

ONDAS PLANAS

Consideremos una región ocupada por un medio l. i. y h. de conductividad despreciable, permitividad $\epsilon_0\epsilon_r$ y permeabilidad μ_0 . Supongamos que en dicha región existe un campo electromagnético variable en el tiempo, y que las fuentes del campo se encuentran fuera de la región. En ese caso, las ecuaciones de Maxwell en la región pueden escribirse:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0\epsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (4)$$

Si tomamos el rotacional de la ecuación (2), y en el resultado obtenido sustituimos las ecuaciones (1) y (4), llegaremos a una ecuación de ondas para \mathbf{E} :

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0\epsilon_0\epsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

Análogamente, si tomamos el rotacional de la ecuación (4) y sustituimos las ecuaciones (2) y (3), llegaremos a una ecuación de ondas para \mathbf{H} :

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu_0\epsilon_0\epsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (6)$$

Si \mathbf{E} y \mathbf{H} varían sinusoidalmente en el tiempo, pueden escribirse:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left[\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) e^{j\omega t} \right] \quad (7)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left[\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) e^{j\omega t} \right] \quad (8)$$

donde $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$ y $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r})$ son los fasores asociados a $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ y $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$. Si sustituimos (7) y (8) en (1) a (4), se obtiene la forma fasorial de las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}} = 0 \quad (9)$$

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -j\omega\mu_0\tilde{\mathbf{H}} \quad (10)$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{H}} = 0 \quad (11)$$

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r\tilde{\mathbf{E}} \quad (12)$$

y si sustituimos (7) y (8) en las ecuaciones (5) y (6), se obtienen sendas ecuaciones de Helmholtz para $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$ y $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r})$, dadas por:

$$\nabla^2\tilde{\mathbf{E}} + \omega^2\mu_0\epsilon_0\epsilon_r\tilde{\mathbf{E}} = 0 \quad (13)$$

$$\nabla^2\tilde{\mathbf{H}} + \omega^2\mu_0\epsilon_0\epsilon_r\tilde{\mathbf{H}} = 0 \quad (14)$$

Una posible solución a las ecuaciones (13) y (14) puede escribirse:

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \tilde{\mathbf{E}}_0 e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (15)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) = \tilde{\mathbf{H}}_0 e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (16)$$

donde $\tilde{\mathbf{E}}_0$ y $\tilde{\mathbf{H}}_0$ son dos vectores complejos constantes, y donde \mathbf{k} es un vector real llamado **vector número de ondas**. Si sustituimos (15) y (16) en (13) y (14), se observa que el vector \mathbf{k} debe cumplir la siguiente relación:

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \omega^2\mu_0\epsilon_0\epsilon_r \implies |\mathbf{k}| = k = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0\epsilon_r} \quad (17)$$

Cuando se introducen (15) y (16) en (7) y (8), se observa que en cada instante $t = t_0$, las fases de $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t_0)$ y $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t_0)$ se mantienen constantes sobre planos perpendiculares al vector \mathbf{k} . Por este motivo,

al campo electromagnético resultante de sustituir (15) y (16) en (7) y (8) se le conoce como **onda plana**, y más concretamente, por ser \mathbf{k} real, se le conoce como **onda plana uniforme** (en caso de que \mathbf{k} fuera complejo, el campo sería una onda plana no uniforme). La **dirección y sentido de propagación** de la onda plana uniforme es la del vector \mathbf{k} , $|\mathbf{k}| = k$ es el **número de ondas**, $\lambda = (2\pi)/k$ es la **longitud de onda** y $v_p = \omega/k = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0\epsilon_r} = c/\sqrt{\epsilon_r}$ es la **velocidad de fase** (que es la velocidad con la que se propagan los planos de fase constante).

Los fasores $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$ y $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r})$ que aparecen en (15) y (16) deben satisfacer las ecuaciones (9) a (12), con lo cual, para una onda plana uniforme se va a cumplir que:

$$\mathbf{k} \cdot \tilde{\mathbf{E}} = 0 \implies \mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (18)$$

$$\begin{aligned} -j\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{E}} &= -j\omega\mu_0\tilde{\mathbf{H}} \implies \tilde{\mathbf{H}} = \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{\eta_0} (\hat{\mathbf{k}} \times \tilde{\mathbf{E}}) \\ \implies \mathbf{H} &= \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{\eta_0} (\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\mathbf{k} \cdot \tilde{\mathbf{H}} = 0 \implies \mathbf{k} \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (20)$$

$$\begin{aligned} -j\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{H}} &= j\omega\epsilon_0\epsilon_r\tilde{\mathbf{E}} \implies \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r}} (\hat{\mathbf{k}} \times \tilde{\mathbf{H}}) \\ \implies \mathbf{E} &= -\frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r}} (\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{H}) \end{aligned} \quad (21)$$

donde $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$ es un vector unitario en la dirección de \mathbf{k} y donde $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 376.7 \Omega$ es la denominada **impedancia del vacío**. De las ecuaciones (18) a (21) se deduce que para una onda plana uniforme, los tres vectores \mathbf{k} , \mathbf{E} y \mathbf{H} son ortogonales entre sí, con lo

cual, las ondas planas uniformes son **ondas TEM** (ya que en dichas ondas **E** y **H** son perpendiculares a la dirección de propagación).

ANTENAS DE BOCINA

En el laboratorio se van a utilizar **antenas de bocina** para la generación y detección de ondas electromagnéticas. La antena de bocina es un tipo de antena de microondas (en nuestro caso, $f \approx 10 \text{ GHz} = 10^{10} \text{ Hz}$). Como ocurre con todas las antenas, la antena de bocina no emite ondas planas sino ondas esféricas, que son ondas para las cuales las superficies de fase constante no son planos sino esferas. Además, la amplitud de los campos emitidos no es constante sobre las superficies esféricas de fase constante. De hecho, esta amplitud es máxima en dirección perpendicular al plano que contiene la abertura de la bocina, y toma valores relevantes en un intervalo angular de unos 30° alrededor de esta dirección (debe tenerse en cuenta que la emisión de energía en una antena de bocina no es tan direccional como en un rayo láser). Pues bien, aunque la antena de bocina emita ondas esféricas, debe tenerse en cuenta que estas ondas pueden ser tratadas localmente como ondas planas. En particular, en el estudio de fenómenos ondulatorios que se va a llevar a cabo en el laboratorio, nosotros nos fijaremos habitualmente en lo que ocurre sólo en un entorno de la dirección de máxima emisión de radiación de la antena.

