



PREPARATORIA ABIERTA PUEBLA

TIRO PARABÓLICO

Preparatoria

abierta

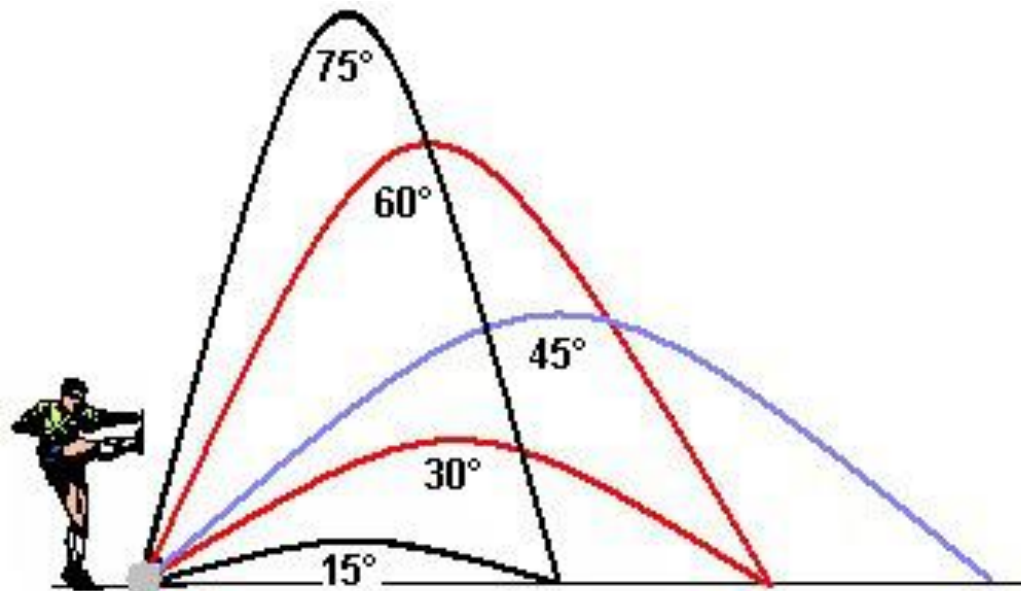
ELABORÓ

LUZ MARÍA ORTIZ CORTÉS

Tiro parabólico

- Un ejemplo de movimiento realizado por un objeto en dos dimensiones o sobre un plano es el **tiro parabólico**.
- Objetos cuya trayectoria corresponde a un tiro parabólico son: proyectiles lanzados desde la superficie de la Tierra o desde un avión, el de una pelota de fútbol al ser despejada por el portero con un cierto ángulo con respecto al suelo o el de una pelota de golf al ser lanzada con cierto ángulo respecto al eje horizontal. El movimiento de un objeto es parabólico si su trayectoria es una parábola, es decir, una curva abierta, simétrica respecto a un eje y con un solo foco.
- El tiro parabólico se puede considerar como la combinación de dos movimientos que son: un movimiento horizontal uniforme y un movimiento vertical rectilíneo uniformemente acelerado. En otra forma de expresarlo, el tiro parabólico es la resultante de la suma vectorial de un movimiento horizontal uniforme y de un movimiento vertical rectilíneo uniformemente acelerado. El tiro parabólico es de dos tipos, horizontal y oblicuo.

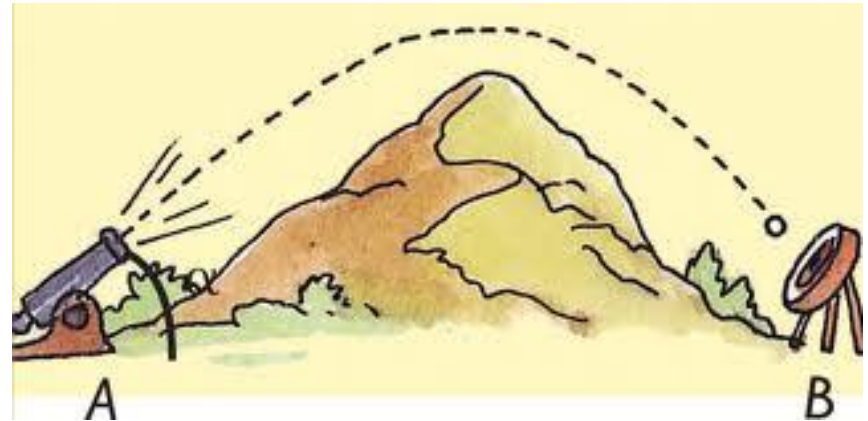
Tiro parabólico



Tiro parabólico



Trayectoria parabólica que puede seguir un balón de futbol después de ser pateado.



