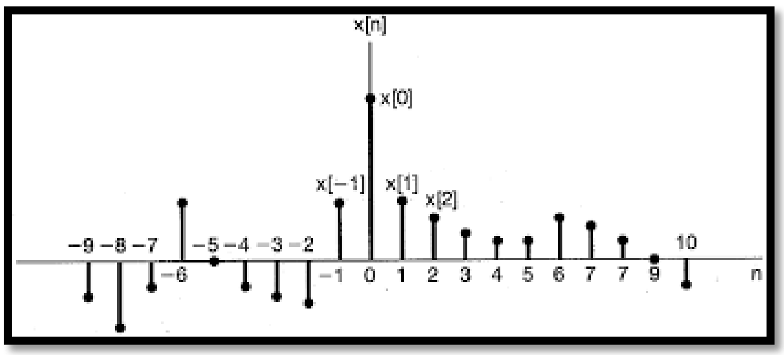
República Bolivariana de Venezuela

Ministerio del Poder Popular para la Universidad Universitaria

Instituto Universitario de Tecnología de Cabimas

Programa Nacional de Formación en Instrumentación y Control

Unidad Curricular: **Análisis y Procesamiento de Señales**



UNIDAD 1

SEÑALES ANALÓGICAS Y DISCRETAS

Elaborada por:

MSc. Iván Ochoa

Sección: 02

E-Mail: ivanj8a@hotmail.com

Enlace Web: https://sites.google.com/site/ivanochoag

Cabimas, Septiembre de 2016

1. Señales: Representaciones físicas de los mensajes por medio de la variación de uno o varios de sus parámetros de la magnitud física. Las señales también pueden ser: transmitidas, almacenadas y procesadas.

1.1. Clasificación de señales: A continuación se explica brevemente la clasificación de las señales:

1.1.1. <u>Continuas</u>: Una señal $x(t)$ es una señal en tiempo continuo si la variable independiente t es una variable continua y, por ende, estas señales están definidas para valores continuos de esa variable; es decir, el valor de $x(t)$ es especificado en todo instante t de un intervalo dado, ya sea mediante una expresión matemática dada o gráficamente por medio de una curva; en otras palabras, la variable independiente puede tomar cualquier valor real.

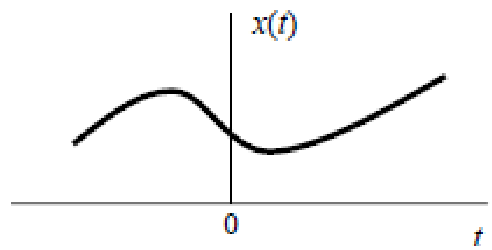


Figura 1.1. Señal en tiempo continuo.

1.1.2. <u>Discretas</u>: Si la variable independiente t es una variable discreta, es decir, $x(t)$ está definida en puntos del tiempo discreto, con frecuencia se identifica como una secuencia de números, denotada por $\{x_n\}$ o $x[n]$, donde n es un entero. La música proveniente de un disco compacto es una señal analógica, pero la información almacenada en el disco está en forma digital. Esta debe procesarse y convertirse en forma analógica antes de que pueda escucharse.

Una señal de tiempo discreto $x[n]$ puede representar un fenómeno para el cual la variable independiente es inherentemente discreta. Por ejemplo, el promedio diario de los valores de cierre de la bolsa de valores es, por su naturaleza, una señal que evoluciona en puntos discretos en el tiempo **(es decir, el cierre del día)**.

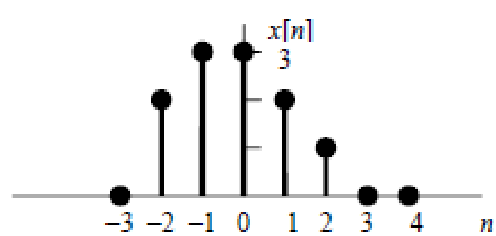


Figura 1.2. Señal en tiempo discreto.

<u>Muestreadas</u>: Una señal de tiempo discreto, $x[n]$, también puede obtenerse mediante el muestreo de una señal de tiempo continuo $x(t)$ para obtener los valores

$$x(t_0), x(t_1), \ldots\ldots x(t_n), \ldots .$$

o de forma abreviada como

$$x[0], x[1], \ldots.. x[n], \ldots..$$

y a los valores x_n se les denomina muestras; el intervalo de tiempo entre muestras se llama intervalo de muestreo. Cuando estos intervalos son iguales (muestreo uniforme), entonces

$$x_n = x[n] = x[nT_s]$$

donde la constante T_s es el intervalo de muestreo.