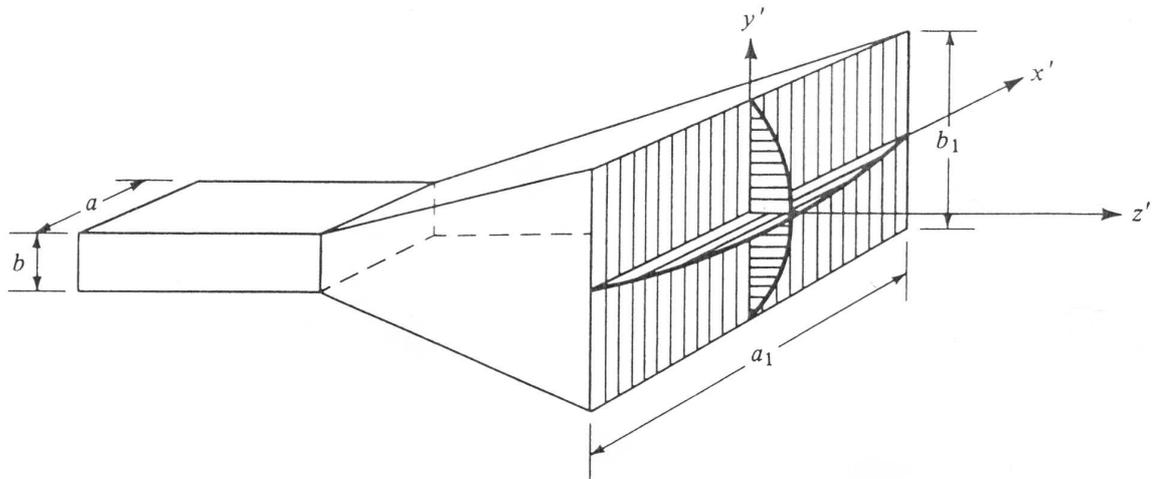


Figura 1: Antena de bocina piramidal alimentada por una guía de ondas rectangular.

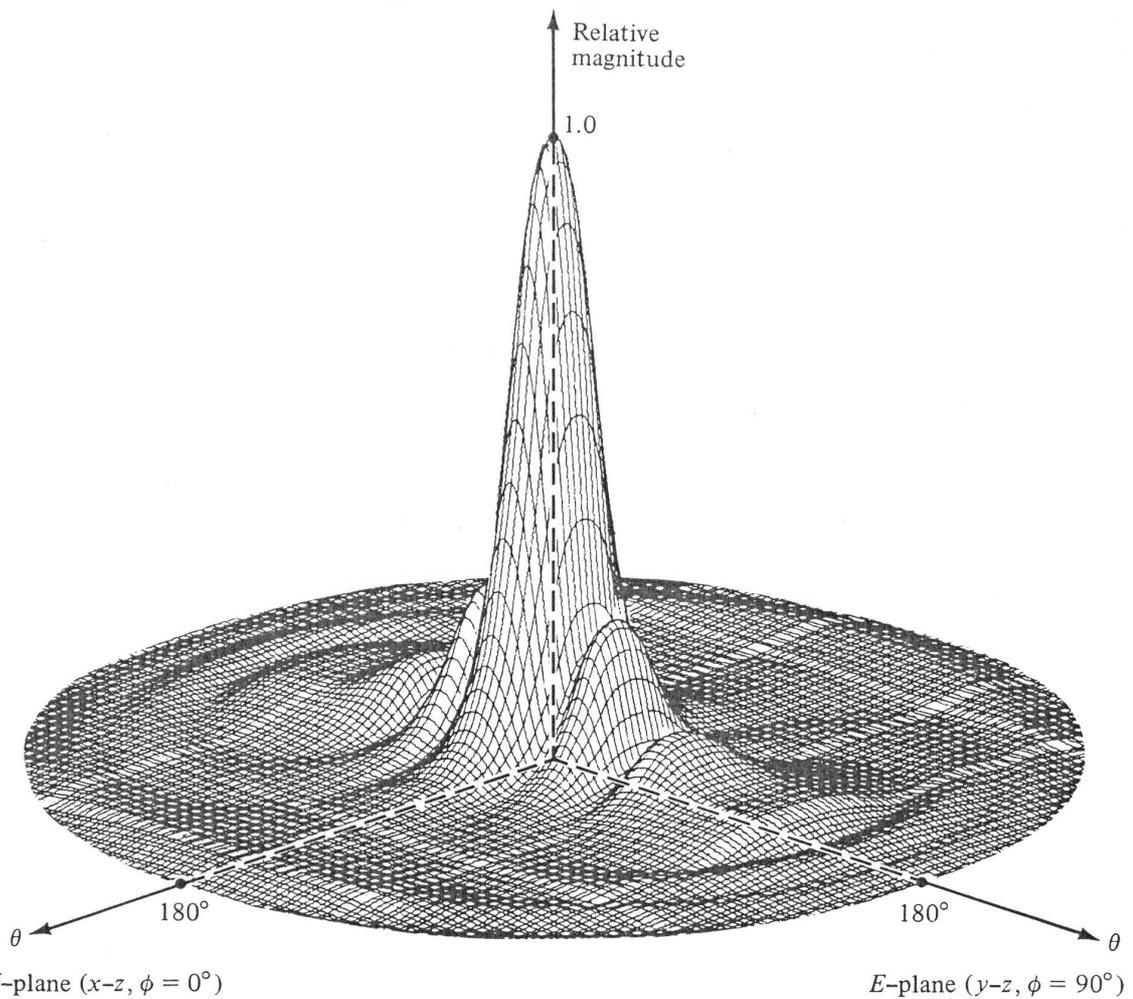


Figura 2: Representación tridimensional (en función de las coordenadas esféricas θ y ϕ) del campo eléctrico emitido por una antena de bocina piramidal ($\rho_1 = \rho_2 = 6\lambda$, $a_1 = 5,5\lambda$, $a_2 = 2,75\lambda$, $a = 0,5\lambda$ y $b = 0,25\lambda$, siendo λ la longitud de onda en el aire). El campo eléctrico está normalizado a su valor máximo.

