

# Analyse par ondelettes

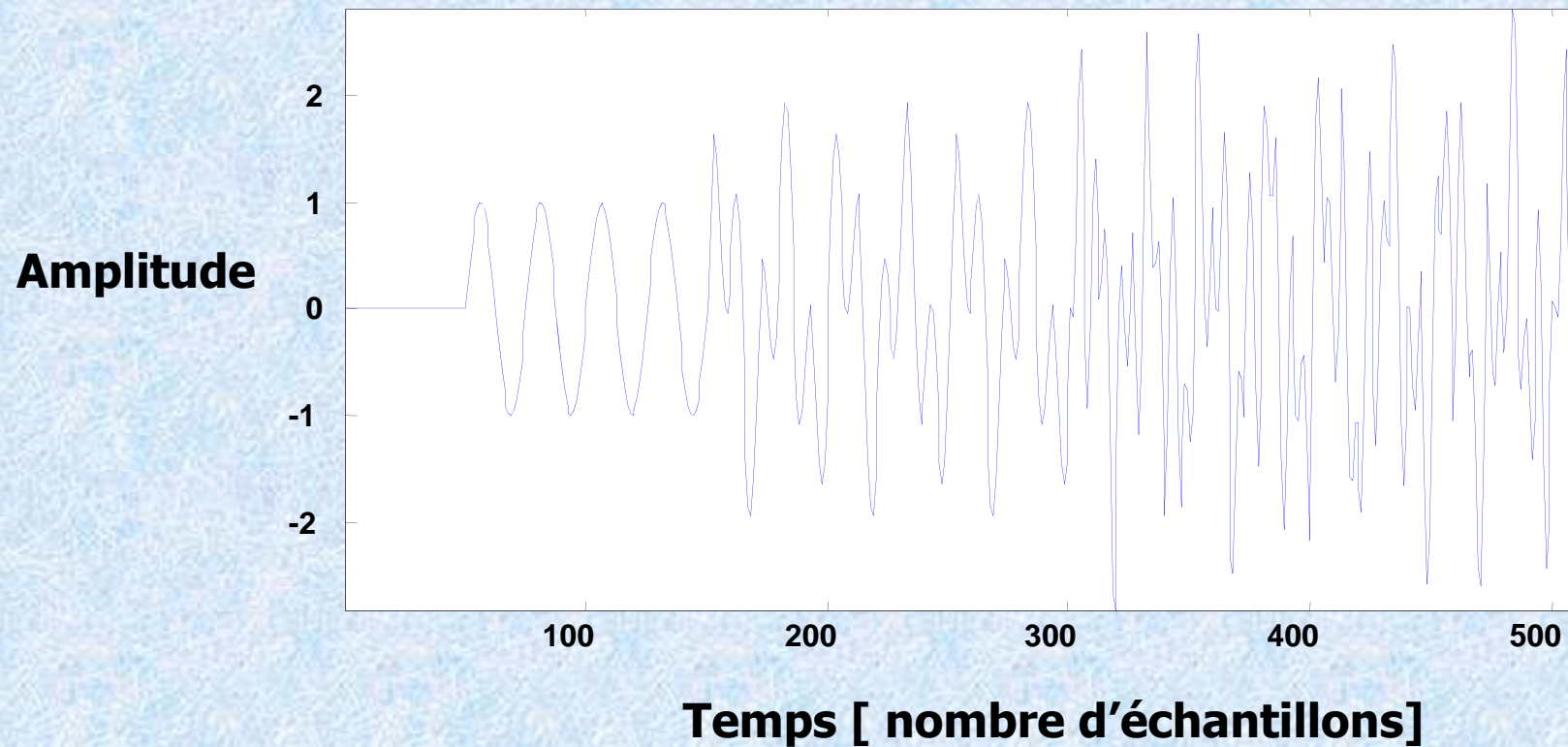
66

- 1. Intérêt d'une Représentation Temps-fréquence**
- 2. La transformée en ondelettes continue**
- 3. Comparaisons avec la transformée de Fourier à court terme (bancs de filtres)**
- 4. Ondelettes discrètes ou analyse multirésolution**
- 5. Quelques applications**

# Représentation temporelle

67

Signal synthétisé sur 512 points,  $f_e=2$  kHz

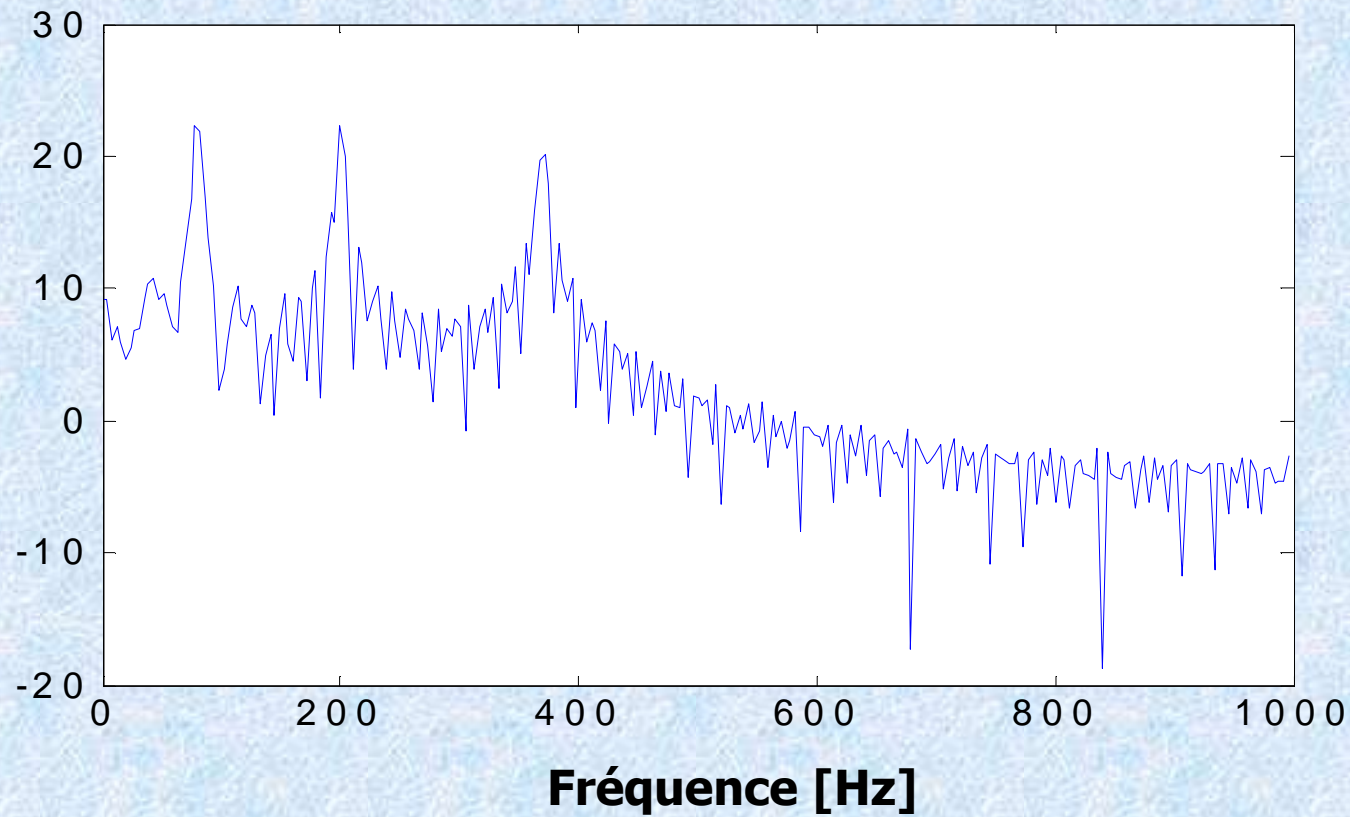


# Représentation fréquentielle (Fourier)

68

**3 fréquences : 80 Hz, 200 Hz, 370 Hz**

**Module  
du  
spectre  
[dB]**



# Intérêt d'une représentation en temps et en fréquence

69

«La représentation d'un signal comme fonction du temps exhibe mal le spectre des fréquences en jeu, alors qu'au contraire son analyse de Fourier masque l'instant d'émission et la durée de chacun des éléments du signal.»