1.1.3. **<u>De energía</u>**: Señal en forma de pulso que normalmente existe sólo durante un intervalo finito de tiempo, o al menos la mayor parte de su energía se encuentra concentrada en un intervalo finito de tiempo. En análisis de señales es común representar la potencia asociada a una señal como

$$p = |f(t)|^2$$

La energía disipada por la señal en un intervalo de tiempo es

$$\boldsymbol{E} = \int_{\boldsymbol{t_1}}^{\boldsymbol{t_2}} |f(t)|^2 dt \, [\boldsymbol{Joules}]$$

Una señal de energía cumple con que esta ecuación es finita aún cuando el intervalo del tiempo sea infinito

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt < \infty$$

La potencia media disipada por la señal $f(t)$ en un intervalo dado es

$$P = \frac{1}{T} \int_{-T!2}^{T!2} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f(t)|^2 dt$$

1.1.4. **<u>De potencia</u>**: Se llama señal de potencia si $f(t)$ tiene potencia media finita y diferente de cero cuando el intervalo de tiempo se vuelve infinito

$$0 < \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T!2}^{T!2} |f(t)|^2 dt < \infty$$

1.1.5. <u>Analógicas</u>: Es aquella que presenta una variación continua con el tiempo, que a una variación suficientemente significativa del tiempo le corresponderá una variación igualmente significativa del valor de la señal.

Las señales análogas se pueden percibir en todos los lugares, por ejemplo, la naturaleza posee un conjunto de estas señas como es la luz, la energía, el sonido, entre otros, estas son señales que varían constantemente. Un ejemplo muy práctico es cuando el arco iris se descompone lentamente y en forma continua. Cuando los valores del voltaje o la tensión tienden a variar en forma de corriente alterna se produce una señal eléctrica analógica. En este caso se incrementa durante medio ciclo el valor de la señal con signo eléctrico positivo; y durante el siguiente medio ciclo, va disminuyendo con signo eléctrico negativo. Es desde este momento que se produce un trazado en forma de onda senoidal, ya que este da a lugar a partir del cambio constante de polaridad de positivo a negativo.

Las señales de cualquier comunicación electrónica o de cualquier ruido, puede presentar algunas complicaciones; por ejemplo, estas pueden ser modificadas a través del ruido de forma no deseada. Es por estas razonas que se recomienda que la señal antes de ser procesada se acondicione; de este modo no generará estas modificaciones imprevistas. Si se presenta este problema; se debe capturar las ondas de sonido analógicas con un micrófono, y luego se deben convertir en una señal de audio **(pequeña variación analógica de tensión)**.

Ahora bien, a medida que cambia la frecuencia del sonido y el volumen va a ir variando la tensión de forma continua; en estos momentos se destina a la entrada de un amplificador lineal. La tensión de entrada amplificada, o sea, la salida del amplificador se deberá de introducir en el altavoz; el cual convertirá la señal de audio ya amplificada en ondas sonoras; las cuales poseen un mayor y mejor sonido que el sonido que había capturado el micrófono. Son muchos los sistemas que eran analógicos y que hoy en día se han convertido en digitales; como son las grabaciones de video, las grabaciones de audio y las fotografías. También hay sistemas, que en la actualidad usan los dos tipos de métodos, o sea, el analógico y el digital; como es el reproductor de disco compacto.

1.1.6. <u>Digitales</u>: Las señales digitales, en contraste con las señales analógicas, no varían en forma continua, sino que cambian en pasos o en incrementos discretos. La mayoría de las señales digitales utilizan códigos binarios o de dos estados.

La conversión analógica-digital implica dos etapas intermedias: el muestreo y la cuantificación. Las señales muestreadas se obtienen a partir de las analógicas deduciendo muestras que corresponden a un subconjunto numerable de valores de la variable independiente que puede ser el tiempo t.

La señal digital ofrece las siguientes ventajas:

1. Cuando una señal digital es atenuada o experimenta perturbaciones leves, puede ser reconstruida y amplificada mediante sistemas de regeneración de señales.
2. Cuenta con sistemas de detección y corrección de errores, que se utilizan cuando la señal llega al receptor; entonces comprueban **(uso de redundancia)** la señal, primero para detectar algún error, y, algunos sistemas, pueden luego corregir alguno o todos los errores detectados previamente.
3. Facilidad para el procesamiento de la señal. Cualquier operación es fácilmente realizable a través de cualquier software de edición o procesamiento de señal.
4. La señal digital permite la multigeneración infinita sin pérdidas de calidad.
5. Es posible aplicar técnicas de compresión de datos sin pérdidas o técnicas de compresión con pérdidas basados en la codificación perceptual mucho más eficientes que con señales analógicas.