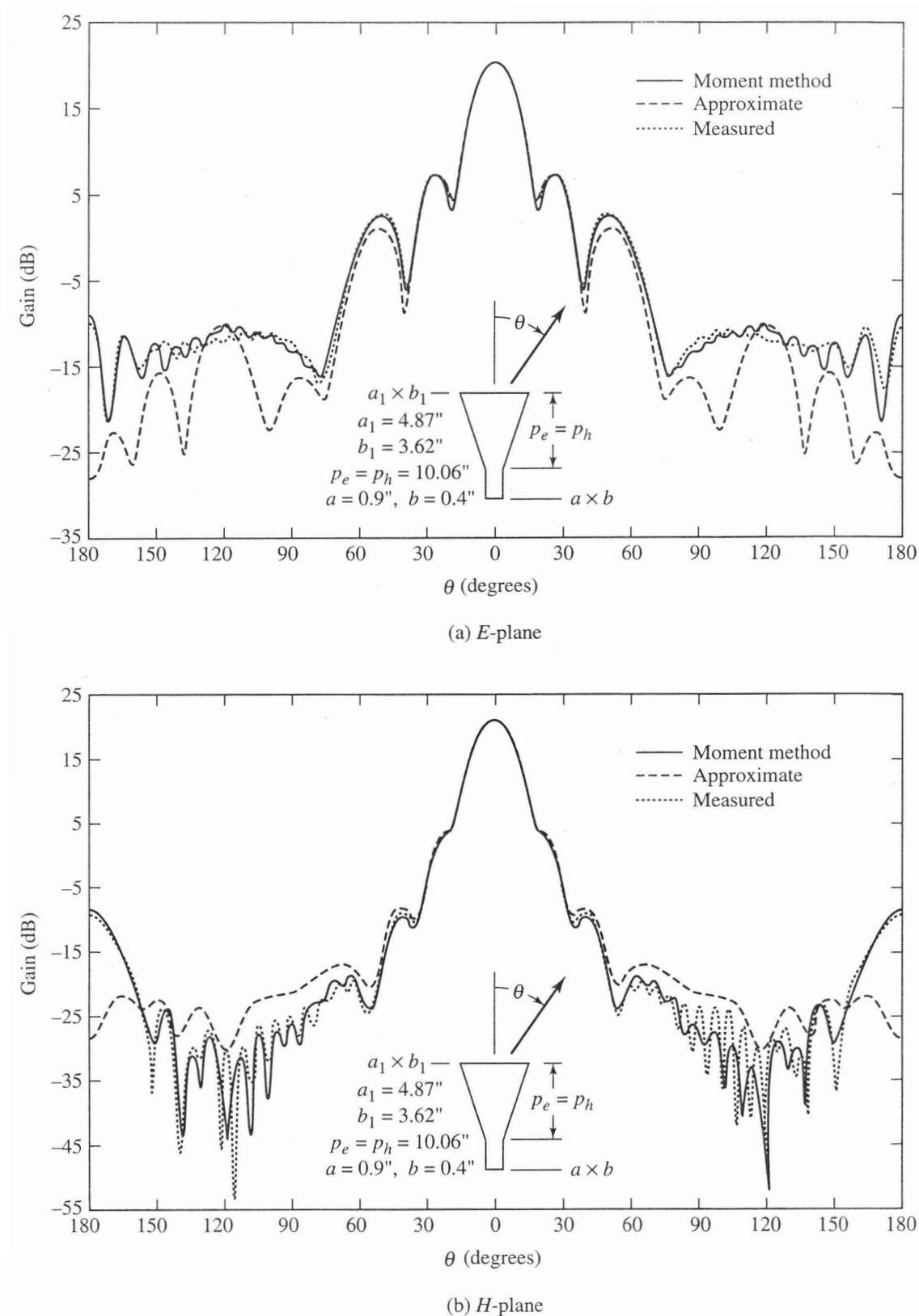


Figura 3: Representación frente a la coordenada esférica θ de la ganancia (magnitud proporcional al vector de Poynting) generada en los dos planos *E* y *H* por una bocina piramidal de ganancia máxima 20 dBi a una frecuencia de 10 GHz. El plano *E* (plano *H*) es el que contiene a la dirección de máxima emisión de radiación y al campo eléctrico (campo magnético) radiado en esa dirección.

REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN

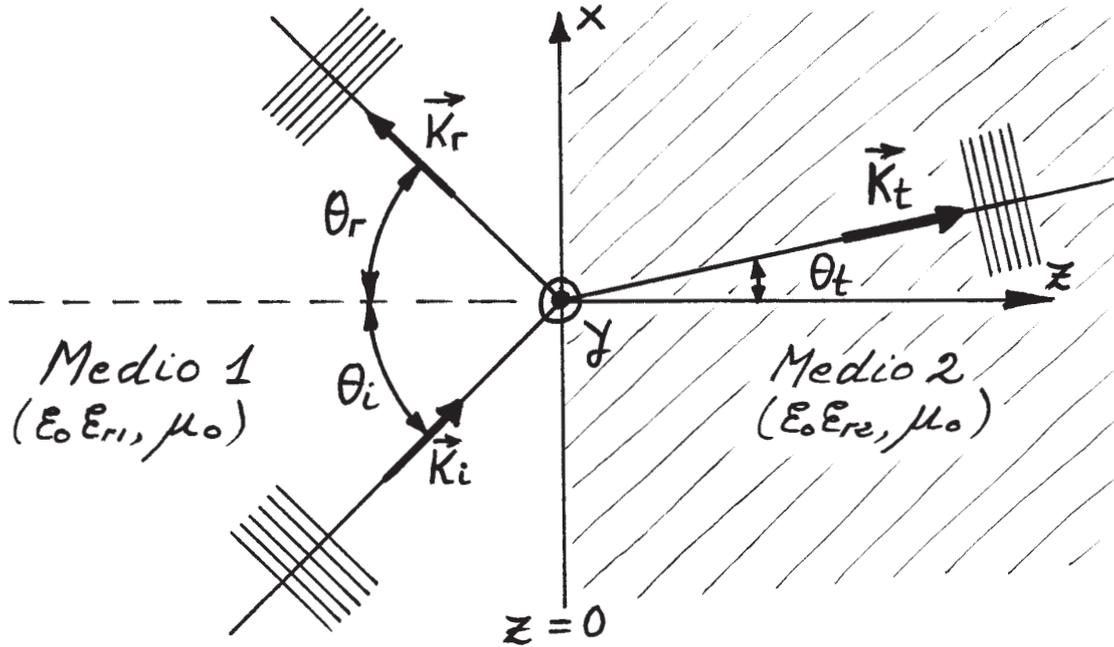


Figura 4: Incidencia oblicua de una onda plana sobre la interfase plana de separación entre dos medios diferentes.

Consideremos una onda plana uniforme que incide sobre la interfase plana de separación entre dos medios semiinfinitos de permitividades $\epsilon_0\epsilon_{r1}$ y $\epsilon_0\epsilon_{r2}$, y permeabilidad μ_0 . Si la onda incidente sobre la interfase procede del medio 1, dicha onda generará una onda plana reflejada en el medio 1 y una onda plana transmitida en el medio 2. Sean θ_i , θ_r y θ_t los ángulos que forman las direcciones de propagación de las ondas incidente, reflejada y transmitida con la normal a la interfase. Asimismo, sean \mathbf{k}_i , \mathbf{k}_r y \mathbf{k}_t los vectores número de ondas de las ondas incidente, reflejada y transmitida. De acuerdo con la ecuación (17), el módulo de estos tres vectores viene dado por:

$$|\mathbf{k}_i| = |\mathbf{k}_r| = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0\epsilon_{r1}} \quad (22)$$

$$|\mathbf{k}_t| = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0\epsilon_{r2}} \quad (23)$$

Si tenemos en cuenta la ecuación (15), el fasor del campo eléctrico en los medios 1 y 2 tendrá una expresión del tipo:

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \tilde{\mathbf{E}}_{0i}e^{-j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} + \tilde{\mathbf{E}}_{0r}e^{-j\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}} \quad (z < 0) \quad (24)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \tilde{\mathbf{E}}_{0t}e^{-j\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}} \quad (z > 0) \quad (25)$$