R. Balian dans *Les ondelettes algorithmes et applications*  
Y. Meyer. Armand Colin 1992



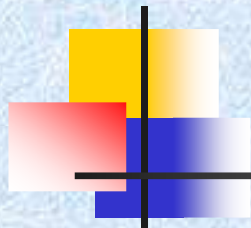
Blanche, noire... → durée

Notes → fréquences



# Représentation temps-fréquence ou temps-échelle

70

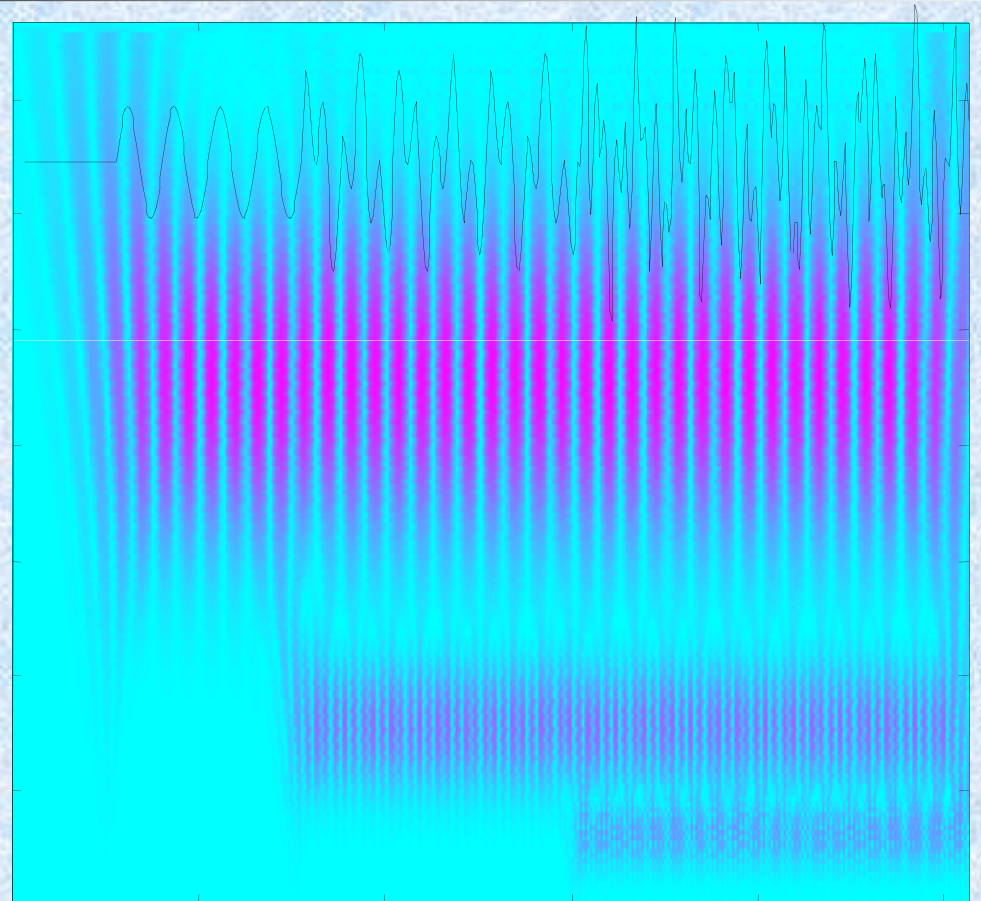


Echelle  
ou  
fréquence

80 Hz

200 Hz

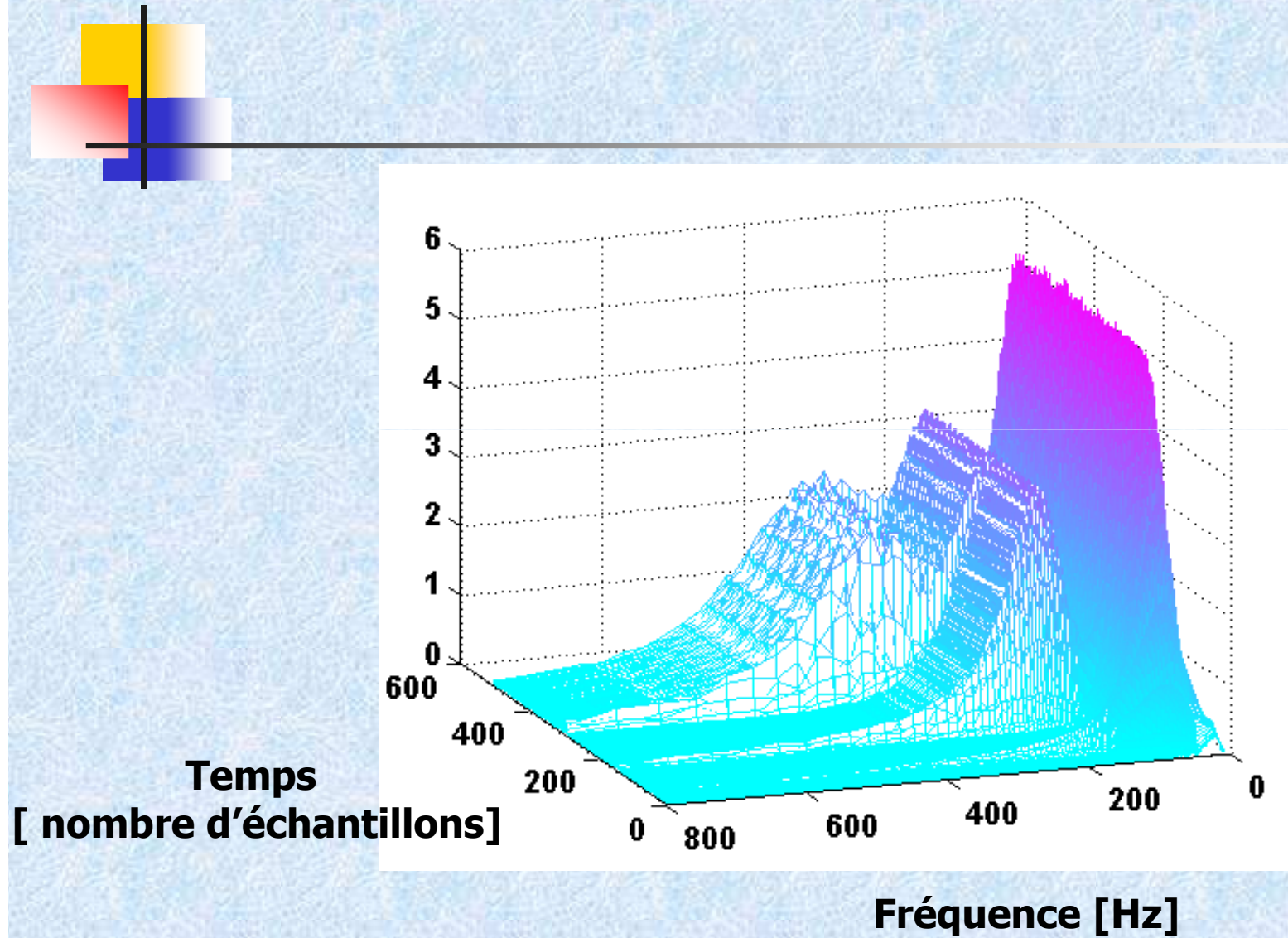
370 Hz



100 200 300 400 500  
Temps [ nombre d'échantillons]

# Représentation en 3D

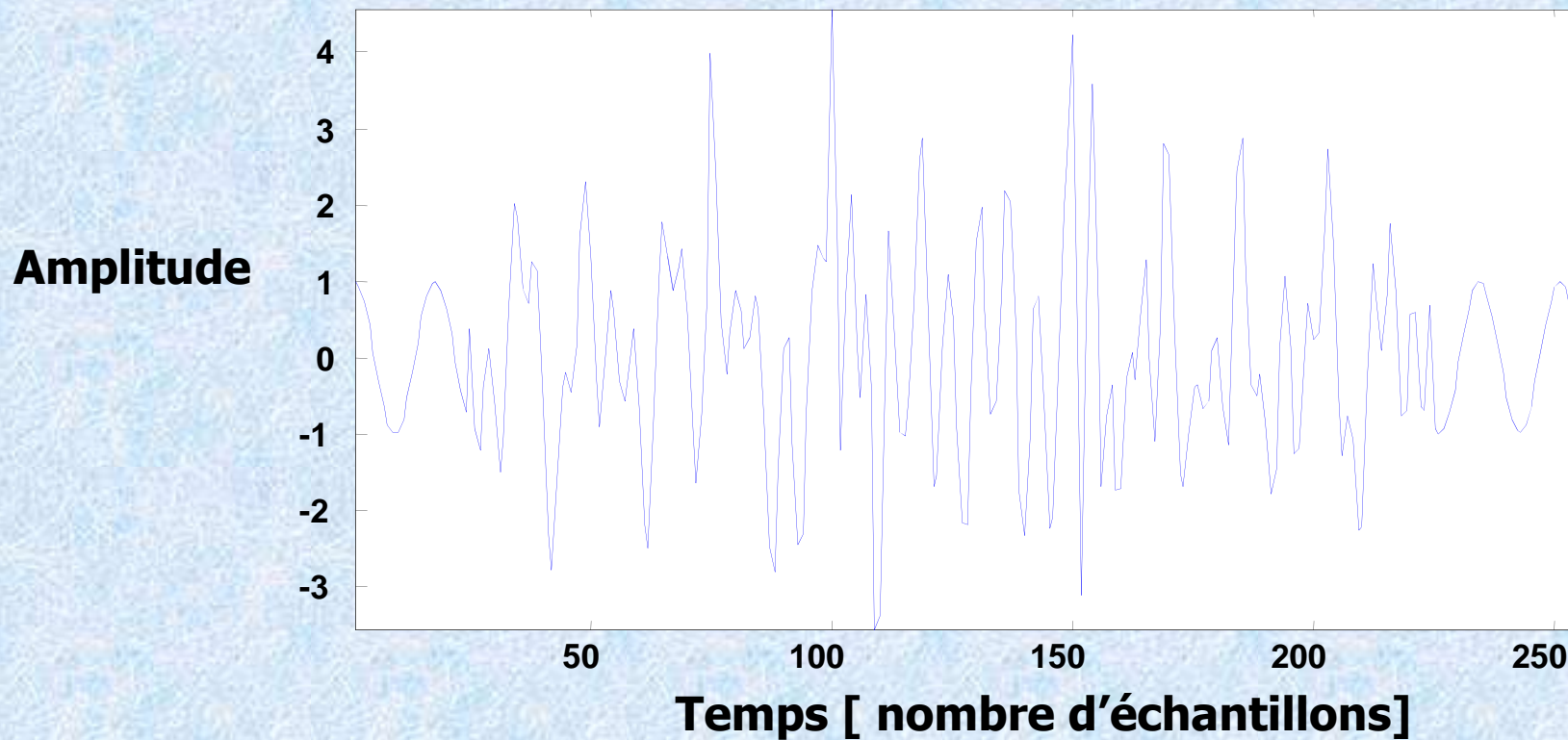
71



# Représentation temporelle

72

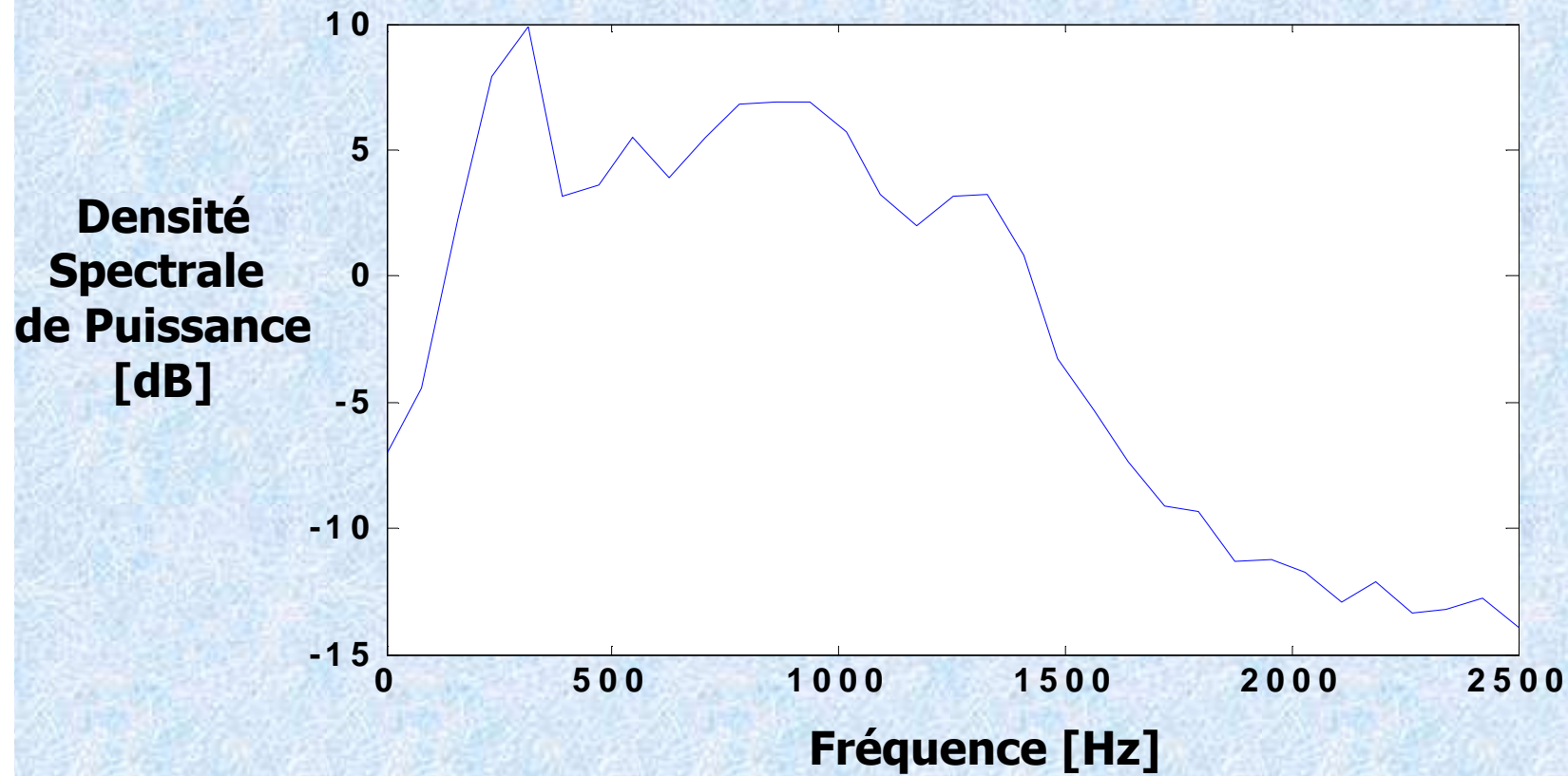
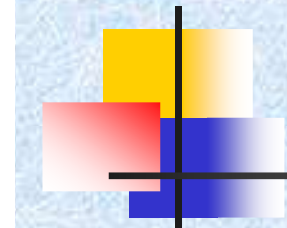
Signal synthétisé sur 256 points,  $f_e=5$  kHz



