

# Tema 2. Electrocínética

## Objetivos:

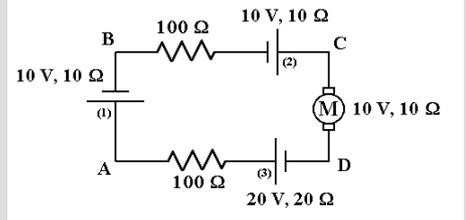
- Definir los conceptos intensidad de corriente eléctrica, velocidad de arrastre, densidad de corriente y resistencia.
- Establecer la ley de Ohm.
- Definir la resistividad, y conocer su dependencia con la temperatura.
- Calcular la resistencia equivalente de asociaciones de resistencias.
- Conocer los efectos energéticos de la corriente eléctrica y el efecto Joule.
- Conocer el generador de fuerza electromotriz y el receptor de fuerza contraelectromotriz.
- Realizar balances energéticos en circuitos.
- Calcular diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito. Resolver circuitos simples.



## Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

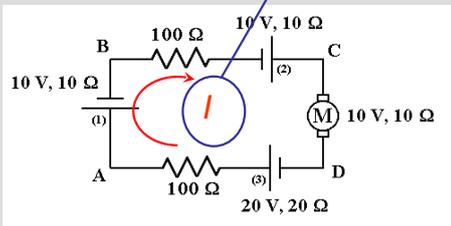
- Calcula el valor y sentido de la intensidad que circula por el circuito.
- Diferencia de potencial entre el punto A y el C ( $V_A - V_C$ ). Desarrolla el cálculo por el camino ABC y por el camino ADC.
- ¿Qué elementos suministran energía al circuito? Calcula el valor de la potencia suministrada por cada elemento.
- ¿Qué elementos consumen energía en el circuito? Calcula el valor de la potencia consumida por cada elemento.
- ¿Cuál es el rendimiento del motor? ¿Y el de la fuente (2)?
- Si modificamos la fuerza electromotriz de la fuente (1), ¿cuál debe ser su nuevo valor para que la diferencia de potencial entre los puntos A y C tenga valor cero? ¿Cuál es la intensidad del circuito en este caso?



