sinh(\underline{\gamma}_{1LA} \ell d) \quad (4)$$

$$\underline{U}_{F0}(d) = \underline{U}_{A0} \cosh(\underline{\gamma}_{0LA} \ell d) - \underline{Z}_{c0LA} \underline{I}_{AA0} \sinh(\underline{\gamma}_{0LA} \ell d) - d \underline{Z}_{0m} \underline{I}_{AB0} \quad (5)$$

Donde las impedancias características y constantes de propagación se determinan por:

$$\begin{aligned} \underline{\gamma}_{1LA} &= \sqrt{\underline{Z}'_{1LA} \underline{Y}'_{1LA}} & \underline{\gamma}_{0LA} &= \sqrt{\underline{Z}'_{0LA} \underline{Y}'_{0LA}} \\ \underline{Z}_{c1LA} &= \sqrt{\frac{\underline{Z}'_{1LA}}{\underline{Y}'_{1LA}}} & \underline{Z}_{c0LA} &= \sqrt{\frac{\underline{Z}'_{0LA}}{\underline{Y}'_{0LA}}} \end{aligned}$$

Para los cuales, son necesarios los valores de impedancia y admitancia de la línea en componentes directa y homopolar, que se definen como:

$$\begin{aligned} \underline{Z}'_{1LA} &= R'_{1LA} + j\omega L'_{1LA} & \underline{Z}'_{0LA} &= R'_{0LA} + j\omega L'_{0LA} \\ \underline{Y}'_{1LA} &= G'_{1LA} + j\omega C'_{1LA} & \underline{Y}'_{0LA} &= G'_{0LA} + j\omega C'_{0LA} \end{aligned}$$

Cabe destacar la relevancia del último término de la componente simétrica de la red de secuencia homopolar de la tensión \underline{U}_{F0} , pues se trata del factor que se introduce en el modelo como consecuencia del acoplamiento existente en ambas líneas de nuestro doble circuito, ya comentado con anterioridad en apartados previos. Dicho término consiste en el producto de la corriente homopolar de la línea sin falta por la impedancia mutua y distancia unitaria a la que se produce la falta.

- R_F : Resistencia de falta. Valor de resistencia por la cual circula la corriente de cortocircuito originada durante la falta.
- I_F : Corriente que circula por la resistencia de falta como consecuencia del fallo en cuestión. En el algoritmo empleado, se representa como una combinación lineal de sus componentes simétricas a partir de unos coeficientes de falta \underline{a}_{F1} , \underline{a}_{F2} , \underline{a}_{F0} dependientes del tipo de falta:

$$\underline{I}_F = \underline{a}_{F1} \underline{I}_{F1} + \underline{a}_{F2} \underline{I}_{F2} + \underline{a}_{F0} \underline{I}_{F0} \quad (9)$$

Los coeficientes recomendados para las componentes simétricas de la corriente de falta quedan recogidos en la siguiente tabla:

TIPO DE FALTA	\underline{a}_{F1}	\underline{a}_{F2}	\underline{a}_{F0}
a-g	0	3	0
b-g	0	$3\underline{a}$	0
c-g	0	$3\underline{a}^2$	0
a-b	0	$1-\underline{a}$	0
b-c	0	$\underline{a}-\underline{a}^2$	0
c-a	0	\underline{a}^2-1	0
a-b-g	$1-\underline{a}^2$	$1-\underline{a}$	0
b-c-g	$\underline{a}^2-\underline{a}$	$\underline{a}-\underline{a}^2$	0
c-a-g	$\underline{a}-1$	\underline{a}^2-1	0
a-b-c, a-b-c-g	$1-\underline{a}$	$1-\underline{a}$	0

Como se puede observar, se va a obviar la información referida a la secuencia homopolar para el cálculo de la corriente de falta, anulando su correspondiente coeficiente.

En este caso, se va expresar la corriente de falta de la siguiente forma:

$$\underline{I}_F = \frac{\underline{a}_{F1} \underline{M}_1 + \underline{a}_{F2} \underline{M}_2}{\cosh(\underline{\gamma}_{1LA} \ell (1-d))} \quad (10)$$

Los términos \underline{M}_i , cuyo subíndice i hace referencia a la secuencia (1=directa, 2=inversa), se calculan a partir de las corrientes en los extremos A y B de la línea con falta de la siguiente forma:

$$\underline{M}_i = \underline{I}_{BAi} + \underline{I}_{AAi} \cosh(\underline{\gamma}_{1LA} \ell) - \frac{\underline{U}_{Ai}}{\underline{Z}_{c1LA}} \sinh(\underline{\gamma}_{1LA} \ell)$$

En el cálculo de la corriente de falta cabe destacar el siguiente aspecto significativo. Puesto que para el desarrollo de este algoritmo se está empleando el modelo de línea larga, no va a ser posible tomar la corriente de falta I_F directamente como el sumatorio de las corrientes en los extremos A y B de la línea, pues este modelo tiene en consideración el efecto capacitivo que se produce a lo largo de la línea; aproximación que sí va a ser factible próximamente, en el caso de resolución del problema mediante el modelo de línea corta.

Finalmente, teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, y sustituyendo en la expresión general de la que se partía, se llega a la siguiente nueva ecuación:

$$\underline{U}_{AFp}(d) \cdot \cosh(\underline{\gamma}_{1LA} \ell (1-d)) - R_F (\underline{a}_{F1} \underline{M}_1 + \underline{a}_{F2} \underline{M}_2) = 0 \quad (12)$$

Es la ecuación de dos componentes (parte real e imaginaria) del problema a resolver mediante métodos iterativos con el fin de obtener los valores de la distancia unitaria d a la que se produce la falta, así como el valor de la resistencia de falta R_F , tal y como se deseaba.

3.2.2. Modelo de línea corta

Para el caso de línea corta, se parte del modelo del apartado anterior tomando como simplificaciones:

$$\cosh(x) \rightarrow 1 \quad \text{y} \quad \sinh(x) \rightarrow 0$$

Así, la ecuación del modelo queda de la siguiente forma:

$$\underline{U}_{AFp} - d \cdot \underline{Z}_{1LA} \cdot \underline{I}_{AAp} - R_F \cdot \underline{M}_{12} = 0 \quad (13)$$

En el que:

$$\underline{U}_{AFp} = \underline{a}_1 \underline{U}_{A1} + \underline{a}_2 \underline{U}_{A2} + \underline{a}_0 \underline{U}_{A0} \quad (14)$$

$$\underline{I}_{AAP} = \underline{a}_1 \underline{I}_{AA1} + \underline{a}_2 \underline{I}_{AA2} + \underline{a}_0 \left(\frac{\underline{Z}_{0LA}}{\underline{Z}_{1LA}} \underline{I}_{AA0} + \frac{\underline{Z}_{0m}}{\underline{Z}_{1LA}} \underline{I}_{AB0} \right) \quad (15)$$

Siendo:

$$\underline{M}_{12} = \underline{a}_{F1} \cdot \underline{I}_{F1} + \underline{a}_{F2} \cdot \underline{I}_{F2} \quad (16)$$

En este caso, al contrario que en el modelo de línea larga, la corriente de falta I_F sí será el sumatorio de las corrientes en los dos extremos de la línea:

$$\underline{I}_{Fi} = \underline{I}_{AAi} + \underline{I}_{BAi} \quad (17)$$

Siendo i la red de secuencia: 1-directa, 2-inversa, 0-homopolar.

Sustituyendo y despejando los valores de d y R_F en la ecuación (13), las ecuaciones del modelo de línea corta a resolver son:

$$d = \frac{\text{real}(\underline{U}_{AFp}) \cdot \text{imag}(\underline{M}_{12}) - \text{imag}(\underline{U}_{AFp}) \cdot \text{real}(\underline{M}_{12})}{\text{real}(\underline{Z}_{1LA} \underline{I}_{AAP}) \cdot \text{imag}(\underline{M}_{12}) - \text{imag}(\underline{Z}_{1LA} \underline{I}_{AAP}) \cdot \text{real}(\underline{M}_{12})} \quad (18)$$

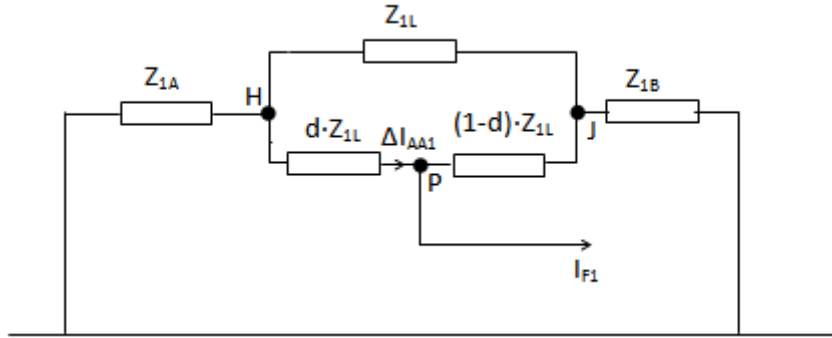
$$R_F = \frac{\text{real}(\underline{U}_{AFp}) - d \cdot \text{real}(\underline{Z}_{1LA} \underline{I}_{AAP})}{\text{real}(\underline{M}_{12})} \quad (19)$$

En caso de ser conocidos todos los valores de las corrientes y tensiones, a partir de las ecuaciones (18) y (19) es posible obtener d y R_F .

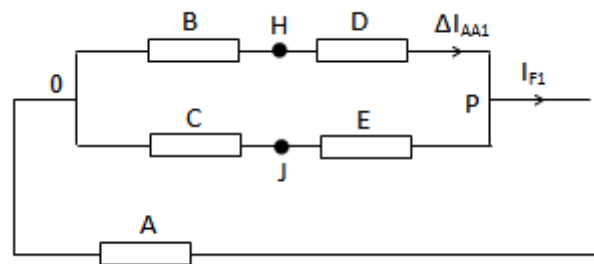
3.3 Estimación de la componente homopolar en la corriente en la línea sana

Puesto que van a existir problemas en la comunicación entre relés para aquellos casos en los que ambas líneas que conforman el doble circuito partan de distintas subestaciones, para la obtención de la corriente homopolar de la línea sana será necesario disponer de un método que nos facilite una estimación de ésta sin necesidad de recurrir a cálculos de cortocircuito, como se hizo en los subapartados anteriores.

