

Tema 2. Electrocínética

Objetivos:

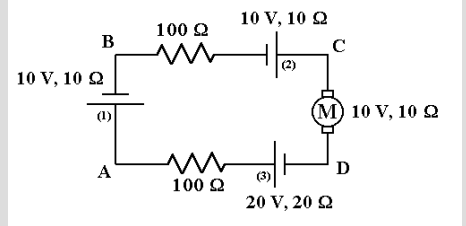
- Definir los conceptos intensidad de corriente eléctrica, velocidad de arrastre, densidad de corriente y resistencia.
- Establecer la ley de Ohm.
- Definir la resistividad, y conocer su dependencia con la temperatura.
- Calcular la resistencia equivalente de asociaciones de resistencias.
- Conocer los efectos energéticos de la corriente eléctrica y el efecto Joule.
- Conocer el generador de fuerza electromotriz y el receptor de fuerza contraelectromotriz.
- Realizar balances energéticos en circuitos.
- Calcular diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito. Resolver circuitos simples.



Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

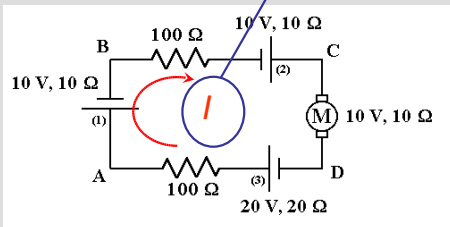
- Calcula el valor y sentido de la intensidad que circula por el circuito.
- Diferencia de potencial entre el punto A y el C ($V_A - V_C$). Desarrolla el cálculo por el camino ABC y por el camino ADC.
- ¿Qué elementos suministran energía al circuito? Calcula el valor de la potencia suministrada por cada elemento.
- ¿Qué elementos consumen energía en el circuito? Calcula el valor de la potencia consumida por cada elemento.
- ¿Cuál es el rendimiento del motor? ¿Y el de la fuente (2)?
- Si modificamos la fuerza electromotriz de la fuente (1), ¿cuál debe ser su nuevo valor para que la diferencia de potencial entre los puntos A y C tenga valor cero? ¿Cuál es la intensidad del circuito en este caso?