La trayectoria de un proyectil tiene forma de parábola.

Tiro parabólico

- **Tiro parabólico horizontal.**

Se caracteriza por la trayectoria o camino curvo que sigue un objeto al ser lanzado horizontalmente al vacío, resultado de dos movimientos independientes, un movimiento horizontal con velocidad constante y otro vertical, el cual se inicia con una velocidad cero y va aumentando en la misma proporción de otro cuerpo que se dejará caer del mismo punto en el mismo instante. La forma de la curva descrita es abierta, simétrica respecto a un eje y con un solo foco, es decir, una parábola.

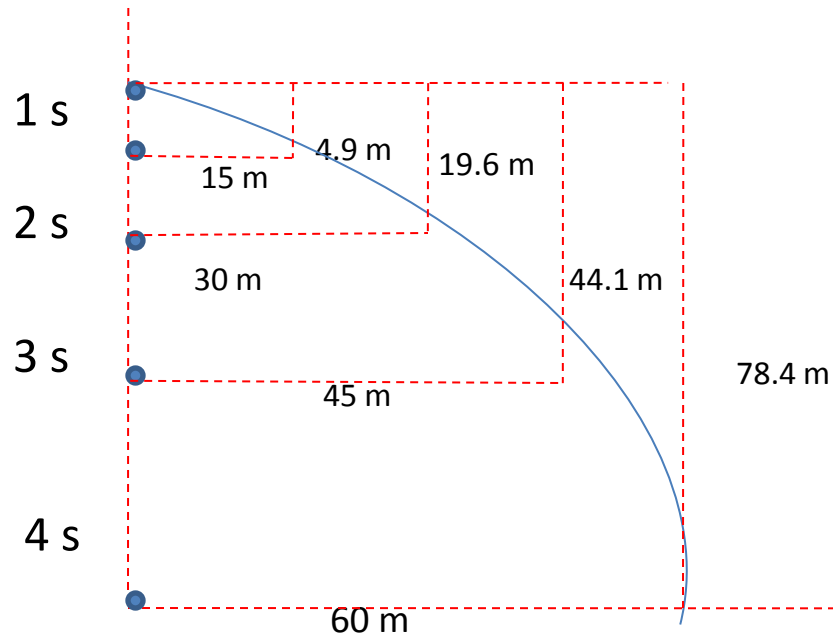
Tiro parabólico



Tiro parabólico

- Por ejemplo, en la figura se grafica el descenso al mismo tiempo de dos pelotas, sólo que la pelota del lado derecho es lanzada con una velocidad horizontal de 15 m/s.
- Al término del primer segundo ambas pelotas han recorrido 4.9 m en su caída, sin embargo, la pelota de la derecha también ha avanzado 15 m respecto a la posición inicial. A las dos segundos ambas pelotas ya han recorrido 19.6 m en su caída, pero la pelota de la derecha ya lleva 30 m recorridos como resultado de su movimiento horizontal. Si se desea calcular la distancia recorrida en forma horizontal puede hacerse con la expresión $d = vt$, pues la pelota lanzada con una velocidad horizontal tendrá una rapidez constante durante su recorrido horizontal e independientemente de su movimiento vertical originado por la aceleración de la gravedad durante su caída libre.

TIRO PARABÓLICO



Ejemplo de trayectoria seguida por un cuerpo en el tiro parabólico horizontal.

Tiro parabólico horizontal

- La trayectoria descrita por un proyectil cuya caída se lleva a cabo desde un avión en movimiento es ejemplo de tiro parabólico horizontal.