En primer lugar, se parte del circuito equivalente de la red de secuencia directa, definiendo la corriente incremental $\Delta \underline{I}_{AA1}$ como la diferencia entre la corriente de falta y la de prefallo:



En el que aplicando la conversión triángulo estrella queda de la siguiente forma:



Definiendo $\Sigma Z = Z_{1B} + Z_{1A} + Z_{1LB}$, las componentes resultantes del circuito quedan como:

$$\underline{A} = \frac{Z_{1B}Z_{1A}}{\Sigma Z} \quad \underline{B} = \frac{Z_{1LB}Z_{1A}}{\Sigma Z} \quad \underline{C} = \frac{Z_{1LB}Z_{1B}}{\Sigma Z}$$

$$\underline{D} = d \cdot Z_{1LA} \quad \underline{E} = (1-d) \cdot Z_{1LA}$$

Haciendo divisor de corriente en el circuito se puede despejar la corriente incremental de secuencia directa como:

$$\Delta I_{AA1} = \frac{\underline{C} + \underline{E}}{\underline{B} + \underline{C} + \underline{D} + \underline{E}} I_{F1} = \frac{\frac{Z_{1LB}Z_{1B}}{\Sigma Z} + (1-d)Z_{1LA}}{\frac{Z_{1LB}Z_{1A}}{\Sigma Z} + \frac{Z_{1LB}Z_{1B}}{\Sigma Z} + dZ_{1LA} + (1-d)Z_{1LA}} I_{F1}$$

$$\Delta I_{AA1} = \frac{Z_{1LB}Z_{1B} + Z_{1LA} \Sigma Z - dZ_{1LA} \Sigma Z}{Z_{1LB}Z_{1A} + Z_{1LB}Z_{1B} + Z_{1LA} \Sigma Z} I_{F1}$$

Agrupando términos de la siguiente forma:

$$\underline{L}_1 = \underline{Z}_{1LB}\underline{Z}_{1B} + \underline{Z}_{1LA} \Sigma \underline{Z} \qquad \underline{K}_1 = -\underline{Z}_{1LA} \Sigma \underline{Z}$$

$$\underline{M}_1 = \underline{Z}_{1LB}\underline{Z}_{1A} + \underline{Z}_{1LB}\underline{Z}_{1B} + \underline{Z}_{1LA} \Sigma \underline{Z} = \underline{Z}_{1LB}\underline{Z}_{1A} + \underline{Z}_{1LB}\underline{Z}_{1B} + \underline{Z}_{1LA}(\underline{Z}_{1B} + \underline{Z}_{1A} + \underline{Z}_{1LB})$$

$$\underline{M}_1 = (\underline{Z}_{1LA} + \underline{Z}_{1LB})(\underline{Z}_{1A} + \underline{Z}_{1B}) + \underline{Z}_{1LA}\underline{Z}_{1LB}$$

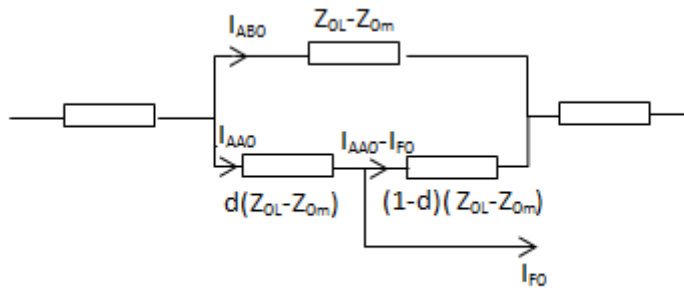
Se obtiene el siguiente resultado de la corriente incremental en secuencia directa:

$$\Delta \underline{I}_{AA1} = \frac{\underline{L}_1 + \underline{K}_1 d}{\underline{M}_1} \underline{I}_{F1}$$

Del cual despejamos la componente de secuencia directa de la corriente de falta:

$$\underline{I}_{F1} = \frac{\underline{M}_1}{\underline{L}_1 + \underline{K}_1 d} \Delta \underline{I}_{AA1}$$

En segundo lugar, se va a operar sobre el circuito equivalente de la red de secuencia homopolar:



Aplicando la segunda Ley de Kirchoff al circuito en cuestión queda:

$$(\underline{Z}_{0LB} - \underline{Z}_{0m})\underline{I}_{AB0} = d(\underline{Z}_{0LA} - \underline{Z}_{0m})\underline{I}_{AA0} + (\underline{I}_{AA0} - \underline{I}_{F0})(1-d)(\underline{Z}_{0LA} - \underline{Z}_{0m})$$

Seguidamente, se despeja la componente homopolar de la corriente de falta:

$$\underline{I}_{F0} = \frac{(\underline{Z}_{0LA} - \underline{Z}_{0m})\underline{I}_{AA0} - (\underline{Z}_{0LB} - \underline{Z}_{0m})\underline{I}_{AB0}}{(1-d)(\underline{Z}_{0LA} - \underline{Z}_{0m})} = \frac{\underline{I}_{AA0} - \frac{(\underline{Z}_{0LB} - \underline{Z}_{0m})}{(\underline{Z}_{0LA} - \underline{Z}_{0m})}\underline{I}_{AB0}}{1-d}$$

Llamando P_0 a:

$$P_0 = \frac{Z_{0LB} - Z_{0m}}{Z_{0LA} - Z_{0m}}$$

Se sustituye en la expresión anterior quedando como:

$$I_{F0} = \frac{I_{AA0} - P_0 I_{AB0}}{1 - d}$$

Por último, aplicando la relación existente entre ambas componentes directa y homopolar de la corriente de falta:

$$I_{F0} = \underline{b}_{F1} I_{F1}$$

Sabiendo que los valores de \underline{b}_{F1} son:

	Falta a-g	Falta b-g	Falta c-g
\underline{b}_{F1}	1	$-0.5 - j0.5\sqrt{3}$	$-0.5 + j0.5\sqrt{3}$

Y sustituyendo ambos valores obtenidos anteriormente, se obtiene la ecuación:

$$\frac{I_{AA0} - P_0 I_{AB0}}{1 - d} = \frac{\underline{b}_{F1} M_1 \Delta I_{AA1}}{\underline{K}_1 d + \underline{L}_1}$$

Esta expresión, junto con las ecuaciones (15), (18) y (19), constituye un sistema de ecuaciones no lineales que resuelto por algún método iterativo permite determinar los valores de d , R_F y I_{AB0} .

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Resultados

Una vez deducidos los modelos del apartado anterior, ya se tienen las expresiones necesarias para llevar a cabo la resolución del problema propuesto para este trabajo de fin de grado. Como ya se especificó con anterioridad, los datos de entrada necesarios constan de la siguiente información que, en la práctica, nos ofrecen los relés diferenciales que delimitan la línea de estudio, y que en este trabajo se han obtenido a partir de cálculos de cortocircuito o mediante una estimación a partir de un algoritmo adicional:

- El relé en el extremo A suministraría como información el vector de corrientes de la línea con falta, así como el de tensiones de dicho extremo, que se pueden convertir a componentes simétricas.
- El relé en el extremo B aporta el vector de corrientes de la línea de falta en dicho extremo, que igualmente pueden convertirse a componentes simétricas.
- La corriente en la línea sana puede ser, en un primer caso, obtenida a partir de medidas en el extremo A de la línea sana que se transmiten al relé del mismo extremo, y en un segundo caso estimada a partir del modelo de ecuaciones del apartado 3.3.

Los parámetros característicos de la línea de estudio quedan recogidos en la siguiente tabla:

ℓ	300 km
\underline{Z}'_1	$(0.0276+0.315i) \Omega/\text{km}$
\underline{Z}'_0	$(0.275+1.0265i) \Omega/\text{km}$
\underline{Z}'_{0m}	$(0.21+0.628i) \Omega/\text{km}$
\underline{C}'_1	13 nF/km
\underline{C}'_0	8.5 nF/km
\underline{C}'_{0m}	5 nF/km

A partir de éstos, y con los datos de corriente y tensión en sus extremos suministrados por los relés, junto a los estimados o calculados que los relés no son capaces de aportar y las ecuaciones que conforman los algoritmos, ya se está en condiciones de resolver el problema.

Para ello, se va a usar como método iterativo la función *fsolve* de *Matlab*, la cual permite la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales de varias variables. Más concretamente, a partir de una estimación inicial x_0 , esta función es capaz de devolver un vector de soluciones x del sistema de ecuaciones $F(x)$ con una desviación mínima tras sucesivas iteraciones.

En la resolución del problema se van a estudiar por separado los tres casos que se vienen comentando durante este documento:

- 4.1.1. Primeramente, se va a resolver mediante el modelo de línea corta con el valor de la corriente homopolar de la línea sana obtenida a partir de los cálculos de cortocircuito.
- 4.1.2. En segundo lugar, se va a realizar el mismo procedimiento mediante el algoritmo propuesto para el modelo de línea larga.
- 4.1.3. Por último, se va a hacer uso del algoritmo adicional para la estimación de dicha componente homopolar de la corriente en la línea sana.

4.1.1. Resolución mediante el modelo de línea corta con la corriente homopolar de la línea sana obtenida mediante cálculos de cortocircuito:

El algoritmo de *Matlab* con las expresiones del modelo implementadas para dar solución a este primer subapartado con el modelo de línea corta queda recogido en el apartado 11.1 del *Anexo*. Cabe destacar que para todos los sucesivos casos, el vector de valores que se va a tomar como estimación inicial para comenzar el proceso iterativo con *fsolve* es:

$$x_0 = [d_0 \quad R_{F0}] = [0.5 \quad 8]$$

4.1.1.1. Falta trifásica a-b-c

En el caso de fallo entre las tres fases de la línea a, b y c, los valores calculados para la resolución del algoritmo del modelo de línea corta se corresponden con los siguientes:

U_A : Tensión en el extremo A

U_B : Tensión en el extremo B

I_{AA} : Corriente de línea con falta en extremo A

I_{BA} : Corriente de línea con falta en extremo B

I_{AB} : Corriente de la línea sana en el extremo A

VARIABLE	SECUENCIA	VALOR
\underline{U}_A (Voltios)	Directa	1.8123e+05 - 1.6218e+04i
	Inversa	0
	Homopolar	0
\underline{U}_B (Voltios)	Directa	6.6339e+04 - 7.8287e+04i
	Inversa	0
	Homopolar	0
\underline{I}_{AA} (Amperios)	Directa	8.7641e+02 - 1.9144e+03i
	Inversa	0
	Homopolar	0
\underline{I}_{BA} (Amperios)	Directa	3.1237e+02 - 5.7347e+03i
	Inversa	0
	Homopolar	0
\underline{I}_{AB} (Amperios)	Homopolar	0

Iterando mediante *fsolve* el correspondiente algoritmo de resolución del modelo de línea corta a partir del vector de valores de la estimación inicial dado, se obtiene el siguiente vector de resultados:

$$x = [0.9000 \quad 9.9996]$$

Por lo que la falta se produce a 300 km x 0.9 = 270 km del extremo A, tal y como se había establecido inicialmente en el proceso de cálculos de cortocircuito, con una resistencia de falta de valor 9.9996 Ω .

En consecuencia, comparando estos resultados con los valores de referencia que se deberían haber obtenido ($d = 0.9$ y $R_F = 10 \Omega$), se concluye que el error relativo en el que se incurre es nulo para el cálculo de d , y prácticamente nulo para el cálculo de R_F , más concretamente:

$$e_{R_F} (\%) = \frac{10 - 9.9996}{10} \cdot 100 = 0.004\%$$

Esto pone de manifiesto el excelente comportamiento que el algoritmo desarrollado experimenta, ofreciendo unos resultados con unos niveles de precisión altamente elevados.

4.1.1.2. Falta bifásica b-c

Para el estudio del caso de fallo entre las fases b y c de la línea, la información calculada que suministrarían los relés es:

VARIABLE	SECUENCIA	VALOR
\underline{U}_A (Voltios)	Directa	2.0209e+05 -1.3478e+04i
	Inversa	2.2976e+04 -5.0725e+03i
	Homopolar	0
\underline{U}_B (Voltios)	Directa	1.3486e+05 -6.5592e+04i
	Inversa	7.6878e+04 -1.2778e+04i
	Homopolar	0
\underline{I}_{AA} (Amperios)	Directa	6.0501e+02 -1.0730e+03i
	Inversa	3.5446e+01 +9.8802e+02i
	Homopolar	0
\underline{I}_{BA} (Amperios)	Directa	-6.4629e+02 -3.0758e+03i
	Inversa	5.8330e+00 +3.1608e+03i
	Homopolar	0
\underline{I}_{AB} (Amperios)	Homopolar	0

Siguiendo el mismo procedimiento y misma estimación inicial que para el caso de falta trifásica, pero con los nuevos vectores de datos de entrada, se obtienen los siguientes resultados:

$$x = [0.9000 \quad 9.9997]$$

Analizando estos valores como se ha realizado anteriormente, se puede observar que el cálculo del valor de d sigue siendo completamente exacto, es decir, con una desviación relativa nula. En cuanto al valor de R_F , existe un mínimo error que es aún más pequeño que en el caso de falta trifásica, y de valor:

$$e_{Rf} (\%) = \frac{10 - 9.9997}{10} \cdot 100 = 0.003\%$$

Con lo que los resultados obtenidos para este tipo de falta siguen siendo excelentes.