Resolver circuitos simples

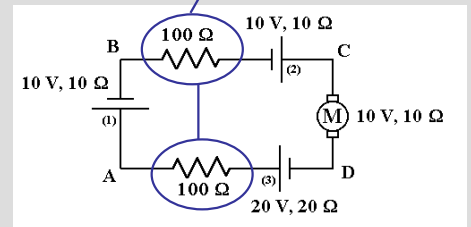
Ejemplo 6-3

I , intensidad de corriente eléctrica



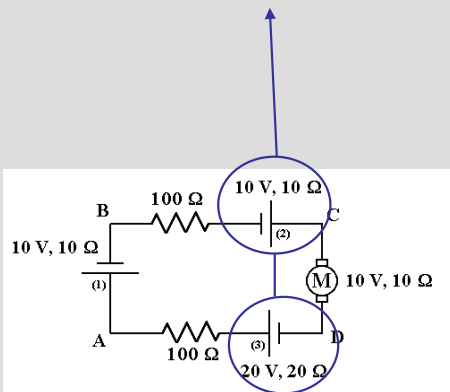
Ejemplo 6-3

Resistencias
Ley de Ohm:
 $V = IR$



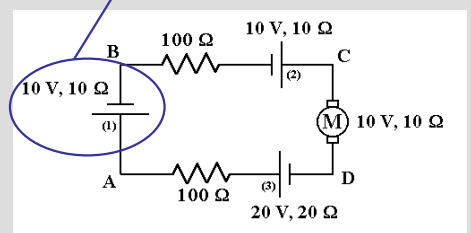
Ejemplo 6-3

Generadores

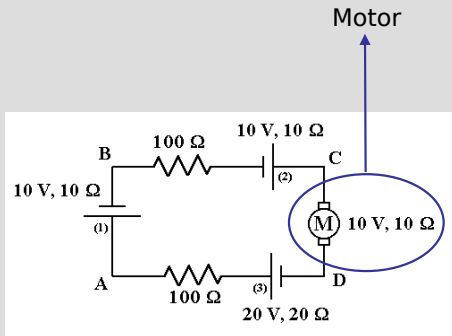


Ejemplo 6-3

Receptor



Ejemplo 6-3



2. Electrodinámica

2.1 Corriente y movimiento de cargas

Velocidad de arrastre

2.2 Intensidad y densidad de corriente

2.3 Ley de Ohm. Resistencia

Resistencia de un conductor de sección constante y homogéneo

Variación de la resistividad con la temperatura

2.4 Ley de Joule

2.5 Combinaciones de resistencias

Asociaciones en serie y en paralelo

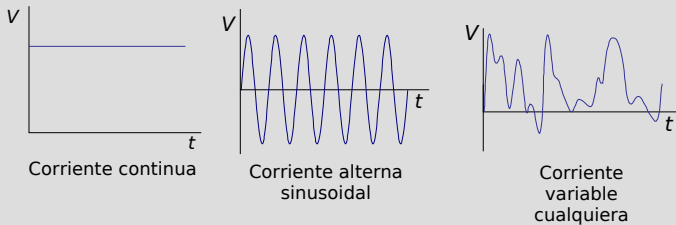
2.6 Generador y receptor lineales

2.7 Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

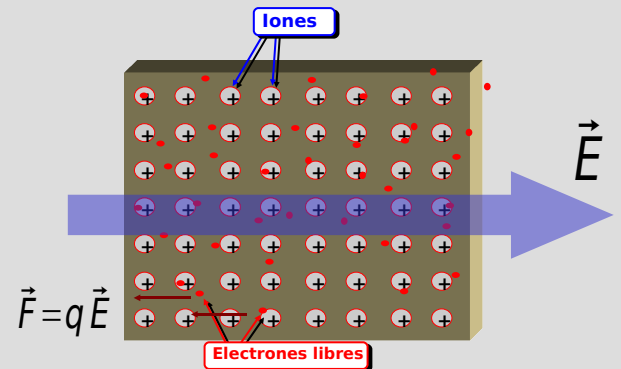
2.8 Ecuación del circuito

Corriente continua y corriente alterna

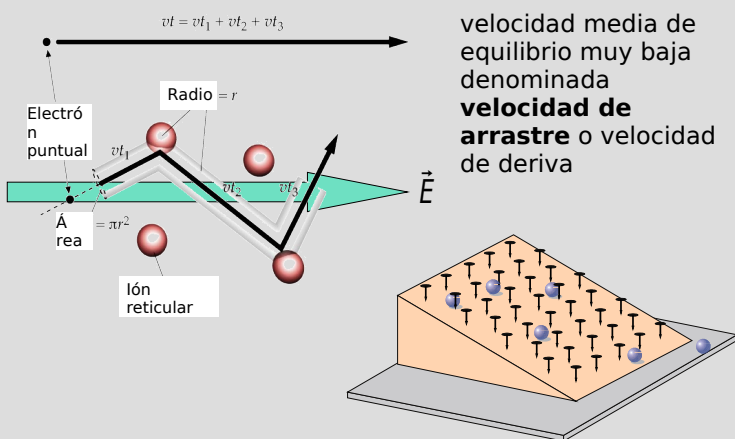
- **Continua**, si las distintas magnitudes relacionadas con la corriente –tensión, intensidad...-, permanecen invariables en el tiempo.
- **Alterna**, si las distintas magnitudes relacionadas con la corriente evolucionan periódicamente con el tiempo.



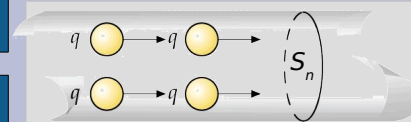
Corriente y movimiento de cargas



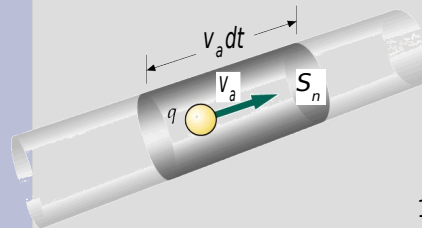
Velocidad de arrastre o velocidad de deriva



Intensidad de corriente



$$I = \frac{dQ}{dt}$$



$$I = n|q|S_n v_a$$

$$1 \text{ C} = 1 \text{ A s}$$

Problema 8

8. La carga que pasa por la sección de un hilo metálico está definida por $Q(t) = 6,5 t^2 + 3,5 C$, para t desde 0,0 s a 8,0 s.

- a) ¿Qué expresión tiene la corriente $I(t)$ en este intervalo de tiempo?
 b) ¿Cuánto vale la corriente en $t = 3$ s?

a)
$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = 13t \text{ (A)}$$

b)
$$I(t=3s) = 13 \cdot 3 = 39 \text{ A}$$

Ejemplo 5-2, página 5-7

Un hilo de cobre de 2,5 mm de diámetro, transporta una corriente de 15 A. Suponiendo que cada átomo de cobre cede en promedio 1,2 electrones a la conducción, calcula la velocidad de arrastre de los electrones.

Nota: Son datos conocidos: la carga del electrón ($q = 1,6 \cdot 10^{-19} C$); la masa molar del cobre ($M = 63,5 \text{ g/mol}$), su densidad ($\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) y la constante de Avogadro ($N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos/mol}$).

$$v_a = \frac{I}{nqS}$$

$$\frac{\text{átomos}}{g} = \frac{N_A (\text{át./mol})}{M (\text{g/mol})}$$

$$\frac{\text{átomos}}{m^3} = \frac{N_A}{M} (\text{átomos/g}) \cdot \rho (\text{g/m}^3)$$

$$n = 1,2 \frac{\text{átomos}}{m^3} = 1,2 \frac{N_A}{M} \rho \frac{\text{electrones}}{m^3}$$

$$n = 1,2 \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{63,5 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 1,01 \cdot 10^{-29} \text{ (electrones/m}^3\text{)}$$

$$v_a = \frac{I}{nqS} \approx \frac{15}{1,01 \cdot 10^{29} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \pi \left(\frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2} \approx 1,89 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

Ejemplo 5-2, página 5-7

Un hilo de cobre de 2,5 mm de diámetro, transporta una corriente de 15 A. Suponiendo que cada átomo de cobre cede en promedio 1,2 electrones a la conducción, calcula la velocidad de arrastre de los electrones.

