

L-sistemas

Un **L-sistema** o **sistema de Lindenmayer** es una **gramática** (es decir, un conjunto de símbolos y reglas de composición) usada para modelar los procesos de crecimiento de las plantas.

Los L-sistemas fueron introducidos en 1965 por el biólogo y botánico húngaro **Aristid Lindenmayer** (1925-1989), profesor de la Universidad de Utrech.



A. Lindenmayer,
P. Prusinkiewicz
*The Algorithmic
Beauty of
Plants.*
Springer-Verlag,
New York
(1990)

L-sistemas

Ejemplo 1: Algas

Los **L-sistemas** están definidos por:

- un **alfabeto**, conjunto de símbolos con elementos reemplazables (**variables**)
- un conjunto de **símbolos fijos** (**constantes**)
- un **estado inicial** del sistema
- un conjunto de **reglas de producción** que definen cómo las variables son reemplazadas por combinaciones de constantes y otras variables

variables: A B

constantes:

estado inicial: A

reglas: $A \rightarrow AB$

$B \rightarrow A$

A

AB

ABA

ABAAB

ABAABABA

ABAABABAABAAB

ABAABABAABAABABAA
BABA

ABAABABAABAABAB
AABABAABAABABAA
BAAB

L-sistemas

Ejemplo 2: Numeros de Fibonacci

Las reglas se aplican iterativamente (tantas como sea posible en cada iteración) desde el estado inicial.

Un L-sistema se dice **context-free** si las reglas se aplican sobre símbolos individuales, sin considerar sus vecinos. En caso contrario, se llama **context-sensitive**

Si hay una regla para cada símbolo, el sistema es **determinista** (si además es context-free, se llama **DOL-sistema**). Si hay muchas reglas escogidas con cierta probabilidad, se llama **L-sistema estocástico**

variables: A B
constantes:
estado inicial: A
reglas: $A \rightarrow B$
 $B \rightarrow AB$

A
B
AB
BAB
ABBAB
BABABBAB
ABBABBABABBA
B
BABABBABABB
ABBABABBAB

L-sistemas

Ejemplo 3: Curva de Koch

Podemos usar L-sistemas para generar gráficos, asociando por ejemplo, los símbolos a comandos gráficos (**comandos de tortuga**, similares al lenguaje **Logo**)

variables: F
constantes: + -
estado inicial: F
reglas:
F → F+F-F-F+F
(F-avance
+ giro izq. 90°
- giro der. 90°)

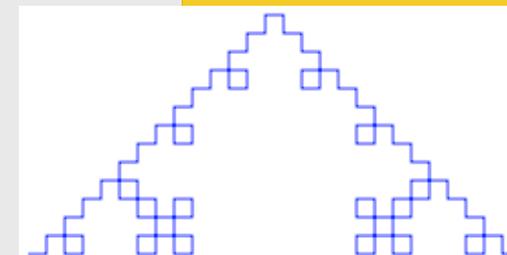
F

F+F-F-F+F

F+F-F-F+F+F+F-F-F-F+F-F-F-F+F-F-F-F+F+F+F-F-F+F

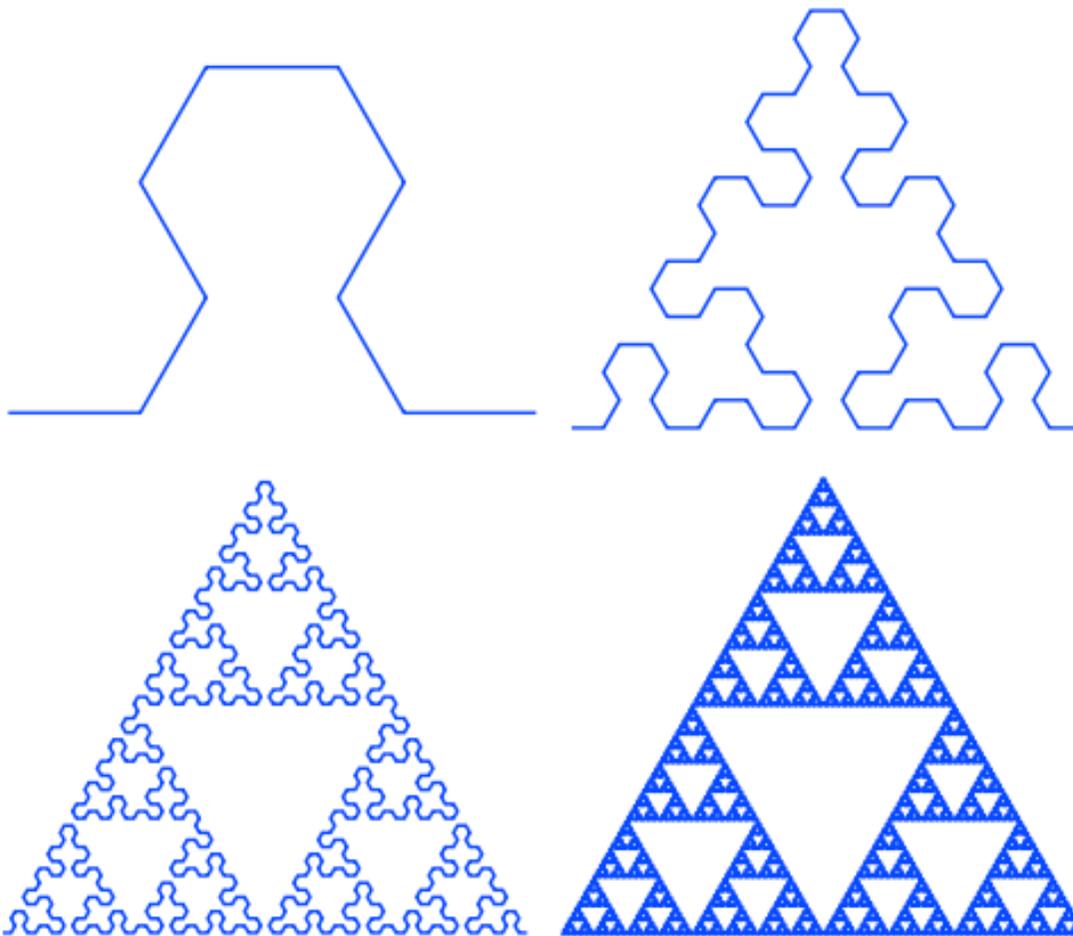
F+F-F-F+F+F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F+F+F-F-F+F+ F+F-
F-F+F+F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F- F+F-F-
F+F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F- F+F-F-
F+F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F+ F+F-F-
F+F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F-F-F+F