4.1.1.3. Falta monofásica a-g

Por último, cuando se produzca fallo entre la fase a de la línea y tierra, los valores medidos por el relé se corresponderán con los siguientes:

VARIABLE	SECUENCIA	VALOR
\underline{U}_A (Voltios)	Directa	2.1508e+05 - 1.7366e+04i
	Inversa	-9.9862e+03 + 1.1846e+03i
	Homopolar	-1.1071e+04 + 4.0834e+02i
\underline{U}_B (Voltios)	Directa	1.7850e+05 - 7.6190e+04i
	Inversa	-3.3237e+04 + 2.1796e+03i
	Homopolar	-7.2217e+04 + 7.2490e+03i
\underline{I}_{AA} (Amperios)	Directa	6.6721e+02 - 5.0666e+02i
	Inversa	2.6752e+01 - 4.2170e+02i
	Homopolar	3.6372e+01 - 2.9378e+02i
\underline{I}_{BA} (Amperios)	Directa	-5.0912e+02 - 1.2596e+03i
	Inversa	1.3133e+02 - 1.3445e+03i
	Homopolar	1.2171e+02 - 1.4724e+03i
\underline{I}_{AB} (Amperios)	Homopolar	2.0563e+01 - 1.1716e+02i

De igual modo que se ha hecho para los casos anteriores de falta en la línea, el desarrollo del algoritmo de programación correspondiente con estos nuevos datos de entrada ofrece los siguientes resultados:

$$x = [0.9000 \quad 10.0002]$$

Según los resultados obtenidos, el error relativo es, de nuevo, nulo para el cálculo de d , y alrededor del 0,0002 % para el subproblema de R_F .

Estos valores terminan de justificar y certificar la validez y correcto funcionamiento del algoritmo empleado, destacando la máxima precisión que es posible alcanzar con su utilización.

4.1.2. Resolución mediante el modelo de línea larga con la corriente homopolar de la línea sana obtenida mediante cálculos de cortocircuito:

A continuación, se va a seguir el mismo procedimiento que en el apartado anterior aplicando el correspondiente algoritmo del modelo de línea larga, recogido en el apartado 11.2 del Anexo. De igual modo, el vector de valores tomado como estimación inicial para el comienzo del proceso iterativo de *fsolve* es:

$$x_0 = [d_0 \quad R_{F0}] = [0.5 \quad 8]$$

4.1.2.1. Falta trifásica a-b-c

Para el caso de falta entre las tres fases, como ya se indicó anteriormente, los valores calculados para la resolución del algoritmo se corresponden con los siguientes:

VARIABLE	SECUENCIA	VALOR
\underline{U}_A (Voltios)	Directa	1.8123e+05 - 1.6218e+04i
	Inversa	0
	Homopolar	0
\underline{U}_B (Voltios)	Directa	6.6339e+04 - 7.8287e+04i
	Inversa	0
	Homopolar	0
\underline{I}_{AA} (Amperios)	Directa	8.7641e+02 - 1.9144e+03i
	Inversa	0
	Homopolar	0
\underline{I}_{BA} (Amperios)	Directa	3.1237e+02 - 5.7347e+03i
	Inversa	0
	Homopolar	0
\underline{I}_{AB} (Amperios)	Homopolar	0

Iterando el modelo a partir de la estimación inicial dada se obtiene una solución para dichos datos de:

$$x = [0.8778 \quad 9.3989]$$

Interpretando los resultados obtenidos, la falta se produce a una distancia del extremo A de la línea de:

$$0.8778 \times 300 \text{ km} = 263.34 \text{ km}$$

Con un valor de resistencia de falta de:

$$R_F = 9.3989 \Omega$$

Comparando los resultados devueltos por *fso/ve* mediante el algoritmo con los empleados en los cálculos de cortocircuito, se puede observar una pequeña desviación en ellos. El valor de la distancia *d* pasa de 0.9 en los cálculos de cortocircuito, al actual valor de 0.8778; mientras que la resistencia de falta R_F varía de 10 Ω a los 9.3989 Ω obtenidos.

$$e_d (\%) = \frac{0.9 - 0.8778}{0.9} \cdot 100 = 2.4667\%$$

$$e_{R_f} (\%) = \frac{10 - 9.3989}{10} \cdot 100 = 6.0110\%$$

El error relativo existente en ambas variables es inferior al 7 %, por lo que los valores obtenidos pueden ser considerados como una buena solución según los requerimientos del problema, cuya desviación se debe fundamentalmente al siguiente motivo: En los cálculos de cortocircuito se supuso despreciable el efecto capacitivo de las líneas para la obtención de tensiones y corrientes en los relés, simplificación que en las ecuaciones del modelo del algoritmo no se ha tenido en consideración.

Además, el determinado nivel de precisión del programa empleado (en este caso *Matlab*), también será responsable de parte del error comentado.

Sin embargo, se trata de unos niveles de error mucho más elevados que los obtenidos a partir del algoritmo de modelo de línea corta.

4.1.2.2. Falta bifásica b-c

Para el estudio del caso de fallo bifásico, se tiene la siguiente información de los relés calculada:

VARIABLE	SECUENCIA	VALOR
\underline{U}_A (Voltios)	Directa	2.0209e+05 -1.3478e+04i
	Inversa	2.2976e+04 -5.0725e+03i
	Homopolar	0

\underline{U}_B (Voltios)	Directa	1.3486e+05 -6.5592e+04i
	Inversa	7.6878e+04 -1.2778e+04i
	Homopolar	0
\underline{I}_{AA} (Amperios)	Directa	6.0501e+02 -1.0730e+03i
	Inversa	3.5446e+01 +9.8802e+02i
	Homopolar	0
\underline{I}_{BA} (Amperios)	Directa	-6.4629e+02 -3.0758e+03i
	Inversa	5.8330e+00 +3.1608e+03i
	Homopolar	0
\underline{I}_{AB} (Amperios)	Homopolar	0

Ahora, los resultados obtenidos son:

$$x = [0.8731 \quad 9.6352]$$

Es decir, con los datos de entrada suministrados para este caso, la resistencia de falta R_F toma un valor de 9.6352 Ω y la falta se produce a una distancia del extremo A de la línea de 261.93 km. Para estos valores, se está incurriendo en unos errores relativos del:

$$e_d (\%) = \frac{0.9 - 0.8731}{0.9} \cdot 100 = 2.9889\%$$

$$e_{Rf} (\%) = \frac{10 - 9.6352}{10} \cdot 100 = 3.6480\%$$

Las desviaciones existentes son menores que para el caso anterior, pues en ninguna variable se alcanza un error relativo superior al 4%; sin embargo, siguen siendo muy superiores a las obtenidas para el mismo caso con el algoritmo del modelo de línea corta.

De igual forma que para el caso de falta anterior, esta desviación será debida a la consideración del efecto capacitivo en el modelo del algoritmo y su simplificación en los correspondientes cálculos de cortocircuito, así como por el nivel de precisión del programa de resolución del algoritmo.

4.1.2.3. Falta monofásica a-g

Para terminar, cuando se produzca fallo monofásico entre fase a y tierra, los valores de entrada al algoritmo son:

VARIABLE	SECUENCIA	VALOR
\underline{U}_A (Voltios)	Directa	2.1508e+05 - 1.7366e+04i
	Inversa	-9.9862e+03 + 1.1846e+03i
	Homopolar	-1.1071e+04 + 4.0834e+02i
\underline{U}_B (Voltios)	Directa	1.7850e+05 - 7.6190e+04i
	Inversa	-3.3237e+04 + 2.1796e+03i
	Homopolar	-7.2217e+04 + 7.2490e+03i
\underline{I}_{AA} (Amperios)	Directa	6.6721e+02 - 5.0666e+02i
	Inversa	2.6752e+01 - 4.2170e+02i
	Homopolar	3.6372e+01 - 2.9378e+02i
\underline{I}_{BA} (Amperios)	Directa	-5.0912e+02 - 1.2596e+03i
	Inversa	1.3133e+02 - 1.3445e+03i
	Homopolar	1.2171e+02 - 1.4724e+03i
\underline{I}_{AB} (Amperios)	Homopolar	2.0563e+01 - 1.1716e+02i

Así, los resultados obtenidos de la distancia unitaria d y resistencia de falta toman los siguientes valores:

$$x = [0.9830 \quad 11.3512]$$

Lo cual indica que la falta se produce a 294.9 km del extremo A de la línea con una resistencia de falta de valor 11.2512 Ω .

Para este caso de falta, los errores relativos que se obtienen con la resolución mediante el algoritmo son:

$$e_d (\%) = \frac{0.9 - 0.9830}{0.9} \cdot 100 = 9.2222\%$$

$$e_{Rf} (\%) = \frac{10 - 11.3512}{10} \cdot 100 = 13.5120\%$$

Por lo que en la situación de falta monofásica en la línea, los errores relativos en los que se incurre al localizar el punto exacto en el que se produjo la falta son considerables, pues se están manejando unas desviaciones relativas que giran en torno al 10 %, o incluso valores superiores.

Esta desviación producida ya es suficiente como para desechar la solución obtenida, y se debe fundamentalmente a los dos siguientes motivos:

- En primer lugar, como ya se venía comentando anteriormente, la simplificación aplicada al desprestigiar los efectos capacitivos de las líneas va a introducir un error que, en el caso de falta monofásica va a ser aún más acentuado.
- En segundo lugar, el nivel de precisión en la resolución de las ecuaciones que conforman el sistema del algoritmo contribuye igualmente al error cometido; y lo hace en mayor medida para este tipo de falta, pues el número de datos de entrada y, por tanto, de términos de las expresiones que son nulos es mayor para este caso concreto de fallo monofásico.

4.1.3. Resolución con la componente homopolar de la corriente en la línea sana estimada mediante algoritmo adicional

Como consecuencia de particularidades propias de cada tipo de falta, sólo es necesaria la estimación de la corriente homopolar de la línea sana para el caso de falta monofásica, puesto que en el resto de situaciones estudiadas toma un valor nulo y no tendrá contribución alguna sobre las ecuaciones del modelo.

En esta nueva situación de falta monofásica, los datos de entrada al algoritmo de *Matlab* que nos suministrarían los relés en la práctica, y que aquí se han tomado a partir de los cálculos de cortocircuito son, como venían siendo anteriormente:

VARIABLE	SECUENCIA	VALOR
\underline{U}_A (Voltios)	Directa	2.1508e+05 - 1.7366e+04i
	Inversa	-9.9862e+03 + 1.1846e+03i
	Homopolar	-1.1071e+04 + 4.0834e+02i
\underline{U}_B (Voltios)	Directa	1.7850e+05 -7.6190e+04i
	Inversa	-3.3237e+04 +2.1796e+03i
	Homopolar	-7.2217e+04 +7.2490e+03i
\underline{I}_{AA} (Amperios)	Directa	6.6721e+02 - 5.0666e+02i
	Inversa	2.6752e+01 - 4.2170e+02i
	Homopolar	3.6372e+01 - 2.9378e+02i

I_{BA} (Amperios)	Directa	-5.0912e+02 - 1.2596e+03i
	Inversa	1.3133e+02 - 1.3445e+03i
	Homopolar	1.2171e+02 - 1.4724e+03i
I_{AB} (Amperios)	Homopolar	2.0563e+01 - 1.1716e+02i

Antes de analizar los resultados del algoritmo completo, se va demostrar la validez de las ecuaciones desarrolladas para el algoritmo particular de la estimación de la corriente homopolar de la línea sana, sin entrar en juego el modelo empleado para el cálculo de la distancia unitaria al punto de falta d y de la resistencia de falta R_F .

Tomando los valores teóricos de los que se partía en los cálculos de cortocircuito de la distancia unitaria a la que se producía la falta $d = 0.9$ y la resistencia de falta $R_F = 10 \Omega$, y haciendo uso del algoritmo que queda recogido en el apartado 11.3.1 del Anexo, el resultado obtenido es:

$$I_{AB0} = 20.563 - 117.16i$$

Este valor coincide con bastante exactitud con el valor esperado, lo cual justifica la validez y utilidad del algoritmo en cuestión.