Nota: Son datos conocidos: la carga del electrón ($q = 1,6 \cdot 10^{-19} C$); la masa molar del cobre ($M = 63,5 \text{ g/mol}$), su densidad ($\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) y la constante de Avogadro ($N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos/mol}$).

$$L = v_a t = 1,89 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,189 \text{ mm}$$

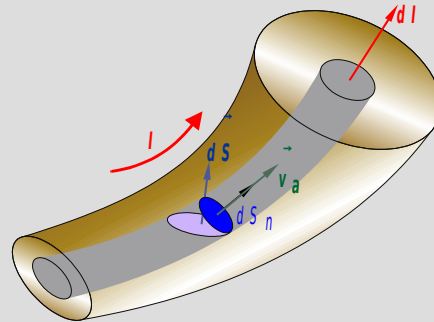
$$v_a = \frac{I}{nqS} \approx \frac{15}{1,01 \cdot 10^{29} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \pi \left(\frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2} \approx 1,89 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$x = 1 \text{ m} \Rightarrow t = x/v_a = 1/1,89 \cdot 10^{-4} = 5291 \text{ s} = 1,5 \text{ h}$$

Densidad de corriente eléctrica

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_n} \vec{u}$$

$$\vec{j} = nq\vec{v}_a$$



Densidad de corriente eléctrica

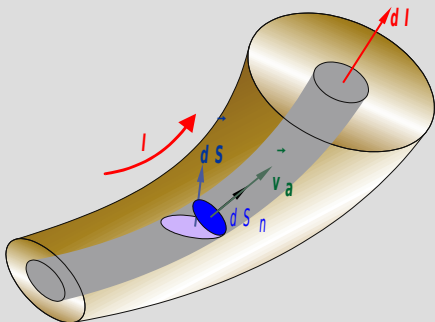
$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_n} \vec{u}$$

$$\vec{j} = nq\vec{v}_a$$

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

Si en S, j es uniforme

$$I = j S_n$$

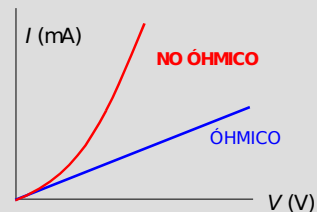
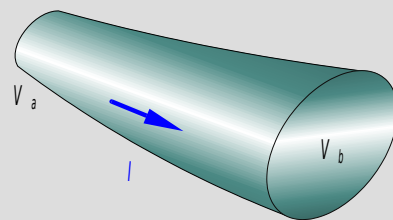
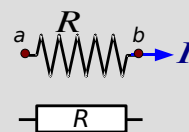


Ley de Ohm

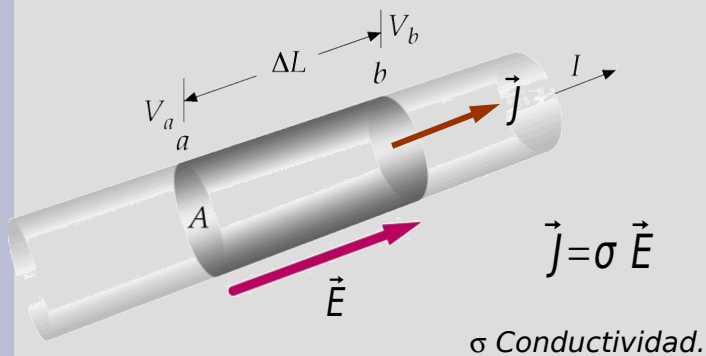
La diferencia de potencial en los extremos de un conductor es directamente proporcional a la intensidad que circula por éste.

$$V_a - V_b = \Delta V = IR$$

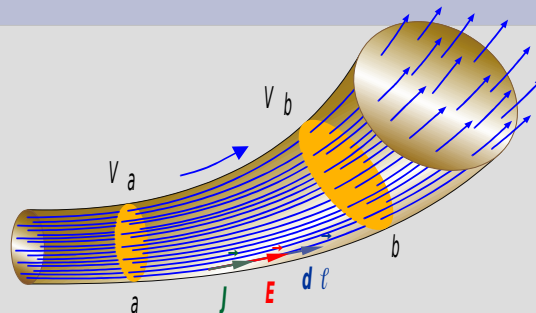
$$[R] = ML^2T^{-3}I^{-2} \quad \text{ohmio } (\Omega),$$



Ley de Ohm microscópica



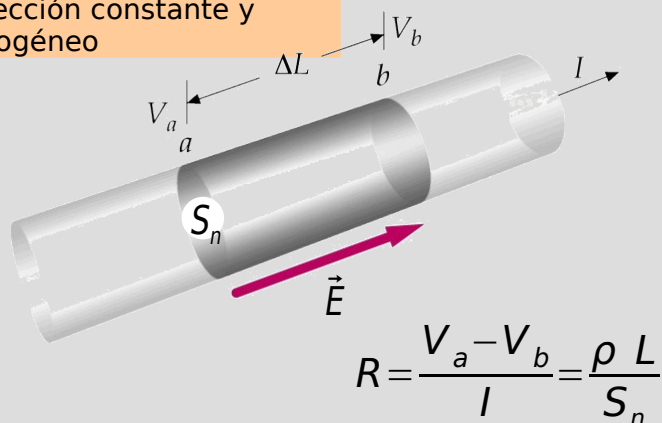
Resistencia eléctrica



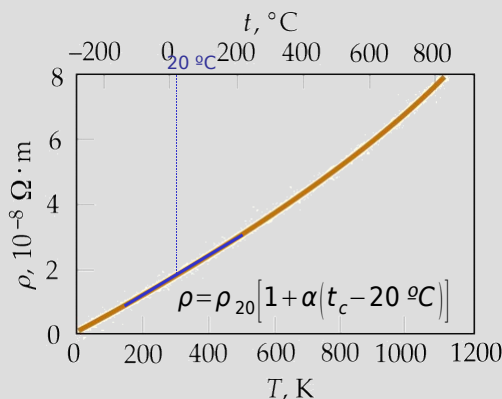
$$V_a - V_b = I \left(\int_a^b \frac{dl}{\sigma S_n} \right) \quad R = \frac{V_a - V_b}{I} = \int_a^b \frac{dl}{\sigma S_n} = \int_a^b \frac{\rho}{S_n} dl$$