-



L-sistemas

Ejemplo 4: Triangulo de Sierpinski



variables: A B
constantes: + -
estado inicial: A

reglas:

A → B-A-B

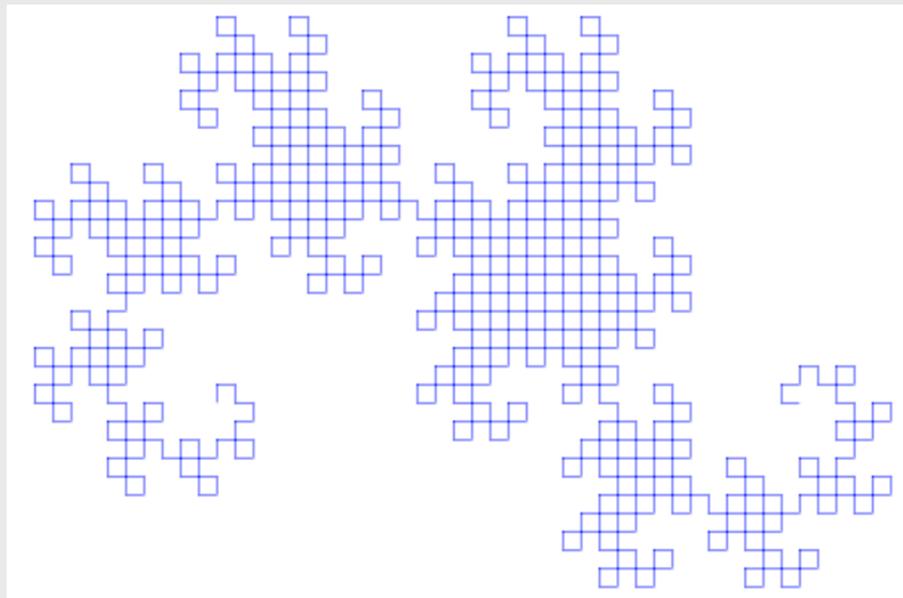
B → A+B+A

(A,B-avance
+ giro izq.
- giro der.)

L-sistemas

Ejemplo 5:
Curva del
dragón

En esta secuencia X e Y no realizan ninguna acción gráfica. Se usan para controlar la evolución de la curva.



variables: X Y F

constantes: + -

estado inicial:

FX

reglas:

X → X+YF+

Y → -FX-Y

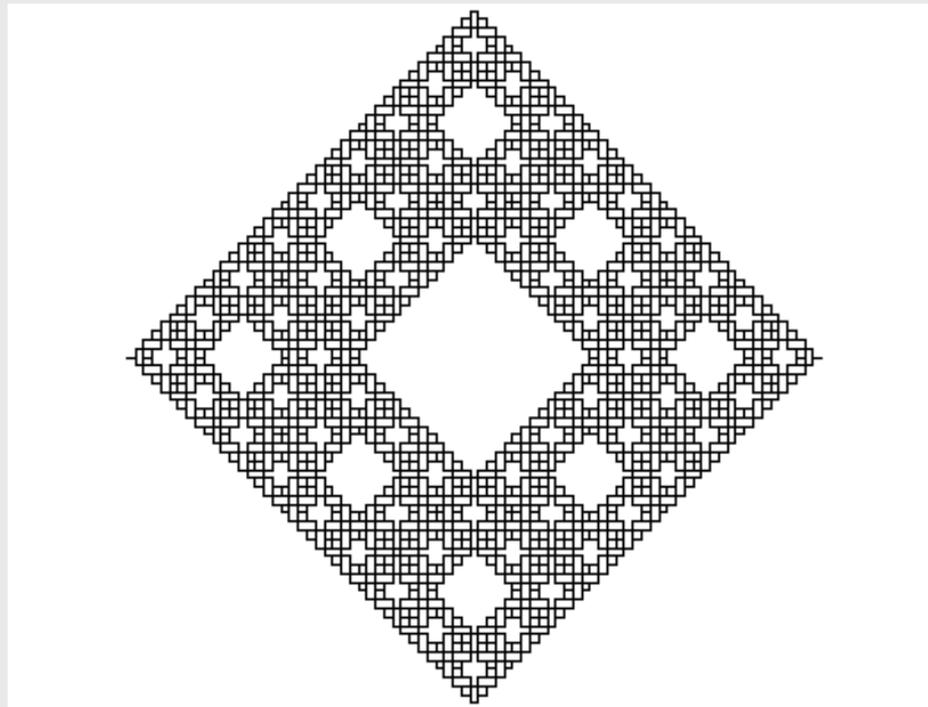
(F-avance

+ giro izq.

- giro der.)

L-sistemas

Ejemplo 6:
Sierpinski
carpet



variables: f g
constantes: + -
estado inicial: f
reglas:
f → f+f-f-f-g+f+f-f-f
g → ggg

(f-avance
+ giro izq. 90°
- giro der. 90°)

L-sistemas

Ejemplo 6:
planta fractal



variables: X F
constantes: + -
estado inicial: X
reglas:
X → F-
[[X]+X]+F[+FX]-X
F → FF

(F-avance
- giro izq. 25°
+ giro der. 25°
[...] guarda los
valores actuales
de la posición y
el ángulo)

L-sistemas, IFS y modelado de plantas

Los **L-sistemas**, combinados con **IFS**, son especialmente útiles para modelar plantas



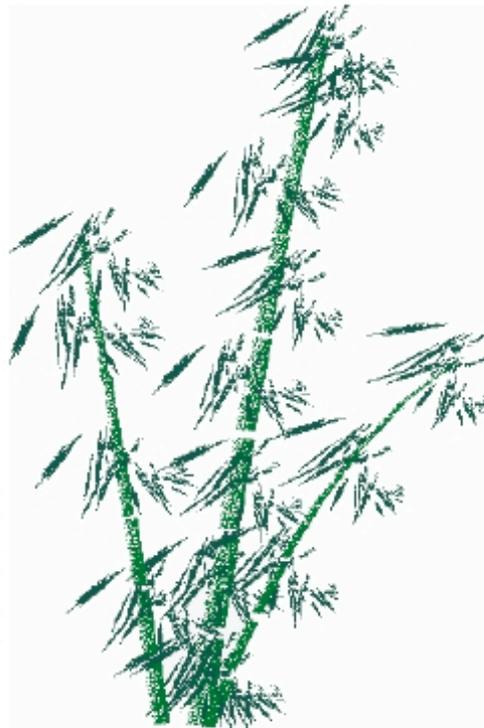
L-sistemas, IFS y modelado de plantas

Otro ejemplo



(a)

(b)



(c)



(d)



(e)

Otras aplicaciones de L-sistemas

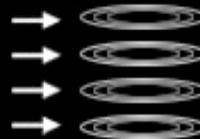


Code from multiple generations of a system is mapped onto a surface. Effectively, a two-dimensional field of data is interpreted. In this example, code from each generation is mapped to sections of a cylinder, creating protrusions in the section radius. For instance, the letter "C" generates a small radius, while an "A" produces a large radius. Sections with their protrusions are lofted to create the column's skin.

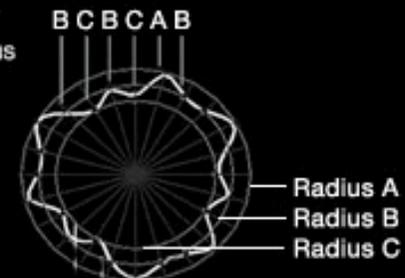


Code mapped to cylinder sections

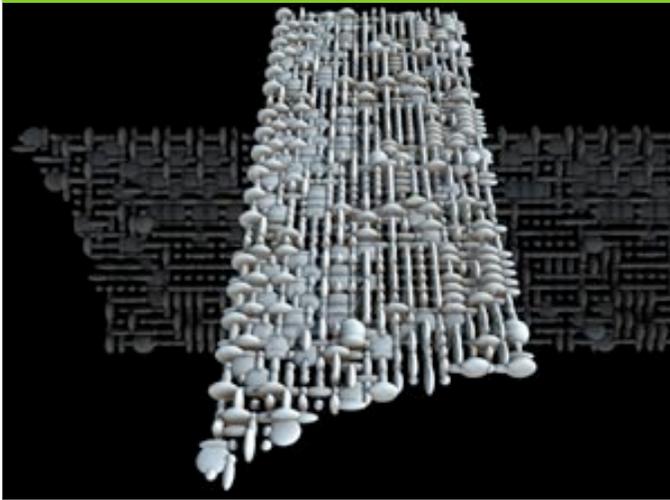
1. CABABBBCCACABAB
2. ABBCBCABCABBBCCB
3. BCCABCCACABBBCCAB
4. CABABBBCCACABAB
5. ABBCBCABCABBBCCB
6. BCCABCCACABBBCCAB