Resolver circuitos simples

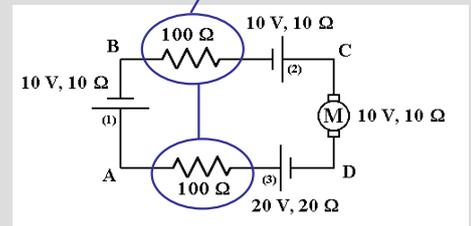
## Ejemplo 6-3

$I$ , intensidad de corriente eléctrica



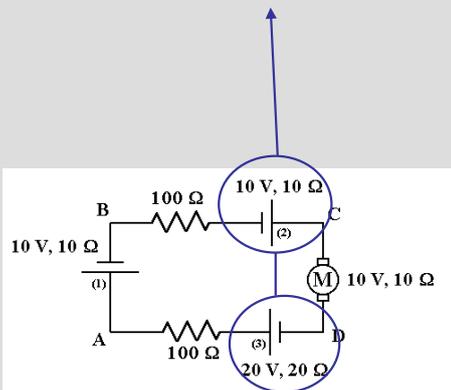
## Ejemplo 6-3

Resistencias  
Ley de Ohm:  
 $V = IR$



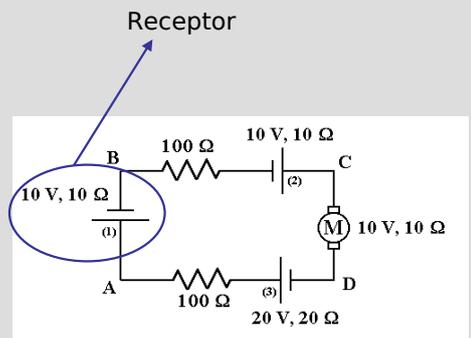
## Ejemplo 6-3

Generadores

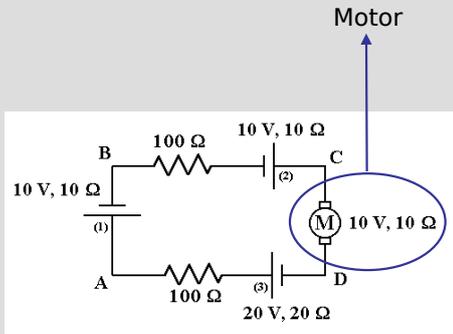


## Ejemplo 6-3

Receptor



## Ejemplo 6-3



## 2. Electrodinámica

### 2.1 Corriente y movimiento de cargas

Velocidad de arrastre

### 2.2 Intensidad y densidad de corriente

### 2.3 Ley de Ohm. Resistencia

Resistencia de un conductor de sección constante y homogéneo

Variación de la resistividad con la temperatura

### 2.4 Ley de Joule

### 2.5 Combinaciones de resistencias

Asociaciones en serie y en paralelo

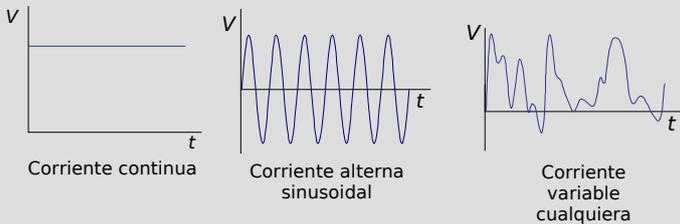
### 2.6 Generador y receptor lineales

### 2.7 Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

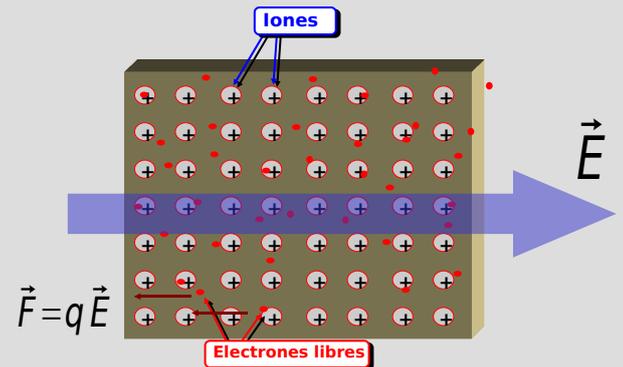
### 2.8 Ecuación del circuito

## Corriente continua y corriente alterna

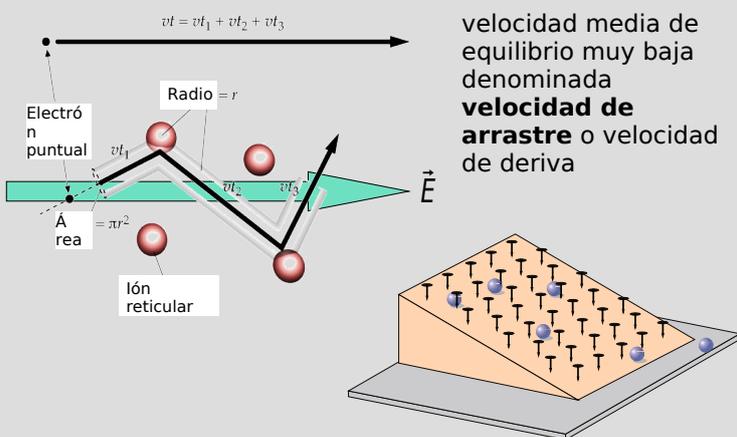
- **Continua**, si las distintas magnitudes relacionadas con la corriente –tensión, intensidad...-, permanecen invariables en el tiempo.
- **Alterna**, si las distintas magnitudes relacionadas con la corriente evolucionan periódicamente con el tiempo.



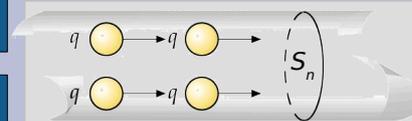
## Corriente y movimiento de cargas



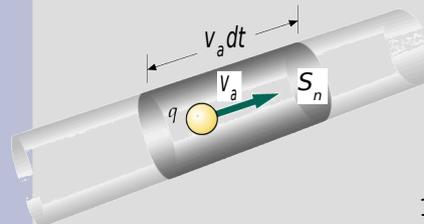
## Velocidad de arrastre o velocidad de deriva



## Intensidad de corriente



$$I = \frac{dQ}{dt}$$



$$I = n|q|S_n v_a$$

$$1 \text{ C} = 1 \text{ A s}$$

## Problema 8

8. La carga que pasa por la sección de un hilo metálico está definida por  $Q(t) = 6,5 t^2 + 3,5 C$ , para  $t$  desde 0,0 s a 8,0 s.

- a) ¿Qué expresión tiene la corriente  $I(t)$  en este intervalo de tiempo?  
 b) ¿Cuánto vale la corriente en  $t = 3$  s?

a) 
$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = 13t \text{ (A)}$$

b) 
$$I(t=3s) = 13 \cdot 3 = 39 \text{ A}$$

## Ejemplo 5-2, página 5-7

Un hilo de cobre de 2,5 mm de diámetro, transporta una corriente de 15 A. Suponiendo que cada átomo de cobre cede en promedio 1,2 electrones a la conducción, calcula la velocidad de arrastre de los electrones.

Nota: Son datos conocidos: la carga del electrón ( $q = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ ); la masa molar del cobre ( $M = 63,5 \text{ g/mol}$ ), su densidad ( $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) y la constante de Avogadro ( $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos/mol}$ ).

$$v_a = \frac{I}{nqS}$$

$$\frac{\text{átomos}}{g} = \frac{N_A (\text{át./mol})}{M (\text{g/mol})}$$

$$\frac{\text{átomos}}{m^3} = \frac{N_A}{M} (\text{átomos/g}) \cdot \rho (\text{g/m}^3)$$

$$n = 1,2 \frac{\text{átomos}}{m^3} = 1,2 \frac{N_A}{M} \rho \frac{\text{electrones}}{m^3}$$

$$n = 1,2 \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{63,5 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot \pi \left(\frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2 \approx 1,01 \cdot 10^{29} \text{ (electrones/m}^3\text{)}$$

$$v_a = \frac{I}{nqS} \approx \frac{15}{1,01 \cdot 10^{29} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \pi \left(\frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2} \approx 1,89 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

## Ejemplo 5-2, página 5-7

Un hilo de cobre de 2,5 mm de diámetro, transporta una corriente de 15 A. Suponiendo que cada átomo de cobre cede en promedio 1,2 electrones a la conducción, calcula la velocidad de arrastre de los electrones.