Tiro parabólico horizontal

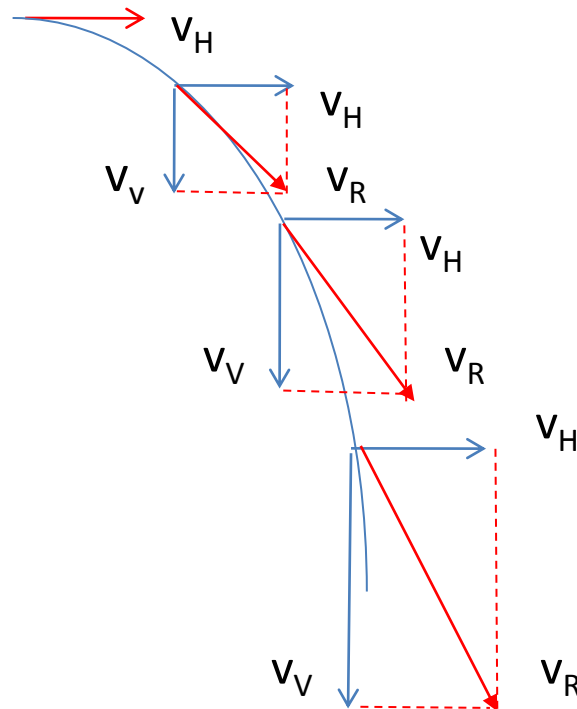
- Si un avión vuela a 250 m/s y deja caer un proyectil, la magnitud de la velocidad adquirida por dicho proyectil, en los diferentes momentos de su caída libre se puede determinar por medio del método del paralelogramo; para ello, basta representar con vectores sus componentes horizontal y vertical. Al primer segundo de su caída, la componente vertical de la velocidad tendrá un valor de 9.8 m/s , mientras la componente horizontal de su velocidad será la misma que llevaba el avión al soltar el proyectil, es decir, 250 m/s . trazamos el paralelogramo y obtenemos la resultante de las dos velocidades.

Tiro parabólico

Al instante 2 segundos la componente vertical tiene una magnitud de 19.6 m/s y la horizontal conserva su misma magnitud: 250 m/s. Así se continuaría hasta que el proyectil llegue al suelo. En la figura se observa cuáles serían las componentes rectangulares de la velocidad de un cuerpo, el cual sigue una trayectoria parabólica horizontal:

Se observa cómo la velocidad horizontal (V_H) permanece constante, mientras la velocidad vertical (V_V) aumenta su magnitud durante su caída libre por la acción de la gravedad de la Tierra.

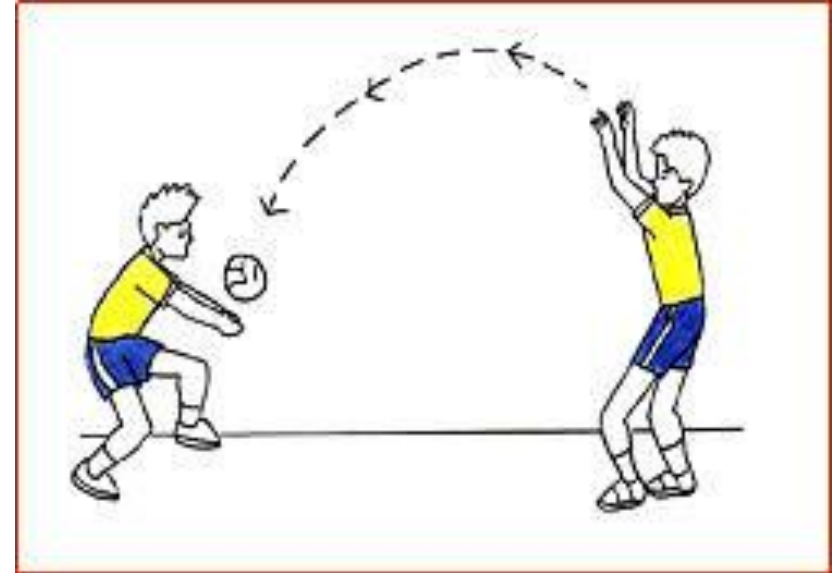
Tiro parabólico



Componentes rectangulares de la velocidad resultante v_v de un objeto que sigue una trayectoria parabólica horizontal.

Tiro parabólico oblicuo

- Se caracteriza por la trayectoria que sigue un objeto cuando es lanzado con una velocidad inicial que forma un ángulo con el eje horizontal. Por ejemplo, la trayectoria seguida por una pelota de voleibol después de recibir el golpe durante el saque inicial o el de un balón de futbol al ser despejado por el portero con un cierto ángulo con respecto al eje horizontal, es decir, con respecto al suelo.