**Contenu : modulations de fréquence (2), impulsions (1 BF, 2 HF),  
fréquence pure (1)**

# Représentation fréquentielle (Fourier)

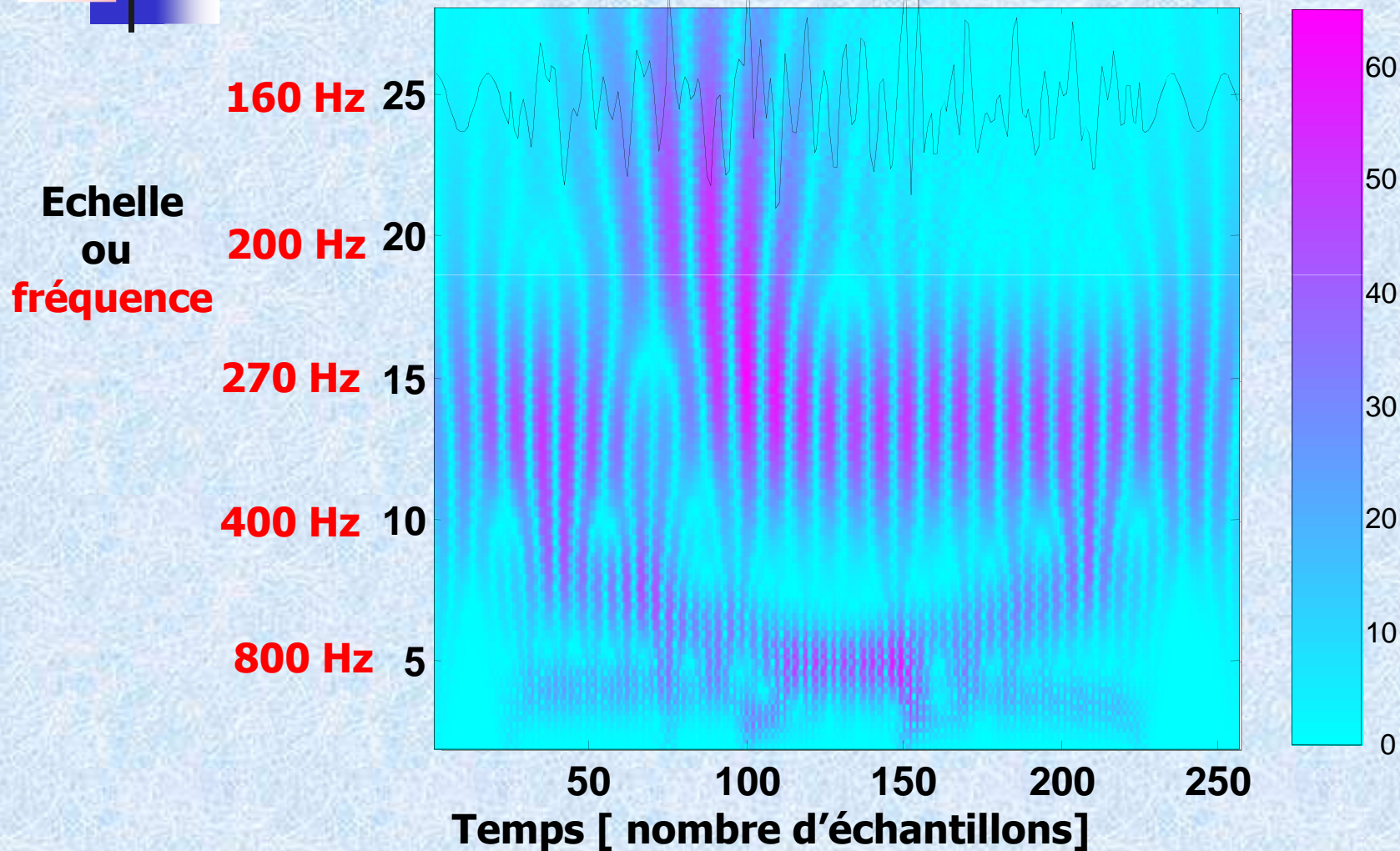
73





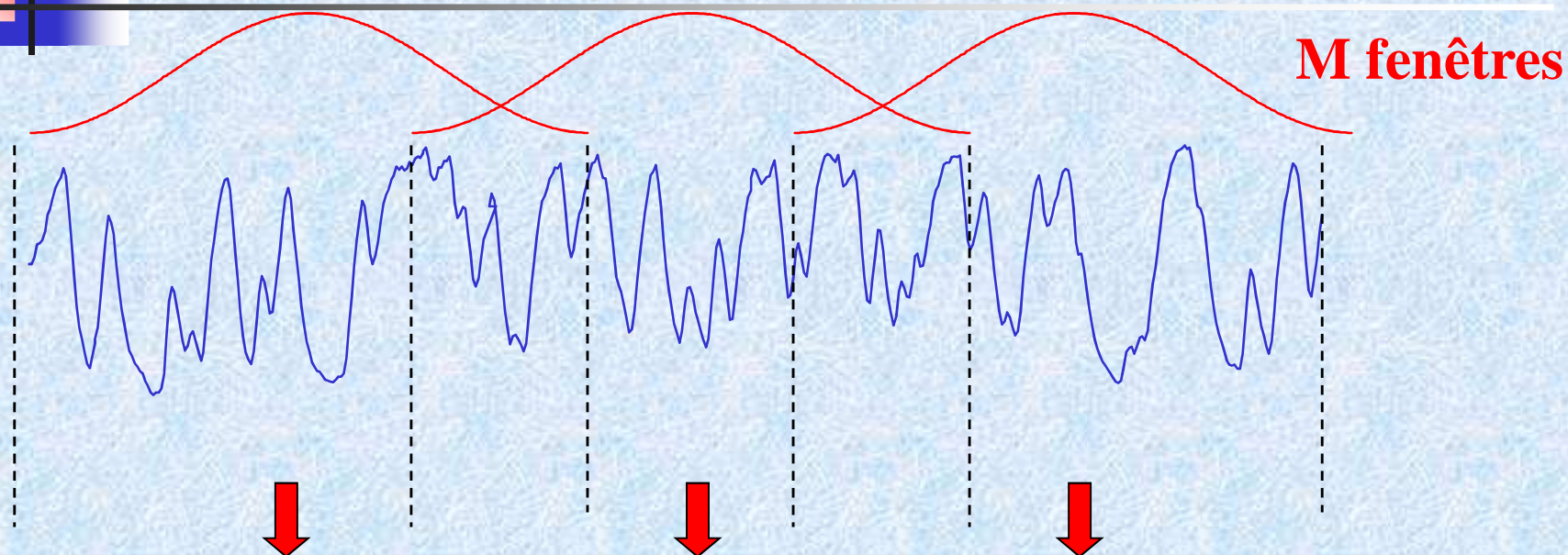
# Représentation temps-échelle par transformée en ondelettes continues

74



# Transformée de Fourier à court terme (short time Fourier transform)

75



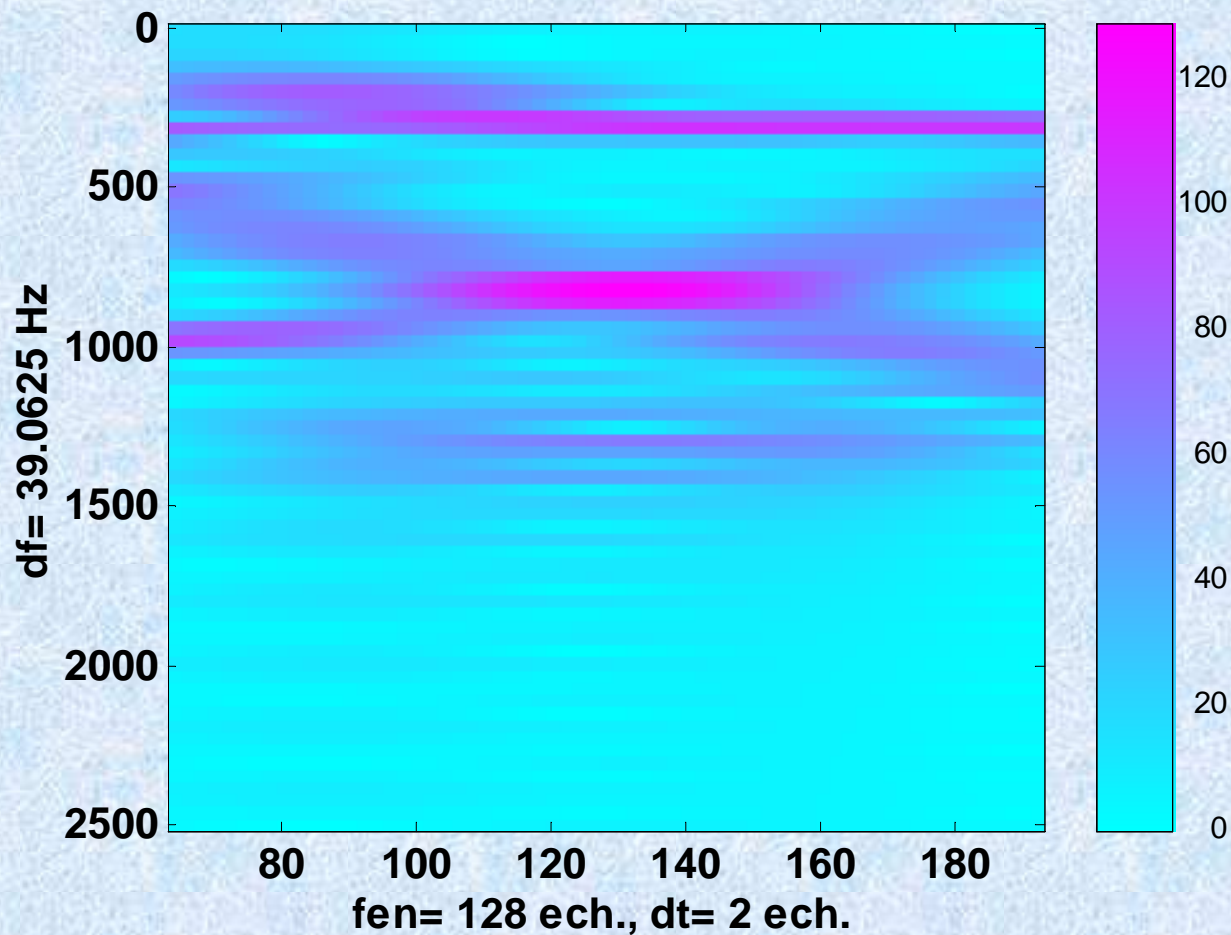
**M fenêtres**

**M transformées de Fourier**

$$STFT_x(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) w^*(t - \tau) e^{-2j\pi ft} dt$$

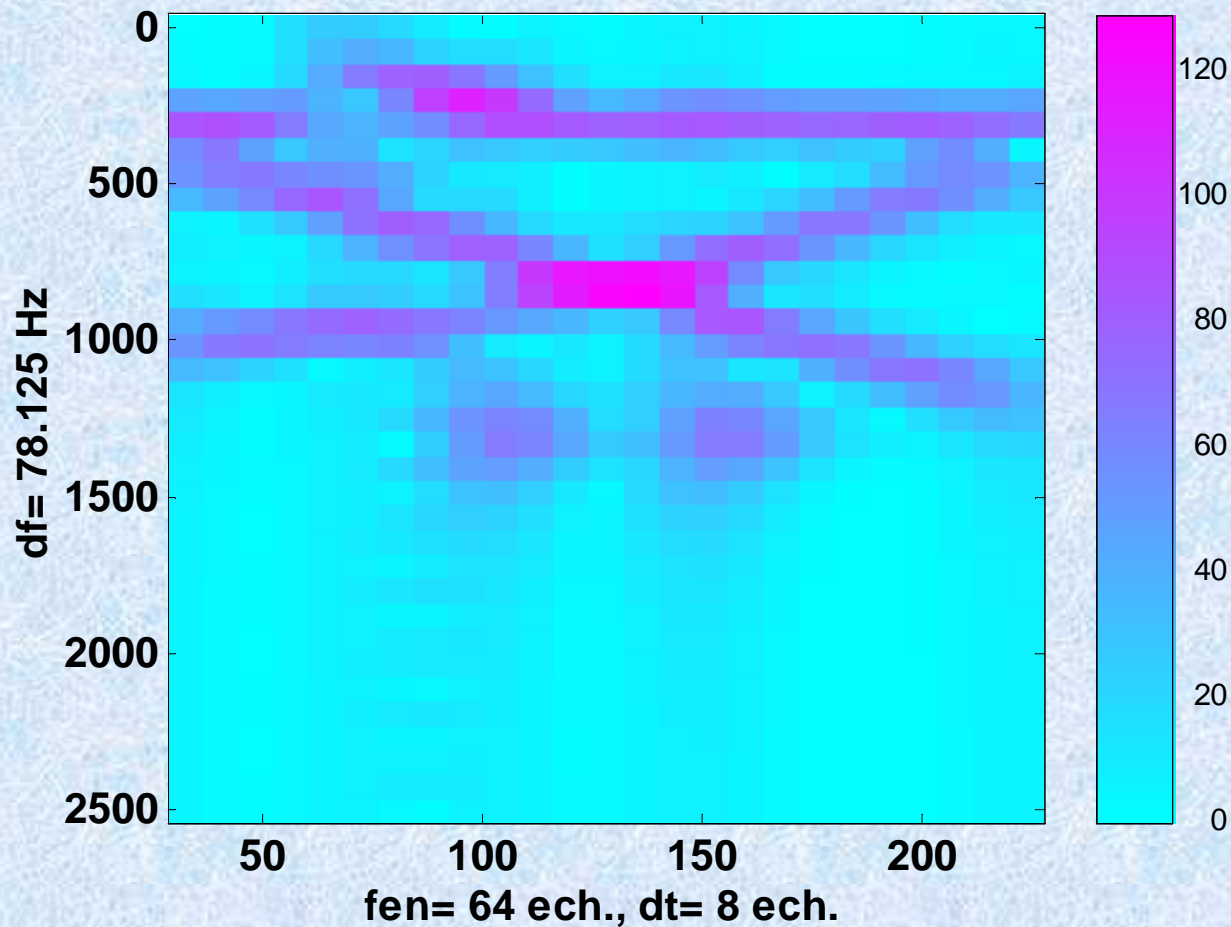
# Analyse temps-fréquence par transformée de Fourier à fenêtre glissante