Nota: Son datos conocidos: la carga del electrón ( $q = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ ); la masa molar del cobre ( $M = 63,5 \text{ g/mol}$ ), su densidad ( $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) y la constante de Avogadro ( $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos/mol}$ ).

$$L = v_a t = 1,89 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,189 \text{ mm}$$

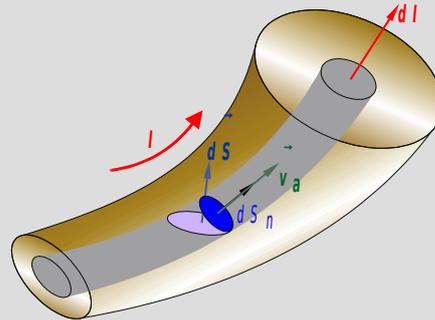
$$v_a = \frac{I}{nqS} \approx \frac{15}{1,01 \cdot 10^{29} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \pi \left(\frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2} \approx 1,89 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$x = 1 \text{ m} \Rightarrow t = x/v_a = 1/1,89 \cdot 10^{-4} = 5291 \text{ s} = 1,5 \text{ h}$$

## Densidad de corriente eléctrica

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_n} \vec{u}$$

$$\vec{j} = nq\vec{v}_a$$



## Densidad de corriente eléctrica

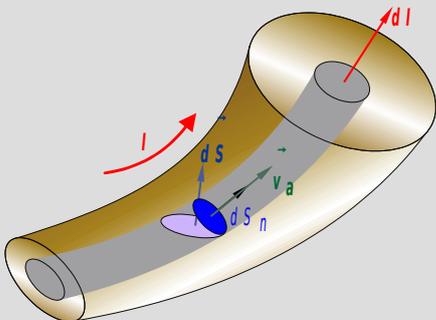
$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_n} \vec{u}$$

$$\vec{j} = nq\vec{v}_a$$

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

Si en  $S$ ,  $J$  es uniforme

$$I = J S_n$$

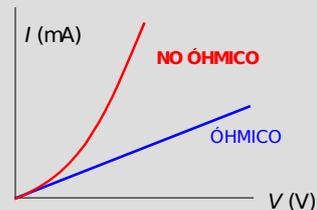
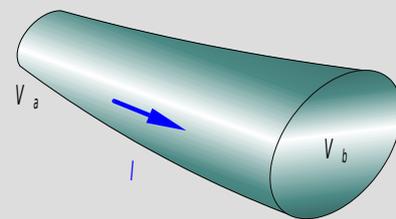
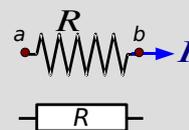


## Ley de Ohm

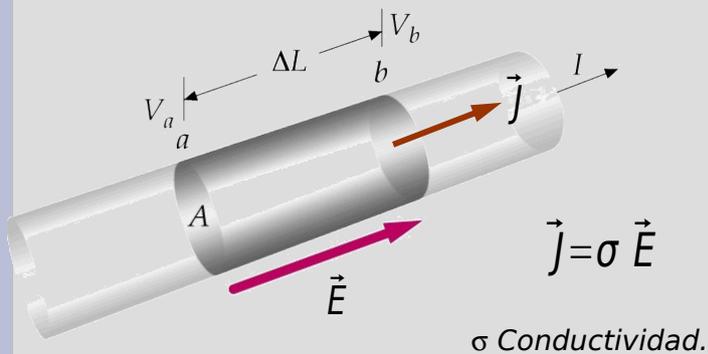
La diferencia de potencial en los extremos de un conductor es directamente proporcional a la intensidad que circula por éste.

$$V_a - V_b = \Delta V = IR$$

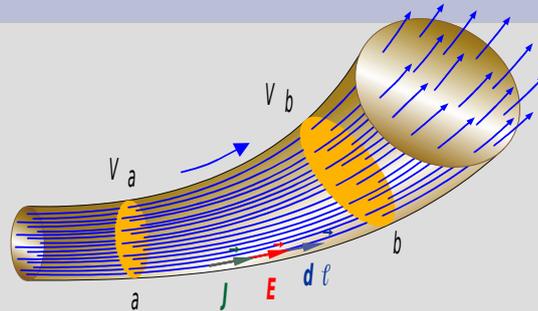
$$[R] = ML^2T^{-3}I^{-2} \quad \text{ohmio } (\Omega),$$