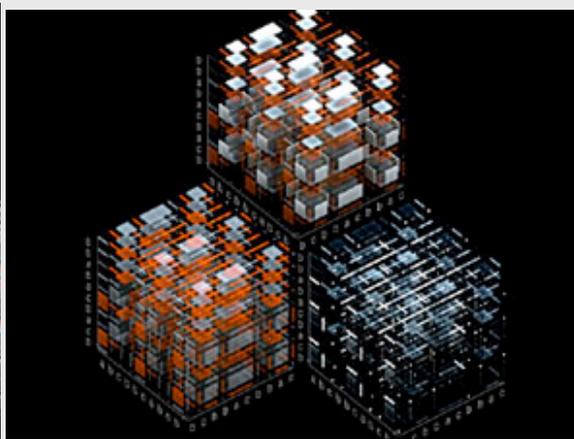
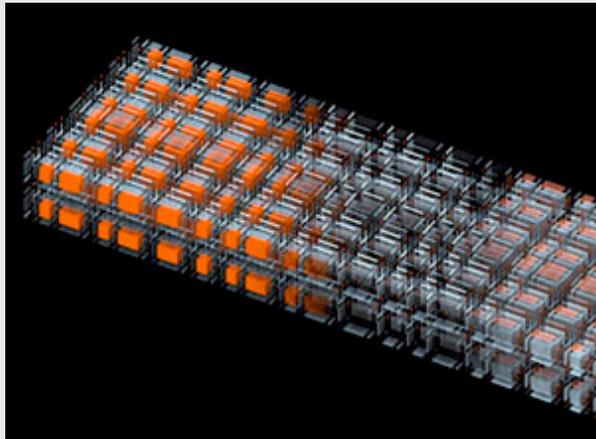
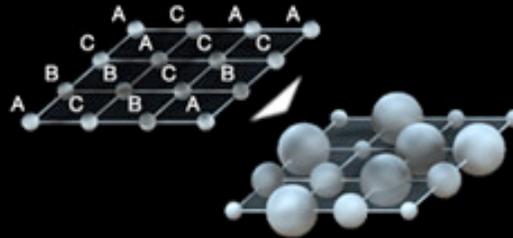
Protrusions of section's radius



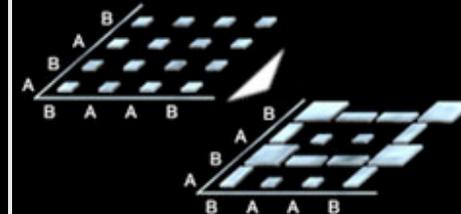
Otras aplicaciones de L-sistemas



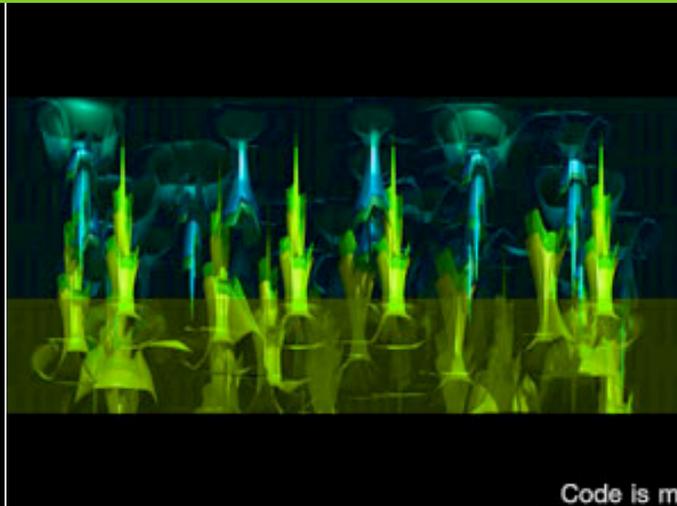
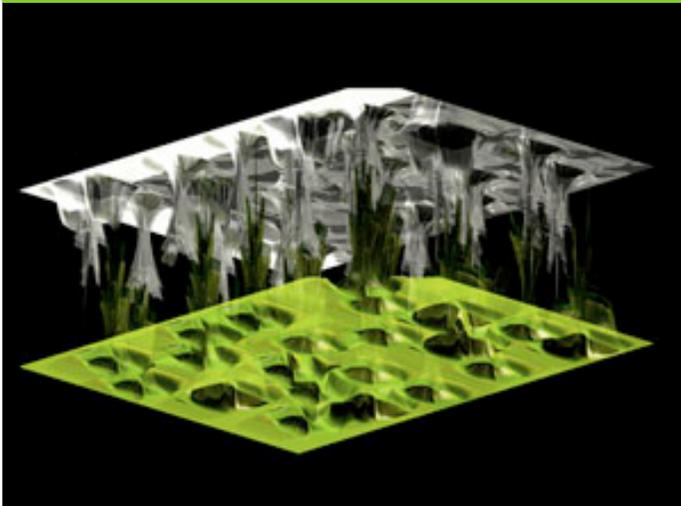
Code is mapped to objects on a grid. Objects are then scaled according to values assigned to each letter. Triplets of letters can be mapped to each object to determine scaling factors in X/Y/Z directions.