Una vez demostrado lo anterior, se va a desarrollar el problema completo. El algoritmo general con las expresiones necesarias tanto para el cálculo de d y R_F , como para la estimación de la corriente homopolar de la línea sana queda recogido en el apartado 11.3.2 del Anexo de este documento. Para ello, se ha hecho uso del modelo de línea corta, pues es, con mucha diferencia, la opción con la que se obtienen unos mejores resultados.

Ahora, el sistema de ecuaciones consta de 3 expresiones con 3 incógnitas: la distancia unitaria d a la que se produce el punto de falta, la resistencia de falta R_F y la componente homopolar de la corriente en la línea sana I_{AB0} .

En consecuencia, el vector de valores del que se parte como estimación inicial tendrá igualmente 3 componentes; en este caso:

$$x_0 = [d_0 \quad R_{F0} \quad I_{AB0}] = [0.5 \quad 8 \quad 20 - 117i]$$

Y el vector con las soluciones devuelto por la función *fsolve* al aplicar el algoritmo de resolución toma los siguientes valores:

$$x = [0.90 \quad 10.00 \quad 20.56 - 117.15i]$$

Analizando las soluciones anteriores, se llega a la conclusión de que el resultado obtenido continúa en la misma línea de alta exactitud que en el apartado 4.1. Haciendo referencia a los cálculos de cortocircuito realizados para la falta monofásica, se obtuvo una corriente homopolar en la línea sana de 20.563 - 117.16i, con lo que el error relativo el que se incurre para las 2 componentes real e imaginaria es:

$$e_{real_Isana}(\%) = \frac{20.56 - 20.563}{20.563} \cdot 100 = 0.0146\%$$

$$e_{imag_Isana}(\%) = \frac{-117.15 - (-117.16)}{-117.16} \cdot 100 = 0.0085\%$$

Se puede concluir que la desviación existente es despreciable, por lo que el resultado obtenido se considera una magnífica solución para la componente homopolar de la corriente en la línea sana.

4.2. VALORACIÓN DE IMPACTOS

A continuación, se van a desarrollar los distintos tipos de impactos que la puesta en práctica de los algoritmos desarrollados en este trabajo de fin de grado puede tener sobre su entorno, tanto en materia económica, como medioambiental.

4.2.1. Impacto económico

Como ya se indicó en apartados anteriores de este documento, el impacto económico que conlleva el empleo de estos algoritmos es fundamental y, seguramente, la principal razón a favor de su implementación en la práctica por parte de empresas encargadas del mantenimiento de líneas aéreas, pues supone un recorte importante en presupuesto.

Dicho impacto económico se va a ver reflejado en relación con los siguientes costes:

- Mano de obra: Como consecuencia de la reducción de tiempo empleado en la localización de la falta frente a métodos tradicionales de búsqueda, la cantidad de horas de mano de obra necesaria por parte de los operarios responsables de la reparación de la falta se verá reducida.
- Acceso a la zona: Para aquellos casos en los que la línea a reparar se encuentre en lugares inaccesibles o de muy difícil acceso mediante vehículo terrestre, el uso de estos algoritmos evitará la necesidad de contratación de un helicóptero y las correspondientes horas de vuelo por parte de un piloto profesional en la etapa de búsqueda del fallo en la línea aérea.
- Combustible: Como consecuencia de una menor distancia a recorrer y un menor tiempo requerido en la fase de localización de la falta, el consumo en combustible será menor, lo cual repercute en un beneficio económico.

4.2.2. Impacto ambiental

Desde el punto de vista medioambiental, el desarrollo e implementación en la práctica de los algoritmos desarrollados lleva consigo una serie de acciones que respetan el medioambiente y minimizan el impacto que puede suponer la búsqueda de la falta sobre el entorno del punto en el que se produce la avería. Este entorno, en numerosas ocasiones, coincidirá con un lugar alejado de zonas urbanas en el que se sitúe un ecosistema con su fauna y flora específica.

Las principales líneas en las que el método de localización de faltas propuesto en este documento frente al método tradicional va a permitir reducir el impacto sobre el entorno ambiental son:

- Como se ha comentado anteriormente, el conocimiento del punto en el que se produce el fallo va a permitir eliminar la etapa de su búsqueda y, por tanto, una gran reducción en consumo de combustible. Ello conlleva una importante reducción en emisiones a la atmósfera, principalmente en términos de monóxido de carbono (CO), dióxido de carbono (CO₂), óxidos de nitrógeno (NO_x) y dióxido de azufre (SO₂). Además, es de suma importancia la reducción de estas emisiones en la actualidad mundial, pues son considerados gases que contribuyen al conocido *efecto invernadero*.
- Un menor tiempo de uso del vehículo en la localización de la falta permite una reducción en el nivel de ruido ocasionado, el cual puede llegar a ser muy perjudicial en ambientes naturales como consecuencia de las alteraciones que puede suponer, fundamentalmente, sobre la fauna de dicho entorno.
- Por último, la menor distancia a recorrer con el vehículo en la etapa de búsqueda del punto en el que se ha producido el fallo sobre la línea minimiza la destrucción que se puede ocasionar sobre la flora y suelo de la zona en la que se encuentra el tramo con la avería a reparar.

5. CONCLUSIONES

Una vez aportada una solución al problema propuesto en este trabajo de fin de grado, y estudiados y analizados los correspondientes resultados obtenidos, así como su impacto, se puede concluir que:

- Se ha desarrollado un algoritmo que, basado en el modelo de línea corta y principio de funcionamiento de la protección de distancia, permite la localización de faltas con una excelente precisión a partir de los datos ofrecidos por relés diferenciales en sus extremos. Dicha excelente funcionalidad del algoritmo en cuestión se pone de manifiesto en los errores relativos nulos obtenidos a la hora de determinar la distancia unitaria d a la que se producía el punto de falta con respecto a un extremo de la línea. Además, dicha desviación relativa es nula para los tres casos particulares de falta estudiados (trifásica a-b-c, bifásica b-c y monofásica a-g), y podría generalizarse para cualquier tipo de falta.
- El éxito en la consecución de este objetivo principal para el trabajo de fin de grado permite una rápida, fácil y eficaz localización del punto de una línea aérea en el que se haya podido producir una falta, lo cual trae consigo una serie de consecuencias relacionadas con un impacto muy positivo desde el punto de vista ambiental, social y, fundamentalmente, económico.
- Como aspecto negativo, cabe destacar que los resultados obtenidos a partir del algoritmo basado en el modelo de línea larga poseen unas desviaciones no deseadas en el caso de falta monofásica con respecto a los resultados a los que se debería haber llegado. Se puede pensar que dichas desviaciones son debidas fundamentalmente a:
 - En primer lugar, se han usado como datos de entrada en este trabajo los obtenidos previamente mediante cálculos de cortocircuito, en cuya realización se supuso despreciable el efecto capacitivo que toda línea posee. Sin embargo, los sistemas de ecuaciones de los algoritmos fueron desarrollados tomando como base el modelo de parámetros distribuidos, no llevándose a cabo dicha simplificación. Esta diferencia en cuanto a la resolución del problema entre ambos procedimientos lleva consigo una desviación en los resultados que, a priori, no será excesiva, pues el efecto capacitivo que presentan las líneas suele ser tan reducido que en muchas ocasiones se considera nulo.
 - En segundo lugar, como consecuencia del empleo de ecuaciones en el modelo que son no lineales, así como la necesidad de un proceso iterativo para la resolución del caso, el error introducido por la inexactitud del modelo de ecuaciones y programa en la resolución del problema puede llegar a ser considerable.

- En la práctica, la mayoría de los datos de entrada son medidos directamente de la red a partir de los relés diferenciales. Por tanto, al ser valores empíricos y no calculados ni estimados, los errores debidos a lo comentado en primer lugar serán prácticamente eliminados, y los únicos existentes serán los que derivan de imprecisiones del programa solucionador del algoritmo dado.
- Para los casos de faltas bifásica y trifásica, el número de componentes simétricas de las tensiones y corrientes que son nulas es mayor que en el caso de falta monofásica, lo cual se traduce en una simplificación importante de términos de las ecuaciones del modelo empleado para la resolución del problema. Así, las expresiones no lineales ganarán en sencillez y facilidad a la hora de su manejo, permitiendo reducir la desviación en la que se incurre al resolver el problema a valores prácticamente despreciables.
- En situaciones de falta monofásica para líneas de doble circuito, será necesario el conocimiento de la componente homopolar de la corriente en la línea en la que no se ha producido la falta. Sin embargo, para aquellas ocasiones en las que ambas líneas que conforman el doble circuito partan de subestaciones alejadas, dada la imposibilidad de disponer de este valor de corriente por parte de los relés, ha sido necesaria la búsqueda de un procedimiento alternativo para su cálculo o estimación. Teniendo en cuenta la complejidad e inexactitud que conlleva la resolución de los cálculos de cortocircuito para su obtención, el algoritmo que se ha desarrollado para su obtención es de gran utilidad, aportando un procedimiento sencillo, eficaz y de gran fiabilidad para su estimación.

6. LÍNEAS FUTURAS

Dada la limitación de tiempo para la realización del trabajo de fin de grado, a continuación se indica alguna posible alternativa de línea de investigación en la que podrían centrarse trabajos de fin de grado o de fin de máster futuros, en relación a lo que se ha estudiado en este documento:

- Los errores relativos obtenidos en la implementación del algoritmo basado en el modelo de línea larga, fundamentalmente para el caso de falta monofásica, dejan la puerta abierta para una nueva posible tarea en la que se trabaje con el objetivo principal de localizar la fuente de dicho error cometido y minimizarlo en la mayor medida posible, permitiendo así la obtención de unos resultados más exactos y, por tanto, validando el algoritmo en cuestión.
 - La posible respuesta dada a este problema propuesto podría girar en torno a la búsqueda de mejoras en el modelo de ecuaciones que lo hicieran más preciso, es decir, un sistema de ecuaciones no lineales con un menor error introducido en su resolución; así como la búsqueda y empleo de una función de *Matlab* distinta de *fsolve* como elemento solucionador del proceso iterativo necesario en la resolución del problema.
 - Otra posible línea de mejora para reducir la desviación obtenida podría centrarse en la posibilidad de resolución de los cálculos de cortocircuito considerando los efectos capacitivos que poseen las líneas, es decir, sin aplicar la simplificación de despreciarlos que en este documento se llevó a cabo. Esto permitirá obtener unos valores de corrientes y tensiones en las líneas más fieles a los datos que, en la práctica, nos suministrarían los relés, y que ofrecerá resultados más exactos una vez introducidos en el correspondiente algoritmo de resolución. Todo ello teniendo en cuenta y manteniendo las características que se comentaron del caso de línea de doble circuito, en las que existe un acoplamiento mutuo a la secuencia homopolar entre ambas líneas con falta y sin falta.
- Por último, dejando a un lado las posibles líneas de investigación que tienen como objetivo reducir las desviaciones en las que en este trabajo se ha incurrido, otra opción de trabajo relacionado con el tema de localización de faltas que podría tratarse en trabajos posteriores podría incluir el estudio de una gran variedad de tipos de falta más extensa que en la que en este documento se han tratado. Para ello, sería útil el desarrollo de un único algoritmo general que permitiera la resolución del problema para cualquier tipo de falta posible en la práctica en función de los datos de entrada que ofrecen los relés.