## Ley de Ohm microscópica



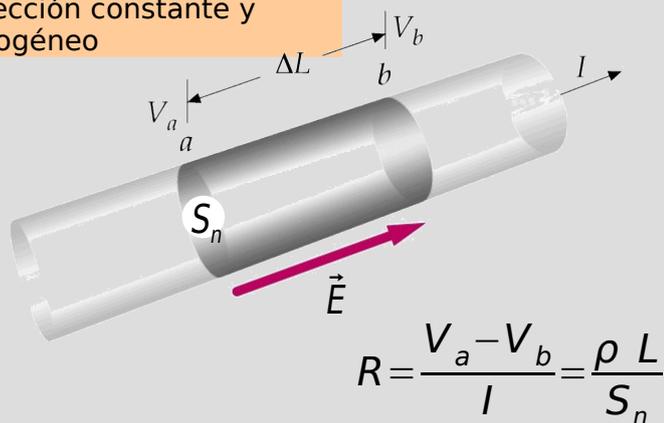
## Resistencia eléctrica



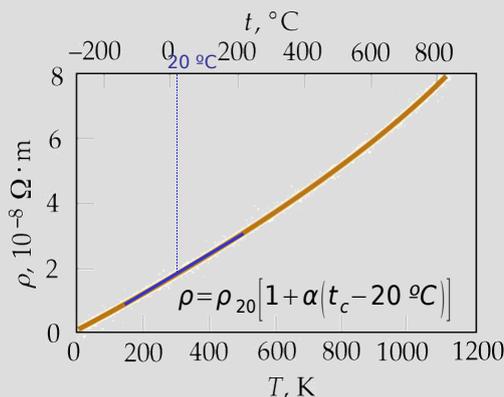
$$V_a - V_b = I \left( \int_a^b \frac{dl}{\sigma S_n} \right) \quad R = \frac{V_a - V_b}{I} = \int_a^b \frac{dl}{\sigma S_n} = \int_a^b \frac{\rho}{S_n} dl$$

## Resistencia eléctrica

Resistencia de un conductor de sección constante y homogéneo



## Variación de la resistividad con la temperatura



## Movilidad

■ Coeficiente de proporcionalidad entre la velocidad de arrastre y el campo eléctrico.

$$\mu = \frac{v_a}{E}$$

■ En los materiales óhmicos:

$$\mu = \frac{\sigma}{n q}$$

## Problema 13

¿A qué temperatura será la resistencia de un conductor de cobre el 10% mayor que cuando está a 20 °C?

$$\rho = \rho_{20}(1 + \alpha(t - 20))$$

$$\rho_{20} = 1,67 \cdot 10^{-8} \text{ } \Omega\text{m}$$

$$\alpha = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ } \text{K}^{-1}$$

$$\rho = \rho_{20}(1 + \alpha(20 - 20)) = \rho_{20}$$

$$\rho(t=t_x) = \rho_{20}(1 + \alpha(t_x - 20)) = 1,10\rho_{20}$$

$$1 + \alpha(t_x - 20) = 1,10$$

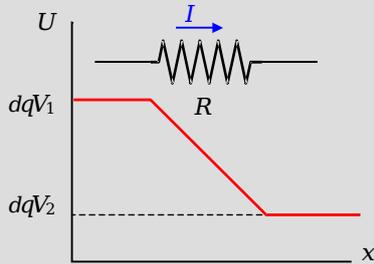
$$\alpha(t_x - 20) = 0,10$$

$$t_x - 20 = 0,10/\alpha$$

$$t_x = 20 + 0,10/\alpha = 20 + 0,10/3,9 \cdot 10^{-3} = 45,6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

## Energía de la corriente eléctrica. Ley de Joule

FFI 2.4

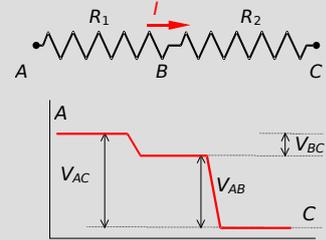


$$P = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

## Combinación de resistencias

FFI 2.5

Resistencias en serie.

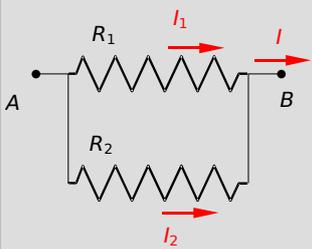


$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i$$

## Combinación de resistencias

FFI 2.5

Resistencias en paralelo.

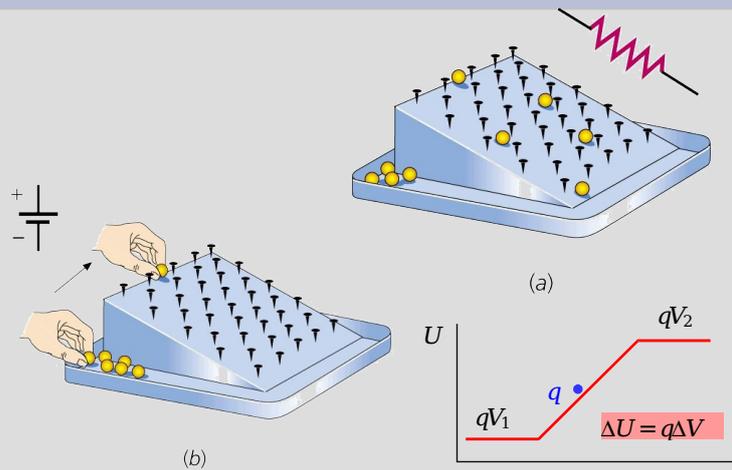


$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

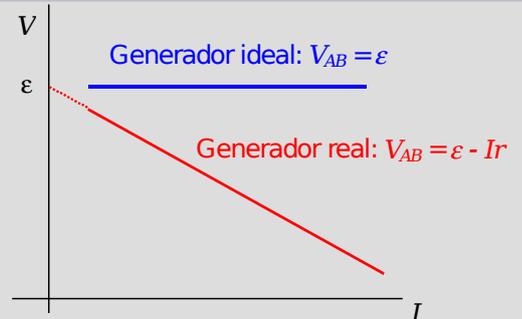
## Generadores

FFI 2.6

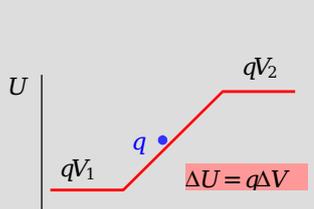


## Generador lineal

FFI 2.6



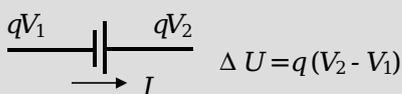
Característica tensión-corriente del generador: Tensión en los bornes  $V$  en función de  $I$  para un generador real (línea roja) y para un generador ideal (línea azul)