Code is mapped to axes of a field. Each letter affects the attributes of all objects that share its coordinate. In the example below, letters along the Y-axis determine objects' X-scale and vice-versa.

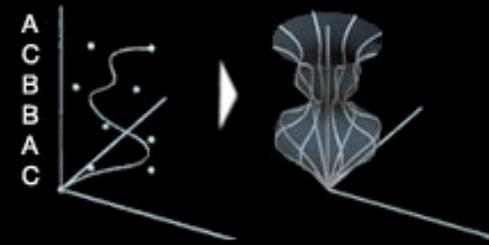


Otras aplicaciones de L-sistemas

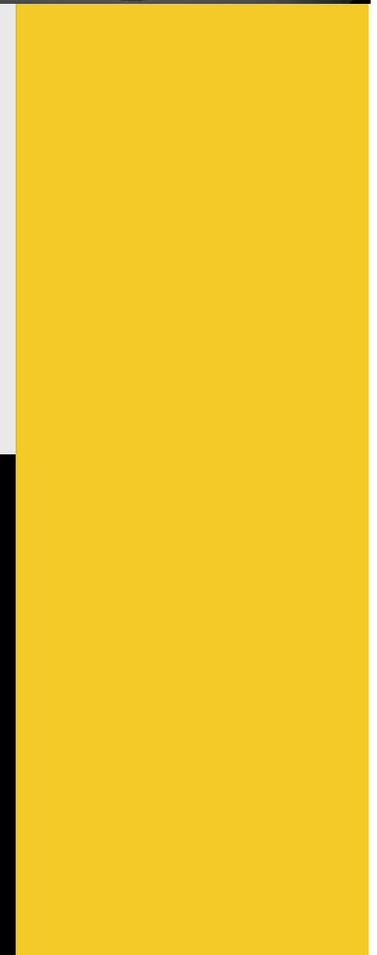
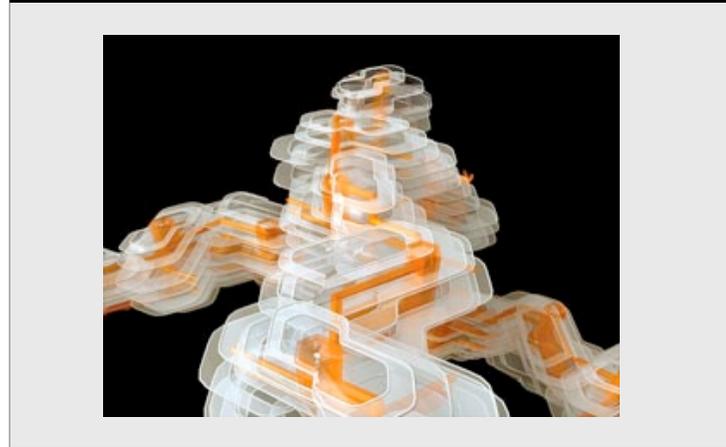
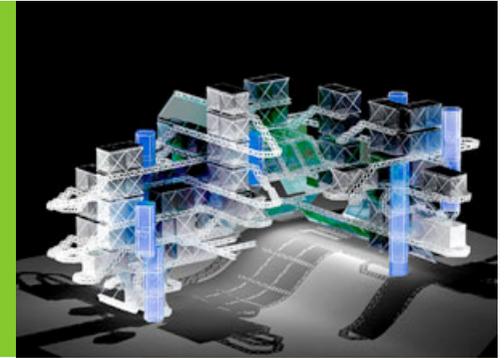


String can be mapped to the position of a series of points. These points can comprise a curve, which can be rotated to form a surface, etc.

Code is mapped to X and Y translation of points. A curve is derived from the points which in turn is rotated around an axis to create a surface.