7. BIBLIOGRAFÍA

La bibliografía recomendada que ha sido, en este caso, necesaria para la investigación, desarrollo y redacción de este trabajo de fin de grado, de mayor a menor importancia, es la siguiente:

- E. Rosolowski, J. Izykowski, M. Saha; Fault Location Algorithm for use with Current Differential Protective Relays of Double-Circuit Line, Power Tech, 2009 IEEE Bucarest.
- Norma “IEE Std. C37.114™-2004: IEEE Guide for Determining Fault Location on AC Transmission and Distribution Lines” del Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)
- J. Izykowski, E. Rosolowski, M. Saha; A new Fault Location Algorithm for use with Current Differential Protective Relays of two-terminal Line, 16th Power Systems Computation Conference, 2008 Glasgow.
- Libro “Teoría de circuitos. Volumen II” por Valentín M. Parra Prieto, Ángel Pérez Coyto, Antonio Pastor Gutiérrez y Jesús Ortega Jiménez
- Libro “Problemas resueltos de Electrotecnia” por Araceli Hernández, Rosa María de Castro, Mohamed Izzeddine, Rafael Asensi, Julio Martínez y Sergio Martínez.
- Libro “Análisis de sistemas de potencia” por John J. Grainger y William D. Stevenson Jr.
- Diapositivas de la asignatura “Instalaciones Eléctricas I” de la especialidad de Ingeniería Eléctrica del Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales
- Apuntes de la asignatura “Sistemas de Energía I” de la especialidad de Ingeniería Eléctrica del Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales
- Apuntes de la asignatura “Medidas Eléctricas y Protecciones” de la especialidad de Ingeniería Eléctrica del Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

8. PLANIFICACIÓN TEMPORAL Y PRESUPUESTO

En este apartado se detalla tanto la planificación temporal como el presupuesto que ha sido necesario para el desarrollo y realización de este trabajo de fin de grado, desde la primera etapa de documentación hasta la última de redacción del mismo.

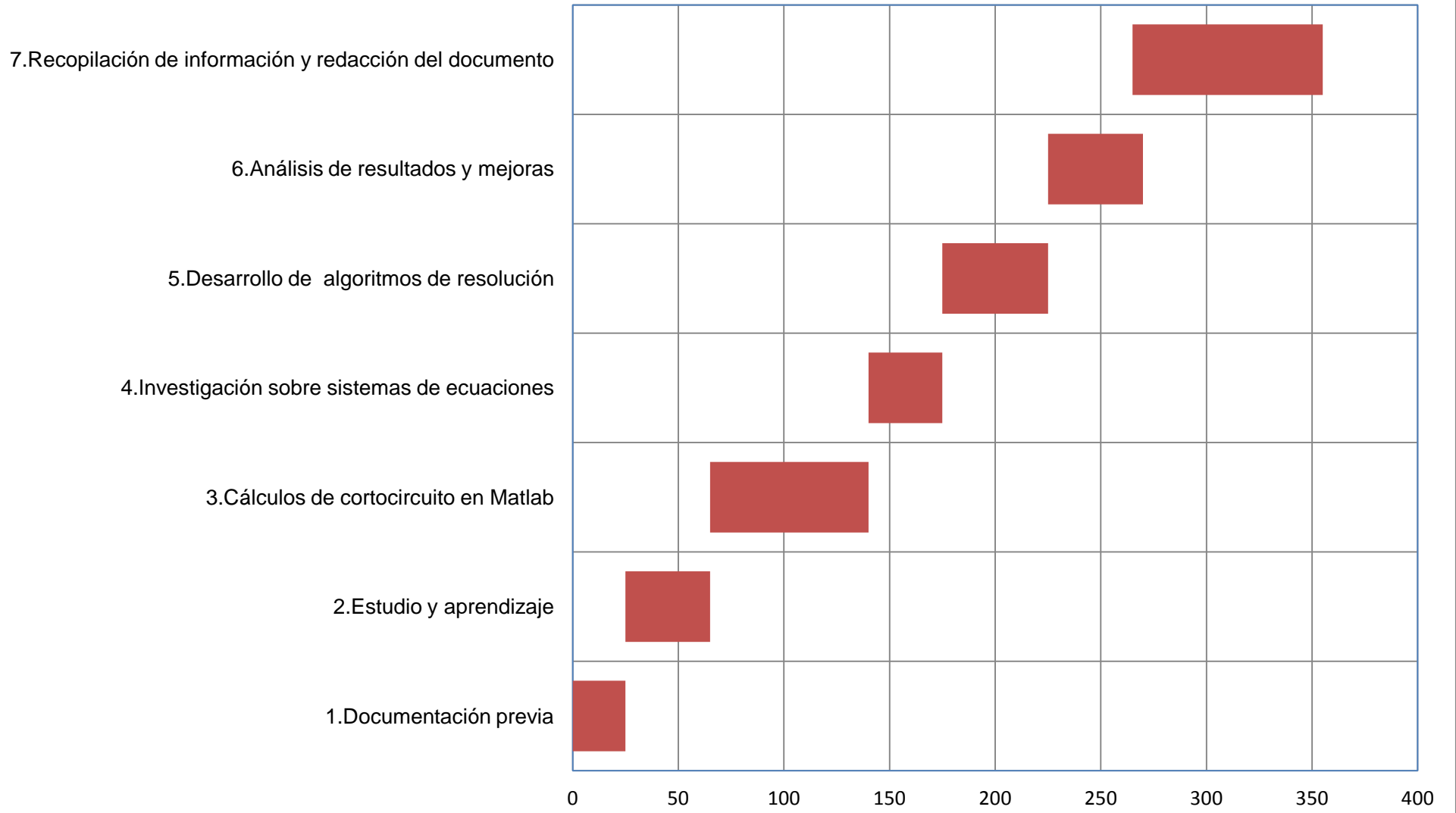
8.1. Planificación temporal

El trabajo en su conjunto consta de en torno a 360 horas, según la normativa de créditos ECTS que, efectivamente, coincide aproximadamente con el tiempo requerido. Así, las fases en las que puede dividirse ese cúmulo de horas con la estimación de tiempo dedicado entre paréntesis para cada etapa, incluyendo las reuniones semanales con el tutor, son:

1. Documentación e investigación previa acerca del tema propuesto y otros temas posibles desechados: Búsqueda de antecedentes, alternativas de resolución, y demás experiencias en el sector industrial relacionadas con el trabajo propuesto. (25 horas)
2. Estudio y aprendizaje de la teoría de componentes simétricas y de problemas de cortocircuitos. Esto fue totalmente necesario para el posterior desarrollo del trabajo, pues la teoría de componentes simétricas no se estudia hasta la asignatura Sistemas de Energía I del segundo semestre del cuarto curso, y los cálculos de cortocircuito son materia de asignaturas del Máster Universitario en Ingeniería Industrial. A ello se ha sumado un tiempo de repaso de los métodos de resolución por análisis de nudos estudiados en la asignatura Electrotecnia I del grado. (40 horas)
3. Implementación en *Matlab* de los códigos de programación necesarios para la resolución de los cálculos de cortocircuito para cada tipo de falta, y así poder disponer de los datos de corrientes y tensiones que nos suministrarían los relés diferenciales (75 horas).
4. Lectura de diferentes artículos e investigación acerca de sistemas de ecuaciones empleados para la resolución del problema planteado, tanto para el cálculo de la distancia unitaria al punto de falta d y la resistencia de falta R_F , como para la estimación de la componente homopolar de la corriente en la línea sana I_{AB0} para aquellos casos en los que no se puede disponer de este dato. (35 horas)
5. Desarrollo de los algoritmos de programación en *Matlab* de modelo de línea larga y corta, así como el estimador de la corriente homopolar de la línea sana. (50 horas)
6. Análisis de calidad de la solución, basado en la realización de distintas pruebas con el fin de obtener los mejores resultados posibles y en la continua búsqueda de mejoras para reducir el error cometido. (45 horas)
7. Por último, recopilación de datos, información y resultados para llevar a cabo la redacción de este documento. (90 horas)

Las etapas necesarias para la realización del trabajo en función del tiempo estimado requerido para cada una quedan plasmadas en el siguiente diagrama de Gantt:

Diagrama de Gantt



8.2. Presupuesto del trabajo de fin de grado

En este apartado, se incluye la partida de gastos a los que se ha hecho frente durante la realización de este proyecto, cuyo contenido queda desarrollado en los puntos siguientes:

- En primer lugar, se tiene un gasto como consecuencia de las horas invertidas por el alumno. Se va a suponer un precio de la hora dedicada por un recién titulado en ingeniería de unos 10 €, teniendo en cuenta las 360 horas de duración previamente estimadas que ha podido llevar la realización del trabajo en su conjunto. Ésta constituye, sin duda, la partida más importante.
- En cuanto al coste referente a las horas dedicadas por el tutor para la dirección, seguimiento y supervisión de las tareas, se ha supuesto un precio medio de la hora del docente de unos 25 €, para un total de unas 40 horas invertidas.
- La licencia anual de la versión *Matlab Student*, además de ser la más económica, es suficiente para la realización de lo requerido en este trabajo de fin de grado, pues otras herramientas o aplicaciones como *Simulink* no son necesarias. El precio es de 35 € más IVA (21 %), al cual se ha aplicado un factor reductor del 30% teniendo en cuenta que la misma licencia se ha empleado para realizar 3 trabajos a la vez durante el curso.
- Para el desarrollo y aplicación de los algoritmos es de vital importancia el uso de un ordenador con un sistema operativo instalado capaz de trabajar en adecuadas condiciones con cualquier versión moderna de *Matlab*. Teniendo en cuenta el elevado número de horas que conlleva la realización del trabajo se va a considerar un uso del ordenador, de un precio medio estimado de 500 €, con un factor de reducción aplicado muy reducido, de en torno al 5%.
- También supone un gasto adicional el traslado en transporte público al lugar de reunión con el tutor, dado el importante número de reuniones necesarias para la supervisión del trabajo. Para la estimación de esta partida, se ha supuesto el gasto del abono mensual de 20 € durante los 7 meses en los que se ha realizado el trabajo, aplicando un correspondiente factor de reducción del 10%.
- Igualmente será necesario un consumo eléctrico para las horas necesarias de trabajo con ordenador, que prácticamente constituyen toda la duración del trabajo de fin de grado. A un precio actual del kWh de electricidad de 0,108 €/kWh y un ordenador con un consumo de unos 80 W, se obtiene una estimación del gasto en consumo eléctrico de en torno a 3,5 €.
- En cuanto al material de escritura e imprenta necesario para llevar a cabo el trabajo se ha supuesto un gasto de unos 10 € en total.

De esta forma, las partidas de presupuesto quedan recogidas en la siguiente tabla:

	Horas dedicadas	Precio a la hora (€/h)	Gasto(€)
Estudiante	360	10	3600
Tutor	40	25	1000

	Precio(€)	Factor reductor (%)	Gasto(€)
Licencia de <i>Matlab Student</i>	42,35	30	12,705
Ordenador	500	5	25
Transporte al lugar de reunión	140	10	14
Consumo eléctrico de la red	3,5		3,5
Material de escritura e imprenta	10		10

Gasto total(€)	4665,205
-----------------------	----------

En consecuencia, el gasto total o presupuesto general de este trabajo de fin de grado asciende a la cifra de 4665,205 €, lo cual supone un gasto bastante asequible para cualquier empresa en relación con los beneficios que la aplicación de los algoritmos aquí desarrollados puede suponer.