Resistencia eléctrica

Resistencia de un conductor de sección constante y homogéneo



Variación de la resistividad con la temperatura



Movilidad

■ Coeficiente de proporcionalidad entre la velocidad de arrastre y el campo eléctrico.

$$\mu = \frac{v_a}{E}$$

■ En los materiales óhmicos:

$$\mu = \frac{\sigma}{n q}$$

Problema 13

¿A qué temperatura será la resistencia de un conductor de cobre el 10% mayor que cuando está a 20 °C?

$$\rho = \rho_{20}(1 + \alpha(t - 20))$$

$$\rho_{20} = 1,67 \cdot 10^{-8} \text{ } \Omega\text{m}$$

$$\alpha = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$\rho = \rho_{20}(1 + \alpha(20 - 20)) = \rho_{20}$$

$$\rho(t=t_x) = \rho_{20}(1 + \alpha(t_x - 20)) = 1,10\rho_{20}$$

$$1 + \alpha(t_x - 20) = 1,10$$

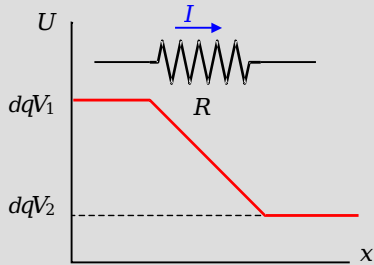
$$\alpha(t_x - 20) = 0,10$$

$$t_x - 20 = 0,10/\alpha$$

$$t_x = 20 + 0,10/\alpha = 20 + 0,10/3,9 \cdot 10^{-3} = 45,6 \text{ }^\circ\text{C}$$

Energía de la corriente eléctrica. Ley de Joule

FFI 2.4

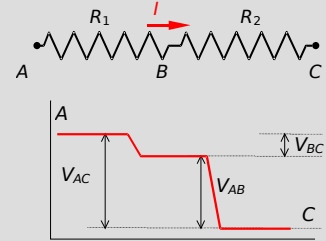


$$P = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

Combinación de resistencias

FFI 2.5

Resistencias en serie.

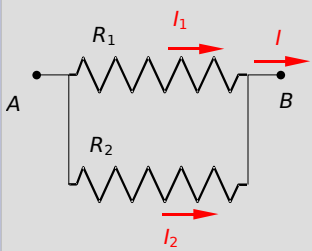


$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i$$

Combinación de resistencias

FFI 2.5

Resistencias en paralelo.

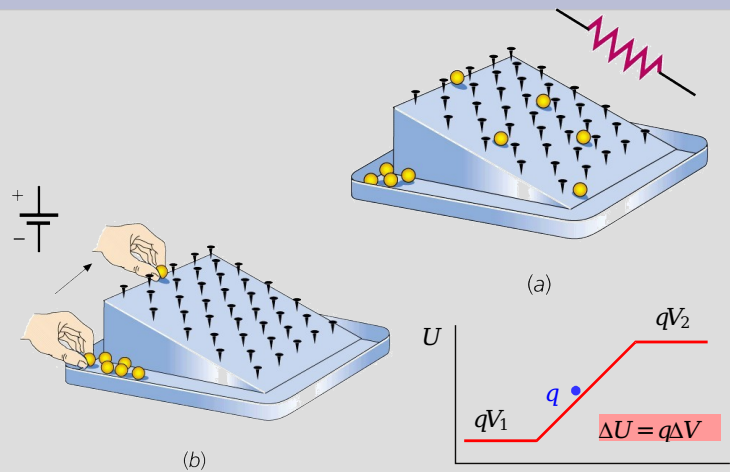


$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

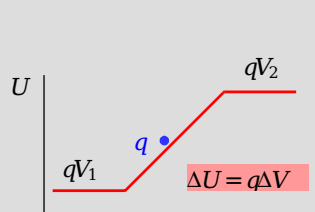
Generadores

FFI 2.6



Generador lineal

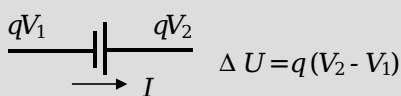
FFI 2.6



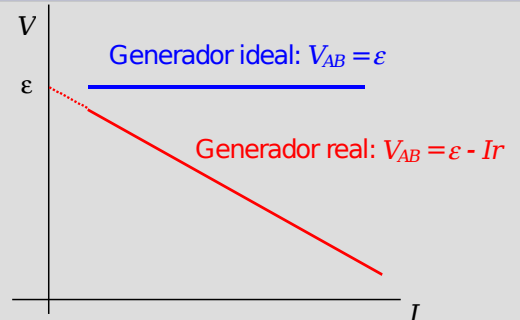
$$\varepsilon = \frac{\text{energía eléctrica}}{\text{unidad de carga}}$$