76



# Analyse temps-fréquence par transformée de Fourier à fenêtre glissante

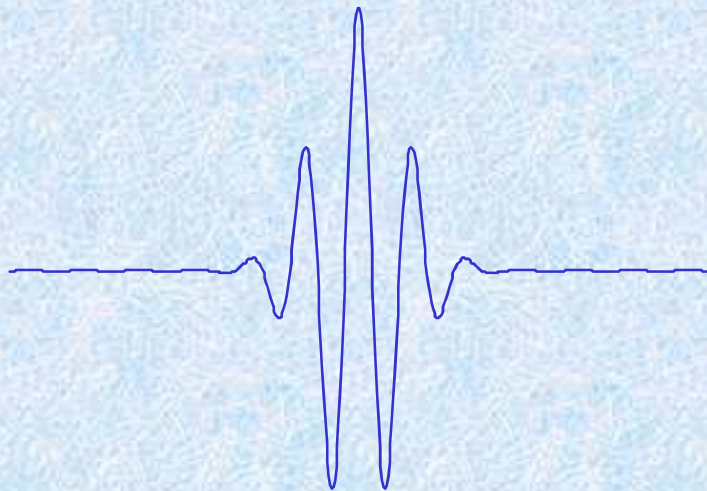
77





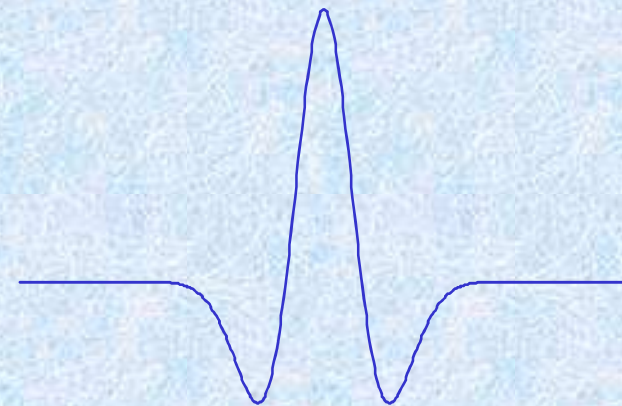
# Types d'ondelettes

78



**Ondelette de Morlet**

$$\psi(t) = e^{ict} e^{-\alpha^2 t^2/2}$$



**Chapeau mexicain**

$$\psi(t) = a e^{-t^2/2} (1 - t^2)$$

# Ondelettes analysantes

79



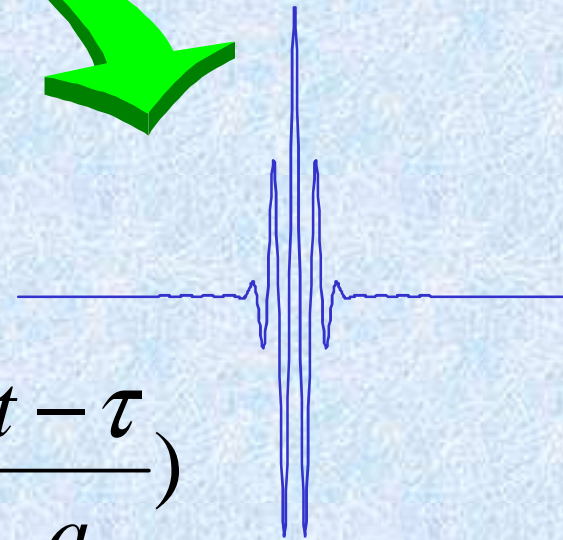
$\psi(t)$

Ondelette mère

Dilatation



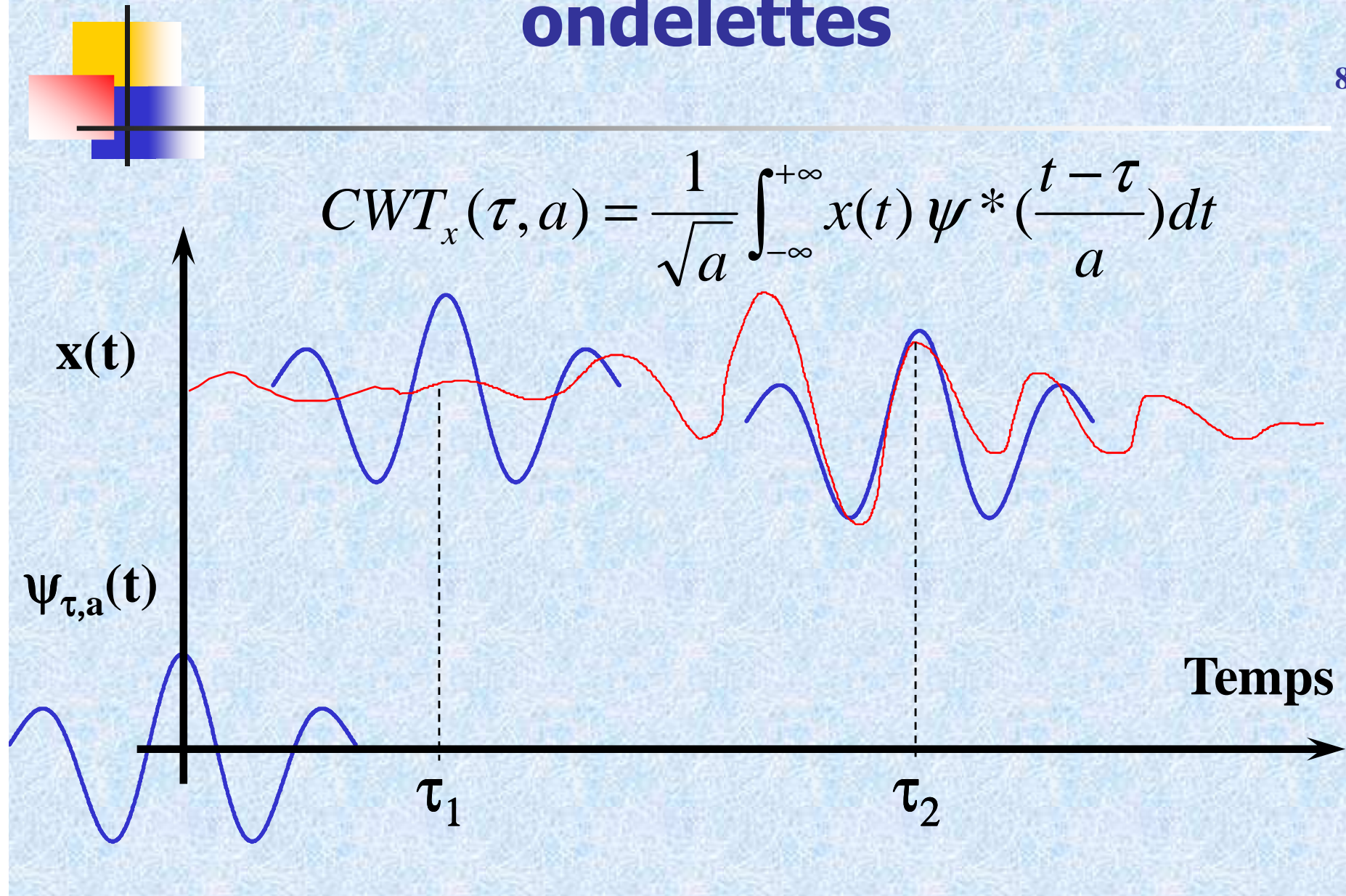
Contraction



$$\psi_{\tau,a}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right)$$

# Principe de la transformée en ondelettes

80



# Comparaison STFT-CWT

81

**Analyse**

$$STFT_x(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) w^*(t - \tau) e^{-2j\pi ft} dt$$

$$CWT_x(\tau, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^*\left(\frac{t - \tau}{a}\right) dt$$

**Reconstruction**

$$x(t) = \frac{1}{E_w} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} STFT_x(\tau, f) g_{\tau, f}(t) d\tau df$$

$$g_{\tau, f}(t) = w(t - \tau) e^{2j\pi ft}$$

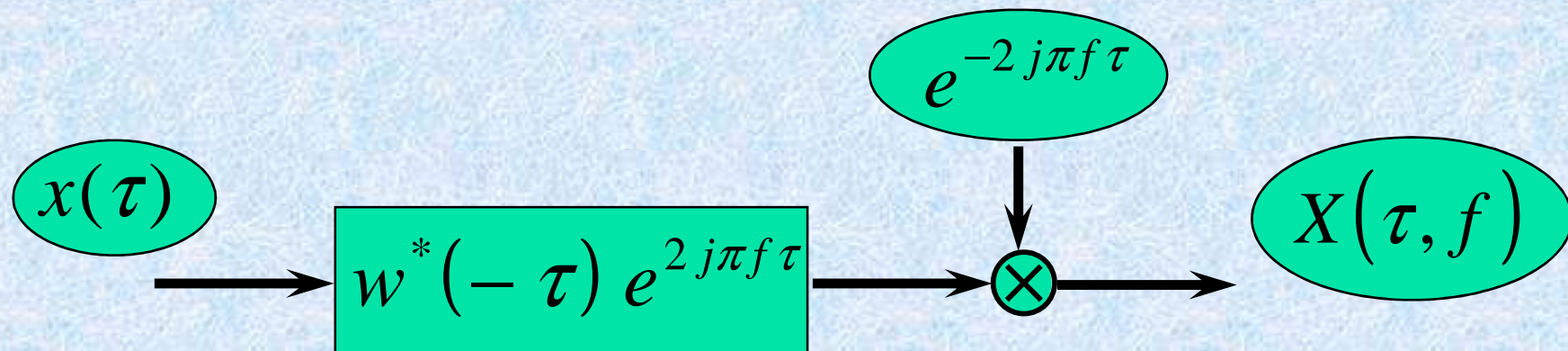
$$x(t) = \frac{1}{K_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} CWT_x(\tau, a) \psi_{\tau, a}(t) \frac{d\tau da}{a^2}$$