9. ABREVIATURAS, UNIDADES Y ACRÓNIMOS

ABREVIATURA	VARIABLE	UNIDADES (S.I)
A	Amperio: Unidad de medida de corriente	A
a_0	Coficiente de la tensión en el punto de falta de secuencia homopolar	Adimensional
a_1	Coficiente de la tensión en el punto de falta de secuencia directa	Adimensional
a_2	Coficiente de la tensión en el punto de falta de secuencia inversa	Adimensional
a_{F0}	Coficiente de la corriente de falta de secuencia homopolar	Adimensional
a_{F1}	Coficiente de la corriente de falta de secuencia directa	Adimensional
a_{F2}	Coficiente de la corriente de falta de secuencia inversa	Adimensional
b_{F1}	Coficiente dependiente del tipo de falta monofásica	Adimensional
C'_{0LA}	Capacitancia unitaria de la línea en componente homopolar	F/m
C'_{0m}	Capacitancia unitaria mutua entre ambas líneas en componente homopolar	F/m
C'_{1LA}	Capacitancia unitaria de la línea en componente directa	F/m
d	Distancia unitaria al punto de falta	p.u.
d_0	Estimación inicial de la distancia unitaria al punto de falta	p.u.
$e_d(\%)$	Error relativo porcentual en el que se incurre en el cálculo de la distancia unitaria	%
$e_{RF}(\%)$	Error relativo porcentual en el que se incurre en el cálculo de la resistencia de falta	%
F	Faraday: Unidad de medida de capacitancia	F
g	ground o tierra	
G'_{0LA}	Conductancia unitaria de la línea en componente homopolar	S/m
γ_{0LA}	Constante de propagación de la línea en componente homopolar	Adimensional
G'_{1LA}	Conductancia unitaria de la línea en componente directa	S/m
γ_{1LA}	Constante de propagación de la línea en componente directa	Adimensional

H	Herrio: Unidad de medida de inductancia	H
I_a	Corriente en fase A	A
I_{Ap}	Corriente de lazo	A
I_{AA0}	Componente homopolar de la corriente de la línea con falta en el extremo A	A
I_{AA1}	Componente directa de la corriente de la línea con falta en el extremo A	A
I_{AA2}	Componente inversa de la corriente de la línea con falta en el extremo A	A
I_{AB0}	Componente homopolar de la línea sana en el extremo A	A
I_b	Corriente en fase B	A
I_{BA0}	Componente homopolar de la corriente de la línea con falta en el extremo B	A
I_{BA1}	Componente directa de la corriente de la línea con falta en el extremo B	A
I_{BA2}	Componente inversa de la corriente de la línea con falta en el extremo B	A
I_c	Corriente en fase C	A
I_F	Corriente de falta	A
I_{F0}	Componente de secuencia homopolar de la corriente de falta	A
I_{F1}	Componente de secuencia directa de la corriente de falta	A
I_{F2}	Componente de secuencia inversa de la corriente de falta	A
I_{res}	Corriente residual de la línea con falta	A
I'_{res}	Corriente residual de la línea sana	A
k	Coficiente corrector	Adimensional
k_M	Coficiente corrector por efecto de acoplamientos	Adimensional
ℓ	Longitud de la línea	m
L'_{OLA}	Inductancia unitaria de la línea en componente homopolar	H/m
L'_{1LA}	Inductancia unitaria de la línea en componente directa	H/m

m	Metro: Unidad de longitud	m
R'_{0LA}	Resistencia unitaria de la línea en componente homopolar	Ω/m
R'_{1LA}	Resistencia unitaria de la línea en componente directa	Ω/m
rad	Radián: Unidad de medida del ángulo	rad
R_F	Resistencia de falta	Ω
R_{F0}	Estimación inicial de la resistencia de falta	Ω
S	Siemens: Unidad de medida de conductancia	S
s	Segundo: Unidad de medida del tiempo	s
U_a	Tensión en fase A	V
U_A^0	Tensión de prefallo en el nudo A	V
U_{A0}	Componente homopolar de la tensión en el extremo A de la línea	V
U_{A1}	Componente directa de la tensión en el extremo A de la línea	V
U_{A2}	Componente inversa de la tensión en el extremo A de la línea	V
U_{AFp}	Tensión de lazo en el punto de falta F	V
U_b	Tensión en fase B	V
U_B^0	Tensión de prefallo en el nudo B	V
U_{B0}	Componente homopolar de la tensión en el extremo B de la línea	V
U_{B1}	Componente directa de la tensión en el extremo B de la línea	V
U_{B2}	Componente inversa de la tensión en el extremo B de la línea	V
U_c	Tensión en fase C	V
U_F^0	Tensión de prefallo en el nudo de falta F	V
U_{F0}	Componente de secuencia homopolar de la tensión en el punto de falta	V
U_{F1}	Componente de secuencia directa de la tensión en el punto de falta	V
U_{F2}	Componente de secuencia inversa de la tensión en el punto de falta	V

V	Voltio: Unidad de medida de tensión	V
Z'_{0LA}	Impedancia unitaria de la línea en componente homopolar	Ω/m
Z_{0m}	Impedancia mutua entre ambas líneas en componente homopolar	Ω
Z'_{0m}	Impedancia mutua unitaria entre ambas líneas en componente homopolar	Ω/m
Z_{1A}	Impedancia del sistema equivalente conectado al extremo A	Ω
Z_{1B}	Impedancia del sistema equivalente conectado al extremo B	Ω
Z'_{1LA}	Impedancia unitaria de la línea en componente directa	Ω/m
Z_{C0LA}	Impedancia característica de la línea en componente homopolar	Ω
Z_{C1LA}	Impedancia característica de la línea en componente directa	Ω
Z_p	Impedancia de línea hasta el punto de falta	Ω
ΔI_{AA1}	Componente directa de la corriente incremental en el extremo A de la línea con falta	A
Ω	Ohmio: Unidad de medida de resistencia	Ω
ω	Pulsación angular	rad/s

10. ANEXO

En este último apartado de este trabajo de fin de grado se incluyen los códigos de *Matlab* empleados para la realización del mismo, cuyo índice se corresponde con el siguiente:

10.1.	Algoritmos para los cálculos de cortocircuito.....	69
10.1.1.	Falta trifásica a-b-c.....	69
10.1.2.	Falta bifásica b-c.....	71
10.1.3.	Falta monofásica a-g.....	72
10.2.	Algoritmos para la localización de faltas mediante el modelo de línea corta.....	74
10.2.1.	Falta trifásica a-b-c.....	74
10.2.2.	Falta bifásica b-c.....	75
10.2.3.	Falta monofásica a-g.....	76
10.3.	Algoritmos para la localización de faltas mediante el modelo de línea larga.....	77
10.3.1.	Falta trifásica a-b-c.....	77
10.3.2.	Falta bifásica b-c.....	78
10.3.3.	Falta monofásica a-g.....	79
10.4.	Algoritmos para la localización de faltas con estimación de la componente homopolar de la corriente en la línea sana.....	80
10.4.1.	Justificación de la validez del algoritmo estimador de la corriente homopolar en la línea sana.....	81

A continuación, se muestran los códigos de cada uno de ellos.

10.1. Algoritmos para los cálculos de cortocircuito

10.1.1. Falta trifásica a-b-c

```
%Falta trifásica
Z1B=0.0276+0.315j;
Z1A=0.0276+0.315j;
I=300;
d=0.9*I;
Rf=10;
Z1SA=2.615+14.829j;
Z1SB=2*Z1SA;
```

```

UsaB=((400*1000*cos(-30*pi/180))/sqrt(3))+(((400*1000*sin(-30*pi/180))/sqrt(3))*i);
UsaA=((400*1000)/sqrt(3))+0*i;
[Yn]=[(1/Z1SA)+(1/(Z1B*I))+(1/(Z1A*d)), -1/(Z1A*d), -1/(Z1B*I);
-1/(Z1A*d), (1/(Z1A*d))+(1/(Z1A*(I-d))), -1/(Z1A*(I-d)); -1/(Z1B*I), -1/(Z1A*(I-
d)), (1/(Z1B*I))+(1/Z1SB)+(1/(Z1A*(I-d)))];
[Zn]=inv(Yn);

```

%Condiciones de prefallo

```

[inIN]=[UsaA/Z1SA;0;UsaB/Z1SB];
Un=Zn*inIN;
Ufo=Un(2);
If=Ufo/(Zn(2,2)+Rf);

```

%Tras el fallo

```

[Ynp]=[(1/Z1SA)+(1/(Z1B*I))+(1/(Z1A*d)), -1/(Z1A*d), -1/(Z1B*I);
-1/(Z1A*d), (1/(Z1A*d))+(1/(Z1A*(I-d)))+(1/Rf), -1/(Z1A*(I-d)); -1/(Z1B*I), -1/(Z1A*(I-
d)), (1/(Z1B*I))+(1/Z1SB)+(1/(Z1A*(I-d)))];
[Znp]=inv(Ynp);
Unp=Znp*inIN;
Uf=Unp(2);

```

%Tensiones en componentes simétricas de A y B

```

Ua1p=Un(1);
Ub1p=Un(3);
Ua1pp=(-Ufo*(Zn(1,2)/(Rf+Zn(2,2))));
Ub1pp=(-Ufo*(Zn(2,3)/(Rf+Zn(2,2))));
Ua1=Ua1p+Ua1pp;
Ub1=Ub1p+Ub1pp;

```

%Tensión en nudo A y B

```

a=-0.5+0.866i;
[T]=[ 1, 1, 1; 1, a*a, a; 1, a, a*a];
[Ua]=[T]*[0;Ua1;0];
[Ub]=[T]*[0;Ub1;0];

```

%Corriente en nudo A

```

I0AA=0;
I1AA=((Ua1-Uf)/(Z1A*d));
I2AA=0;
[Ia]=[T]*[I0AA;I1AA;I2AA];

```

%Corriente en nudo B

```

I0BA=0;
I1BA=((Ub1-Uf)/(Z1B*(I-d)));
I2BA=0;
[Ib]=[T]*[I0BA;I1BA;I2BA];

```

%Corriente en línea sana

```

I0AB=0;
I1AB=(Ua1-Ub1)/(Z1A*I);
I2AB=0;
[Isana]=[T]*[I0AB;I1AB;I2AB];

```

10.1.2. Falta bifásica b-c

%Falta bifásica

```

Z1B=0.0276+0.315i;
Z1A=0.0276+0.315i;
l=300;
d=0.9*l;
Rf=10;
Z1SA=2.615+14.829i;
Z1SB=2*Z1SA;
UsaB=((400*1000*cos(-30*pi/180))/sqrt(3))+(((400*1000*sin(-30*pi/180))/sqrt(3))*i);
UsaA=((400*1000)/sqrt(3))+0*i;
[Yn]=[(1/Z1SA)+(1/(Z1B*I))+1/(Z1A*d),-1/(Z1A*d),-1/(Z1B*I);-
1/(Z1A*d),(1/(Z1A*d))+1/(Z1A*(l-d)), -1/(Z1A*(l-d));-1/(Z1B*I),-1/(Z1A*(l-
d)),(1/(Z1B*I))+1/Z1SB+1/(Z1A*(l-d))];
[Zn]=inv(Yn);

```

%Condiciones prefallo

```

[inIN]=[UsaA/Z1SA;0;UsaB/Z1SB];
Un=Zn*inIN;
Ufo=Un(2);

```

%Tensión del nudo A y del nudo B

```

Ua1p=Un(1);
Ub1p=Un(3);
Ua1pp=-Zn(1,2)*Ufo/(Zn(2,2)+Rf+Zn(2,2));
Ub1pp=-Zn(3,2)*Ufo/(Zn(2,2)+Rf+Zn(2,2));
Ua1=Ua1p+Ua1pp;
Ub1=Ub1p+Ub1pp;
Ua2=-Zn(1,2)*(-Ufo)/(Zn(2,2)+Rf+Zn(2,2));
Ub2=-Zn(3,2)*(-Ufo)/(Zn(2,2)+Rf+Zn(2,2));
a=-0.5+0.866i;
[T]=[ 1, 1, 1; 1, a*a, a; 1, a, a*a];
[Ua]=[T]*[0;Ua1;Ua2];
[Ub]=[T]*[0;Ub1;Ub2];

```

%Corrientes simétricas por la falta

```

I1A=-Ua1pp/Zn(1,2);
I1B=-Ub1pp/Zn(3,2);
I2A=-Ua2/Zn(1,2);
I2B=-Ub2/Zn(3,2);

```

%Corriente en nudo A

```

UA1=Zn(1,2)*(-I1A);
UA2=Zn(1,2)*(-I2A);
UP1=Zn(2,2)*(-I1A);
UP2=Zn(2,2)*(-I2A);
I1AA=((UA1-UP1)/(Z1A*d))+((Un(1)-Ufo)/(Z1A*d));
I2AA=(UA2-UP2)/(Z1A*d);
IOAA=0;
[Ia]=[T]*[IOAA;I1AA;I2AA];