Como la componente tangencial del campo eléctrico debe ser continua en la interfase de separación de los dos medios, se debe cumplir que:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \cdot \left\{ \begin{array}{c} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\mathbf{y}} \end{array} \right\} \Big|_{z=0^-} &= \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \cdot \left\{ \begin{array}{c} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\mathbf{y}} \end{array} \right\} \Big|_{z=0^+} \implies \\ \left(\tilde{\mathbf{E}}_{0i}e^{-j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} + \tilde{\mathbf{E}}_{0r}e^{-j\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}} \right) \cdot \left\{ \begin{array}{c} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\mathbf{y}} \end{array} \right\} \Big|_{z=0} &= \tilde{\mathbf{E}}_{0t}e^{-j\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}} \left\{ \begin{array}{c} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\mathbf{y}} \end{array} \right\} \Big|_{z=0} \end{aligned} \quad (26)$$

Pues bien, para que se cumpla la condición (26) en todos los puntos del plano $z = 0$, será necesario que:

$$\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} \Big|_{z=0} = \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} \Big|_{z=0} = \mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} \Big|_{z=0} \quad (27)$$

De la condición (27) aplicada a todos los puntos del plano $z = 0$, se deduce lo siguiente:

a) Los vectores \mathbf{k}_i , \mathbf{k}_r y \mathbf{k}_t y $\hat{\mathbf{z}}$ son coplanares, o lo que es lo mismo, las direcciones de propagación de las ondas incidente, reflejada y transmitida están todas contenidas en un plano perpendicular a la interfase de separación entre los dos medios. A este plano se le conoce como **plano de incidencia**.

b) Haciendo uso de (22), la relación entre θ_i y θ_r resulta ser:

$$|\mathbf{k}_i| \sin \theta_i = |\mathbf{k}_r| \sin \theta_r \implies \theta_i = \theta_r \quad (28)$$

La ecuación (28) es conocida como **ley de la reflexión**

c) Haciendo uso de (23), la relación entre θ_i y θ_t viene dada por:

$$|\mathbf{k}_i| \sin \theta_i = |\mathbf{k}_t| \sin \theta_t \implies \sqrt{\epsilon_{r1}} \sin \theta_i = \sqrt{\epsilon_{r2}} \sin \theta_t \quad (29)$$

La ecuación (29) es conocida como **ley de la refracción** o **ley de Snell**. Piénsese que $\sqrt{\epsilon_{r1}} = n_1$ y que $\sqrt{\epsilon_{r2}} = n_2$, siendo n_1 y n_2 los índices de refracción de los medios 1 y 2 respectivamente.

En el laboratorio se van a verificar experimentalmente las ecuaciones (28) y (29), haciendo uso de las antenas de bocina para la generación y detección de las ondas.

ONDAS ESTACIONARIAS

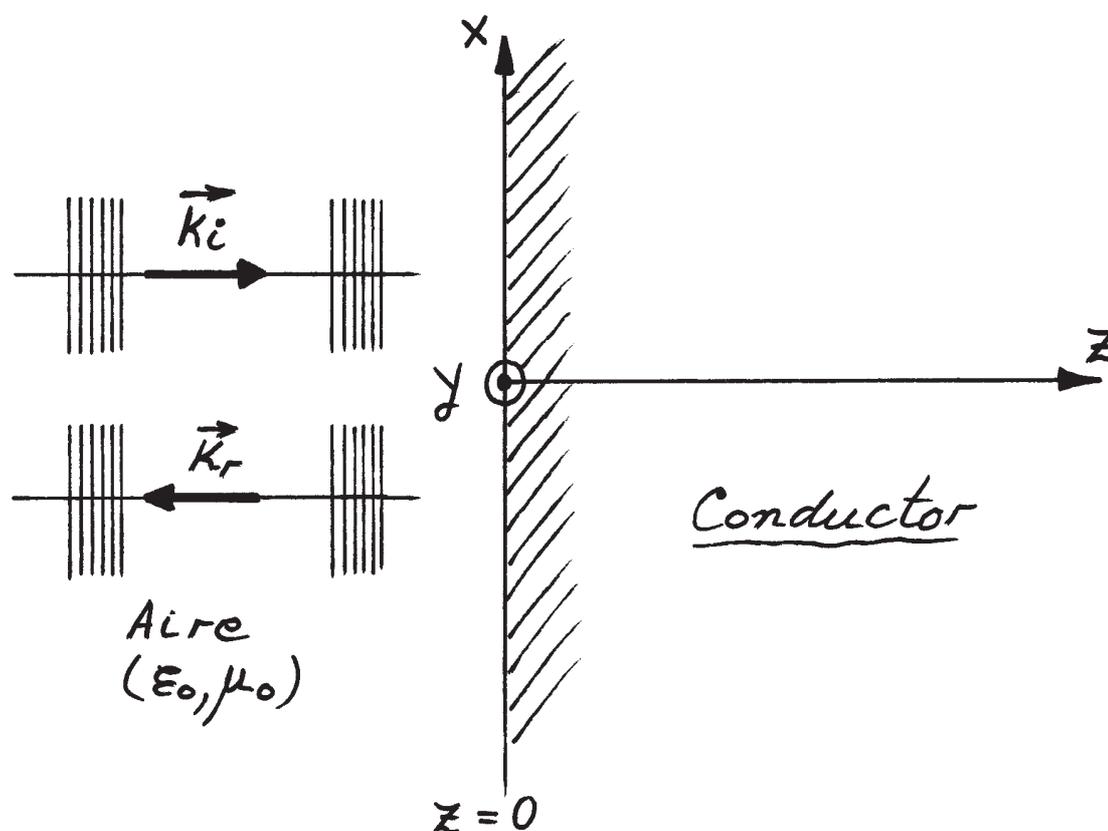


Figura 5: Onda plana que incide normalmente sobre la superficie plana de un conductor, y onda plana reflejada que se propaga en sentido contrario al de la onda incidente.

Consideremos una onda plana uniforme que se propaga por el aire ($\epsilon_r \approx 1$) e incide normalmente sobre la superficie plana de un conductor, conductor que supondremos ideal. La onda incidente sobre el conductor generará una onda plana reflejada hacia la región de aire. Como los vectores número de ondas de las ondas incidente y reflejada valen $\mathbf{k}_i = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}\hat{\mathbf{z}}$ y $\mathbf{k}_r = -\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}\hat{\mathbf{z}}$ (véase la ecuación (17)), sin pérdida de generalidad, podemos escribir el fasor del campo eléctrico correspondiente a la superposición de las ondas incidente y reflejada como (véase la ecuación (15)):

$$\tilde{\mathbf{E}}(z) = (Ae^{-j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}z} + Be^{j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}z}) \hat{\mathbf{x}} \quad (z < 0) \quad (30)$$

donde A y B son dos constantes complejas. De acuerdo con las ecuaciones (19) y (30), el fasor $\tilde{\mathbf{H}}$ correspondiente a la superposición de las ondas incidente y reflejada valdrá:

$$\tilde{\mathbf{H}}(z) = \frac{1}{\eta_0} (Ae^{-j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}z} - Be^{j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}z}) \hat{\mathbf{y}} \quad (z < 0) \quad (31)$$