1.1.7. Cuantificadas: En las señales cuantificadas los valores que puede tomar la señal están limitados a un conjunto discreto previamente seleccionado. Estos valores normalmente se representan mediante un número de bits determinado: 4, 8, 16 u otra cantidad, dependiendo de la precisión deseada.

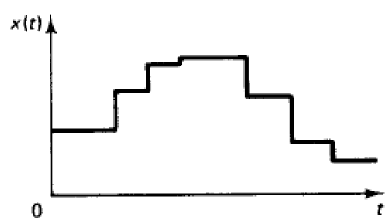


Figura 1.3. Ejemplo de señal cuantificada.

1.1.8. Periódicas: Una señal periódica es aquella que se repite en una forma predecible cada T segundos, donde T es el período de repetición de la señal, es decir

$$x(t) = x(t + T) \text{ para todo } t \qquad (*)$$

en donde T es una constante positiva y es el valor más pequeño que satisface la expresión (*). Al intervalo de un período se le denomina también un “ciclo” de la señal, aunque la palabra **“ciclo”** se utiliza principalmente en señales sinusoidales.

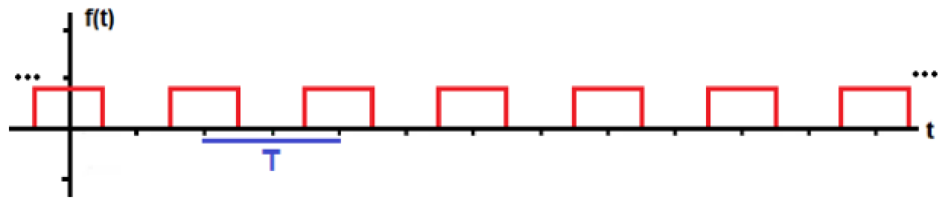


Figura 1.4. Ejemplo de señal periódica continua.

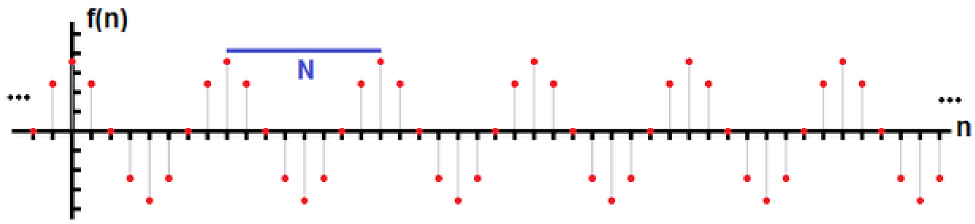


Figura 1.5. Ejemplo de señal periódica discreta.

1.1.9. <u>Pseudoperiódicas</u>: En las señales ***pseudoperiódicas*** ciertos arreglos de puntos se repiten cíclicamente en el tiempo, pero con diferente amplitud. Las señales pseudoperiódicas son normalmente obtenidas a partir de una atenuación temporal de una señal periódica.

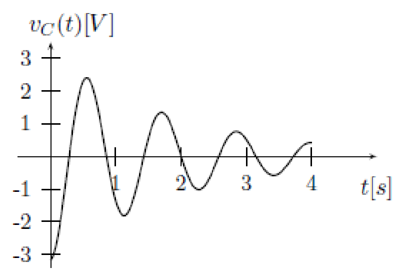


Figura 1.6. Ejemplo de señal pseudoperiódica.

1.1.10. <u>Aperiódicas</u>: Una señal no periódica o aperiódica se puede considerar como el límite de una señal periódica cuanto el período T tiende a infinito. En términos más formales, una señal no periódica es aquella para la cual no existe un T finito que satisfaga la expresión **(*)**.

Pudiera pensarse que dentro de un intervalo finito una señal no periódica puede repetirse después de un período bastante grande y ser en realidad una señal periódica. Igualmente, podemos argumentar que una señal aparentemente periódica deje de serlo después de un tiempo lo suficientemente grande. Desde un punto de vista práctico estos argumentos no producen ninguna dificultad, pero en los intervalos usuales de trabajo y para efectos de análisis, hay que considerar siempre una u otra representación.

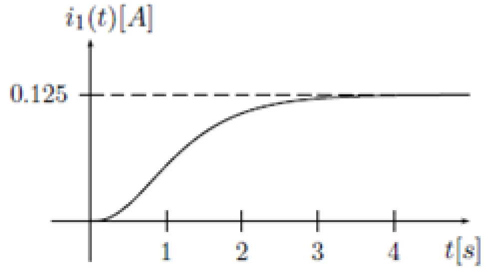


Figura 1.7. Ejemplo de señal aperiódica.