```

%Corriente en nudo B

```

UB1=Zn(3,2)*(-I1B);
UB2=Zn(3,2)*(-I2B);
UP1=Zn(2,2)*(-I1B);
UP2=Zn(2,2)*(-I2B);
I1BA=((UB1-UP1)/(Z1A*(l-d))+((Un(3)-Ufo)/(Z1B*(l-d)));
I2BA=(UB2-UP2)/(Z1B*(l-d));
I0BA=0;
[Ib]=[T]*[I0BA;I1BA;I2BA];
    
```

%Corriente en línea sana

```

I0AB=0;
I1AB=(Ua1-Ub1)/(Z1A*l);
I2AB=(Ua2-Ub2)/(Z1A*l);
[Isana]=[T]*[I0AB;I1AB;I2AB];
    
```

10.1.3. Falta monofásica a-g

%Falta monofásica

```

Z1B=0.0276+0.315i;
Z1A=0.0276+0.315i;
l=300;
d=0.9*l;
Rf=10;
Z1SA=2.615+14.829j;
Z1SB=2*Z1SA;
UsaB=((400*1000*cos(-30*pi/180))/sqrt(3))+((400*1000*sin(-30*pi/180))/sqrt(3))*i;
UsaA=((400*1000)/sqrt(3))+(0*i);
[Yn]=[1/(Z1SA)+(1/(Z1B*l))+(1/(Z1A*d)), -1/(Z1A*d), -1/(Z1B*l);
      -1/(Z1A*d), (1/(Z1A*d))+(1/(Z1A*(l-d))), -1/(Z1A*(l-d)); -1/(Z1B*l), -1/(Z1A*(l-
d)), (1/(Z1B*l))+(1/(Z1SB)+(1/(Z1A*(l-d)))]];
[Zn]=inv(Yn);
    
```

%Condiciones de prefallo

```

[inIN]=[UsaA/Z1SA;0;UsaB/Z1SB];
Un=Zn*inIN;
Ufo=Un(2);
    
```

%Datos red secuencia homopolar

```

Z0B=0.275+1.0265i;
Z0A=0.275+1.0265i;
Z0m=0.21+0.628i;
Z0SA=4.637+26.297j;
Z0SB=2*Z0SA;
[Y0]=[1/(Z0SA)+(1/(Z0m*d)), -1/(Z0m*d), 0,0,0; -1/(Z0m*d), (1/(Z0m*d))+(1/((Z0B-
Z0m)*l))+(1/((Z0A-Z0m)*d)), -1/((Z0A-Z0m)*d), -1/((Z0B-Z0m)*l), 0;0, -1/((Z0A-
Z0m)*d), (1/((Z0A-Z0m)*d))+(1/((Z0A-Z0m)*(l-d))), -1/((Z0A-Z0m)*(l-d)), 0;0, -1/((Z0B-Z0m)*l), -
1/((Z0A-Z0m)*(l-d)), (1/((Z0B-Z0m)*l))+(1/(Z0m*(l-d)))+(1/((Z0A-Z0m)*(l-d))), -1/(Z0m*(l-
d));0,0,0, -1/(Z0m*(l-d)), (1/(Z0m*(l-d)))+(1/Z0SB)];
[Z0]=inv(Y0);
    
```


%Corriente de falta en componentes simétricas

```

I0=Ufo/(Zn(2,2)+Zn(2,2)+Z0(3,3)+(3*Rf));
I1=I0;
I2=I0;

```

%Tensión del nudo A y del B

```

Ua0=-Z0(1,3)*I2;
Ua1=-Zn(1,2)*I2 + Un(1);
Ua2=-Zn(1,2)*I2;
Ub0=-Z0(5,3)*I2;
Ub1=-Zn(3,2)*I2 + Un(3);
Ub2=-Zn(3,2)*I2;
a=-0.5+0.866i;
[T]=[ 1, 1, 1; 1, a*a, a; 1, a, a*a];
[Ua]=[T]*[Ua0;Ua1;Ua2];
[Ub]=[T]*[Ub0;Ub1;Ub2];

```

%Corriente en nudo A

```

Uap0=-Z0(2,3)*I2;
Uap1=-Zn(1,2)*I2;
Uap2=-Zn(1,2)*I2;
UP0=-Z0(3,3)*I2;
UP1=-Zn(2,2)*I2;
UP2=-Zn(2,2)*I2;
I0AA=(Uap0-UP0)/((Z0A-Z0m)*d);
I1AA=((Uap1-UP1)/(Z1A*d))+((Un(1)-Ufo)/(Z1A*d));
I2AA=(Uap2-UP2)/(Z1A*d);
[Ia]=[T]*[I0AA;I1AA;I2AA];

```

%Corriente en nudo B

```

Ubp0=-Z0(4,3)*I2;
Ubp1=-Zn(3,2)*I2;
Ubp2=-Zn(3,2)*I2;
I0BA=(Ubp0-UP0)/((Z0B-Z0m)*(l-d));
I1BA=((Ubp1-UP1)/(Z1B*(l-d))+((Un(3)-Ufo)/(Z1B*(l-d)));
I2BA=(Ubp2-UP2)/(Z1B*(l-d));
[Ib]=[T]*[I0BA;I1BA;I2BA];

```

%Corriente en línea sana

```

I0AB=(Uap0-Ubp0)/((Z0A-Z0m)*l);
I1AB=(Uap1-Ubp1)/(Z1A*l);
I2AB=(Uap2-Ubp2)/(Z1A*l);
[Isana]=[T]*[I0AB;I1AB;I2AB];

```

10.2. Algoritmos para la localización de faltas mediante el modelo de línea corta

10.2.1. Falta trifásica a-b-c

```
function[F]=modelocorta_trifasica(x)
```

```
%Parámetros de la línea
```

```
l=300;
Z1=0.0276+0.315i;
Z0=0.275+1.0265i;
Z0m=0.21+0.628i;
C1=13e-09;
C0=8.5e-09;
Y1=(100*pi*C1)*i;
Y0=(100*pi*C0)*i;
gamma1=sqrt(Z1*Y1);
gamma0=sqrt(Z0*Y0);
Zc1=sqrt(Z1/Y1);
Zc0=sqrt(Z0/Y0);
```

```
%Coeficientes dependientes del tipo de falta
```

```
a=-0.5+0.866i;
a1=1-(a*a);
a2=1-a;
a0=0;
af1=1-(a*a);
af2=1-a;
af0=0;
```

```
%Datos suministrados por los relés
```

```
VA1=1.8123e+05 - 1.6218e+04i;
VA2=0;
VA0=0;
IA1=8.7641e+02 - 1.9144e+03i;
IA2=0;
IA0=0;
IB1=3.1237e+02 - 5.7347e+03i;
IB2=0;
IB0=0;
Isana0=0;
```

```
%Ecuaciones del modelo
```

```
VAp=a1*VA1+a2*VA2+a0*VA0;
IAAp=a1*IA1+a2*IA2+a0*(((Z0*1)/(Z1*1))*IA0)+(((Z0m*1)/(Z1*1))*Isana0);
M12=af1*(IA1+IB1)+af2*(IA2+IB2);
```

```
F(1)=x(1)-(((real(VAp)*imag(M12))-imag(VAp)*real(M12)))/((real(Z1*1*IAAp)*imag(M12))-imag(Z1*1*IAAp)*real(M12)));
```

```
F(2)=x(2)-((real(VAp)-x(1))*real(Z1*1*IAAp))/real(M12);
```

```
end
```

10.2.2. Falta bifásica b-c

```
function[F]=modelocorta_bifasica(x)
```

```
%Parámetros de la línea
```

```
l=300;
Z1=0.0276+0.315i;
Z0=0.275+1.0265i;
Z0m=0.21+0.628i;
C1=13e-09;
C0=8.5e-09;
Y1=(100*pi*C1)*i;
Y0=(100*pi*C0)*i;
gamma1=sqrt(Z1*Y1);
gamma0=sqrt(Z0*Y0);
Zc1=sqrt(Z1/Y1);
Zc0=sqrt(Z0/Y0);
```

```
%Coeficientes dependientes del tipo de falta
```

```
a=-0.5+0.866i;
a1=(a*a)-a;
a2=a-(a*a);
a0=0;
af1=0;
af2=a-(a*a);
af0=0;
```

```
%Información suministrada por los relés
```

```
VA1=2.0209e+005 -1.3478e+004i;
VA2=2.2976e+004 -5.0725e+003i;
VA0=0;
IA1=6.0501e+002 -1.0730e+003i;
IA2=3.5446e+001 +9.8802e+002i;
IA0=0;
IB1=-6.4629e+002 -3.0758e+003i;
IB2=5.8330e+000 +3.1608e+003i;
IB0=0;
Isana0=0;
```

```
%Ecuaciones del modelo
```

```
VAp=a1*VA1+a2*VA2+a0*VA0;
IAAp=a1*IA1+a2*IA2+a0*((Z0*I)/(Z1*I))*IA0+((Z0m*I)/(Z1*I))*Isana0;
M12=af1*(IA1+IB1)+af2*(IA2+IB2);
```

```
F(1)=x(1)-(((real(VAp)*imag(M12))-(imag(VAp)*real(M12)))/((real(Z1*I*IAAp)*imag(M12))-
(imag(Z1*I*IAAp)*real(M12))));
```

```
F(2)=x(2)-((real(VAp)-x(1))*real(Z1*I*IAAp))/real(M12);
```

```
end
```

10.2.3. Falta monofásica a-g

```
function[F]=modelocorta_monofasica(x)
```

```
%Parámetros de la línea
```

```
l=300;
Z1=0.0276+0.315i;
Z0=0.275+1.0265i;
Z0m=0.21+0.628i;
C1=13e-09;
C0=8.5e-09;
Y1=(100*pi*C1)*i;
Y0=(100*pi*C0)*i;
gamma1=sqrt(Z1*Y1);
gamma0=sqrt(Z0*Y0);
Zc1=sqrt(Z1/Y1);
Zc0=sqrt(Z0/Y0);
```

```
%Coeficientes dependientes del tipo de falta
```

```
a=-0.5+0.866i;
a1=1;
a2=1;
a0=1;
af1=0;
af2=3;
af0=0;
```

```
%Información suministrada por los relés
```

```
VA1=2.1508e+05 - 1.7366e+04i;
VA2=-9.9862e+03 + 1.1846e+03i;
VA0=-1.1071e+04 + 4.0834e+02i;
IA1=6.6721e+02 - 5.0666e+02i;
IA2=2.6752e+01 - 4.2170e+02i;
IA0=3.6372e+01 - 2.9378e+02i;
IB1=-5.0912e+02 - 1.2596e+03i;
IB2=1.3133e+02 - 1.3445e+03i;
IB0=1.2171e+02 - 1.4724e+03i;
Isana0=2.0563e+01 - 1.1716e+02i;
```

```
%Ecuaciones del modelo
```

```
VAp=a1*VA1+a2*VA2+a0*VA0;
IAAp=a1*IA1+a2*IA2+a0*((Z0*I)/(Z1*I))*IA0+(((Z0m*I)/(Z1*I))*Isana0);
M12=af1*(IA1+IB1)+af2*(IA2+IB2);
```

```
F(1)=x(1)-(((real(VAp)*imag(M12))-imag(VAp)*real(M12)))/((real(Z1*I*IAAp)*imag(M12))-
(imag(Z1*I*IAAp)*real(M12))));
```

```
F(2)=x(2)-((real(VAp)-(x(1)*real(Z1*I*IAAp)))/real(M12));
```

```
end
```