Pero la componente tangencial del campo eléctrico se va a anular en la superficie del conductor ideal, con lo cual:

$$\tilde{\mathbf{E}}(z=0) \cdot \hat{\mathbf{x}} = 0 \implies A + B = 0 \implies B = -A \quad (32)$$

con lo cual, si sustituimos (32) en las ecuaciones (30) y (31), se llega a que:

$$\tilde{\mathbf{E}}(z) = 2jA \operatorname{sen}(\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}z) \hat{\mathbf{x}} \quad (z < 0) \quad (33)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}(z) = \frac{2A}{\eta_0} \cos(\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}z) \hat{\mathbf{y}} \quad (z < 0) \quad (34)$$

Se observa que $|\tilde{\mathbf{E}}(z)|$ y $|\tilde{\mathbf{H}}(z)|$ alcanzan valores máximos (vientres) y mínimos (nodos) en posiciones concretas, siendo $|\tilde{\mathbf{E}}(z)|$ mínimo

cuando $|\tilde{\mathbf{H}}(z)|$ es máximo y viceversa. Además, la distancia entre dos máximos consecutivos o dos mínimos consecutivos de $|\tilde{\mathbf{E}}(z)|$ y $|\tilde{\mathbf{H}}(z)|$ vale $\pi/\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0} = \pi/k = \lambda/2$. Esto nos indica que $|\tilde{\mathbf{E}}(z)|$ y $|\tilde{\mathbf{H}}(z)|$ siguen un patrón de onda estacionaria como el que se muestra en la figura adjunta.

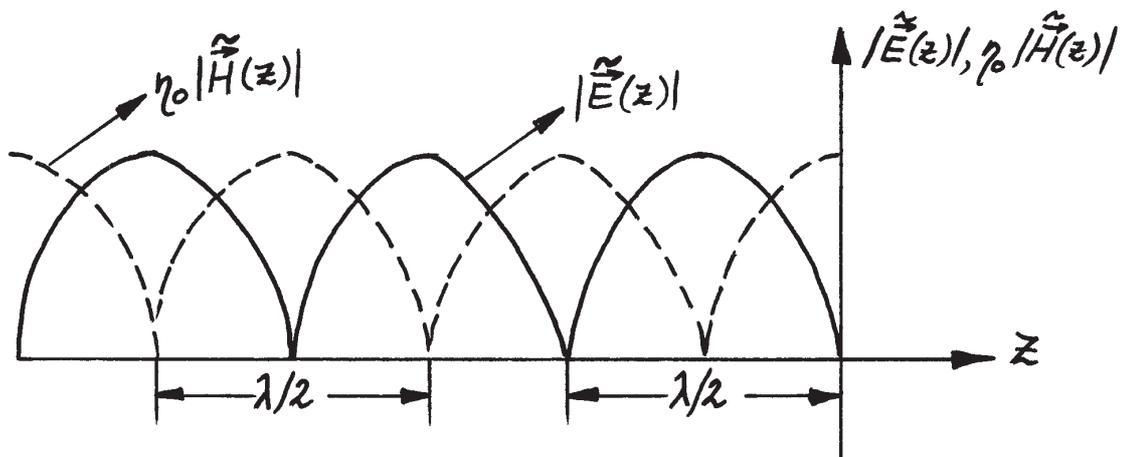


Figura 6: Patrones de onda estacionaria producidos por la interferencia entre los campos de la onda incidente sobre una superficie plana conductora y la onda reflejada.

En el laboratorio se va a montar el experimento de incidencia normal de una onda plana sobre una superficie conductora, y se van a medir las posiciones de los mínimos de $|\tilde{\mathbf{E}}(z)|$ con vistas a obtener experimentalmente el valor de λ .

POLARIZADOR DE REJILLA

Consideremos una rejilla compuesta por alambres metálicos paralelos (véase la figura), y consideremos una onda plana uniforme con polarización arbitraria que incide normalmente sobre la rejilla. Esta onda plana puede ser contemplada como la superposición de dos ondas polarizadas linealmente cuyas polarizaciones son ortogonales. En la primera de las ondas, el campo eléctrico está orientado en dirección

paralela a los alambres, y el campo magnético en dirección perpendicular. En la segunda de las ondas, el campo eléctrico es perpendicular a los alambres y el campo magnético, paralelo. Cuando el campo magnético de la primera onda (perpendicular a los alambres) llega a la rejilla, induce una corriente en los alambres y esta corriente inducida radia una "onda reflejada" en sentido contrario al de la onda incidente y de la misma polarización que la primera onda. La presencia de esta "onda reflejada" indica que para la primera onda, la rejilla se comporta prácticamente como una superficie metálica lisa, no dejando pasar a dicha onda. Por el contrario, la segunda onda no induce corriente en los alambres y no sufre "reflexión", con lo cual, esta segunda onda pasa la rejilla sin problemas.

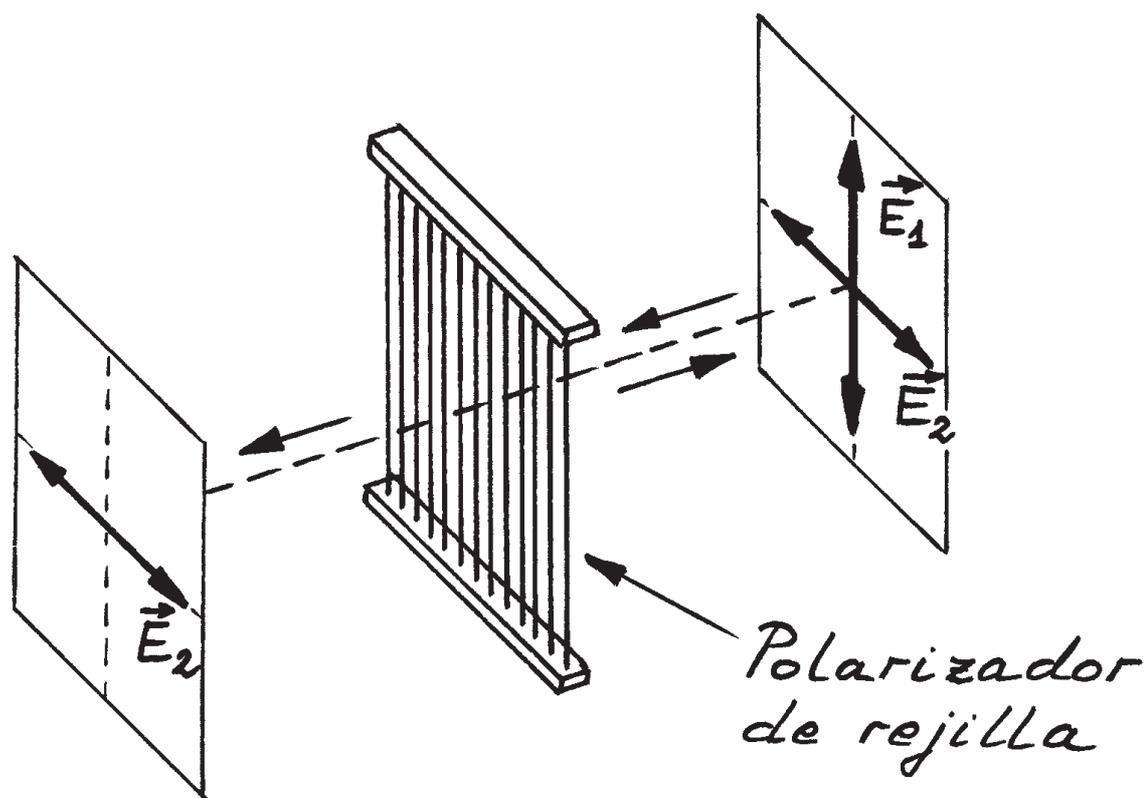


Figura 7: Funcionamiento de un polarizador de rejilla. Cuando la onda incide sobre el polarizador, la componente del campo eléctrico paralela a los alambres es reflejada por éstos y no se transmite. En cambio, la componente del campo eléctrico perpendicular a los alambres se transmite sin problemas.

