(F26, må 28 feb 2005)

Om F är en kropp och $f(x) \in F[x]$ säger vi att

$f(x)$ är **irreducibelt** omm
$f(x) = g(x)h(x) \Rightarrow$ precis en av $g(x)$ och $h(x)$ tillhör $U(F[x])$
(Jämför primtal i $\mathbb{Z}$)

Sats: Varje $f(x) \in F[x]$ är en produkt av irreducibla polynom, eller konstant.

Sats: Om $r(x) \in F[x]$ är irreducibelt och $r(x) \mid s_1(x) \ldots s_k(x)$ så $r(x) \mid s_i(x)$, något i, $1 \leq i \leq k$

Sats (Entydig faktorisering): Om $f(x) = g_1(x) \ldots g_r(x) = h_1(x) \ldots h_s(x)$ i $F[x]$, med $g_i(x), h_j(x)$ irreducibla, så är $r = s$ och $g_i(x) = u_i\, h_{\pi(i)}(x)$, där $u_i \in U(F[x])$, $\pi \in S_r$

Faktorsatsen: Om $f(x) \in F[x]$:

$$(x - \alpha) \mid f(x) \;\Leftrightarrow f(\alpha) = 0 \text{ i } F$$

Så polynom av grad $n \geq 0$ i $F[x]$ har högst n nollställen i F.

Ringen $\mathbb{Z}[i] = \{m + ni \mid m, n \in \mathbb{Z}\}$, de **gaussiska heltalen**, har entydig faktorisering, men det har inte ringen $\mathbb{Z}[i\sqrt{5}]$.