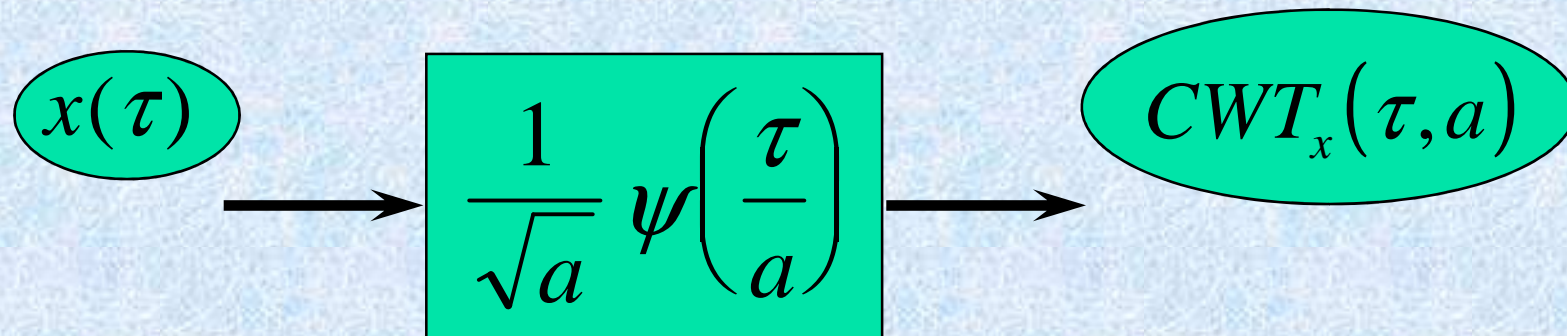
# Comparaison STFT-CWT

82

## Transformée de Fourier à court terme

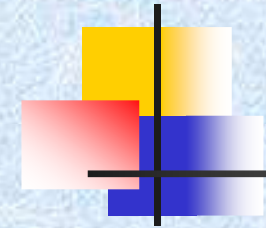


## Transformée en ondelettes continue

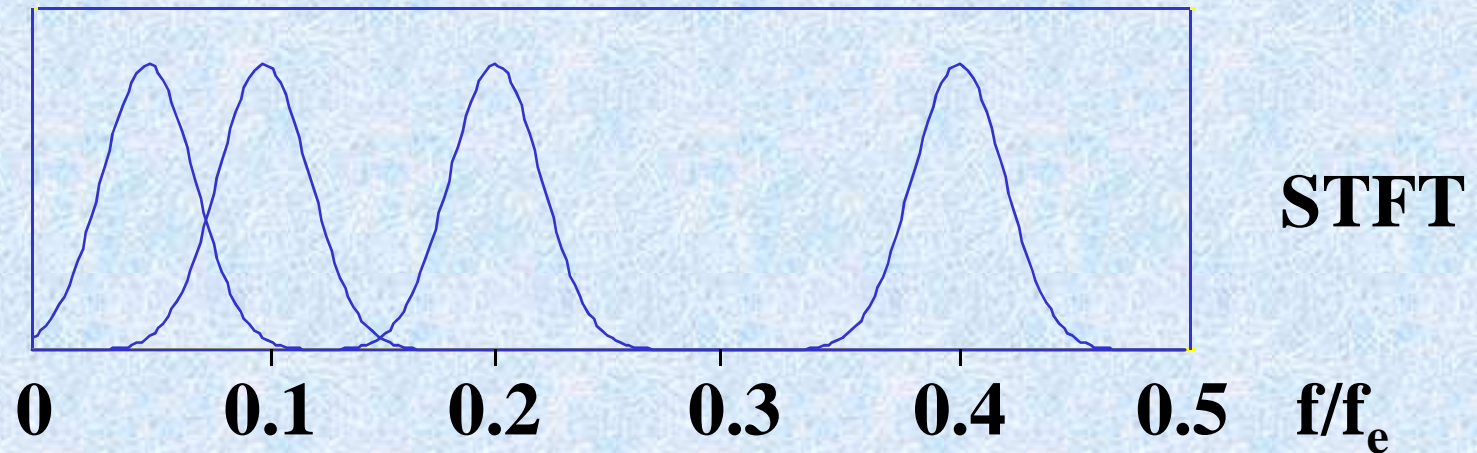


# Comparaison CWT, STFT : Bancs de filtres

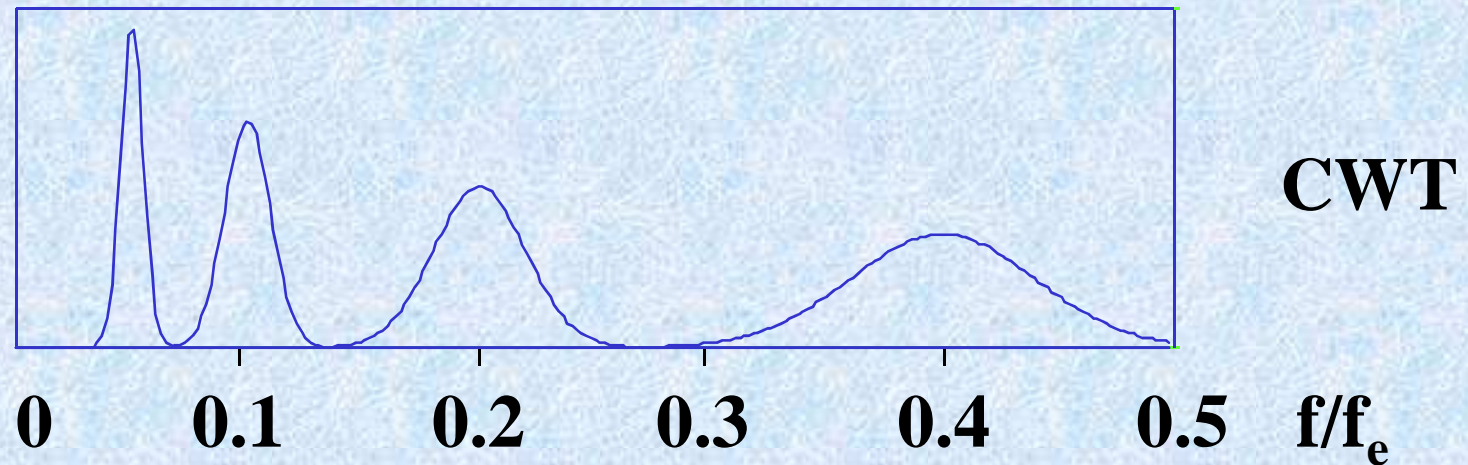
83



Temps  
fréquence

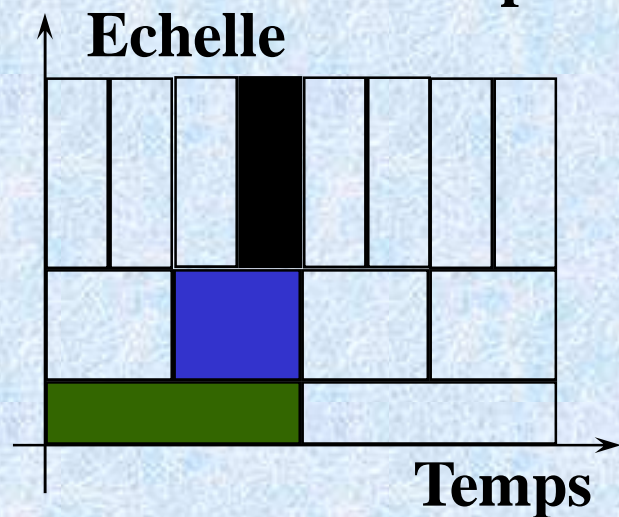
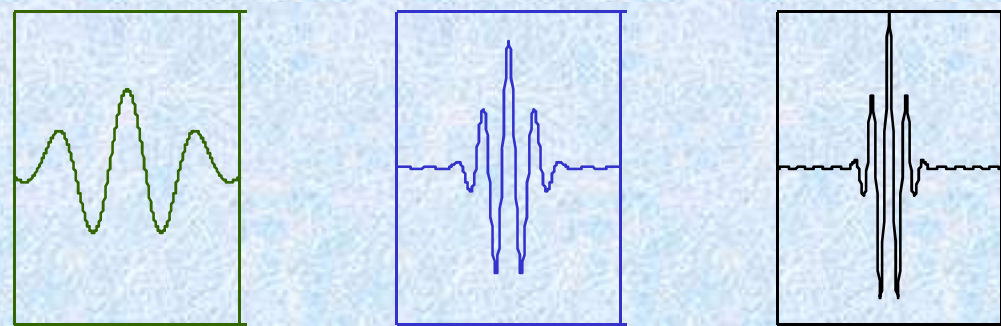
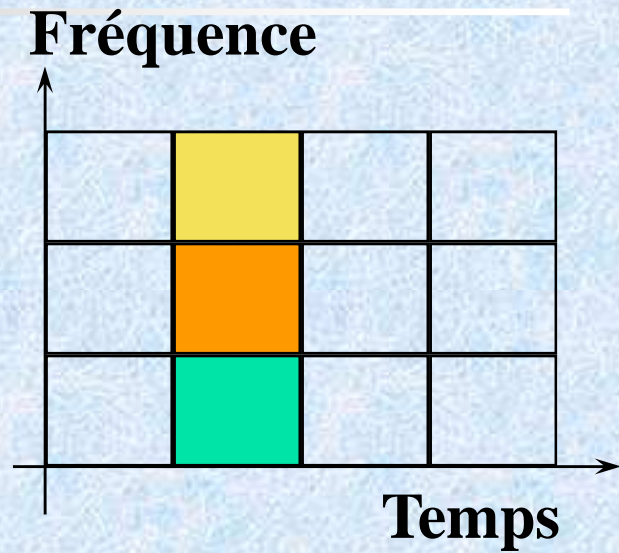
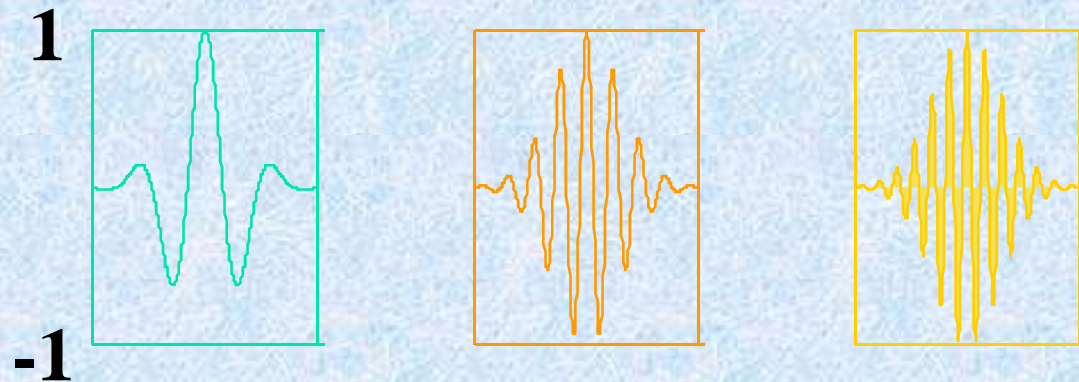


Temps  
échelle



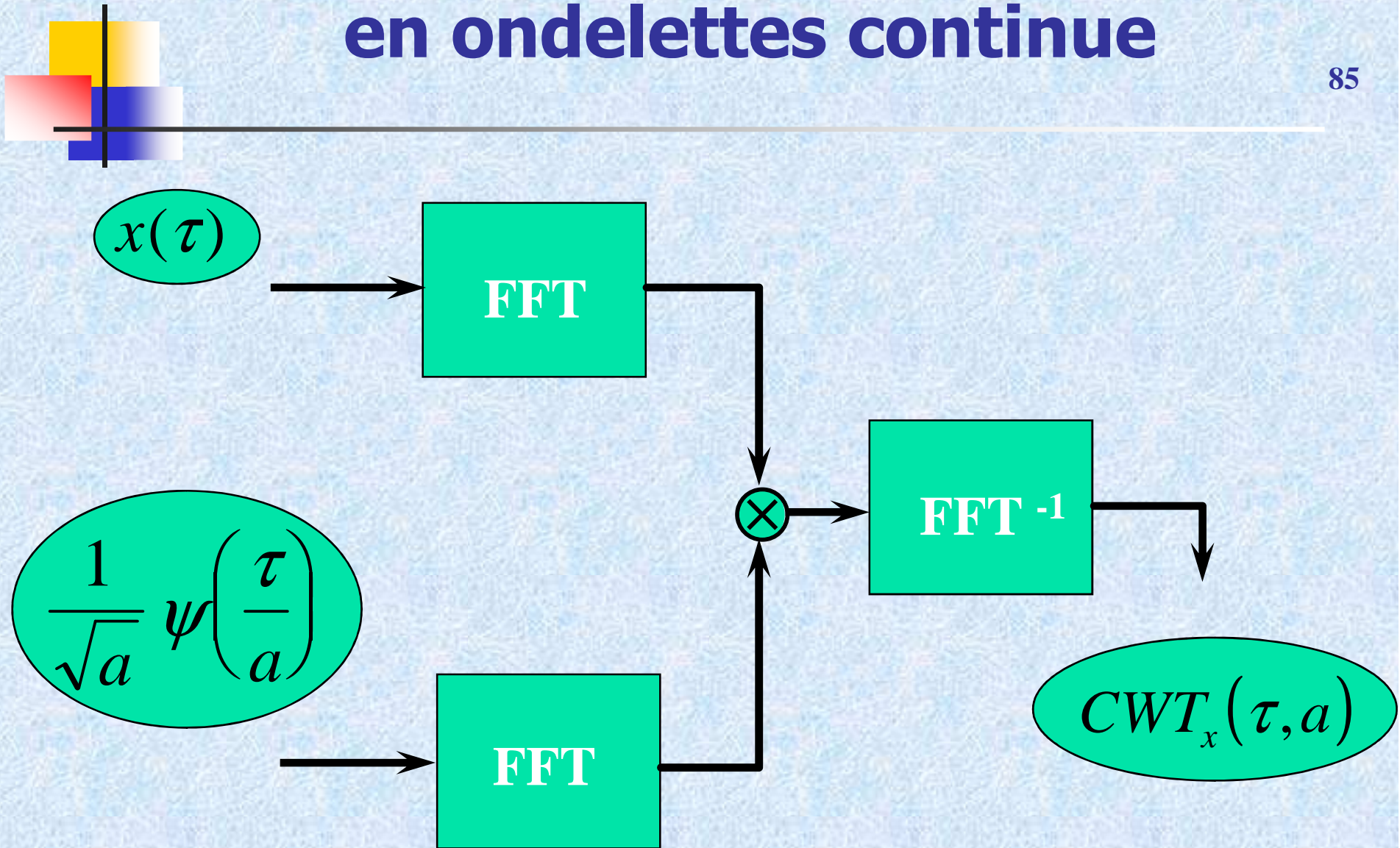
# Pavage des plans temps fréquence, temps échelle