$$\varepsilon = \frac{dU}{dq}$$

$$P_{generada} = \varepsilon I$$

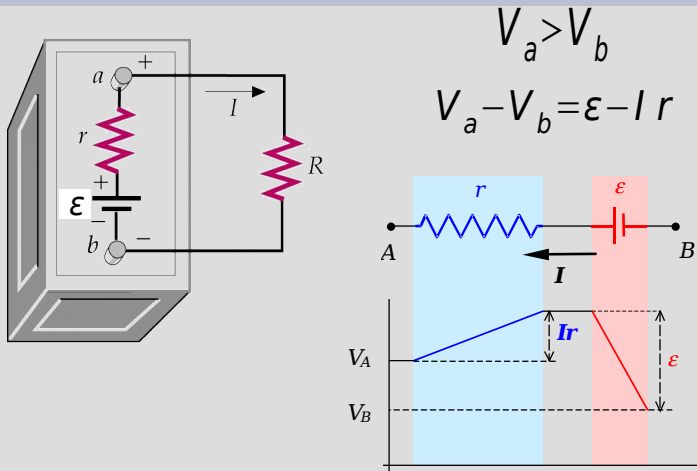


[ε] = [V] (Voltio)



Característica tensión-corriente del generador: Tensión en los bornes V en función de I para un generador real (línea roja) y para un generador ideal (línea azul)

Generador lineal



Generador lineal

En generador real, parte de la potencia generada se consume en la resistencia interna del generador, y el resto se "suministra" al circuito. La diferencia entre la potencia generada y la potencia disipada por la resistencia interna (por efecto joule) es la **potencia suministrada** al circuito, $P_{suministrada}$:

$$P_{suministrada} = P_{generada} - P_{disipada} = \varepsilon I - I^2 r = I(\varepsilon - I r) = I(V_a - V_b)$$

Generador lineal: rendimiento

- Se define el rendimiento de un generador, η , como el cociente entre la potencia suministrada y la potencia generada:

$$\eta = \frac{P_{sum}}{P_{gen}} = \frac{(V_a - V_b) I}{\varepsilon I} = \frac{V_a - V_b}{\varepsilon} \leq 1$$

- En esta expresión se ve que el rendimiento aumenta al disminuir la resistencia interna. En un generador ideal el rendimiento es la unidad, y para cualquier generador real, el rendimiento es siempre menor que uno.

Receptor lineal

- Receptores:** elementos que disipan energía por causas diferentes al efecto Joule. (motores, acumuladores,...)

- fuerza contraelectromotriz ε' :

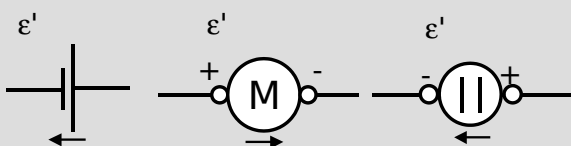
$$\frac{\text{Energía eléctrica consumida}}{\text{unidad de carga}} \quad \varepsilon' = \frac{dU}{dq}$$

unidad en el S.I. es el voltio (V)

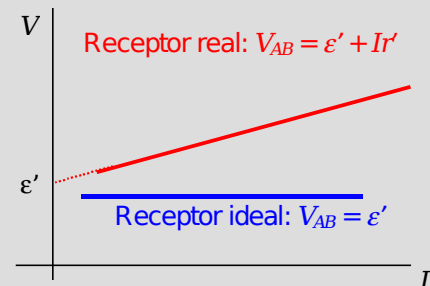
Receptor lineal

- Potencia transformada** por un receptor:

$$P_{transf} = \frac{dU}{dt} = \varepsilon' I$$

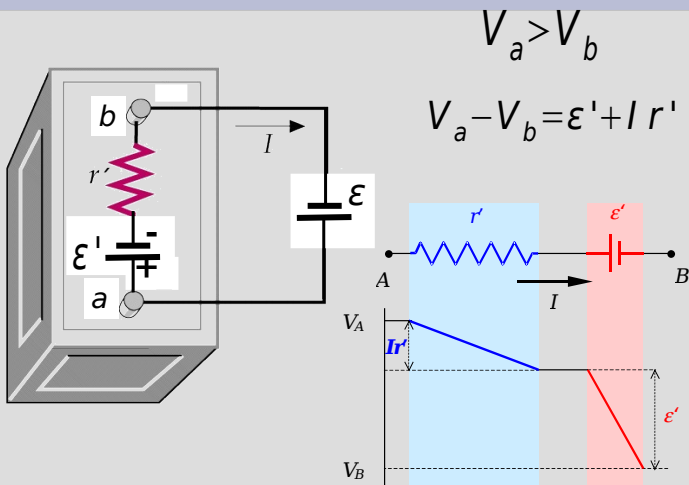


Receptor lineal



- Característica tensión-corriente del receptor: Tensión en los bornes V en función de I para un receptor real (línea roja) y para un receptor ideal (línea azul)

Receptor lineal



Receptor lineal: rendimiento

- Se define el rendimiento de un receptor, η , como el cociente entre la potencia transformada y la potencia total consumida:

$$\eta' = \frac{P_{\text{transf}}}{P_{\text{cons}}} = \frac{I \varepsilon'}{I(V_a - V_b)} = \frac{\varepsilon'}{V_a - V_b} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon' + I r'} \leq 1$$

- el rendimiento aumenta cuando disminuye la resistencia interna. El rendimiento es la unidad para el caso de un receptor ideal, y menor que uno para el caso de un receptor real.