1.1.11. <u>Determinísticas</u>: Una señal determinística puede modelarse como una función de tiempo completamente especificada. Por ejemplo, si

$$\boldsymbol{\omega(t) = Acos(\omega_0 t + \varphi_0)}$$

describe una señal, donde A, ω_0 y φ_0 son constantes conocidas, se dice que este tipo de señal es determinística debido a que para valor de t, el valor de $\omega(t)$ puede evaluarse. Si cualquiera de las constantes es desconocida, entonces el valor de $\omega(t)$ no puede calcularse y, por consecuencia, $\omega(t)$ no puede calcularse, y por consecuencia, $\omega(t)$ no es determinística.

1.1.12. Aleatoria: Una señal aleatoria o estocástica no se puede especificar completamente como una función de tiempo y debe modelarse probabilísticamente.

Esto presenta inmediatamente un dilema al analizar sistemas de comunicación. Las formas de onda que representan a la fuente no pueden ser determinísticas. Por ejemplo, en un sistema de comunicación digital, puede enviarse información correspondiente a cualesquier letra del alfabeto español.

Cada letra puede representarse mediante una forma de onda determinística, pero cuando se examine la forma de onda emitida por la fuente se encuentra que es aleatoria, ya que no se sabe exactamente qué caracteres se transmitirán. Por consiguiente, se necesita diseñar el sistema de comunicación utilizando una forma de onda de señal aleatoria. El ruido también puede ser descrito por una forma de onda aleatoria. Esto requiere del uso de conceptos de probabilidad y estadística que complican el procedimiento de análisis y diseño. Sin embargo, si representamos la forma de onda de la señal mediante una forma de onda determinista "típica" se puede obtener la mayoría de los resultados esperados, aunque no todos.

1.2. <u>Tipos de señales</u>

1.2.1. <u>Escalón Unitario</u>: El escalón unitario, $u(t)$, se muestra en la **Figura 1.8** y se define en la forma

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

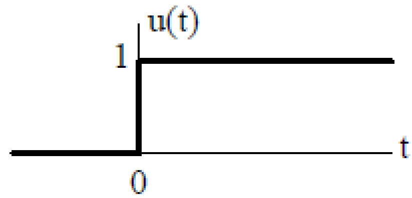


Figura 1.8. Señal Escalón Unitario.

En la **Figura 1.9** se muestran diferentes representaciones del escalón unitario.

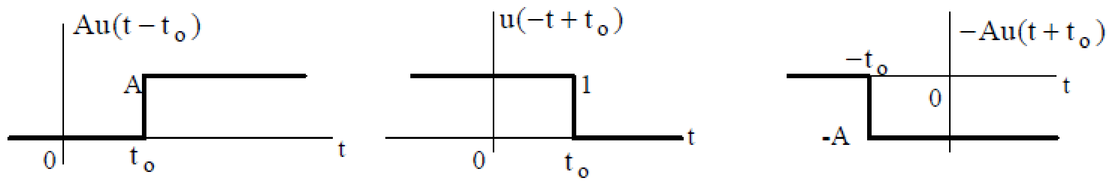


Figura 1.9. Formas del Escalón Unitario.

1.2.2. <u>Rampa Unitaria</u>: La rampa unitaria, $r(t)$, se muestra en la **Figura 1.10** y se define en la forma siguiente

$$r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t, & t \geq 0 \end{cases}$$

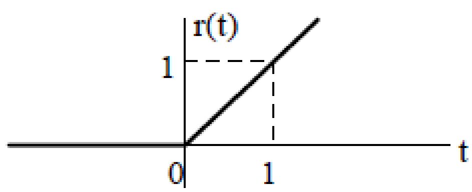


Figura 1.10. Señal Rampa Unitaria.

Si se desea que la pendiente sea distinta de la unidad, bastará multiplicar $r(t)$ por una constante; por lo tanto, $br(t)$ es una rampa de pendiente b. Una forma matemática para cambiar la pendiente es mediante un cambio de escala en el eje t. En efecto, como la pendiente de $r(t)$ es la unidad, su valor debe ser la unidad siempre que su argumento sea la unidad, es decir, $br(t)$ y $r(bt)$ representan rampas cuyas pendientes son iguales a **b**. En la **Figura 1.11** se representa diferentes formas de la rampa.

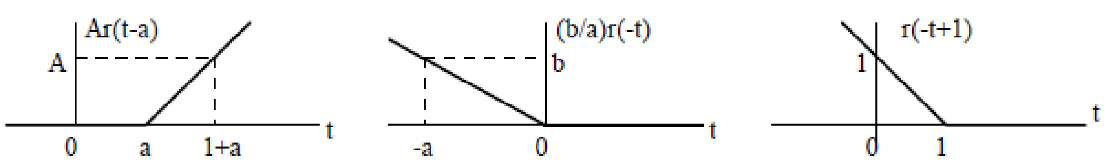


Figura 1.11. Formas diferentes de la Rampa.