$\epsilon = \frac{\text{energía eléctrica}}{\text{unidad de carga}}$

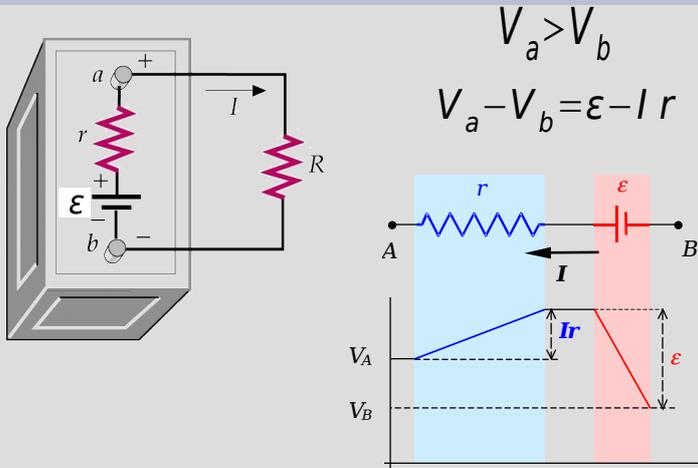
$$\epsilon = \frac{dU}{dq}$$

$$P_{generada} = \epsilon I$$



$[\epsilon] = [V]$  (Voltio)

## Generador lineal



## Generador lineal

En generador real, parte de la potencia generada se consume en la resistencia interna del generador, y el resto se "suministra" al circuito. La diferencia entre la potencia generada y la potencia disipada por la resistencia interna (por efecto joule) es la **potencia suministrada** al circuito,  $P_{suministrada}$ :

$$P_{suministrada} = P_{generada} - P_{disipada} = \varepsilon I - I^2 r = I(\varepsilon - I r) = I(V_a - V_b)$$

## Generador lineal: rendimiento

- Se define el rendimiento de un generador,  $\eta$ , como el cociente entre la potencia suministrada y la potencia generada:

$$\eta = \frac{P_{sum}}{P_{gen}} = \frac{(V_a - V_b) I}{\varepsilon I} = \frac{V_a - V_b}{\varepsilon} \leq 1$$

- En esta expresión se ve que el rendimiento aumenta al disminuir la resistencia interna. En un generador ideal el rendimiento es la unidad, y para cualquier generador real, el rendimiento es siempre menor que uno.

## Receptor lineal

- Receptores:** elementos que disipan energía por causas diferentes al efecto Joule. (motores, acumuladores,...)

- fuerza contraelectromotriz  $\varepsilon'$ :

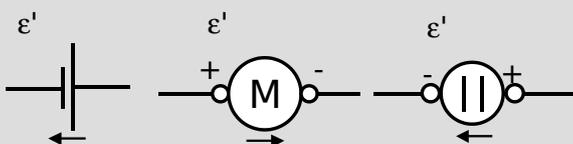
$$\frac{\text{Energía eléctrica consumida}}{\text{unidad de carga}} \quad \varepsilon' = \frac{dU}{dq}$$

unidad en el S.I. es el voltio (V)

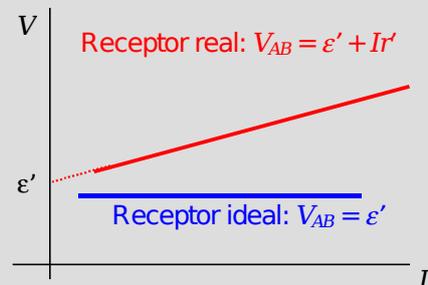
## Receptor lineal

- Potencia transformada** por un receptor:

$$P_{transf} = \frac{dU}{dt} = \varepsilon' I$$

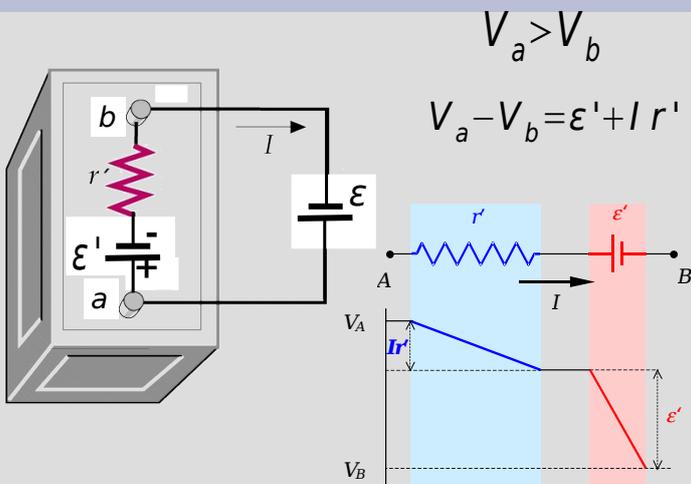


## Receptor lineal



- Característica tensión-corriente del receptor: Tensión en los bornes  $V$  en función de  $I$  para un receptor real (línea roja) y para un receptor ideal (línea azul)

## Receptor lineal



## Receptor lineal: rendimiento

- Se define el rendimiento de un receptor,  $\eta$ , como el cociente entre la potencia transformada y la potencia total consumida:

$$\eta' = \frac{P_{\text{transf}}}{P_{\text{cons}}} = \frac{I \varepsilon'}{I(V_a - V_b)} = \frac{\varepsilon'}{V_a - V_b} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon' + I r'} \leq 1$$

- el rendimiento aumenta cuando disminuye la resistencia interna. El rendimiento es la unidad para el caso de un receptor ideal, y menor que uno para el caso de un receptor real.