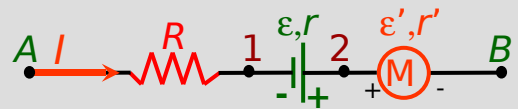
Receptor lineal

la potencia que el receptor transforma en otro tipo de energía, **potencia transformada**; la pérdidas por efecto Joule en la resistencia interna, **potencia disipada** y la **potencia consumida** por el receptor, que es la suma de las dos anteriores

$$P_{\text{cons}} = P_{\text{transf}} + P_{\text{calor}} = \varepsilon' I + I^2 r' = I(\varepsilon' + I r') = I(V_a - V_b)$$

Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

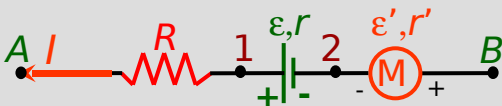
- La diferencia de potencial entre los extremos será la suma de las ddp en cada elemento



$$V_A - V_B = I(R + r + r') - (\varepsilon - \varepsilon')$$

Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

- La diferencia de potencial entre los extremos será la suma de las ddp en cada elemento



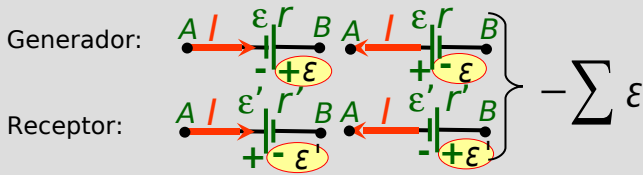
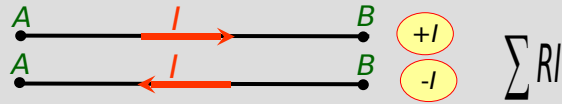
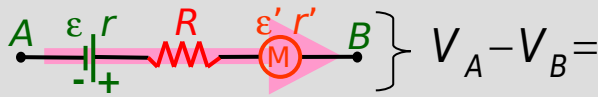
$$V_A - V_B = -I(R + r + r') - (-\varepsilon + \varepsilon')$$

Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

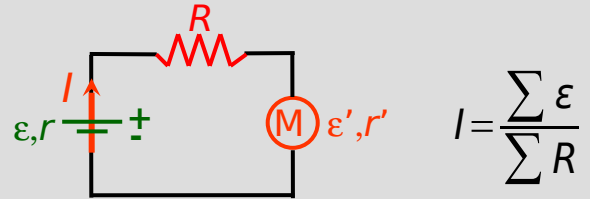
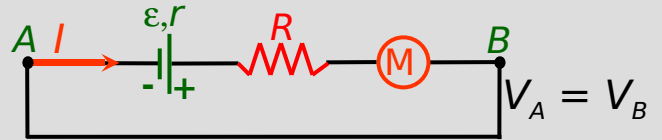
$$V_A - V_B = \sum R I - \sum \varepsilon$$

- A la hora de interpretar esta expresión, debes utilizar el criterio de signos que se detalla en la transparencia siguiente.

Criterio de signos

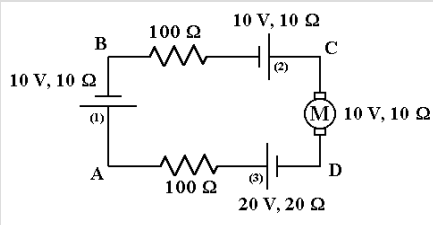


Ecuación del circuito



Ejemplo 6-3

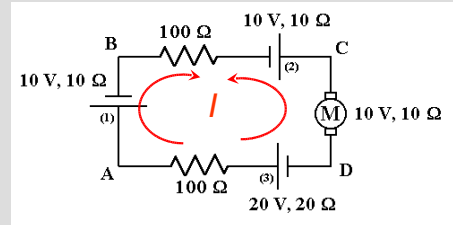
- Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:
- Calcula el valor y sentido de la intensidad que circula por el circuito.
 - Diferencia de potencial entre el punto A y el C ($V_A - V_C$). Desarrolla el cálculo por el camino ABC y por el camino ADC.
 - ¿Qué elementos suministran energía al circuito? Calcula el valor de la potencia suministrada por cada elemento.
 - ¿Qué elementos consumen energía en el circuito? Calcula el valor de la potencia consumida por cada elemento.
 - ¿Cuál es el rendimiento del motor? ¿Y el de la fuente (2)?
 - Si modificamos la fuerza electromotriz de la fuente (1), ¿cuál debe ser su nuevo valor para que la diferencia de potencial entre los puntos A y C tenga valor cero? ¿Cuál es la intensidad del circuito en este caso?



Ejemplo 6-3

- Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:
- Calcula el valor y sentido de la intensidad que circula por el circuito.