Aplicaciones a computer graphics



Aplicaciones a computer graphics



Aplicaciones a computer graphics



Acercas del video

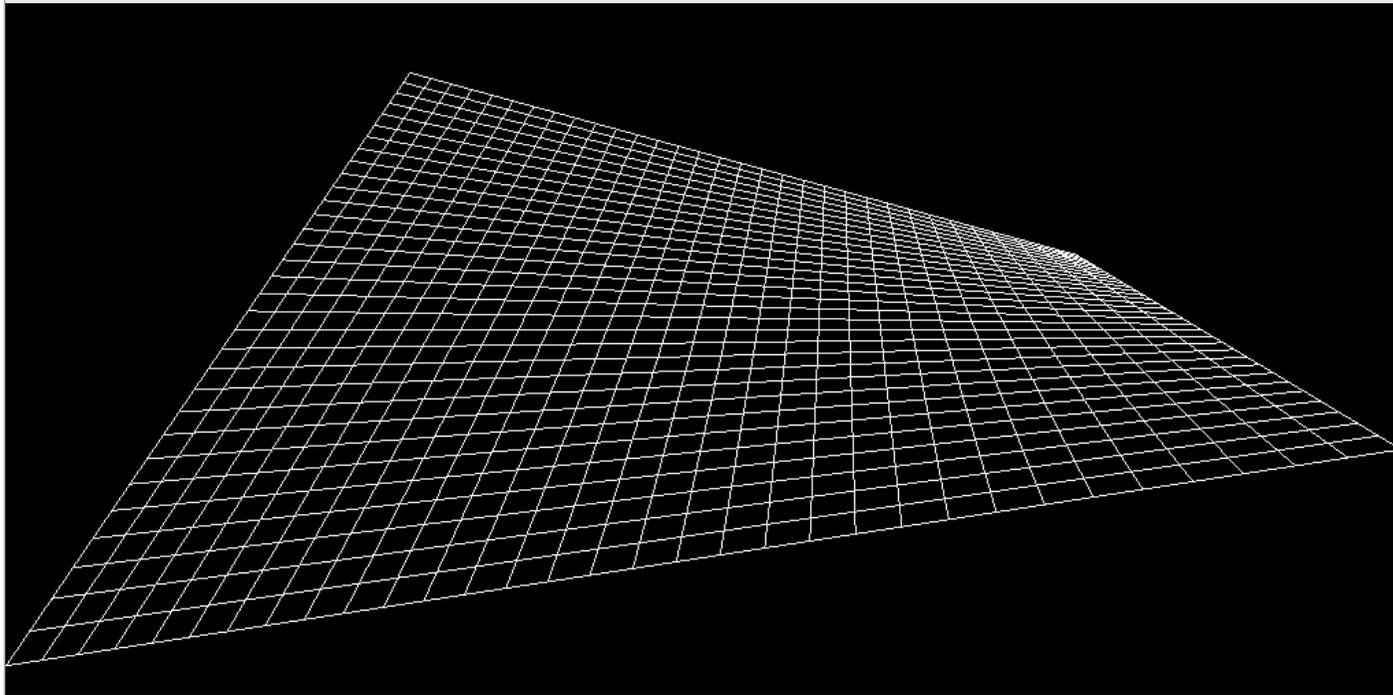
El terreno

Método de subdivisión:

Superficie inicial con dos esquinas perturbadas (superficie reglada)

Input:
Partimos de una malla plana rectangular.

Paso 1.
Modificamos las alturas de dos esquinas opuestas.

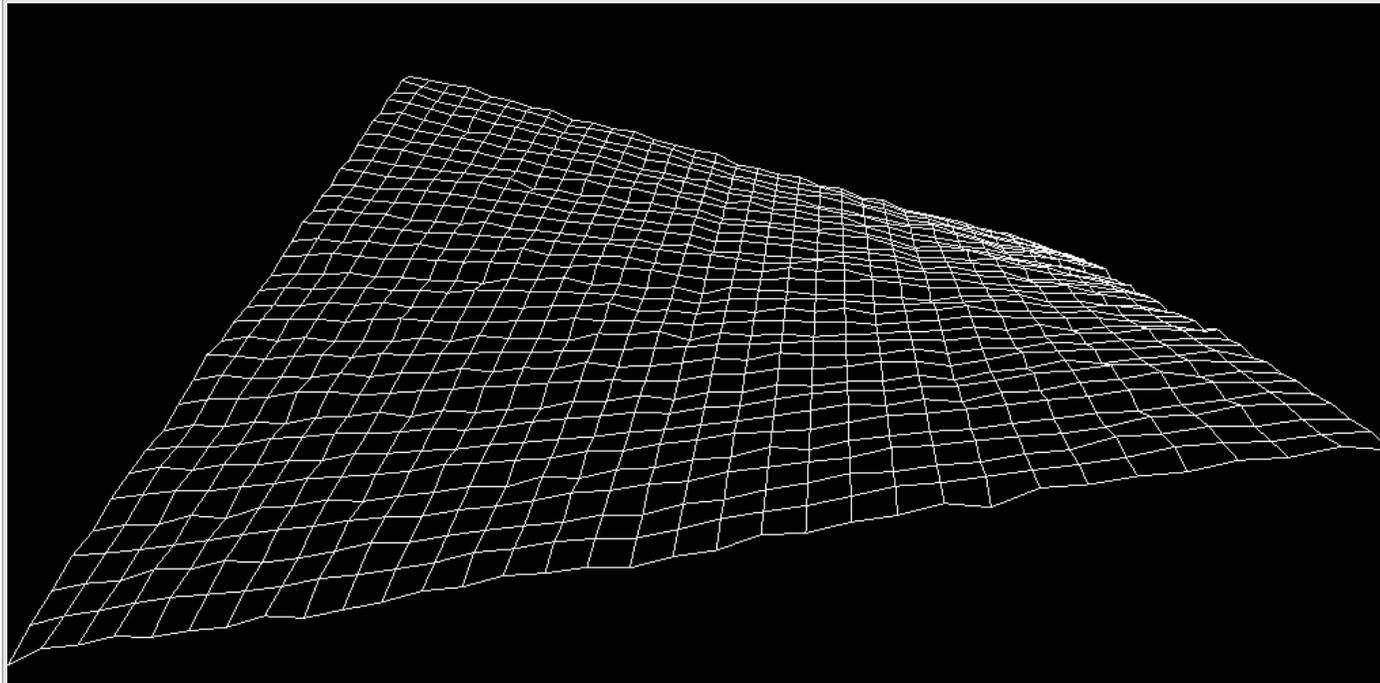
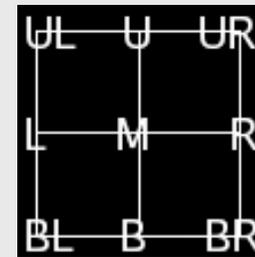