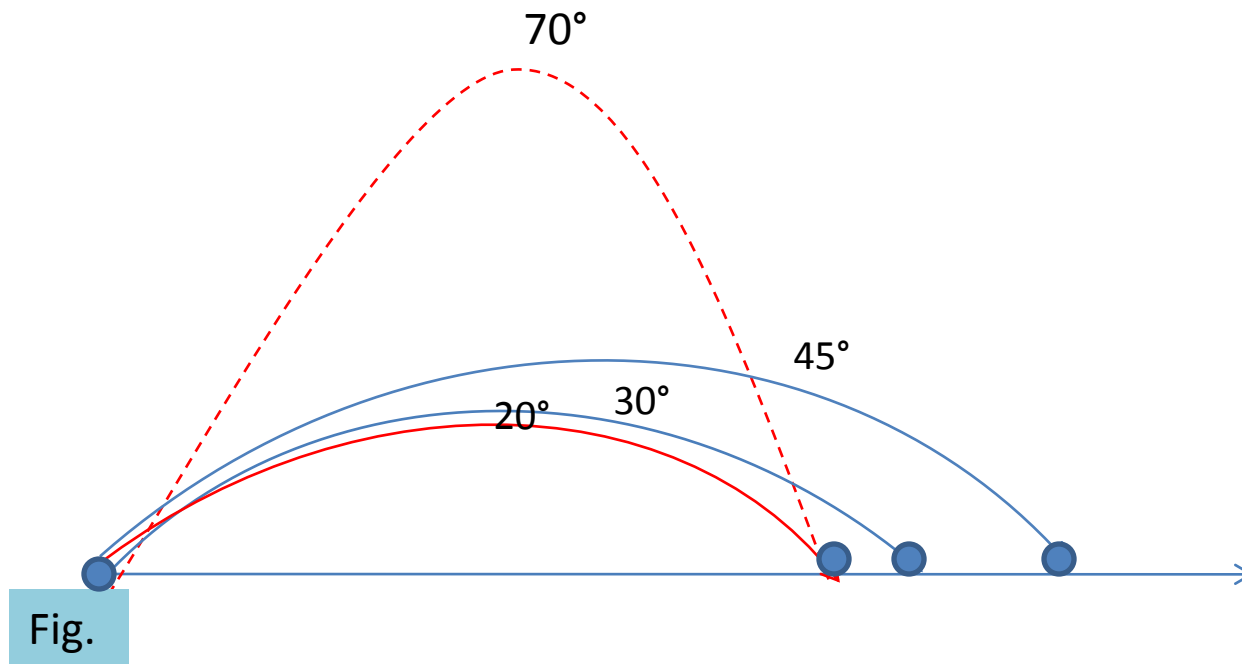
Tiro parabólico oblicuo

- En la figura se muestran las diferentes trayectorias parabólicas que puede seguir un balón de fútbol después de ser pateado, de tal manera que se le imprime la misma magnitud de velocidad inicial, pero formando diferentes ángulos con respecto al eje horizontal. En dicha figura se aprecia que cuando el ángulo de tiro es de 20° y de 70° , el alcance horizontal es el mismo. Se observa que la suma de $20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$. Una característica del tiro parabólico oblicuo es que cuando se lanza un objeto con una determinada magnitud de velocidad inicial, tendrá el mismo alcance horizontal, es decir, recorrerá la misma distancia en forma horizontal, con dos ángulos diferentes de tiro, la única condición es que la suma de dichos ángulos de un resultado de 90° . De esta manera, un objeto lanzado con un ángulo de 30° tiene un alcance horizontal igual a un cuerpo lanzado con un ángulo de 60° ($30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$). Un cuerpo lanzado con un ángulo de 15° tiene un alcance horizontal igual al de un objeto lanzado con un ángulo de 75° ($15^\circ + 75^\circ = 90^\circ$), etc.