84



# Implantation de la transformée en ondelettes continue

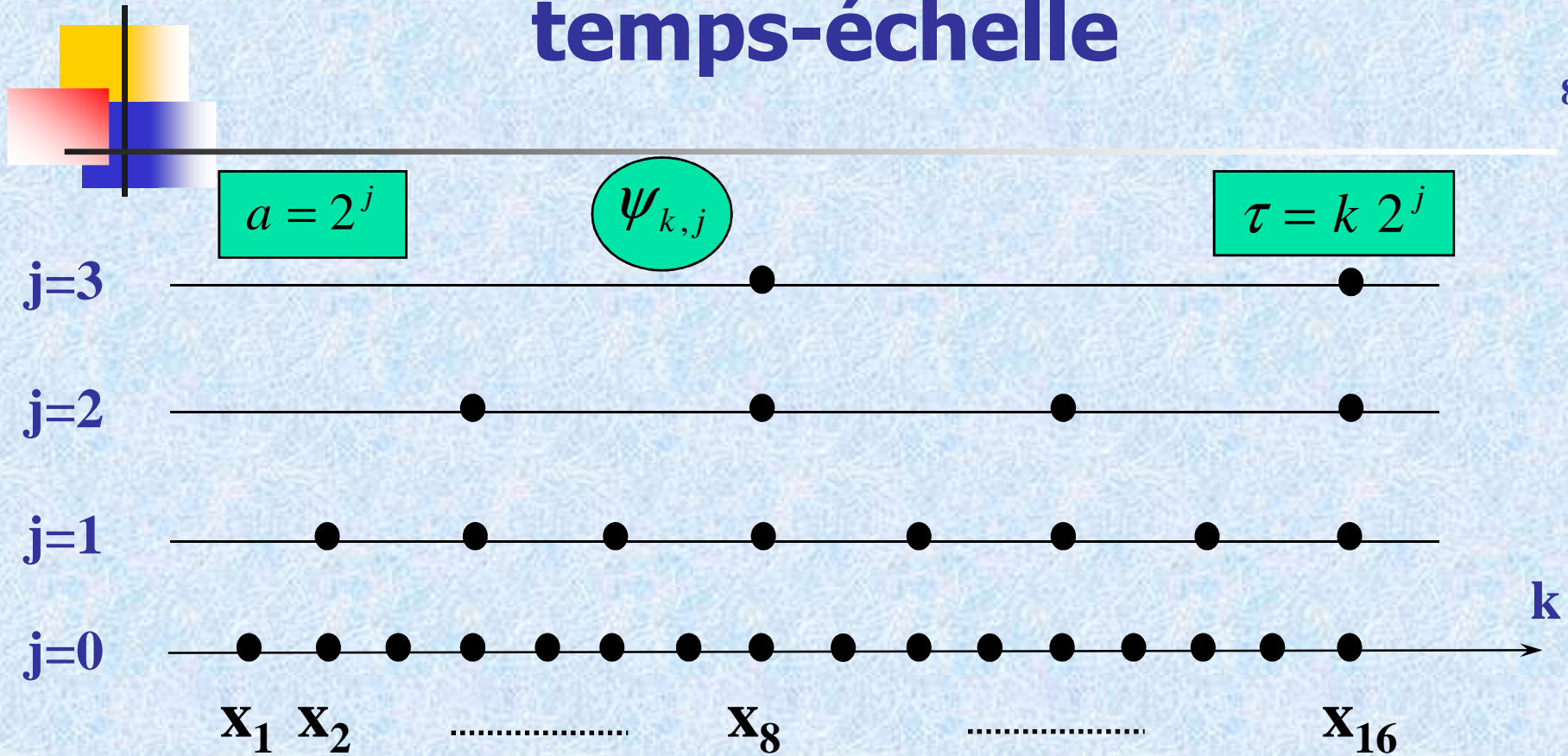
85





# Discrétisation du plan temps-échelle

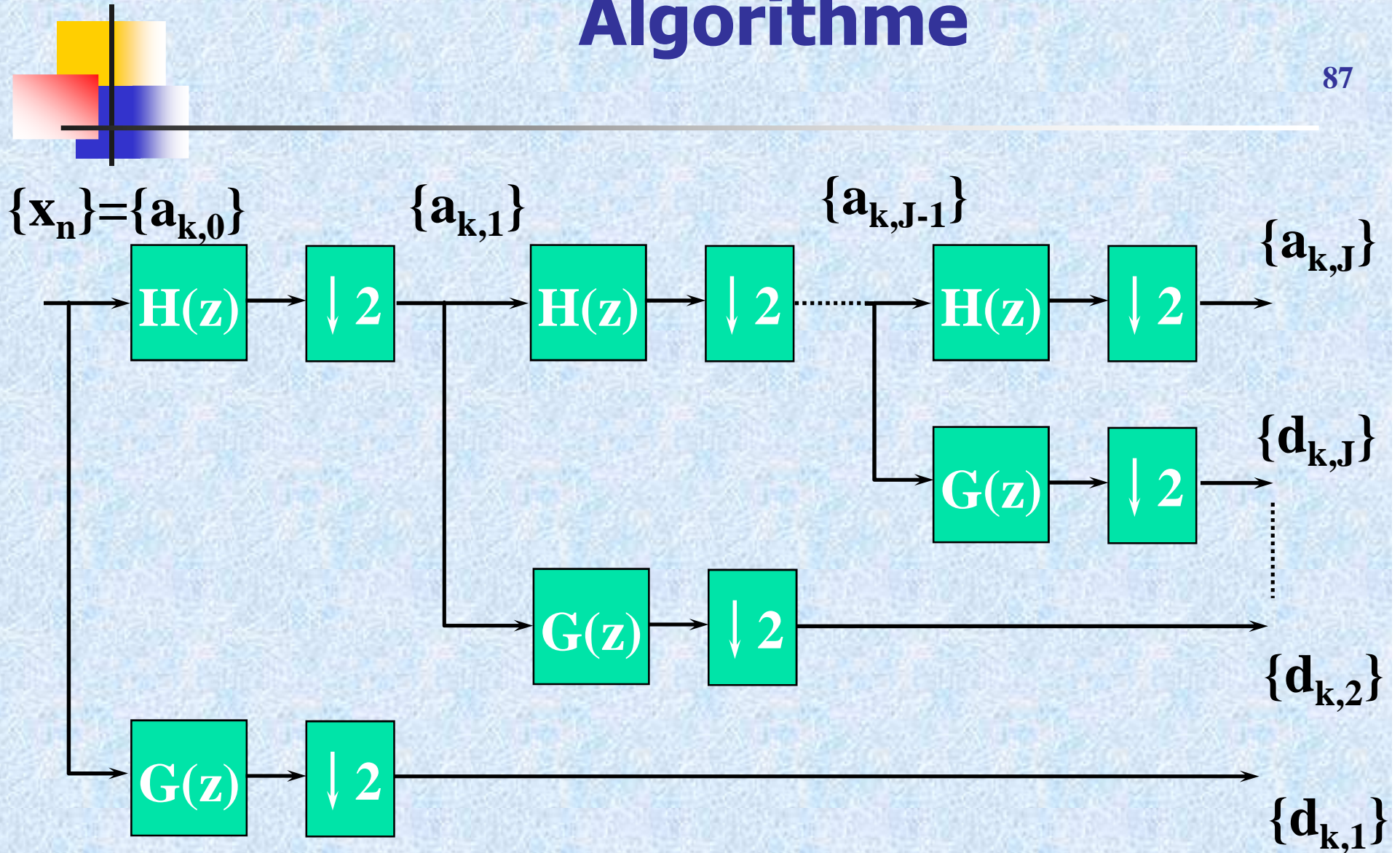
86



$$\psi_{k,j}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j} t - k)$$

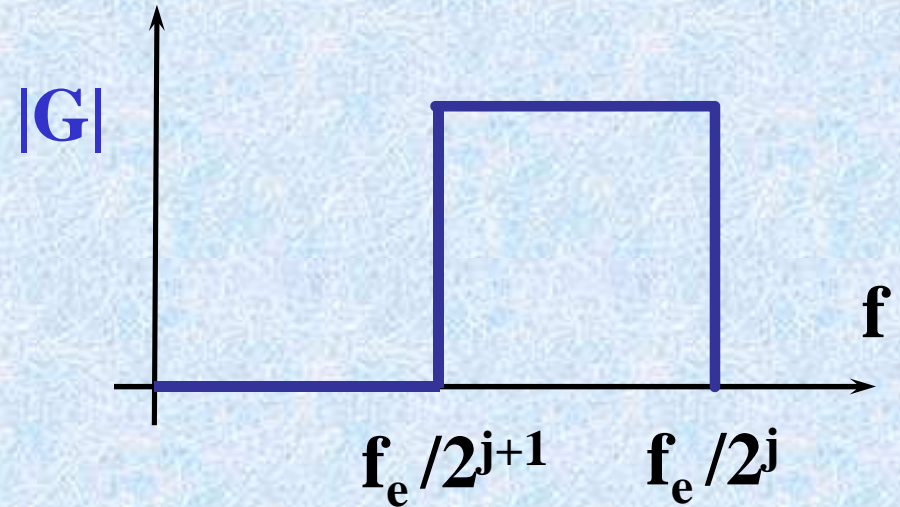
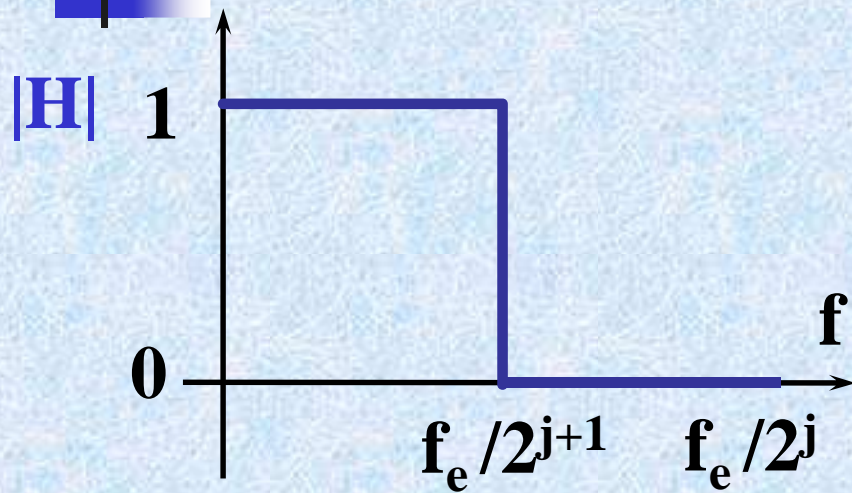
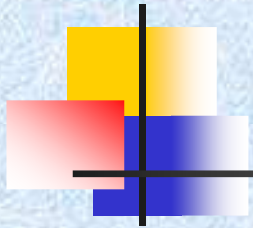
# Analyse multirésolution : Algorithme

87

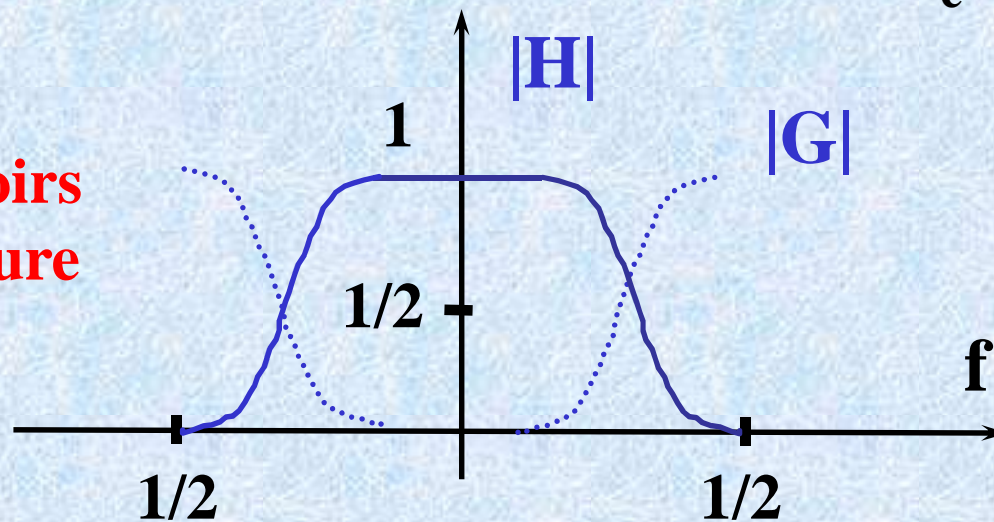


# Gabarit des filtres

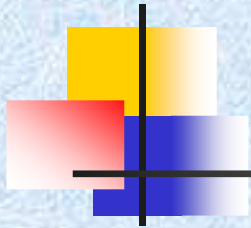
88



**Filtres miroirs  
en quadrature**



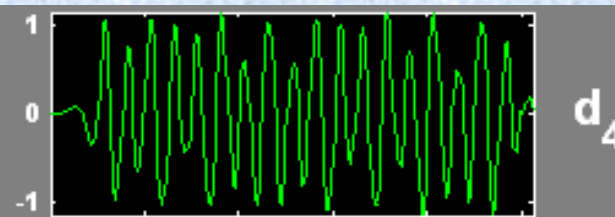
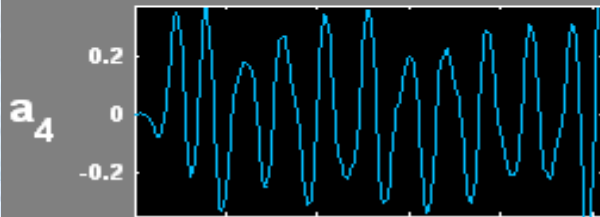
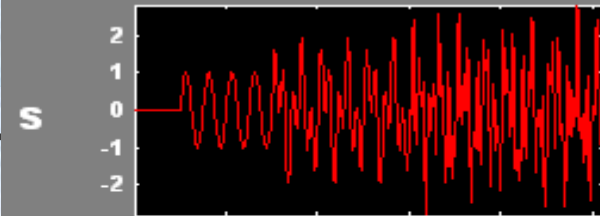
# Analyse multirésolution : exemple 1