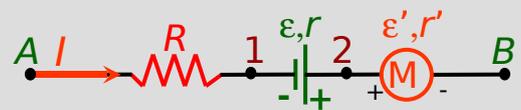
## Receptor lineal

la potencia que el receptor transforma en otro tipo de energía, **potencia transformada**; la pérdidas por efecto Joule en la resistencia interna, **potencia disipada** y la **potencia consumida** por el receptor, que es la suma de las dos anteriores

$$P_{\text{cons}} = P_{\text{transf}} + P_{\text{calor}} = \varepsilon' I + I^2 r' = I(\varepsilon' + I r') = I(V_a - V_b)$$

## Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

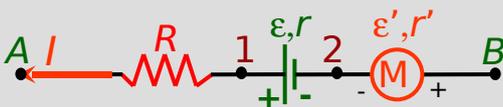
- La diferencia de potencial entre los extremos será la suma de las ddp en cada elemento



$$V_A - V_B = I(R + r + r') - (\varepsilon - \varepsilon')$$

## Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

- La diferencia de potencial entre los extremos será la suma de las ddp en cada elemento



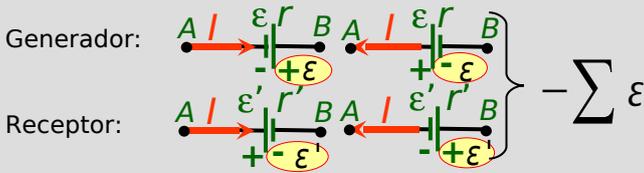
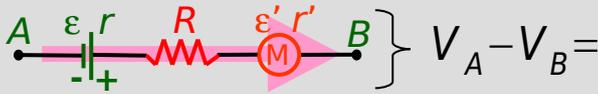
$$V_A - V_B = -I(R + r + r') - (-\varepsilon + \varepsilon')$$

## Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

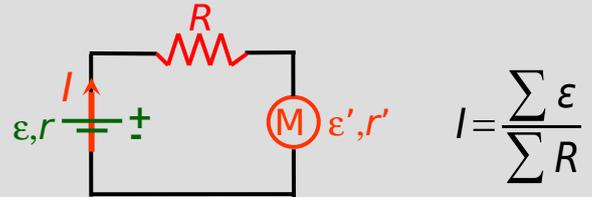
$$V_A - V_B = \sum R I - \sum \varepsilon$$

- A la hora de interpretar esta expresión, debes utilizar el criterio de signos que se detalla en la transparencia siguiente.

## Criterio de signos



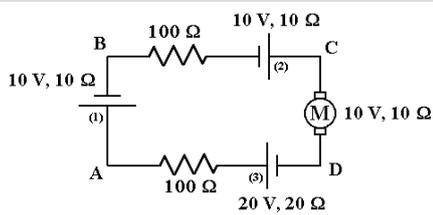
## Ecuación del circuito



## Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

- Calcula el valor y sentido de la intensidad que circula por el circuito.
- Diferencia de potencial entre el punto A y el C ( $V_A - V_C$ ). Desarrolla el cálculo por el camino ABC y por el camino ADC.
- ¿Qué elementos suministran energía al circuito? Calcula el valor de la potencia suministrada por cada elemento.
- ¿Qué elementos consumen energía en el circuito? Calcula el valor de la potencia consumida por cada elemento.
- ¿Cuál es el rendimiento del motor? ¿Y el de la fuente (2)?
- Si modificamos la fuerza electromotriz de la fuente (1), ¿cuál debe ser su nuevo valor para que la diferencia de potencial entre los puntos A y C tenga valor cero? ¿Cuál es la intensidad del circuito en este caso?

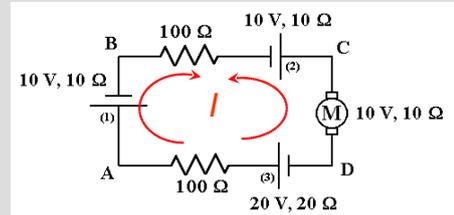


## Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

- Calcula el valor y sentido de la intensidad que circula por el circuito.

~~$$I = \frac{\sum \varepsilon_i}{\sum R_i} = \frac{-20 - 10 - 10 + 10}{100 + 20 + 10 + 10 + 100 + 10} = -0,12 \text{ A}$$~~



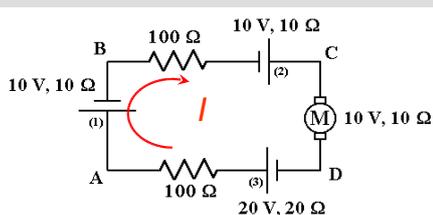
## Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

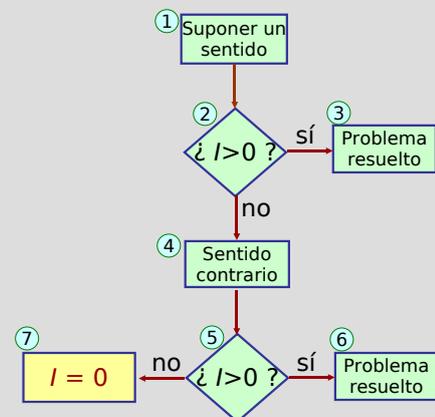
- Calcula el valor y sentido de la intensidad que circula por el circuito.