Tiro parabólico oblicuo

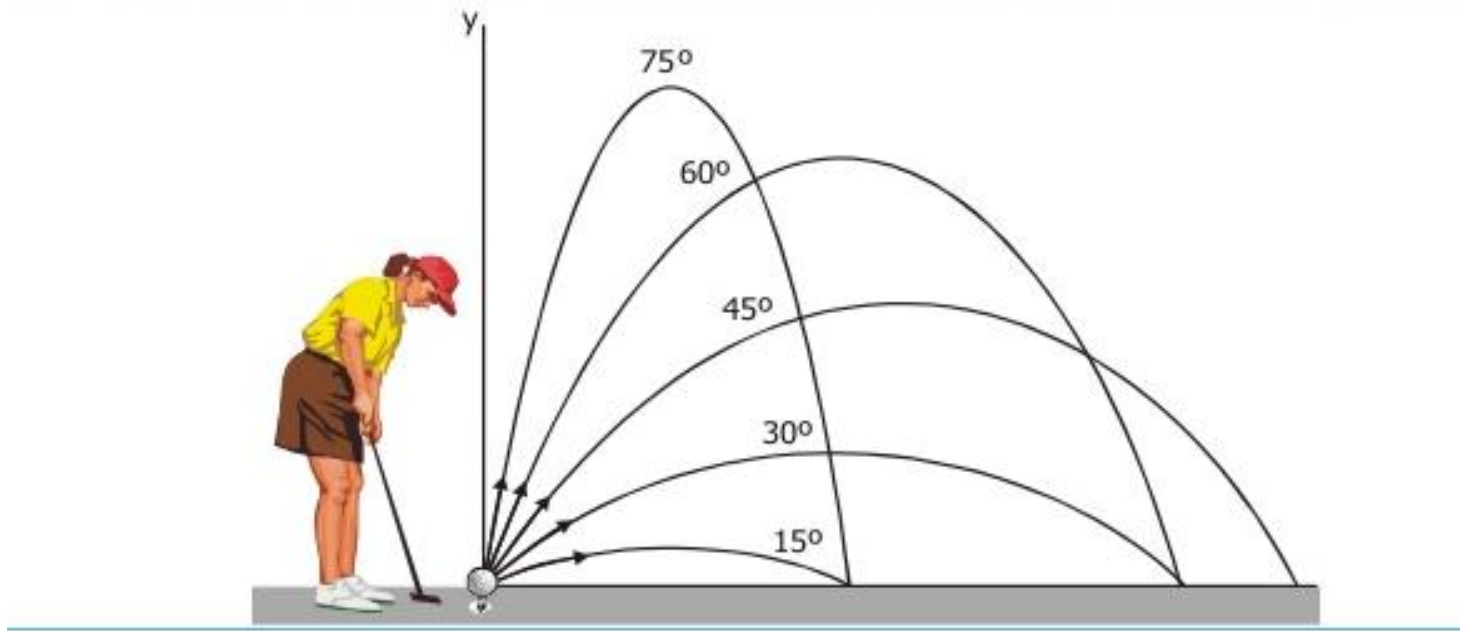
- El alcance máximo horizontal tiene lugar cuando el ángulo de tiro es de 45° .
- Concluyendo: cuanto mayor es el ángulo de tiro con respecto al eje horizontal, un cuerpo adquiere una mayor altura y durará más tiempo en el aire, sin embargo, al ser menor la magnitud de la componente horizontal de la velocidad inicial su alcance horizontal también será menor.

Tiro parabólico oblicuo



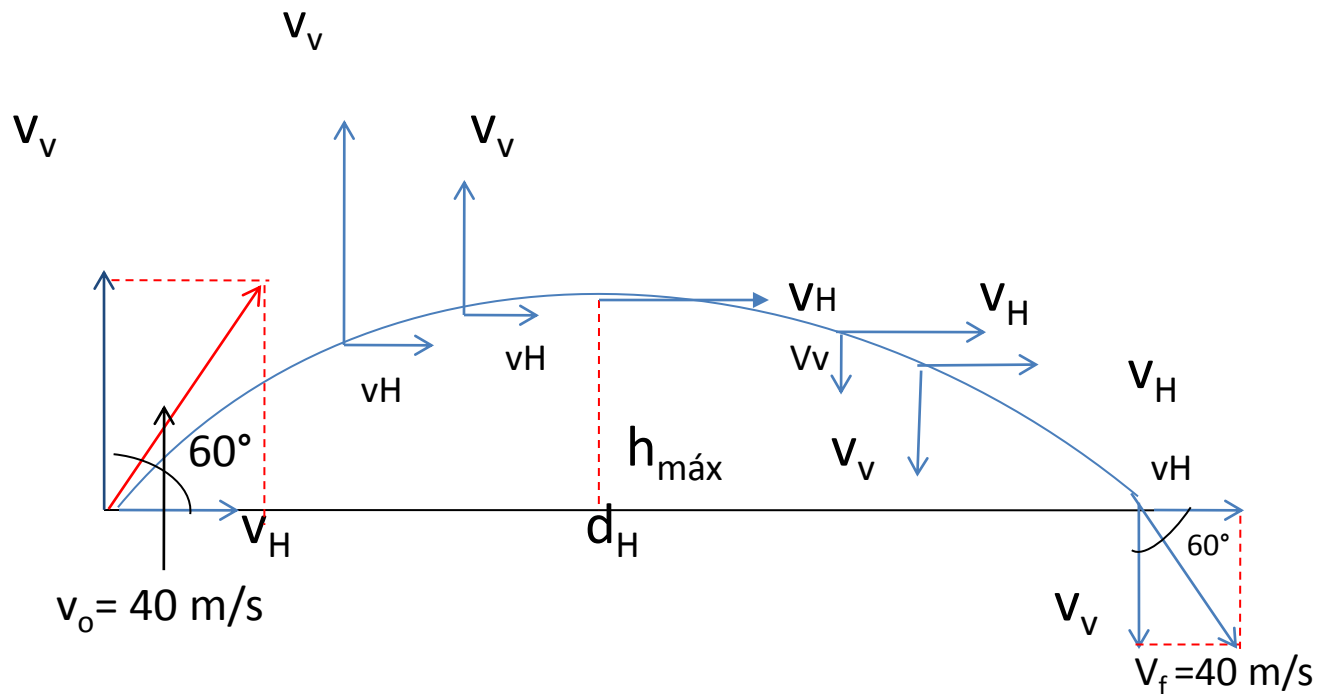
Trayectoria de un balón de futbol después de ser pateado, con diferentes ángulos