1.2.3. <u>Impulso Unitario</u>: El Impulso Unitario o Delta de Dirac, representado en la forma $\delta(t)$, no es una función en el sentido matemático usual. Pertenece a una clase especial de funciones conocida como **"funciones generalizadas"** o **"distribuciones"**, y se define mediante un proceso o regla de asignación en vez de una ecuación. Se define en la forma siguiente:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t = 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases}$$

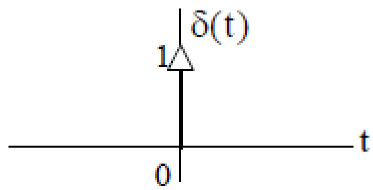


Figura 1.12. El Impulso Unitario o Delta de Dirac.

1.2.4. Triangular: Es una señal periódica de valor medio nulo, definida como

$$f(t) = \begin{cases} \frac{4A}{T}t - A, & 0 < t < \frac{T}{2} \\ -\frac{4A}{T}t + 3A, & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$

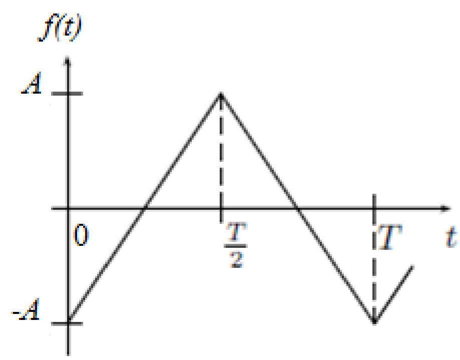


Figura 1.13. Señal triangular.

1.2.5. Diente de Sierra: Una señal diente de sierra es una señal periódica de valor medio no nulo, definida como

$$f(t) = \begin{cases} \frac{A}{T}t\,, & 0 < t < T \\ \frac{A}{T}t - A\,, T < t < 2T \end{cases}$$

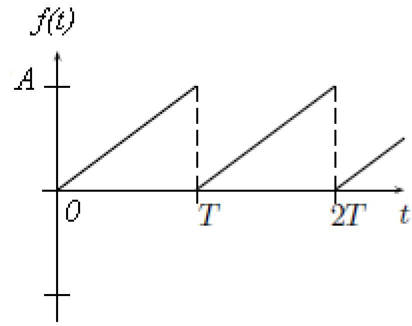


Figura 1.14. Señal Diente de Sierra (Sawtooth).

1.2.6. <u>Rectangular</u>: Una señal rectangular es una señal periódica de valor medio nulo, definida como

$$f(t) = \begin{cases} A, & 0 < t < T/2 \\ -A, & T/2 < t < T \end{cases}$$

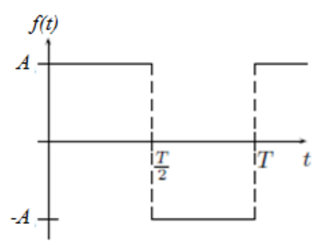


Figura 1.15. Señal rectangular.

1.2.7. <u>Cuadrada</u>: Una señal cuadrada es una señal periódica de valor medio no nulo, definida como

$$f(t) = \begin{cases} A, & 0 < t < T/2 \\ 0, & T/2 < t < T \end{cases}$$

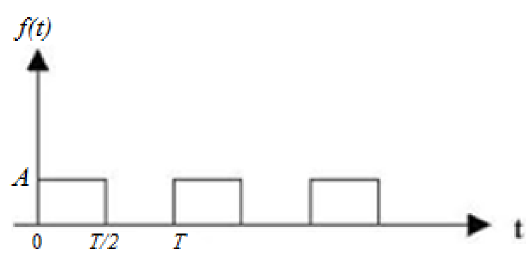


Figura 1.16. Señal cuadrada.

1.2.8. <u>Exponencial</u>: En muchos circuitos eléctricos existen voltajes y corrientes que pueden representarse matemáticamente utilizando la Función exponencial, cuya representación gráfica es la mostrada en la **Figura 1.17** y cuya expresión matemática se obtiene elevando el número base de los logaritmos naturales, e, a una potencia proporcional al tiempo, como se indica a continuación

$$f(t) = Ae^{-\alpha t}\mu(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ Ae^{-\alpha t}, & t > 0 \end{cases}$$

Por lo general es necesario incluir la función $\mu(t)$ en la expresión matemática de las funciones que se obtienen en la práctica, porque al igual que la de la **Figura 18**, dichas funciones son nulas para todo tiempo menor que cero, **(instante en el que se conecta la fuente del circuito)**.