Por tanto, cuando una onda polarizada arbitrariamente incide sobre la rejilla, a la salida lo que se obtiene es una onda polarizada linealmente (con el campo eléctrico perpendicular a los alambres), con lo cual, la rejilla se comporta como un **polarizador lineal**. En el laboratorio vamos a observar este comportamiento utilizando una chapa metálica que posee muchas rendijas rectas paralelas. Esta chapa metálica con rendijas va a hacer el papel de un polarizador de rejilla.

INTERFERENCIAS POR DOBLE RENDIJA

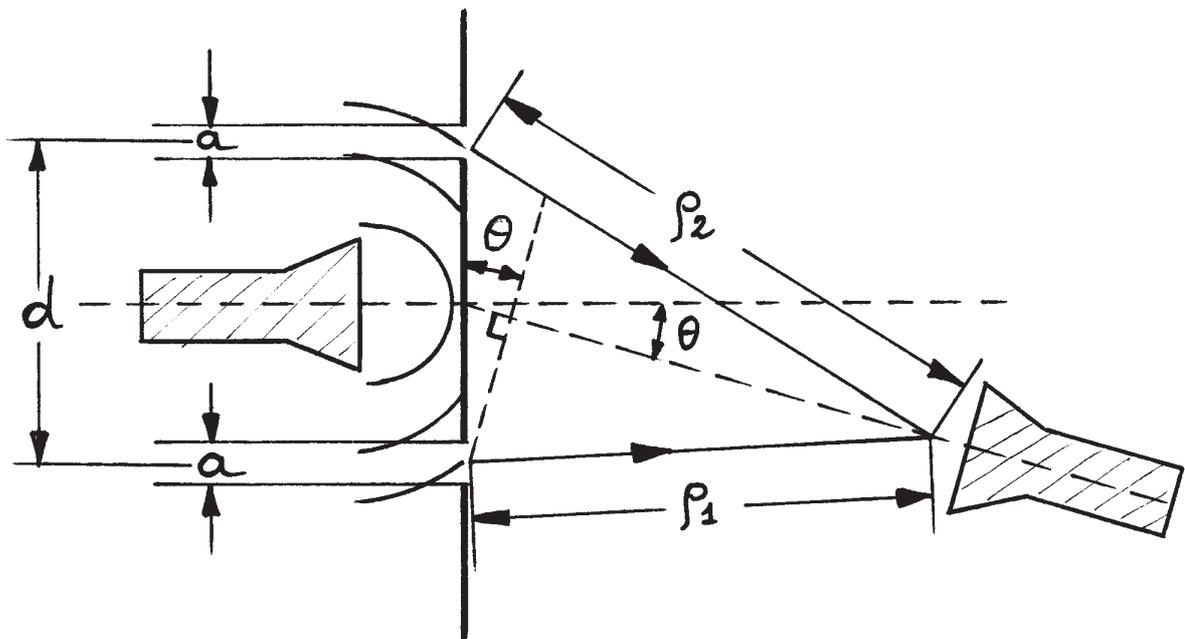


Figura 8: Diferentes caminos ópticos recorridos por las ondas procedentes de dos rendijas, que han sido alimentadas en fase por una antena de bocina equidistante de las rendijas.

Supongamos que la antena de bocina emisora del laboratorio se coloca frente a una pantalla metálica con dos rendijas de manera que la antena equidista de las rendijas. Cuando la antena emite, las superficies esféricas de fase constante llegan al unísono a las dos rendijas, y de acuerdo con el principio de Huygens, las dos rendijas se convierten en emisores coherentes de ondas que tienen la misma fase. La teoría de

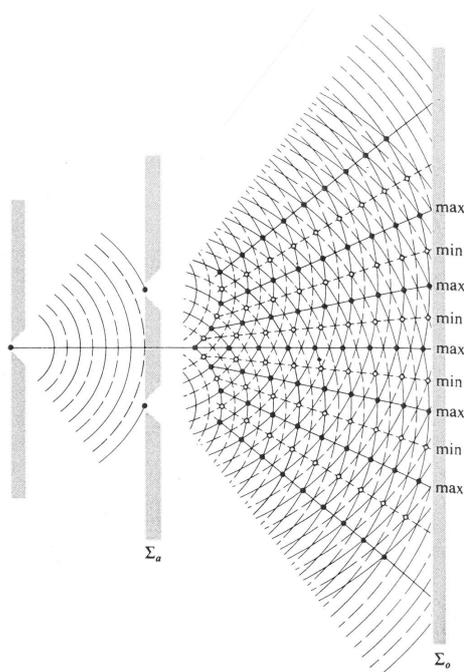


Figura 9: Patrón de interferencias producido en una pantalla por dos rendijas alimentadas en fase (experimento de Young).

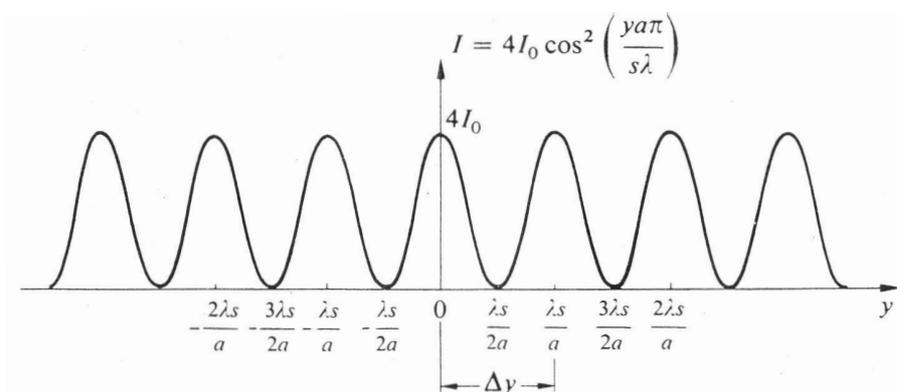


Figura 10: Intensidad de la radiación recogida en la pantalla del experimento de Young frente a la distancia al centro de la misma (se aprecia la alternancia de máximos y mínimos). Suponemos que la anchura de las rendijas es mucho menor que la longitud de onda.