Acerca del video

El terreno

Método de subdivisión:

Subdivision creando nuevos parches



Paso 2.

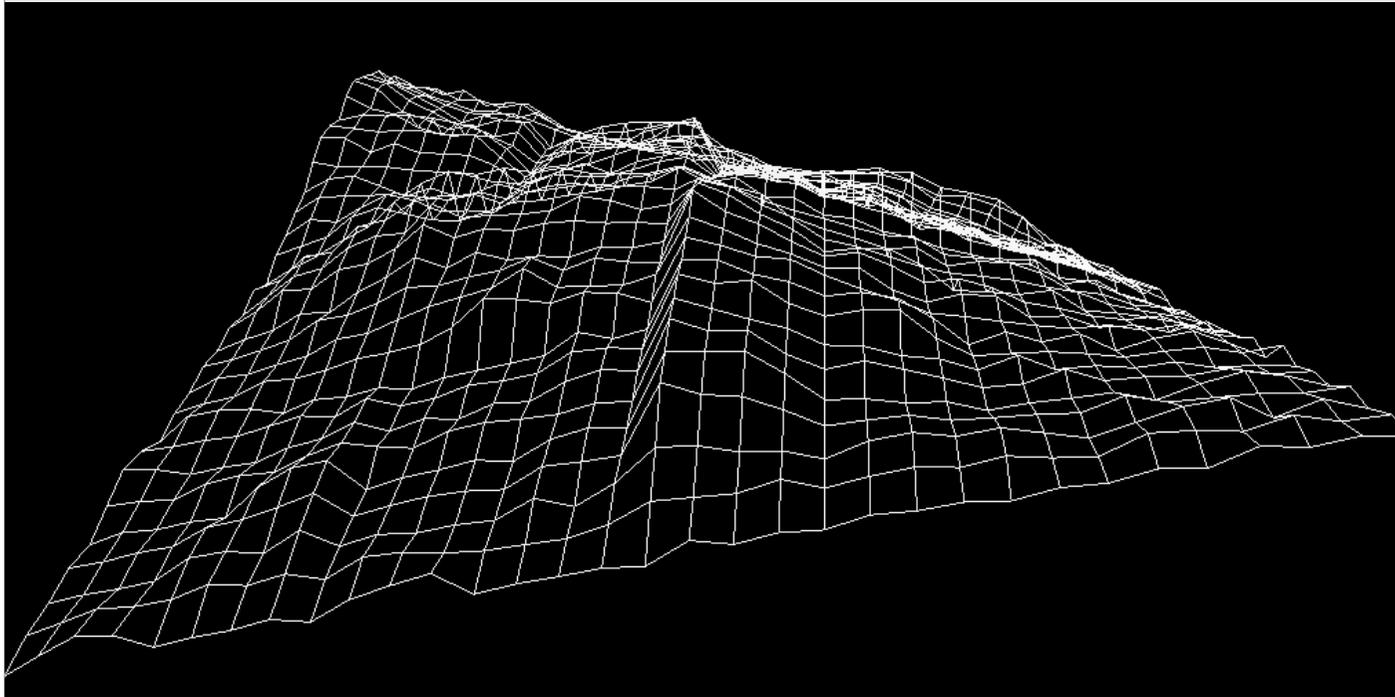
Subdividimos la superficie en trozos más pequeños creando, para el trozo UL-UR-BL-BR, los puntos U, L, R, B. Sus alturas son la media de las alturas de las esquinas de su lado. Para el centro M, tomamos la media de las cuatro esquinas.