~~$$I = \frac{\sum \epsilon_i}{\sum R_i} = \frac{-20 - 10 - 10 + 10}{100 + 20 + 10 + 10 + 100 + 10} = -0,12 \text{ A}$$~~

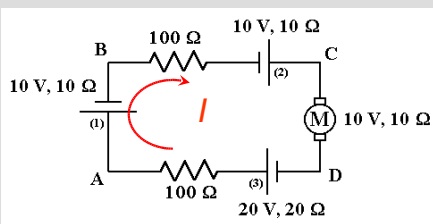


Ejemplo 6-3

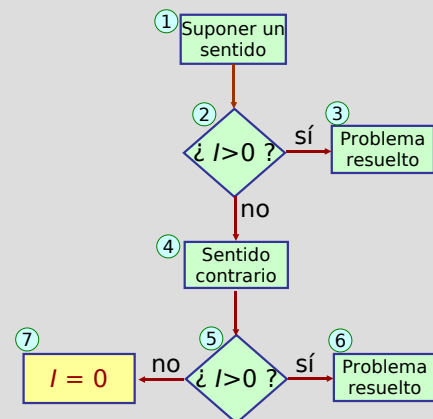
- Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:
- Calcula el valor y sentido de la intensidad que circula por el circuito.

~~$$I = \frac{\sum \epsilon_i}{\sum R_i} = \frac{-20 - 10 - 10 + 10}{100 + 20 + 10 + 10 + 100 + 10} = -0,12 \text{ A}$$~~

$$I = \frac{\sum \epsilon_i}{\sum R_i} = \frac{-10 + 10 - 10 + 20}{100 + 20 + 10 + 10 + 100 + 10} = 0,04 \text{ A}$$



Sentido de la intensidad



Ejemplo 6-3

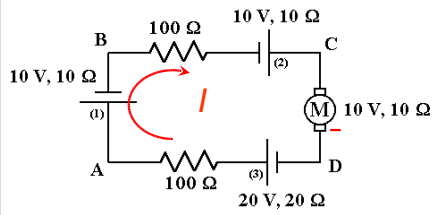
Dado el circuito de la figura, responda a las siguientes cuestiones:

b) Diferencia de potencial entre el punto A y el C ($V_A - V_C$). Desarrolle el cálculo por el camino ABC y por el camino ADC.

$$V_A - V_C = I \sum R_i - \sum \varepsilon_i$$

$$ABC \rightarrow V_A - V_C = 0,04(10+100+10) - (-10 + 10) = 4,8 \text{ V}$$

$$ADC \rightarrow V_C - V_A = 0,04(20+100+10) - (20 - 10) = -4,8 \text{ V}$$



Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responda a las siguientes cuestiones:

c) ¿Qué elementos suministran energía al circuito? Calcule el valor de la potencia suministrada por cada elemento.

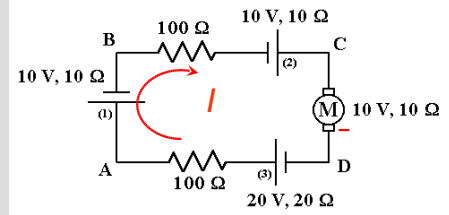
$$\text{Generadores (2) y (3). } P_S = P_g - P_j = \varepsilon I - r I^2$$

Generador (2):

$$P_S = 10 \cdot 0,04 - 10 \cdot 0,04^2 = 0,384 \text{ W}$$

Generador (3):

$$P_S = 20 \cdot 0,04 - 20 \cdot 0,04^2 = 0,768 \text{ W}$$



Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responda a las siguientes cuestiones:

d) ¿Qué elementos consumen energía en el circuito? Calcule el valor de la potencia consumida por cada elemento.

En las resistencias

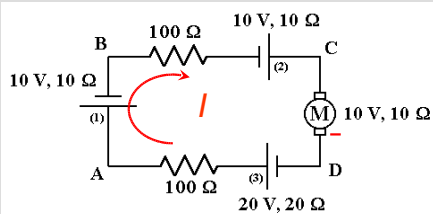
$$P_{JR} = R I^2 = 100 \cdot 0,04^2 = 0,16 \text{ W}$$

En el motor

$$P_{CM} = P_T + P_j = e' I + r I^2 = 10 \cdot 0,04 + 10 \cdot 0,04^2 = 0,416 \text{ W}$$

Receptor (1):

$$P_{Ce} = P_e + P_j = \varepsilon I + r I^2 = 10 \cdot 0,04 + 10 \cdot 0,04^2 = 0,416 \text{ W}$$



Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responda a las siguientes cuestiones:

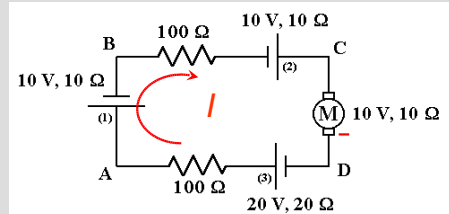
c) y d) Balance de potencias:

Potencia total suministrada:

$$0,384 + 0,768 = 1,152 \text{ W}$$

Potencia consumida en el circuito:

$$P_C = 2P_{JR} + P_{CM} + P_{Ce} = 2 \cdot 0,16 + 0,416 + 0,416 = 1,152 \text{ W}$$



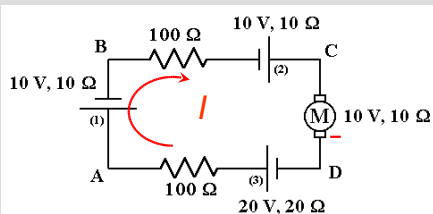
Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responda a las siguientes cuestiones:

e) ¿Cuál es el rendimiento del motor? ¿Y el de la fuente (2)?