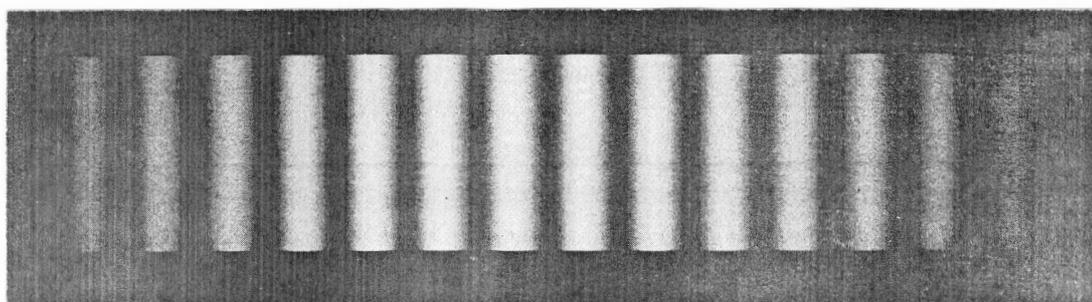


Figura 11: Fotografía de un patrón de interferencias por doble rendija. La pérdida de contraste de las franjas de interferencia se produce cuando la diferencia de camino óptico supera a la longitud de coherencia de las ondas emitidas por la fuente.

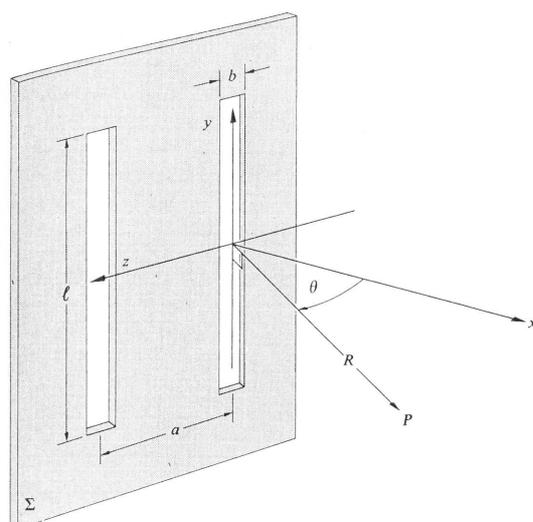


Figura 12: Geometría de doble rendija en una pantalla opaca.

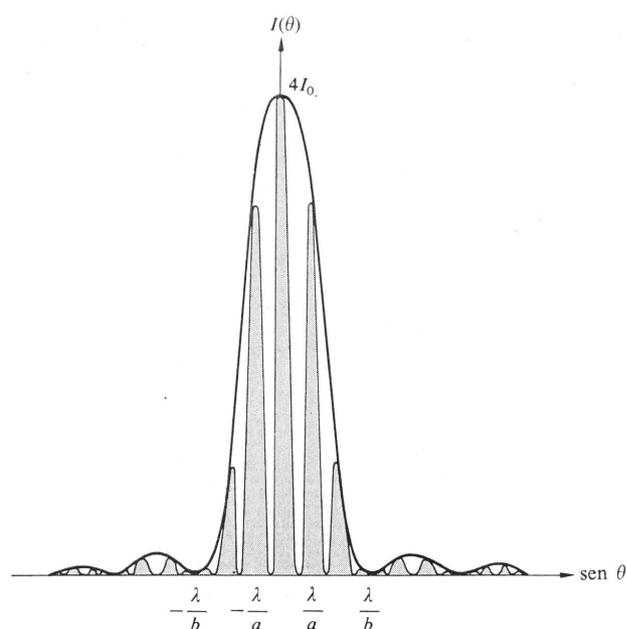


Figura 13: Patrón de interferencias por doble rendija, modulado por un patrón de difracción. En este caso la anchura de las rendijas b es inferior a la longitud de onda λ y comparable a la distancia entre las rendijas a (concretamente, $b = a/3 < \lambda$).

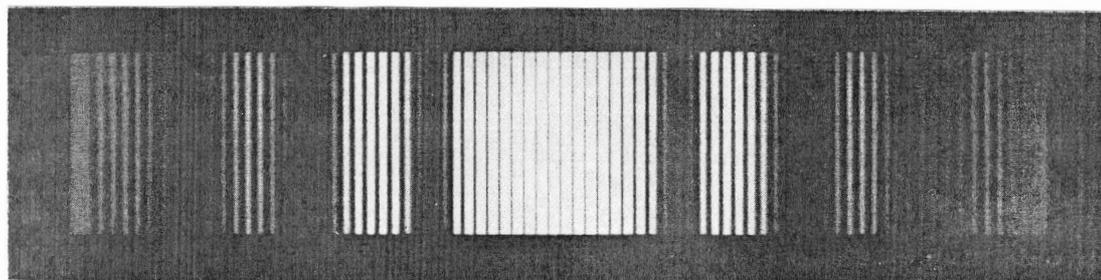


Figura 14: Fotografía del patrón de interferencias por doble rendija, modulado por el patrón de difracción (en este caso, $b = a/10$).

interferencias establece que las ondas emitidas por las dos rendijas interferirán cuando la diferencia entre los caminos ópticos recorridos por dichas ondas sea un múltiplo de la longitud de onda, o lo que es lo mismo, cuando:

$$\rho_2 - \rho_1 = m\lambda \implies d\sin(\theta) = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (35)$$

En el laboratorio se va a situar la antena de bocina receptora a una distancia fija del centro de la pantalla con rendijas, y se van a localizar aquellos valores del ángulo θ para los que se detectan máximos de la señal recibida (posiciones de interferencia constructiva). Con esos valores de θ , se comprobará experimentalmente la ecuación (35).

Si la anchura de las rendijas es mucho menor que la longitud de onda ($a \ll \lambda$), la intensidad de los distintos órdenes de interferencia constructiva que se obtienen a partir de (35) (dándole a m distintos valores) debe ser la misma. Sin embargo, cuando la anchura de las rendijas es comparable a la longitud de onda (esto es, cuando $a \approx \lambda$, tal y como ocurre en nuestro laboratorio), hay difracción y la intensidad de los órdenes de interferencia constructiva es máxima para $m = 0$ y disminuye conforme aumenta el valor de m .