3 fréquences : 80 Hz, 200 Hz, 370 Hz<sup>89</sup>

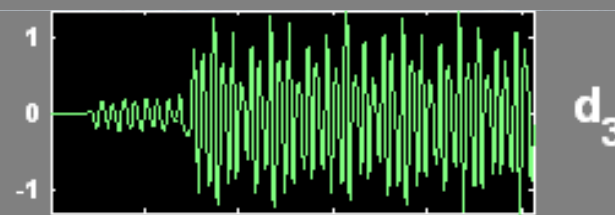
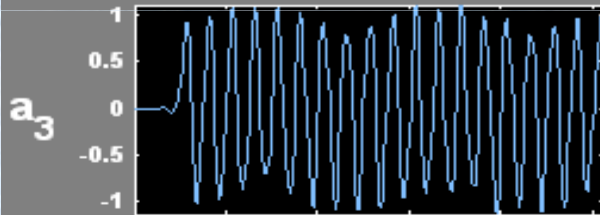
$f_e = 2$  kHz

$[0, f_e/32]$



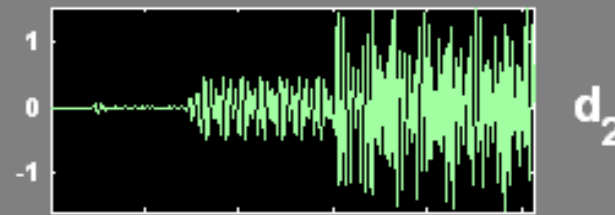
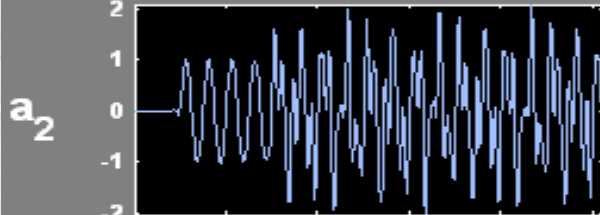
$[64, 128$  Hz]  
 $[f_e/32, f_e/16]$

$[0, f_e/16]$



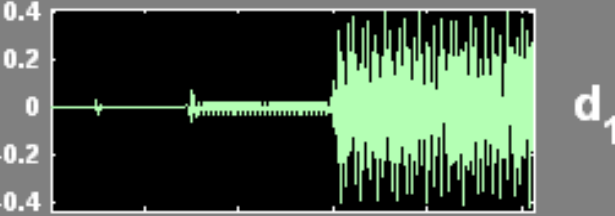
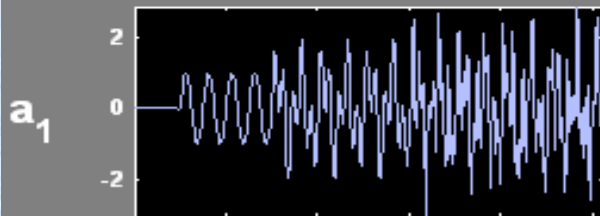
$[128, 256$  Hz]  
 $[f_e/16, f_e/8]$

$[0, f_e/8]$



$[256, 512$  Hz]  
 $[f_e/8, f_e/4]$

$[0, f_e/4]$

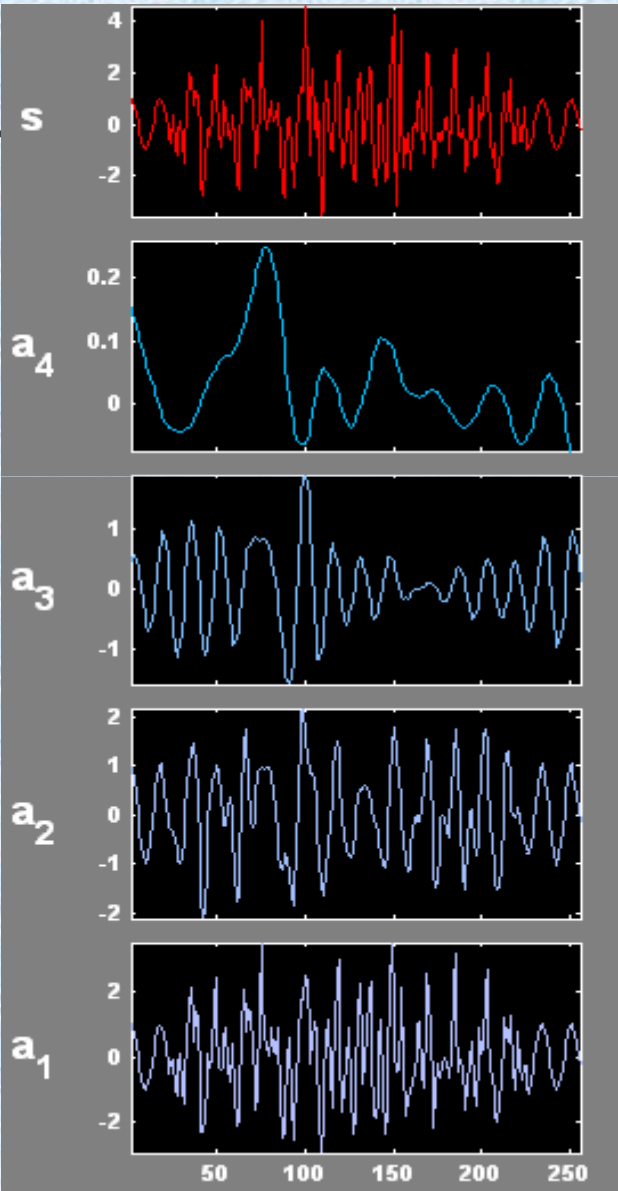
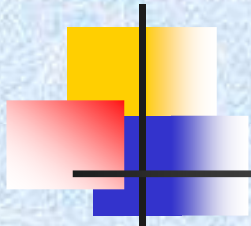


$[f_e/4, f_e/2]$



# Analyse multirésolution : exemple 2

90



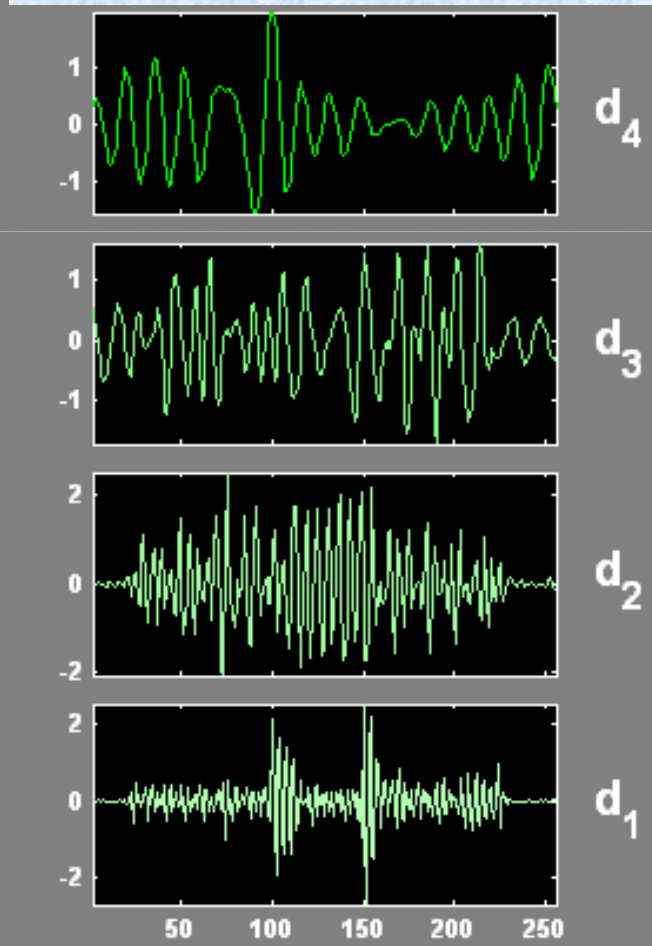
$[0, fe/32]$

$[0, fe/16]$

$[0, fe/8]$

$[0, fe/4]$

$fe = 5 \text{ kHz}$



$[fe/32, fe/16]$

$[fe/16, fe/8]$

$[fe/8, fe/4]$

$[fe/4, fe/2]$



# Applications des ondelettes

91

---

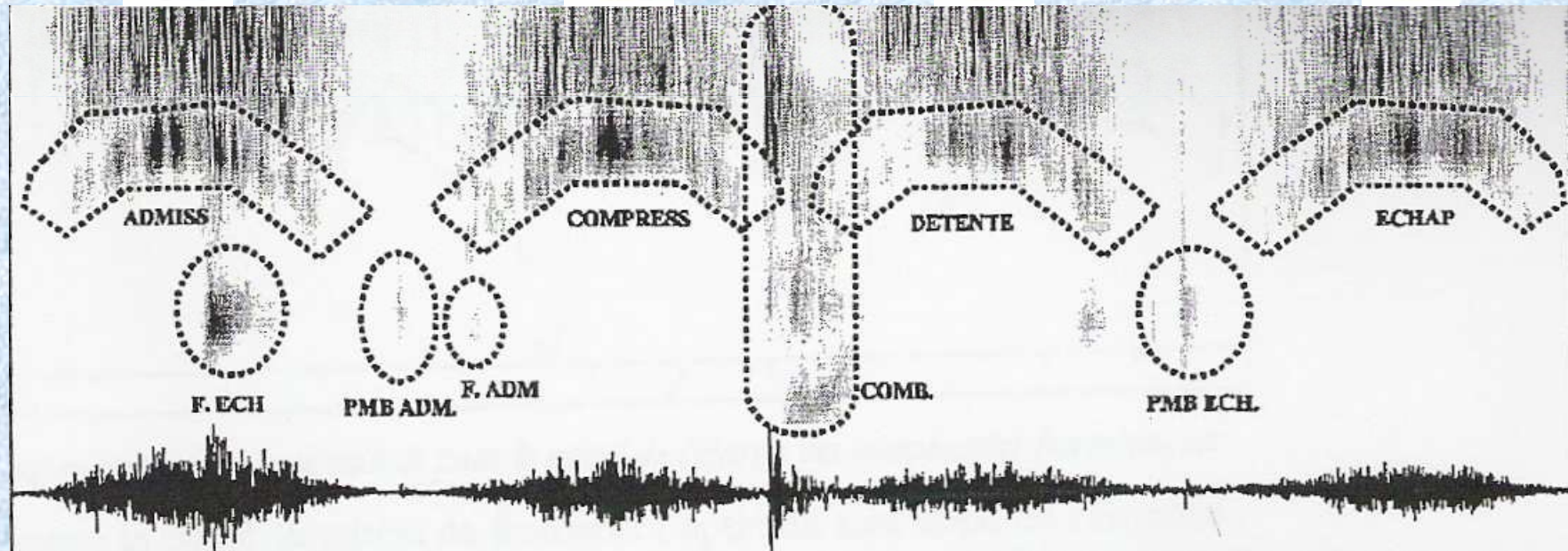
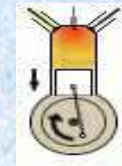
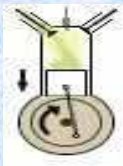
- **Extraction de caractéristiques**
- **Identification de phénomènes**
- **Débruitage**
- **Compression**

# Identification de phénomènes

Etude de F. Magand, O. Giraud, Actes Conf. « Méthodes de surveillance et techniques de diagnostic acoustiques et vibratoires » :