$$\eta = \frac{P_T}{P_{Ce}} = \frac{\varepsilon' I}{\varepsilon I + r I^2} = \frac{0,4}{0,416} = 0,962 \quad \eta = 96,2 \%$$

$$\eta = \frac{P_S}{P_g} = \frac{\varepsilon I - r I^2}{\varepsilon I} = \frac{0,384}{0,4} = 0,96 \quad \eta = 96 \%$$



Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responda a las siguientes cuestiones:

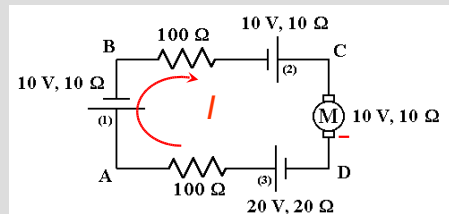
f) Si modificamos la fuerza electromotriz de la fuente (1), ¿cuál debe ser su nuevo valor para que la diferencia de potencial entre los puntos A y C tenga valor cero? ¿Cuál es la intensidad del circuito en este caso?

$$V_C - V_A = 130 I - (20 - 10) = 0$$

$$I = \frac{1}{13} \text{ A}$$

$$V_C - V_A = 120 \left(\frac{1}{13} \right) - (\varepsilon - 10) = 0$$

$$\varepsilon = 10 - \frac{120}{13} = \frac{10}{13} \text{ V}$$



Problema 25

Si a un generador de fuerza electromotriz ε y resistencia interna r se conecta una resistencia R , determina cuál debe ser su valor para que la potencia disipada en R sea máxima.

$$P = I^2 R$$

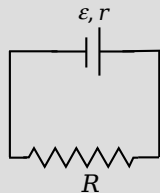
$$I = \frac{\varepsilon}{r+R}$$

$$P = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(r+R)^2}$$

$$\frac{dP}{dR} = 0 = \frac{\varepsilon^2 (r+R)^2 - 2\varepsilon^2 R (r+R)}{(r+R)^4}$$

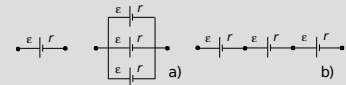
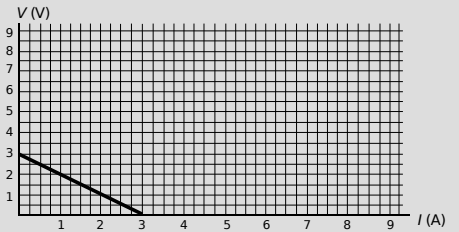
$$\varepsilon^2 (r+R)^2 - 2\varepsilon^2 R (r+R) = 0$$

$$r+R = 2R \Rightarrow R = r$$



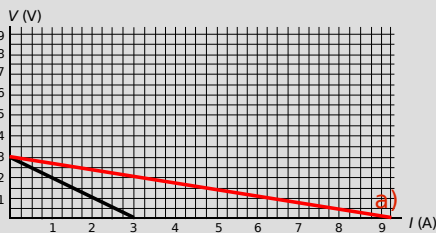
Problema 27

En la figura se representa la característica tensión corriente de un generador. Representa en la misma figura la gráfica correspondiente a: a) tres generadores idénticos al anterior dispuestos en paralelo, b) ídem en serie.



Problema 27

En la figura se representa la característica tensión corriente de un generador. Representa en la misma figura la gráfica correspondiente a: a) tres generadores idénticos al anterior dispuestos en paralelo, b) ídem en serie.

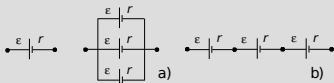


a)

$$V_A - V_B = \varepsilon - \frac{Ir}{3} = R I \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R + r/3}$$

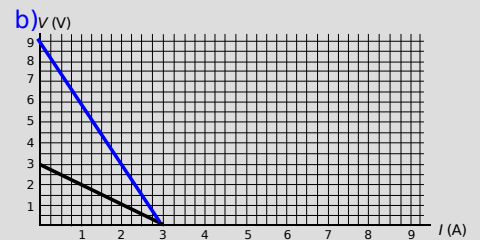
$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon$$

$$r_{eq} = \frac{r}{3}$$



Problema 27

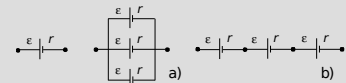
En la figura se representa la característica tensión corriente de un generador. Representa en la misma figura la gráfica correspondiente a: a) tres generadores idénticos al anterior dispuestos en paralelo, b) ídem en serie.



b)

$$I = \frac{3\varepsilon}{R + 3r}$$

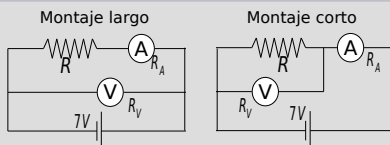
$$\varepsilon_{eq} = 3\varepsilon; r_{eq} = 3r$$



Problema 35

En los circuitos de la figura, la resistencia interna del voltímetro es de $R_V = 15 \text{ k}\Omega$, y la resistencia del amperímetro de $R_A = 0,005 \Omega$.

Calcula la intensidad medida en el amperímetro, y la diferencia de potencial medida en el voltímetro para los valores de la resistencia R indicados en la tabla. Completa la tabla:



R	Montaje largo		Montaje corto	
	V	I	V	I
500 Ω				
6000 Ω				
12000 Ω				
20000 Ω				

Repite el cálculo para un voltímetro con una resistencia interna de 1 M Ω . ¿Qué diferencias observas en ambos casos? ¿A qué se debe dicha diferencia? Razona la respuesta.