10.3. Algoritmos para la localización de faltas mediante el modelo de línea larga

10.3.1. Falta trifásica a-b-c

```
function[F]=modelolarga_trifasica(x)
```

```
%Parámetros de la línea
```

```
l=300;
Z1=0.0276+0.315i;
Z0=0.275+1.0265i;
Z0m=0.21+0.628i;
C1=13e-09;
C0=8.5e-09;
Y1=(100*pi*C1)*i;
Y0=(100*pi*C0)*i;
gamma1=sqrt(Z1*Y1);
gamma0=sqrt(Z0*Y0);
Zc1=sqrt(Z1/Y1);
Zc0=sqrt(Z0/Y0);
```

```
%Coeficientes dependientes del tipo de falta
```

```
a=-0.5+0.866i;
a1=1-(a*a);
a2=1-a;
a0=0;
af1=1-(a*a);
af2=1-a;
af0=0;
```

```
%Datos suministrados por los relés
```

```
VA1=1.8123e+05 - 1.6218e+04i;
VA2=0;
VA0=0;
IA1=8.7641e+02 - 1.9144e+03i;
IA2=0;
IA0=0;
IB1=3.1237e+02 - 5.7347e+03i;
IB2=0;
IB0=0;
Isana0=0;
```

```
%Ecuaciones del modelo
```

```
Vf1=(VA1*cosh(gamma1*l*x(1)))-(Zc1*IA1*sinh(gamma1*l*x(1)));
Vf2=(VA2*cosh(gamma1*l*x(1)))-(Zc1*IA2*sinh(gamma1*l*x(1)));
Vf0=(VA0*cosh(gamma0*l*x(1)))-(Zc0*IA0*sinh(gamma0*l*x(1)))-(x(1)*Z0m*Isana0);
VAFp=a1*Vf1+a2*Vf2+a0*Vf0;
M1=IB1+(IA1*cosh(gamma1*l))-(VA1*sinh(gamma1*l)/Zc1);
M2=IB2+(IA2*cosh(gamma1*l))-(VA2*sinh(gamma1*l)/Zc1);
```

```
F(1)=real(VAFp*cosh(gamma1*l*(1-x(1)))-(x(2)*(af1*M1+af2*M2)));
F(2)=imag(VAFp*cosh(gamma1*l*(1-x(1)))-(x(2)*(af1*M1+af2*M2)));
```

```
end
```

10.3.2. Falta bifásica b-c

```
function[F]=modelolarga_bifasica(x)
```

```
%Parámetros de la línea
```

```
l=300;
Z1=0.0276+0.315i;
Z0=0.275+1.0265i;
Z0m=0.21+0.628i;
C1=13e-09;
C0=8.5e-09;
Y1=(100*pi*C1)*i;
Y0=(100*pi*C0)*i;
gamma1=sqrt(Z1*Y1);
gamma0=sqrt(Z0*Y0);
Zc1=sqrt(Z1/Y1);
Zc0=sqrt(Z0/Y0);
```

```
%Coeficientes dependientes del tipo de falta
```

```
a=-0.5+0.866i;
a1=(a*a)-a;
a2=a-(a*a);
a0=0;
af1=0;
af2=a-(a*a);
af0=0;
```

```
%Información suministrada por los relés
```

```
VA1=2.0209e+005 -1.3478e+004i;
VA2=2.2976e+004 -5.0725e+003i;
VA0=0;
IA1=6.0501e+002 -1.0730e+003i;
IA2=3.5446e+001 +9.8802e+002i;
IA0=0;
IB1=-6.4629e+002 -3.0758e+003i;
IB2=5.8330e+000 +3.1608e+003i;
IB0=0;
Isana0=0;
```

```
%Ecuaciones del modelo
```

```
Vf1=(VA1*cosh(gamma1*l*x(1)))-(Zc1*IA1*sinh(gamma1*l*x(1)));
Vf2=(VA2*cosh(gamma1*l*x(1)))-(Zc1*IA2*sinh(gamma1*l*x(1)));
Vf0=(VA0*cosh(gamma0*l*x(1)))-(Zc0*IA0*sinh(gamma0*l*x(1)))-(x(1)*Z0m*Isana0);
VAFp=a1*Vf1+a2*Vf2+a0*Vf0;
M1=IB1+(IA1*cosh(gamma1*l))-(VA1*sinh(gamma1*l)/Zc1);
M2=IB2+(IA2*cosh(gamma1*l))-(VA2*sinh(gamma1*l)/Zc1);
```

```
F(1)=real(VAFp*cosh(gamma1*l*(1-x(1)))-(x(2)*(af1*M1+af2*M2)));
F(2)=imag(VAFp*cosh(gamma1*l*(1-x(1)))-(x(2)*(af1*M1+af2*M2)));
```

```
end
```

10.3.3. Falta monofásica a-g

```
function[F]=modelolarga_monofasica(x)
```

```
%Parámetros de la línea
```

```
l=300;
Z1=0.0276+0.315i;
Z0=0.275+1.0265i;
Z0m=0.21+0.628i;
C1=13e-09;
C0=8.5e-09;
Y1=(100*pi*C1)*i;
Y0=(100*pi*C0)*i;
gamma1=sqrt(Z1*Y1);
gamma0=sqrt(Z0*Y0);
Zc1=sqrt(Z1/Y1);
Zc0=sqrt(Z0/Y0);
```

```
%Coeficientes dependientes del tipo de falta
```

```
a=-0.5+0.866i;
a1=1;
a2=1;
a0=1;
af1=0;
af2=3;
af0=0;
```

```
%Información suministrada por los relés
```

```
VA1=2.1508e+05 - 1.7366e+04i;
VA2=-9.9862e+03 + 1.1846e+03i;
VA0=-1.1071e+04 + 4.0834e+02i;
IA1=6.6721e+02 - 5.0666e+02i;
IA2=2.6752e+01 - 4.2170e+02i;
IA0=3.6372e+01 - 2.9378e+02i;
IB1=-5.0912e+02 - 1.2596e+03i;
IB2=1.3133e+02 - 1.3445e+03i;
IB0=1.2171e+02 - 1.4724e+03i;
Isana0=2.0563e+01 - 1.1716e+02i;
```

```
%Ecuaciones del modelo
```

```
Vf1=(VA1*cosh(gamma1*x(1)))-(Zc1*IA1*sinh(gamma1*x(1)));
Vf2=(VA2*cosh(gamma1*x(1)))-(Zc1*IA2*sinh(gamma1*x(1)));
Vf0=(VA0*cosh(gamma0*x(1)))-(Zc0*IA0*sinh(gamma0*x(1)))-(x(1)*Z0m*Isana0);
VAFp=a1*Vf1+a2*Vf2+a0*Vf0;
M1=IB1+(IA1*cosh(gamma1*l))-(VA1*sinh(gamma1*l)/Zc1);
M2=IB2+(IA2*cosh(gamma1*l))-(VA2*sinh(gamma1*l)/Zc1);
```

```
F(1)=real(VAFp*cosh(gamma1*(1-x(1)))-(x(2)*(af1*M1+af2*M2)));
F(2)=imag(VAFp*cosh(gamma1*(1-x(1)))-(x(2)*(af1*M1+af2*M2)));
```

```
end
```

10.4. Algoritmos para la localización de faltas con estimación de la componente homopolar de la corriente en la línea sana

```
function[F]=estimador_monofasica(x)
```

```
%Parámetros de la línea
```

```
l=300;
Z1=0.0276+0.315i;
Z0=0.275+1.0265i;
Z0m=0.21+0.628i;
Z1SA=2.615+14.829i;
Z1SB=2*Z1SA;
Z0SA=4.637+26.297i;
Z0SB=2*Z0SA;
C1=13e-09;
C0=8.5e-09;
Y1=(100*pi*C1)*i;
Y0=(100*pi*C0)*i;
gamma1=sqrt(Z1*Y1);
gamma0=sqrt(Z0*Y0);
Zc1=sqrt(Z1/Y1);
Zc0=sqrt(Z0/Y0);
```

```
%Coeficientes dependientes del tipo de falta
```

```
a=-0.5+0.866i;
a1=1;
a2=1;
a0=1;
af1=0;
af2=3;
af0=0;
```

```
%Información suministrada por los relés
```

```
VA1=2.1508e+05 - 1.7366e+04i;
VA2=-9.9862e+03 + 1.1846e+03i;
VA0=-1.1071e+04 + 4.0834e+02i;
IA1=6.6721e+02 - 5.0666e+02i;
IA2=2.6752e+01 - 4.2170e+02i;
IA0=3.6372e+01 - 2.9378e+02i;
IB1=-5.0912e+02 - 1.2596e+03i;
IB2=1.3133e+02 - 1.3445e+03i;
IB0=1.2171e+02 - 1.4724e+03i;
IF0=1.5808e+02 - 1.7662e+03i;
```

```
%Ecuaciones del modelo
```

```
Isana0=x(3);
VAp=a1*VA1+a2*VA2+a0*VA0;
IAAp=a1*IA1+a2*IA2+a0*(((Z0*I)/(Z1*I))*IA0)+(((Z0m*I)/(Z1*I))*Isana0);
M12=af1*(IA1+IB1)+af2*(IA2+IB2);
```

```
P0=((Z0*I)-(Z0m*I))/((Z0*I)-(Z0m*I));
K1=-(Z1*I)*(Z1SA+Z1SB+(Z1*I));
L1=(Z1*I)*(Z1SA+Z1SA+(Z1*I))+((Z1*I)*Z1SB);
```



```

Mm1=((Z1*I)*(Z1*I))+(((Z1*I)+(Z1*I))*(Z1SA+Z1SB));
kF1=(K1*x(1)+L1)/Mm1;
bF1=1;
IF1=IF0/bF1;
IIA1=IF1*kF1;

F(1)=x(1)-(((real(VAp)*imag(M12))-(imag(VAp)*real(M12)))/((real(Z1*I*IAAp)*imag(M12))-
(imag(Z1*I*IAAp)*real(M12))));
F(2)=x(2)-((real(VAp)-(x(1)*real(Z1*I*IAAp)))/real(M12));
F(3)=((IA0-(P0*x(3)))/(1-x(1)))-((bF1*Mm1*IIA1)/((K1*x(1))+L1));

end

```

10.4.1. Justificación de la validez del algoritmo estimador de la componente homopolar de la corriente en la línea sana

%Parámetros de la línea

```

l=300;
d=0.9;
Rf=8;
Z1=0.0276+0.315i;
Z0=0.275+1.0265i;
Z0m=0.21+0.628i;
Z1SA=2.615+14.829i;
Z1SB=2*Z1SA;
Z0SA=4.637+26.297i;
Z0SB=2*Z0SA;
C1=13e-09;
C0=8.5e-09;
Y1=(100*pi*C1)*i;
Y0=(100*pi*C0)*i;
gamma1=sqrt(Z1*Y1);
gamma0=sqrt(Z0*Y0);
Zc1=sqrt(Z1/Y1);
Zc0=sqrt(Z0/Y0);

```

%Coeficientes dependientes del tipo de falta

```

a=-0.5+0.866i;
a1=1;
a2=1;
a0=1;
af1=0;
af2=3;
af0=0;

```

%Información suministrada por los relés

```

VA1=2.1508e+05 - 1.7366e+04i;
VA2=-9.9862e+03 + 1.1846e+03i;
VA0=-1.1071e+04 + 4.0834e+02i;
IA1=6.6721e+02 - 5.0666e+02i;
IA2=2.6752e+01 - 4.2170e+02i;
IA0=3.6372e+01 - 2.9378e+02i;
IB1=-5.0912e+02 - 1.2596e+03i;

```

IB2=1.3133e+02 - 1.3445e+03i;
IB0=1.2171e+02 - 1.4724e+03i;
IF0=1.5808e+02 - 1.7662e+03i;

$P0 = ((Z0^*) - (Z0m^*)) / ((Z0^*) - (Z0m^*))$;
 $K1 = -(Z1^*) * (Z1SA + Z1SB + (Z1^*))$;
 $L1 = (Z1^*) * (Z1SA + Z1SA + (Z1^*)) + ((Z1^*) * Z1SB)$;
 $Mm1 = ((Z1^*) * (Z1^*)) + (((Z1^*) + (Z1^*)) * (Z1SA + Z1SB))$;
 $kF1 = (K1 * d + L1) / Mm1$;
 $bF1 = 1$;
 $IF1 = IF0 / bF1$;
 $IIA1 = IF1 * kF1$;
 $Isana = (((1 - d) * ((bF1 * Mm1 * IIA1) / ((K1 * d) + L1))) - IA0) / P0$;