~~$$I = \frac{\sum \varepsilon_i}{\sum R_i} = \frac{-20 - 10 - 10 + 10}{100 + 20 + 10 + 10 + 100 + 10} = -0,12 \text{ A}$$~~

$$I = \frac{\sum \varepsilon_i}{\sum R_i} = \frac{-10 + 10 - 10 + 20}{100 + 20 + 10 + 10 + 100 + 10} = 0,04 \text{ A}$$



## Sentido de la intensidad



## Ejemplo 6-3

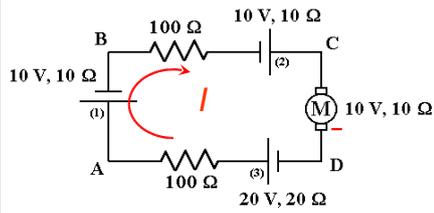
Dado el circuito de la figura, responda a las siguientes cuestiones:

b) Diferencia de potencial entre el punto A y el C ( $V_A - V_C$ ). Desarrolle el cálculo por el camino ABC y por el camino ADC.

$$V_A - V_C = I \sum R_i - \sum \varepsilon_i$$

$$ABC \rightarrow V_A - V_C = 0,04(10+100+10) - (-10 + 10) = 4,8 \text{ V}$$

$$ADC \rightarrow V_C - V_A = 0,04(20+100+10) - (20 - 10) = -4,8 \text{ V}$$



## Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responda a las siguientes cuestiones:

c) ¿Qué elementos suministran energía al circuito? Calcule el valor de la potencia suministrada por cada elemento.

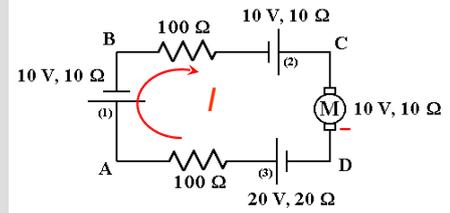
$$\text{Generadores (2) y (3). } P_S = P_g - P_j = \varepsilon I - r I^2$$

Generador (2):

$$P_S = 10 \cdot 0,04 - 10 \cdot 0,04^2 = 0,384 \text{ W}$$

Generador (3):

$$P_S = 20 \cdot 0,04 - 20 \cdot 0,04^2 = 0,768 \text{ W}$$



## Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responda a las siguientes cuestiones:

d) ¿Qué elementos consumen energía en el circuito? Calcule el valor de la potencia consumida por cada elemento.

En las resistencias

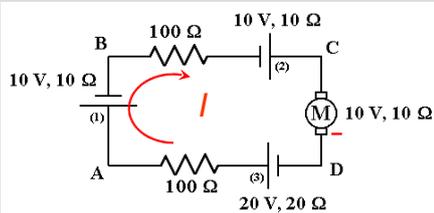
$$P_{JR} = R I^2 = 100 \cdot 0,04^2 = 0,16 \text{ W}$$

En el motor

$$P_{CM} = P_T + P_j = e' I + r I^2 = 10 \cdot 0,04 + 10 \cdot 0,04^2 = 0,416 \text{ W}$$

Receptor (1):

$$P_{Ce} = P_e + P_j = \varepsilon I + r I^2 = 10 \cdot 0,04 + 10 \cdot 0,04^2 = 0,416 \text{ W}$$



## Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responda a las siguientes cuestiones:

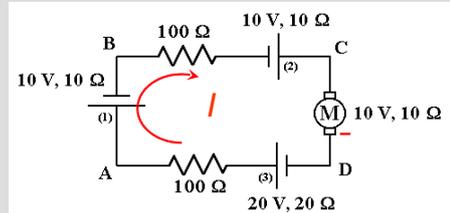
c) y d) Balance de potencias:

Potencia total suministrada:

$$0,384 + 0,768 = 1,152 \text{ W}$$

Potencia consumida en el circuito:

$$P_C = 2P_{JR} + P_{CM} + P_{Ce} = 2 \cdot 0,16 + 0,416 + 0,416 = 1,152 \text{ W}$$



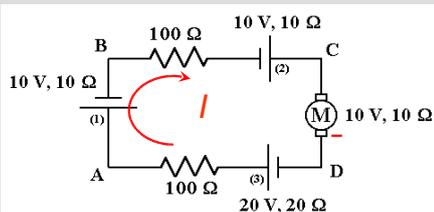
## Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responda a las siguientes cuestiones:

e) ¿Cuál es el rendimiento del motor? ¿Y el de la fuente (2)?

$$\eta = \frac{P_T}{P_{Ce}} = \frac{\varepsilon' I}{\varepsilon I + r I^2} = \frac{0,4}{0,416} = 0,962 \quad \eta = 96,2 \%$$

$$\eta = \frac{P_S}{P_g} = \frac{\varepsilon I - r I^2}{\varepsilon I} = \frac{0,384}{0,4} = 0,96 \quad \eta = 96 \%$$



## Ejemplo 6-3

Dado el circuito de la figura, responda a las siguientes cuestiones:

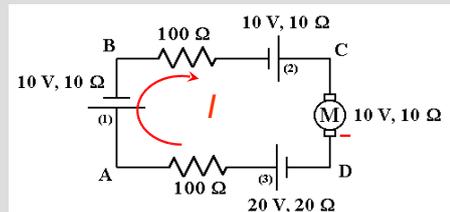
f) Si modificamos la fuerza electromotriz de la fuente (1), ¿cuál debe ser su nuevo valor para que la diferencia de potencial entre los puntos A y C tenga valor cero? ¿Cuál es la intensidad del circuito en este caso?

$$V_C - V_A = 130 I - (20 - 10) = 0$$

$$I = \frac{1}{13} \text{ A}$$

$$V_C - V_A = 120 \left( \frac{1}{13} \right) - (\varepsilon - 10) = 0$$

$$\varepsilon = 10 - \frac{120}{13} = \frac{10}{13} \text{ V}$$



## Problema 25

Si a un generador de fuerza electromotriz  $\varepsilon$  y resistencia interna  $r$  se conecta una resistencia  $R$ , determina cuál debe ser su valor para que la potencia disipada en  $R$  sea máxima.

$$P = I^2 R$$

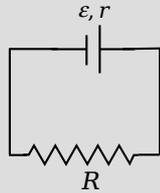
$$I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

$$P = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(r + R)^2}$$

$$\frac{dP}{dR} = 0 = \frac{\varepsilon^2 (r + R)^2 - 2\varepsilon^2 R (r + R)}{(r + R)^4}$$

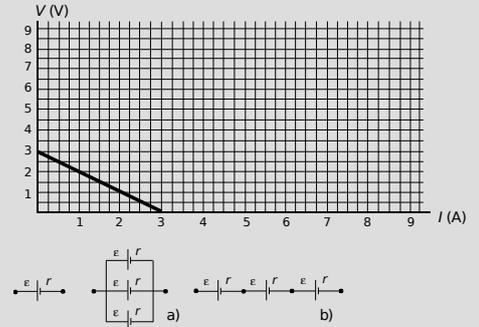
$$\varepsilon^2 (r + R)^2 - 2\varepsilon^2 R (r + R) = 0$$

$$r + R = 2R \Rightarrow R = r$$



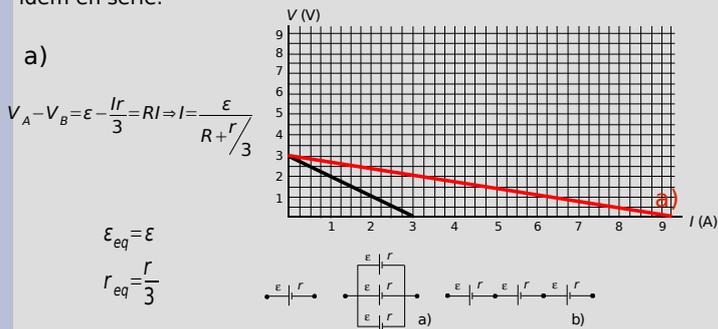
## Problema 27

En la figura se representa la característica tensión corriente de un generador. Representa en la misma figura la gráfica correspondiente a: a) tres generadores idénticos al anterior dispuestos en paralelo, b) ídem en serie.



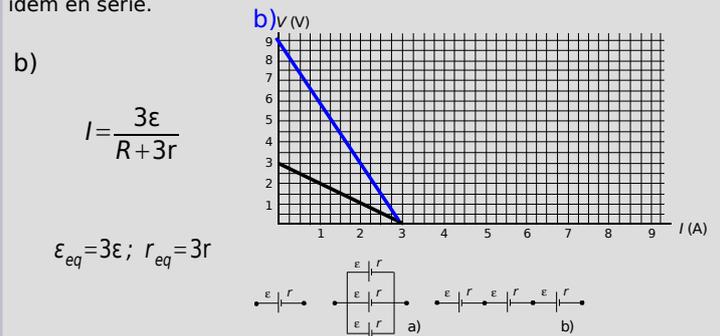
## Problema 27

En la figura se representa la característica tensión corriente de un generador. Representa en la misma figura la gráfica correspondiente a: a) tres generadores idénticos al anterior dispuestos en paralelo, b) ídem en serie.



## Problema 27

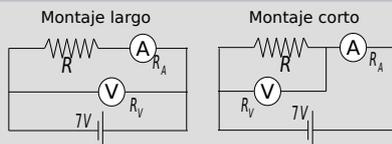
En la figura se representa la característica tensión corriente de un generador. Representa en la misma figura la gráfica correspondiente a: a) tres generadores idénticos al anterior dispuestos en paralelo, b) ídem en serie.



## Problema 35

En los circuitos de la figura, la resistencia interna del voltímetro es de  $R_V = 15 \text{ k}\Omega$ , y la resistencia del amperímetro de  $R_A = 0,005 \Omega$ .

Calcula la intensidad medida en el amperímetro, y la diferencia de potencial medida en el voltímetro para los valores de la resistencia  $R$  indicados en la tabla. Completa la tabla:



R	Montaje largo		Montaje corto	
	V	I	V	I
500 $\Omega$				
6000 $\Omega$				
12000 $\Omega$				
20000 $\Omega$				

Repite el cálculo para un voltímetro con una resistencia interna de 1 M $\Omega$ . ¿Qué diferencias observas en ambos casos? ¿A qué se debe dicha diferencia? Razona la respuesta.