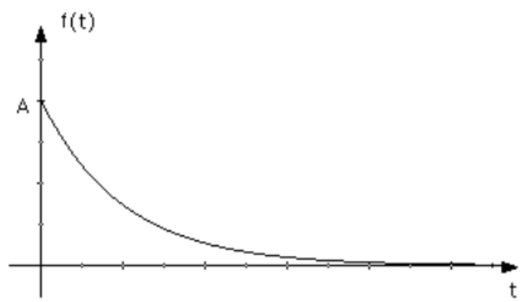


Figura 1.17. Señal exponencial.

El valor de t para el cual el exponente de la función es igual a $^{-1}$ se conoce como la constante de tiempo del circuito eléctrico, y se representa frecuentemente con la letra griega τ. Se acostumbra a considerar que la función exponencial alcanza su valor final en 5 constantes de tiempo. Asimismo se tiene:

$$\tau = \frac{1}{\alpha}$$

1.2.9. Sinusoidal: Otra de las funciones que representa las formas de onda de los voltajes y corrientes existentes en muchos circuitos eléctricos es la señal sinusoidal. Este tipo de señal puede representarse utilizando la función seno o la función coseno. Los parámetros más importantes de una señal sinusoidal son los siguientes:

La amplitud **(*A*)**, la cual se define como la magnitud desde el nivel de referencia hasta el punto más positivo **(o valor pico)** de la señal. La frecuencia (f), la cual se define como el inverso del período de la señal, siendo éste el tiempo transcurrido entre dos puntos que tienen las mismas características.

La ecuación de la señal sinusoidal mostrada en la **Figura 1.18** es la siguiente:

$$f(t) = Asen(2\pi ft + \phi_0)\mu(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ Asen(2\pi ft + \phi_0), & t > 0 \end{cases}$$

El desfasaje (ϕ_0), el cual se define como el ángulo con respecto al punto que se tome como referencia.

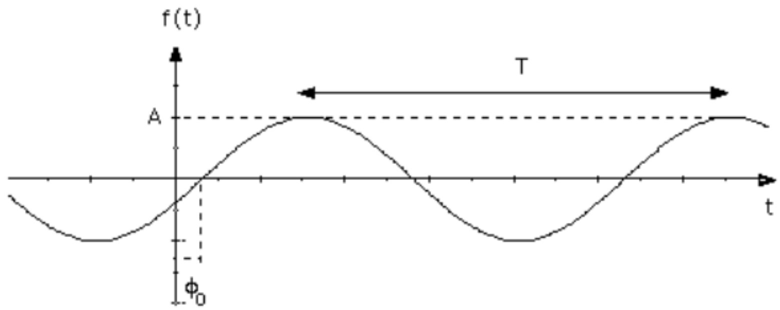


Figura 1.18. Señal sinusoidal.

1.2.10. <u>Sinc</u>: Otra función que aparece comúnmente en análisis de señales y sistemas es la función *sinc*, definida como

$$\boldsymbol{sinc(t) = \frac{sen(\pi t)}{\pi t}}$$

y que podemos ver **(parcialmente)** representada en la **Figura 1.19**. Es una función par de duración infinita cuyos cruces por cero se producen en todos los números enteros a excepción del cero, donde toma su valor máximo, 1. Conforme t tiende a infinito la función va decreciendo en amplitud como 1/t. Su versión en tiempo discreto se obtiene sin más que sustituir t por an, donde a es un parámetro de escala. En el caso en que a = 1, tenemos sinc(n) = δ[n].

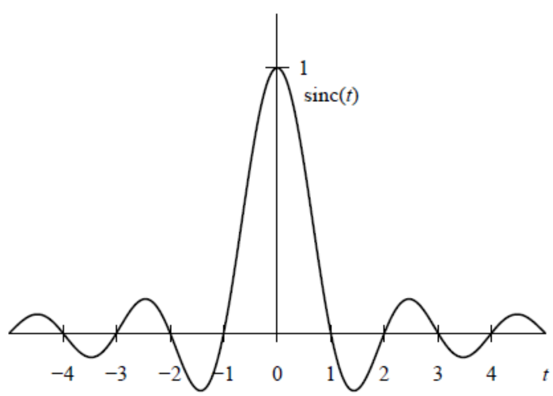


Figura 1.19. La función sinc.

1.2.11. <u>Signo</u>: La función signo, $sgn(t)$, es aquella que cambia de signo cuando su argumento pasa por cero; se representa en la **Figura 1.20** y la vamos a definir en la forma siguiente:

$$\boldsymbol{sgn(t) = \begin{cases} -1, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}}$$

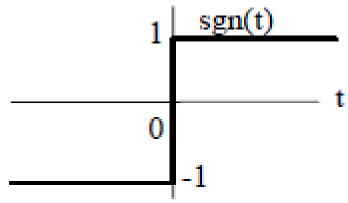


Figura 1.20. Función Signo.