Tiro parabólico oblicuo



Resolución de un problema de tiro parabólico oblicuo

Trayectoria seguida por una pelota de golf lanzada con una velocidad de 40 m/s formando un ángulo de 60° con respecto a la horizontal.



Problema resuelto

- Como se puede observar, la pelota inició su ascenso con una velocidad inicial de 40 m/s y con un ángulo de 60° , si se descompone esta velocidad en sus componentes rectangulares, encontraremos la magnitud de la velocidad vertical que le posibilita avanzar hacia arriba, como si hubiera sido arrojada en tiro vertical, por esta razón, la magnitud de la velocidad disminuye debido a la acción de la gravedad de la Tierra hasta anularse, y la pelota alcanza su altura máxima. Después inicia su descenso, y la magnitud de la velocidad vertical comienza a aumentar, tal como sucede en un objeto de caída libre, de manera que al llegar al suelo de nuevo tendrá la misma magnitud de velocidad vertical que tenía al iniciar su ascenso. Por otra parte, la componente horizontal indica la magnitud de la velocidad horizontal que le posibilita desplazarse como lo haría un objeto en un movimiento rectilíneo uniforme. Por este motivo, esta magnitud de velocidad permanecerá constante todo el tiempo que el objeto dura en el aire.

Resolución de un problema de tiro parabólico oblicuo

- En el ejemplo las componentes vertical y horizontal de la velocidad tienen una magnitud al inicio de su movimiento de:

$$v_v = v_o \sin 60^\circ = 40 \text{ m/s} \times 0.8660 = 34.64 \text{ m/s}$$

$$v_H = v_o \cos 60^\circ = 40 \text{ m/s} \times 0.5 = 20 \text{ m/s}$$

permanece constante

Calculada la magnitud de la componente inicial vertical de la velocidad v_v y utilizando las ecuaciones de tiro vertical, se puede determinar la altura máxima alcanzada por la pelota, el tiempo que tarda en subir y el tiempo que permanece en el aire, por lo que la magnitud de la velocidad inicial vertical para la pelota de golf será igual a 34.64 m/s, por tanto, sustituyendo esta magnitud en la ecuación de la altura máxima tenemos:

Problema de tiro parabólico oblicuo

$$h_{\text{máx}} = - \frac{v_o^2 \sin^2 \theta}{2g} = - \frac{(34.64 \text{ m/s})^2}{2(-9.8 \text{ m/s}^2)} = 61.22 \text{ m}$$

El tiempo que tarda en subir la pelota se determina mediante la ecuación:

$$t_{\text{subir}} = - \frac{v_o \sin \theta}{g} = - \frac{34.64 \text{ m/s}}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 3.53 \text{ s}$$