Acerca del video

El terreno

Método de subdivisión:

Mapa de alturas perturbado con ruido aleatorio



Paso 3.
Aplicamos la subdivisión sobre los cuatro parches resultantes.

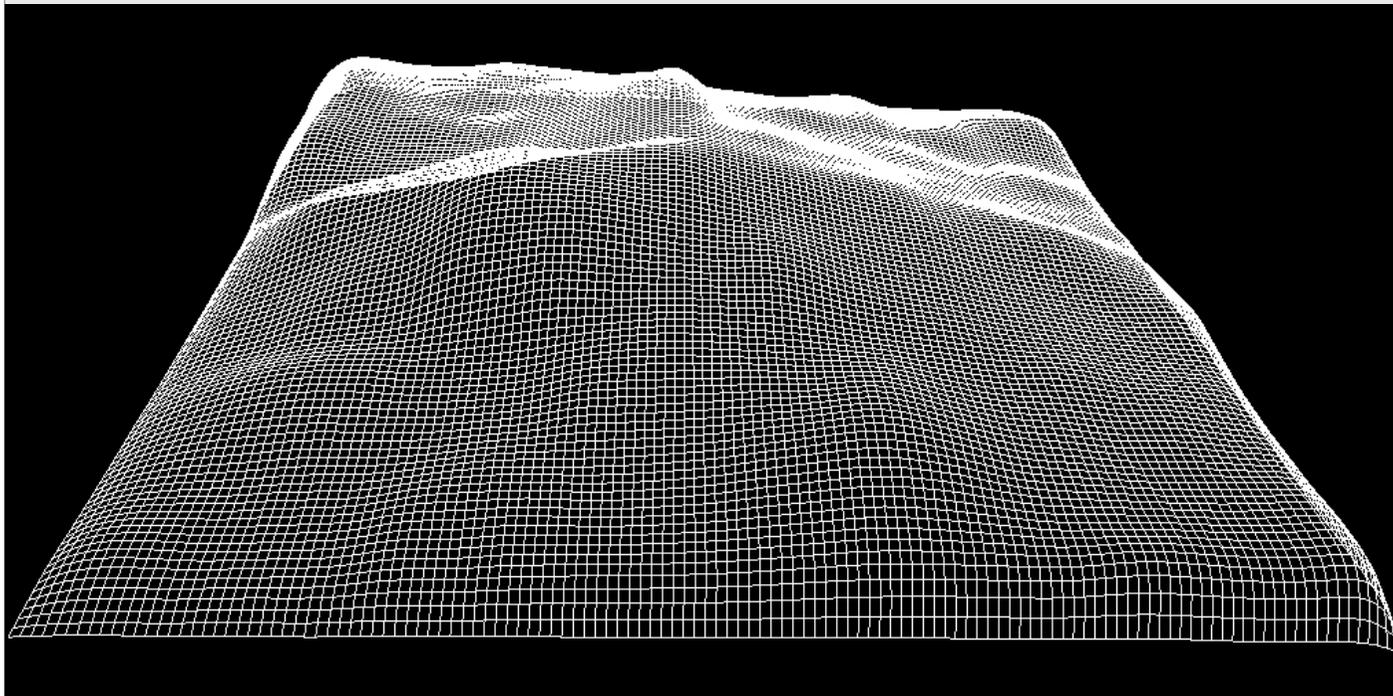
Paso 4.
La superficie resultante es demasiado regular. Aplicamos ruido sobre el mapa de alturas del terreno.

Acerca del video

El terreno

Método de subdivisión:

Mapa de alturas con filtro de suavizado



Paso 5.

Ahora el terreno parece demasiado rugoso y, por tanto, muy artificial. Aplicamos un filtro de suavizado sobre el mapa de alturas y obtenemos un modelo de terreno digital muy realista.

Acerca del video

Crecimiento
de las
plantas

L-sistemas

Frames 175, 185 y
204 de la
animación



Aplicando L-
sistemas para
simular el
crecimiento de
las plantas a lo
largo del tiempo

Acerca del video

Las hojas que caen

Ecuaciones paramétricas:

$$\begin{aligned} dx &= (1/20) * \sqrt{t} * \cos((1/10) * t) \\ dz &= (1/20) * \sqrt{t} * (-\sin((1/10) * t)) \\ dy &= 1/5 * ((\text{rand}() \% 10) / 10.0) \end{aligned}$$

Frames 528, 548 y 568 de la animación



Ecuaciones de las derivadas de una curva paramétrica sobre un cono regular.

1/20 - anchura del cono

1/10- velocidad de rotación alrededor del cono

\sqrt{t} - disminuir la velocidad con respecto al tiempo de lineal a raíz cuadrada.

rand() - efecto de flotación de la hoja