**Suivi de l'état tribologique d'un moteur diesel  
à partir de mesures accélérométriques**

92



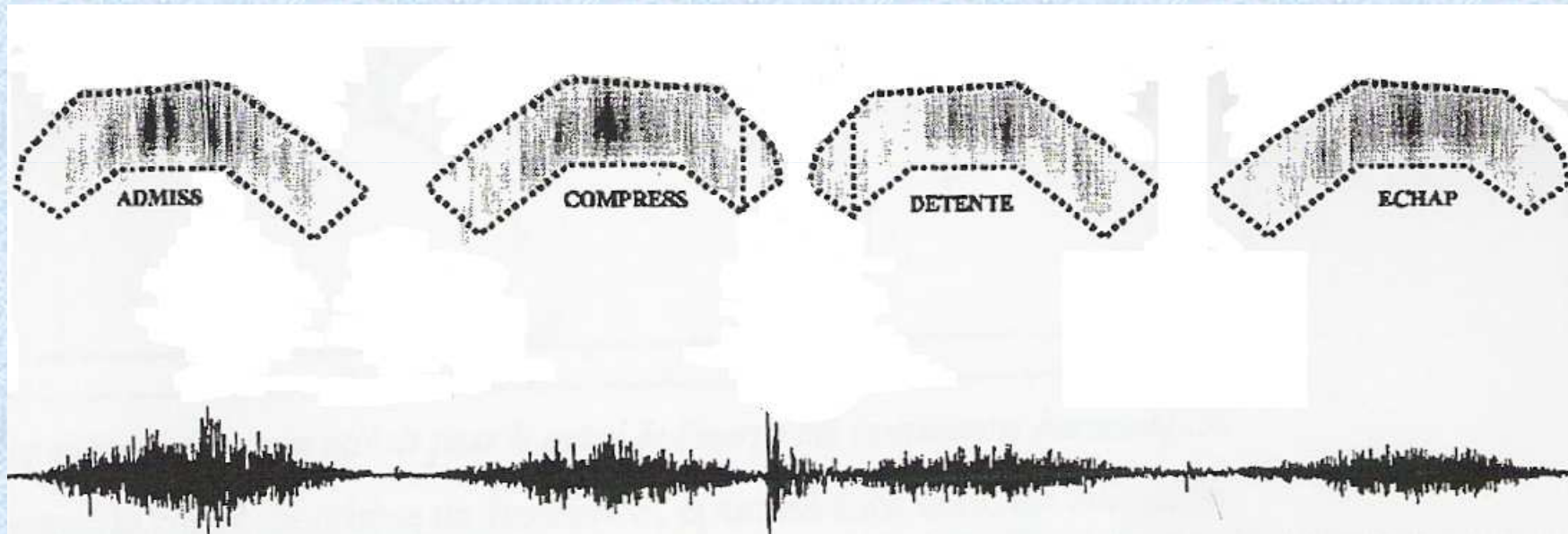
**Objectif : Suivi de l'évolution du frottement entre le piston et la chemise au cours de la phase de rodage**



# Identification de phénomènes

93

**Résultat : obtention d'un critère énergétique de rodage permettant d'estimer l'importance du frottement**

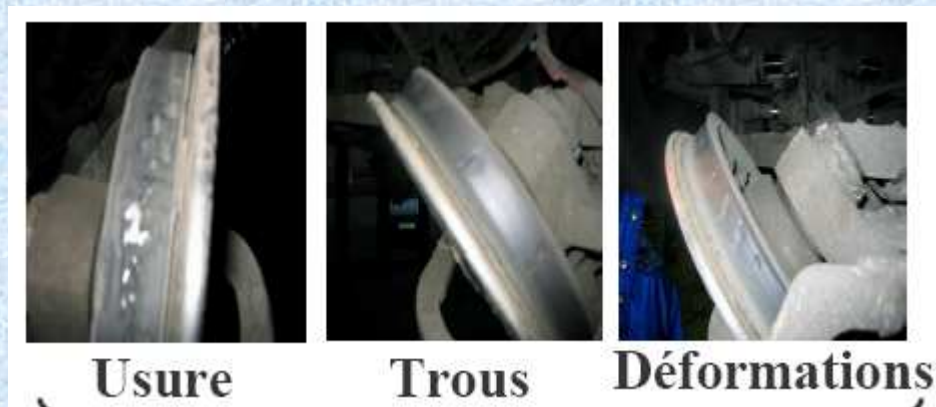




# Extraction de caractères :

94

Etude de Z. Hamou Mamar du LIMOS (Laboratoire d'Informatique de Modélisation et Optimisation des Systèmes, Clermont-Ferrand) :  
**Diagnostic de l'usure des galets du système de guidage d'un tramway sur pneumatique**

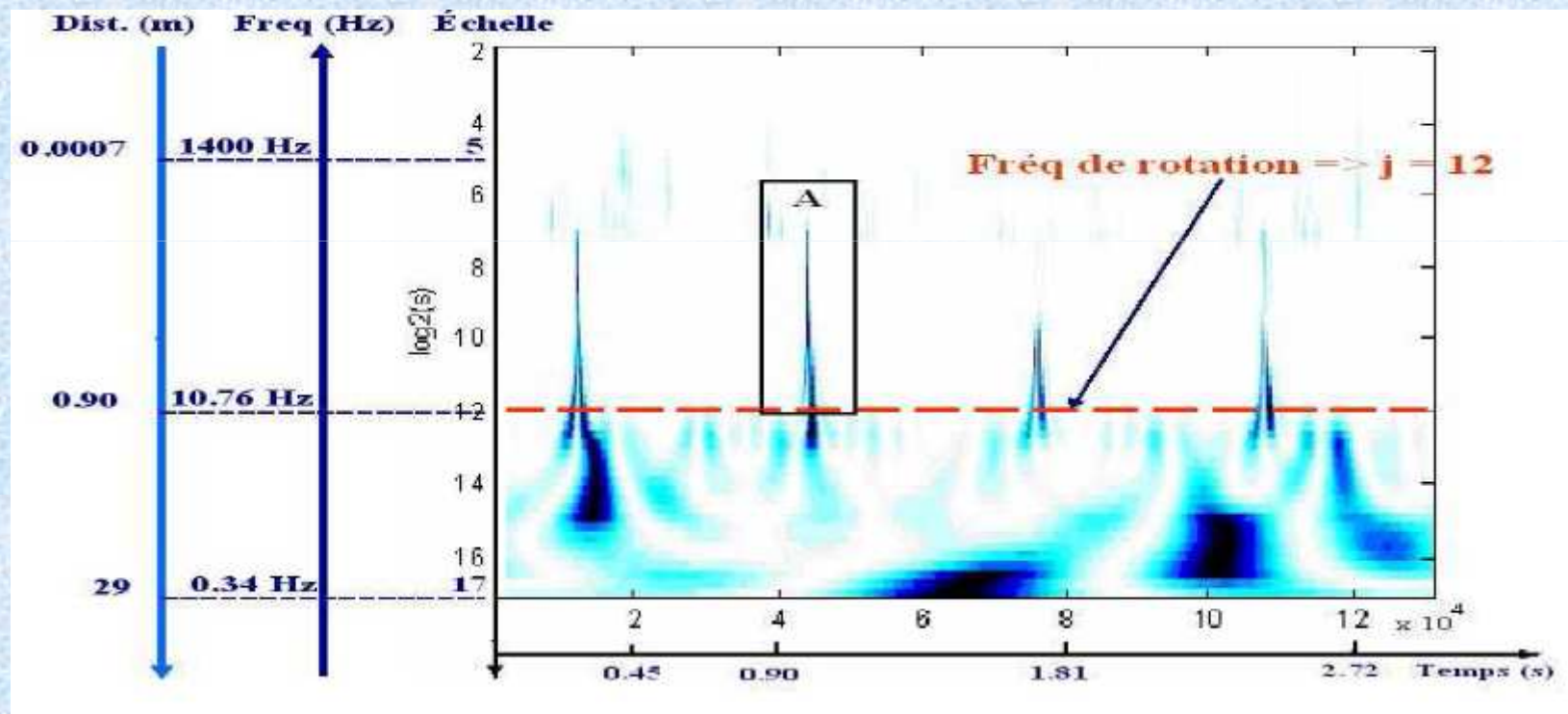


**Journées du GDR-ISIS et de la SEE «La reconnaissance des formes : quelles méthodes pour quelles applications ?  
23-24/03/2006**

# Extraction de caractères :

95

Scalogramme + réduction (SVD) + classification (k-PPV, RBF, SVM)



**Z. Hamou Mamar, LIMOS, Journées du GDR-ISIS et de la SEE «La reconnaissance des formes : quelles méthodes pour quelles applications ? 23-24/03/2006**



# Références

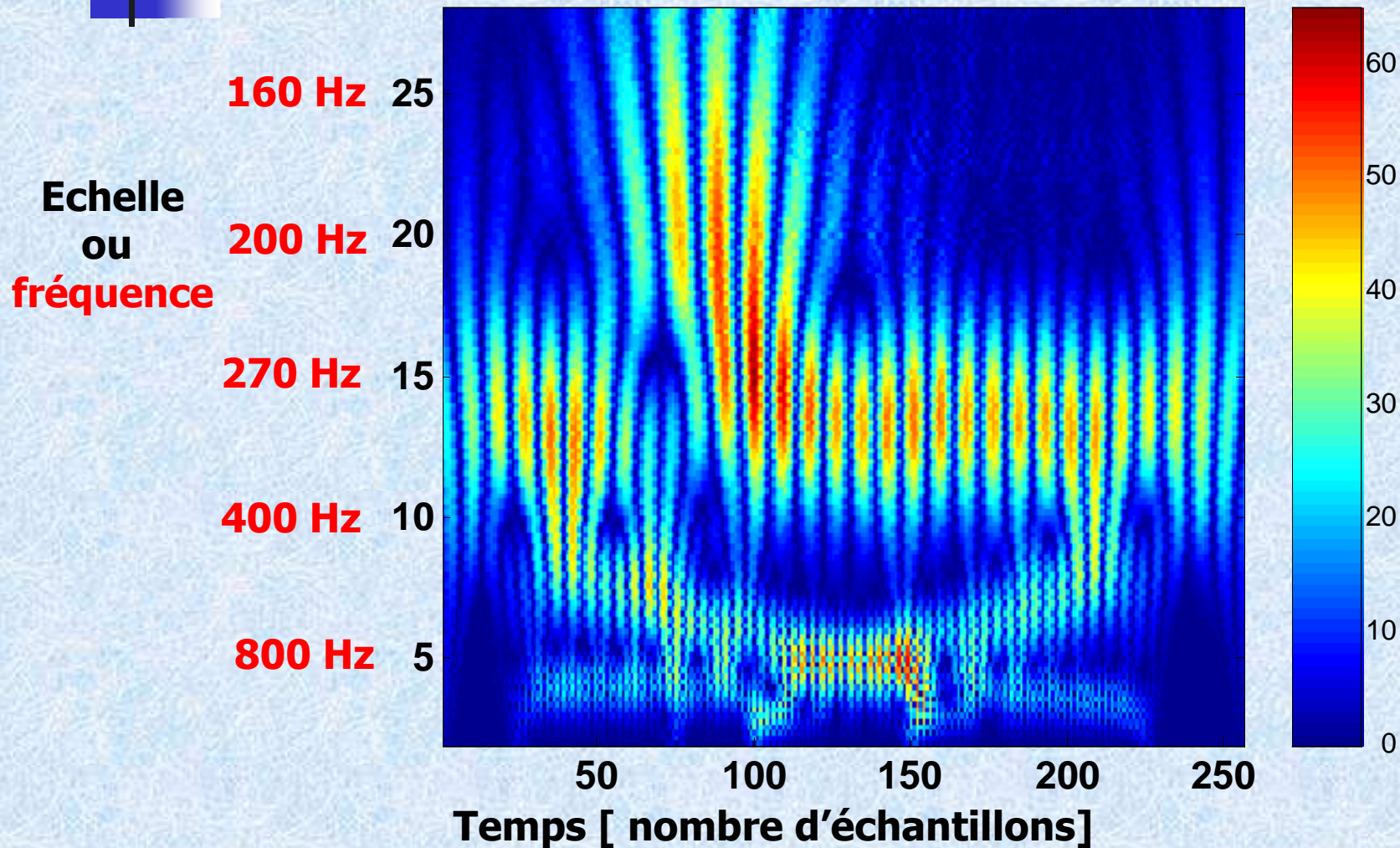
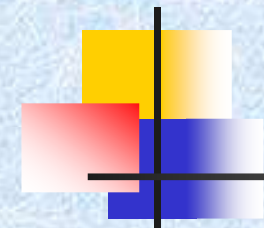
96

- **Temps-fréquence** (P. Flandrin), Hermès, 1993.
- **Ondes et ondelettes la saga d'un outil mathématique** (B. Burke Hubbard), Pour La Science, 1995.
- **A wavelet tour of signal processing** (S. Mallat), Academic Press, 1998.
- **Les ondelettes et leurs applications** (M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.-M. Poggi), Hermès, 2003.



# Représentation temps-échelle par transformée en ondelettes continues

97





# Analyse multirésolution

98

$$d_j^k = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{k,j}(t) dt$$

**Détail**

$$\psi_{k,j}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j} t - k)$$

**Ondelette**

$$a_j^k = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \phi_{k,j}(t) dt$$

**Approximation**

$$\phi_{k,j}(t) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j} t - k)$$

**Fonction  
d'échelle**

# Analyse multirésolution

99

## Reconstruction

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k^J \phi_{k,J}(t) + \sum_{j=1}^J \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_k^J \psi_{k,j}(t)$$

$$a_k^j = h_{-2k} * a_{-2k}^{j-1}$$

**Approximation**

$$d_k^j = g_{-2k} * a_{-2k}^{j-1}$$

**Détail**