1.3. <u>Transformaciones de la variable independiente</u>: En muchas ocasiones es importante considerar analítica y gráficamente señales relacionadas por una modificación de la variable independiente, mediante operaciones tales como desplazamiento, reflexión, compresión y expansión, entre otros.

1.3.1. <u>Desplazamiento temporal</u>: La señal $x(t-t_0)$ representa una versión desplazada de $x(t)$, **Figura 1.21**. El desplazamiento en el tiempo es t_0, donde t_0 es un número real. Si $t_0 > 0$, entonces la señal es retrasada en t_0 unidades de tiempo. Físicamente, t_0 puede tomar valores negativos, pero desde un punto de vista analítico, $x(t-t_0),\ t_0 < 0$, representa una réplica adelantada de la señal $x(t)$. Las señales que están relacionadas en esta forma ($\boldsymbol{t_0 > 0}$) surgen en aplicaciones tales como el radar, sonar, sistemas de comunicación y procesamiento de señales sísmicas.

Un sistema cuya señal de salida es idéntica a la de su entrada pero retrasada por una constante se denomina una *unidad de retardo*. Por otra parte, si la señal de salida es idéntica a la de la entrada pero avanzada por una constante, el sistema se denomina un *predictor*. Sin embargo, un sistema que prediga **(adivine)** es físicamente imposible de construir.

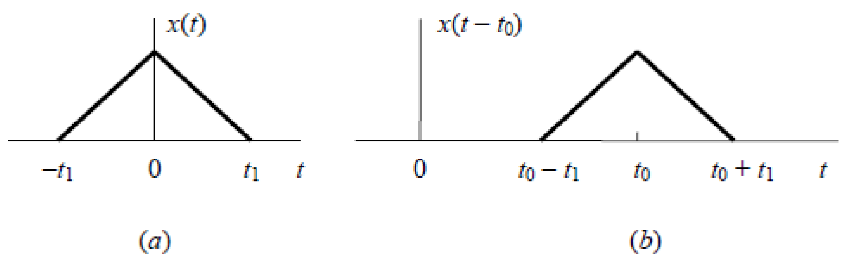


Figura 1.21. Desplazamiento de una señal de tiempo continuo.

1.3.2. <u>Reflexión</u>: Por ejemplo en la **Figura 1.22**, $x(-t)$ se obtiene a partir de la señal $x(t)$ por reflexión en $t = 0$. Entonces, si $x(t)$ representa una señal de audio en un grabador de cinta, la señal $x(-t)$ es la misma grabación reproducida en reversa.

Esta operación se conoce como reflexión y es equivalente a "doblar" la señal **(rotación de 180°)** en torno a la línea $t = 0$ o simplemente a intercambiar el "pasado" y el "futuro" de la señal de tiempo. Observe que cualquier cosa que suceda en la **Figura 1.22(a)** en el instante t también ocurre en la **Figura 1.22 (b)** en el instante $-t$. Como esta operación significa intercambiar el "pasado" y el "futuro", es obvio que *ningún sistema físico pueda ejecutarla*.

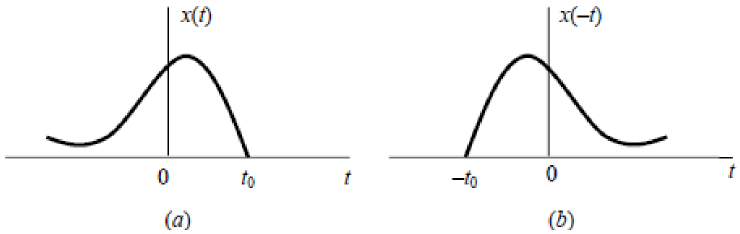


Figura 1.22. Inversión en tiempo continuo.

1.3.3. <u>Compresión y Expansión</u>: La operación de compresión y expansión en el tiempo se conoce como *escalamiento en el tiempo*. Considere, por ejemplo, las señales $x(t)$, $x(3t)$ y $x(t/2)$, mostradas en la **Figura 1.23**. Como se puede ver, $x(3t)$ puede describirse como $x(t)$ comprimida por un factor de 3. En forma similar, $x(t/2)$ puede describirse como expandida por un factor de 2. Se dice que ambas funciones, $x(3t)$ y $x(t/2)$, son versiones de $x(t)$ escaladas en el tiempo.