DIFRACCIÓN DE BRAGG

En un sólido cristalino los átomos forman una red periódica tridimensional. Si hacemos incidir un haz de rayos X paralelos (a los que corresponden superficies de fase constante planas) sobre un sólido cristalino, los rayos sufren reflexión especular sobre los planos atómicos de la red cristalina (esto es, los planos atómicos actúan como espe-

jos). Para que se produzca interferencia constructiva entre los rayos reflejados en planos atómicos paralelos del cristal (y la intensidad del haz de rayos emergente sea máxima), es necesario que la diferencia de camino óptico entre dos rayos reflejados por dos planos atómicos paralelos diferentes sea un múltiplo entero de la longitud de onda. Esta condición de interferencia constructiva equivale a exigir que:

$$2d\text{sen}(\theta) = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (36)$$

donde d es la separación entre planos atómicos paralelos adyacentes y θ es el ángulo rasante, que es el complementario del ángulo de incidencia del haz de rayos sobre los planos del cristal. La ecuación (36) se conoce con el nombre de ley de Bragg. Dentro de un cristal se puede definir distintas familias de planos atómicos paralelos, y para cada una de esas familias, la separación entre planos atómicos adyacentes toma un valor distinto d_i ($i = 1, 2, 3, \dots$). Por tanto, cada una de esas familias da lugar a una condición de interferencia constructiva distinta, y para cada familia se obtiene una ley de Bragg distinta dada por:

$$2d_i\text{sen}(\theta_i) = m\lambda \quad (i = 1, 2, 3, \dots; m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (37)$$

En el laboratorio se va a verificar experimentalmente la ley de Bragg que aparece en (37). Para ello, en lugar de rayos X se van a utilizar las microondas emitidas por una antena de bocina, y en lugar de un sólido cristalino, se va a utilizar una agrupación periódica tridimensional de bolas de acero embutidas en goma espuma. En concreto, se va a verificar experimentalmente la ecuación (37) para dos familias distintas de planos paralelos de bolas de acero.

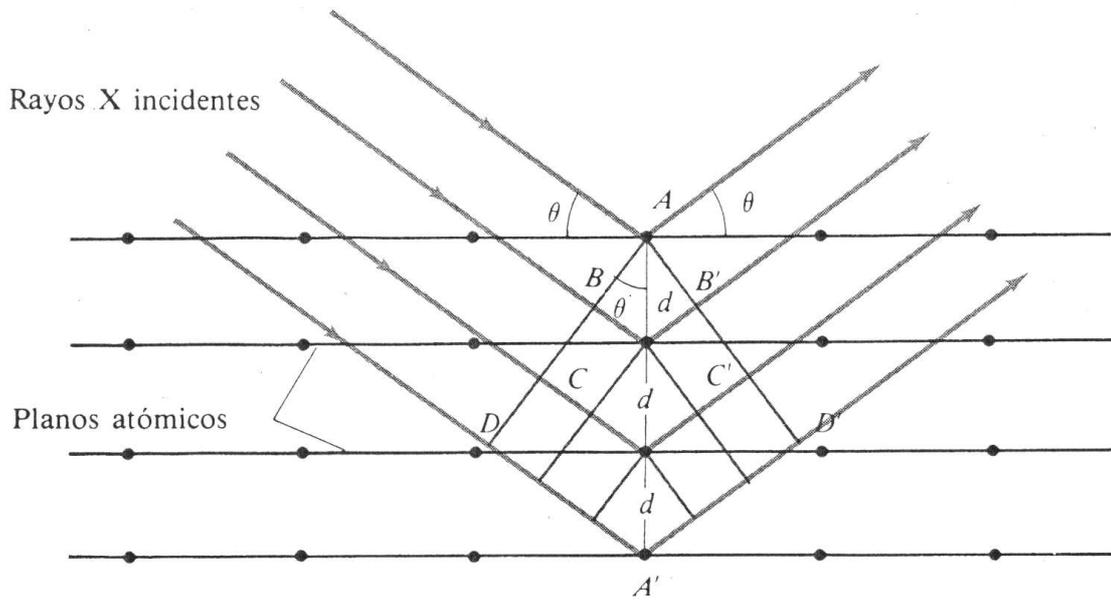


Figura 15: Reflexión de rayos X en los planos atómicos de un cristal. El ángulo θ es el ángulo rasante.

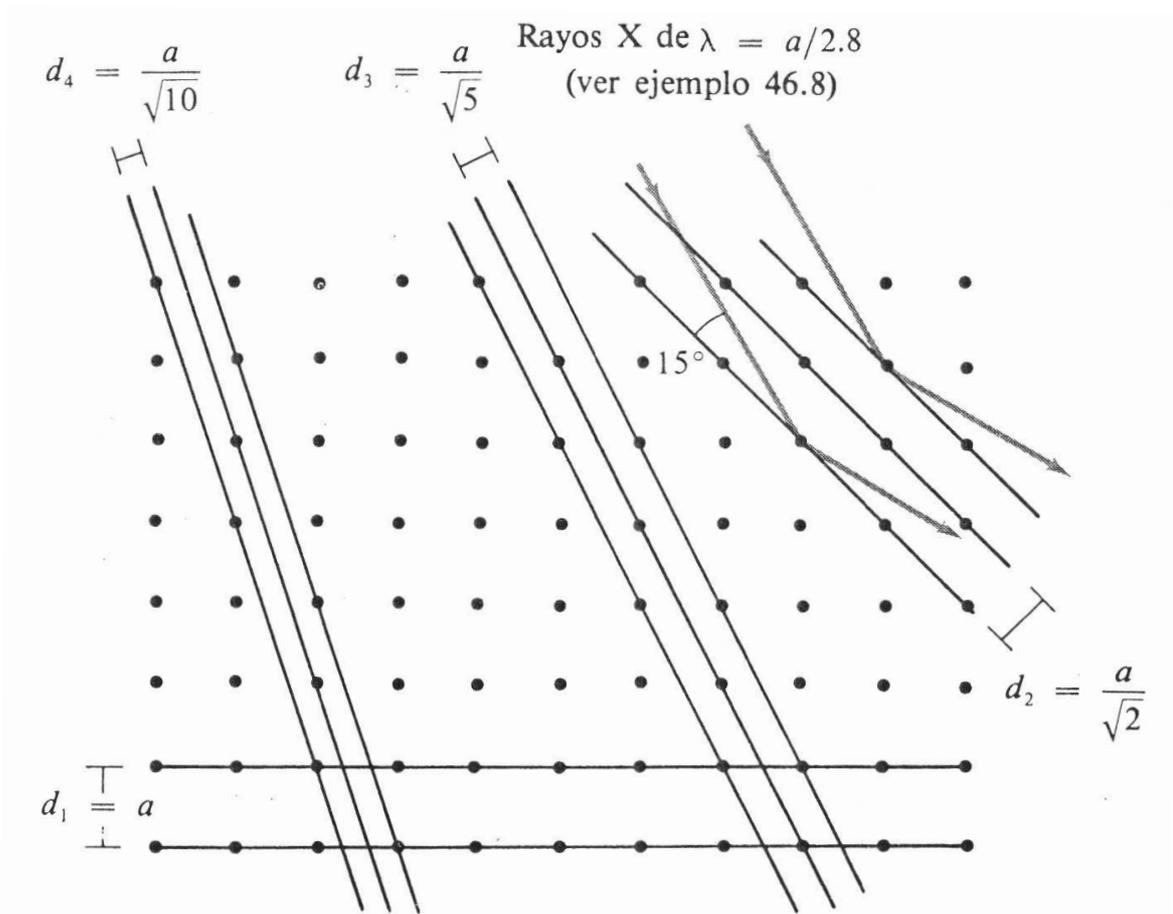


Figura 16: Diferentes familias de planos atómicos en un cristal cúbico. Cada familia de planos atómicos da lugar a una condición de interferencia constructiva distinta para los ángulos rasantes.