En general si la variable independiente es escalada por un parámetro α, entonces $x(\alpha t)$ es una versión comprimida de $x(t)$ si $|\alpha| > 1$ y es una versión expandida de $x(t)$ si $|\alpha| < 1$. Si consideramos a $x(t)$ como si fuese la señal de salida de un grabador de video, por ejemplo, entonces $x(3t)$ se obtiene cuando la grabación se reproduce 3 veces la velocidad con la cual fue grabada, y $x(t/2)$ se obtiene cuando la grabación se reproduce a la mitad de esa velocidad. También se puede decir, por ejemplo, que lo que le pase a $x(t)$ en el instante t, también le sucederá a $x(t/2)$ en el instante $t/2$.

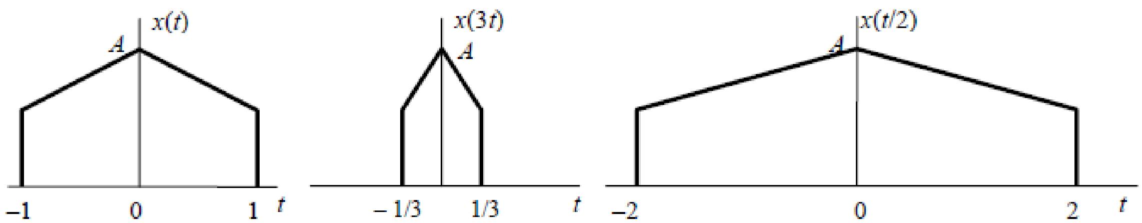


Figura 1.23. Ejemplos de escalamiento en el tiempo.

1.3.4. <u>Simetría</u>: Adicionalmente a su uso en la representación de fenómenos físicos **(como en el ejemplo del grabador)**, la reflexión es extremadamente útil para examinar las propiedades de simetría que pueda poseer una señal. Una señal $x(t)$ o $x[n]$ se conoce como una señal par si es idéntica a su reflexión respecto del origen, es decir, si

$$x(-t) = x(t)$$

$$x[-n] = x[n]$$

Lo que equivale a decir que una señal par, $x(t)$ o $x[n]$, es invariante bajo la operación de reflexión **(o inversión)** en el tiempo.

Una señal se denomina impar si

$$x(-t) = -x(t)$$

$$x[-n] = -x[n]$$

Observe que una señal impar debe ser necesariamente igual a cero en el origen. En la **Figura 1.24** se muestran ejemplos de una señal par y una impar.

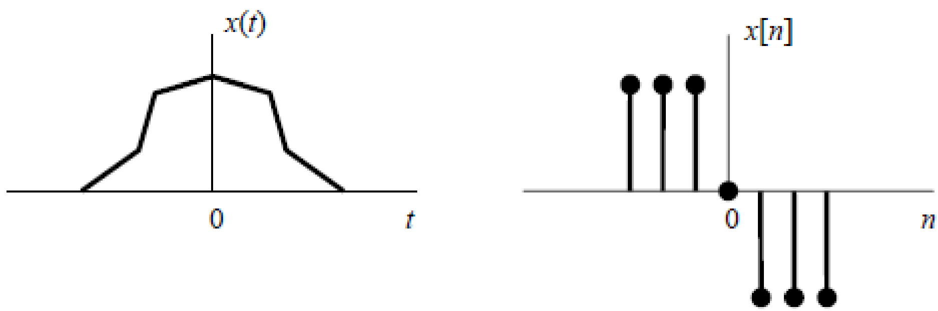


Figura 1.24. Ejemplos de una función par y una impar.

1.4. <u>Energía y Potencia de Señales</u>: En el dominio de la Física y la Ingeniería la energía total de una señal $x(t)$en el dominio del tiempo usualmente se define en la forma

$$E = \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$$

La señal $x(t)$ puede ser un voltaje o una corriente. E es la energía normalizada para una resistencia de 1 Ohm, y se expresa en Joules. Como $x(t)$ puede, en general, ser compleja, una definición más general de la energía es

$$E = \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$$

Donde

$$|x(t)|^2 = x(t)x^*(t)$$

Si $x(t)$ es real e independiente de T, la energía se puede definir en la forma siguiente, que esla más utilizada en la caracterización de señales físicas de aplicación práctica.

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt$$

La potencia promedio de una señal $x(t)$ en el dominio del tiempo se define como la energía por unidad de tiempo; por lo tanto, la potencia promedio de la señal en el intervalo **(-T/2, T/2)** es

$$P = \frac{E}{T} = \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$$

Si la señal es periódica, no es necesario tomar el límite y la integración se efectúa dentro de un período T, es decir

$$P = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$$

Si $x(t)$ es real y periódica.

Esta es la potencia normalizada para una resistencia de 1 Ohm; se mide en vatios **(W)**. Mientras no se especifique lo contrario, en este texto la potencia y la energía estarán siempre normalizadas **(referidas a una resistencia de 1 Ohm)**.