Problema resuelto

- El tiempo que dura en el aire es igual al doble del tiempo que tarda en subir:

$$t_{\text{aire}} = - \frac{2v_0}{g}$$

por lo que:

$$t_{\text{aire}} = 2 \times 3.53 \text{ s} = 7.07 \text{ s}$$

Problema resuelto

- Para conocer el alcance horizontal de la pelota, se debe considerar que mientras está en el aire se mueve en esa dirección debido a la magnitud de la componente horizontal de la velocidad, la cual no varía, por lo que en este caso, tiene una magnitud de 20 m/s, por tanto, para calcular d_H emplearemos la expresión:

$$d_H = v_H t_{(\text{aire})} = 20 \text{ m/s} \times 7.07 \text{ s} = 141.4 \text{ m}$$

La magnitud del desplazamiento horizontal también se puede calcular a partir de la siguiente deducción:

Problemas resueltos

$$d_H = v_H t_{\text{(aire)}} \quad (1)$$

$$t_{\text{(aire)}} = - \frac{2V_{0v}}{g} \quad (2)$$

Se sabe que:

$$v_{0v} = v_0 \text{sen} \theta \quad (3)$$

Sustituyendo 2 y 3 en 1:

$$d_H = V_H \left(- \frac{2v_0 \text{sen} \theta}{g} \right) \quad (4)$$

Problemas resueltos

$$\text{como } v_H = v_o \cos \theta: \quad (5)$$

$$dH = - \frac{v_o \cos \theta 2v_o \sin \theta}{g} \quad (6)$$

donde:

$$dH = - \frac{2v_o^2 \cos \theta \sin \theta}{g} \quad (7)$$

Por trigonometría se demuestra que:

$$2 \cos \theta \sin \theta = \sin 2 \theta \quad (8)$$

Problemas resueltos

- Sustituyendo 8 en 7 queda:

$$d_H = - \frac{v_0^2 \operatorname{sen}2\theta}{g} \quad (9)$$

Sustituyendo valores para la ecuación:

$$d_H = \frac{-(40 \text{ m/s})^2 \operatorname{sen}2(60)}{-9.8 \text{ m/s}^2} = \frac{-(1600 \text{ m}^2/\text{s}^2) 0.8660}{-9.8 \text{ m/s}^2}$$
$$= 141.4 \text{ m}$$

Resultado igual que el anterior.

TIRO PARABÓLICO

La ecuación 9 resulta útil cuando se desea hallar el ángulo con el cual debe ser lanzado un proyectil que parte con una determinada magnitud de velocidad para dar en el blanco, siempre y cuando el blanco se localice en el mismo nivel con el cual se lanza el proyectil. Concluyendo: el tiro parabólico horizontal u oblicuo, se debe considerar como el resultado de combinar dos movimientos, uno horizontal y otro vertical, que se presentan de manera simultánea. El movimiento en dirección horizontal se lleva a cabo con una velocidad constante, pues carece de aceleración; sin embargo, el movimiento vertical tiene una aceleración constante debido a la acción de la gravedad y va dirigido hacia abajo, es decir, perpendicularmente a la superficie de la Tierra. Los dos movimientos no se interfieren entre sí porque uno es independiente del otro.

Tiro parabólico

- En el ejemplo vemos la trayectoria seguida por una pelota de golf lanzada con una velocidad de 40 m/s formando un ángulo de 60° con respecto a la horizontal.

La velocidad inicial vertical.

$$v_{0v} = v_0 \sin 60^\circ = 40 \text{ m/s} \times 0.8660 = 34.64 \text{ m/s}$$

La velocidad horizontal:

$$v_H = v_0 \cos 60^\circ = 40 \text{ m/s} \times 0.5 = 20 \text{ m/s}$$

Tiro parabólico

La altura máxima alcanzada:

$$h_{\text{máx}} = -\frac{v_0^2}{2g} = \frac{(34.64 \text{ m/s})^2}{2(-9.8 \text{ m/s}^2)} = \frac{-1199.92 \text{ m}^2/\text{s}^2}{-19.6 \text{ m/s}^2}$$

$$h_{\text{máx}} = 61.22 \text{ m}$$

$$t_{\text{subir}} = \frac{-v_{0v}}{g} = \frac{-34.64 \text{ m/s}}{-9.8 \text{ m/s}^2}$$

$$t_{\text{subir}} = 3.53 \text{ s}$$

Tiro parabólico

El tiempo que dura en el aire es igual al doble del tiempo que tarda en subir:

$$t_{\text{aire}} = - \frac{2v_{0y}}{g}$$

$$t_{\text{aire}} = 3.53 \text{ s} \times 2 = 7.07 \text{ s}$$

Para conocer el alcance horizontal de la pelota:

$$d_H = v_o t_{\text{aire}} = 20 \text{ m/s} \cdot 7.07 \text{ s} =$$

$$d_H = 141.4 \text{ m}$$

Problemas resueltos

1. Se lanza una piedra horizontalmente a una velocidad de 25 m/s desde una altura de 60 m. Calcular: todo bien datos r1
 - a) El tiempo que tarda en llegar al suelo.
 - b) La magnitud de la velocidad vertical que lleva a los 2 segundos.
 - c) La distancia horizontal a la que cae la piedra, a partir del punto desde donde fue arrojada.

Datos:

$$h = -60 \text{ m}$$

$$v_H = 25 \text{ m/s}$$

$$t_{\text{caer}} = ?$$

$$v_{2s} = ?$$

$$d_H =$$

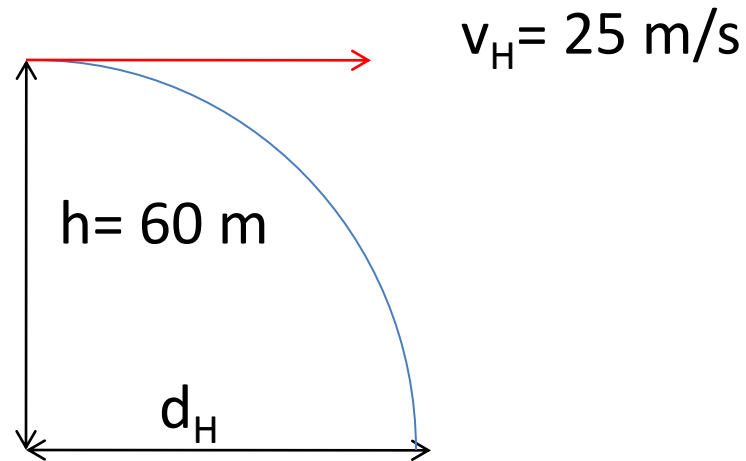
Fórmulas:

$$t_{\text{caer}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$V_{2s} = gt$$

$$d_H = v_H t$$

Problemas resueltos



Tiro parabólico

a) $t_{\text{caer}} = \sqrt{\frac{2(-60 \text{ m})}{-9.8 \text{ m/s}^2}}$

$t_{\text{caer}} = 3.5 \text{ s}$

b) $v_{2 \text{ s}} = gt$ $v = (-9.8 \text{ m/s}^2)(2 \text{ s}) =$

$v_{2 \text{ s}} = -19.6 \text{ m/s}$

c) $d_H = v_H t$ $d_H = (25 \text{ m/s})(3.5 \text{ s}) =$

$d_H = 87.5 \text{ m}$

PROBLEMAS RESUELTOS

2. Un jugador le pega a una pelota con un ángulo de 37° con respecto al plano horizontal comunicándole una velocidad inicial cuya magnitud es de 15 m/s. calcular:

- El tiempo que dura la pelota en el aire.
- La altura máxima alcanzada
- El alcance horizontal de la pelota

Datos:

$$\theta = 37^\circ$$

$$V_0 = 15 \text{ m/s}$$

$$t_{\text{aire}} = ?$$

$$h_{\text{máx}} = ?$$

$$d_H = ?$$

Fórmulas:

$$V_{OV} = v_0 \sin \theta$$

$$V_H = v_0 \cos \theta$$

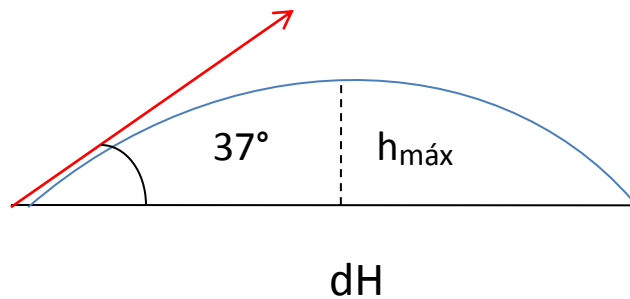
$$d_H = v_H t_{\text{(aire)}}$$

$$t_{\text{aire}} = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$$

$$h_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

$$V_0 = 15 \text{ m/s}$$



Problemas resueltos

a) $V_{o_v} = v_o \text{ sen } 37^\circ$

$$v_{o_v} = (15 \text{ m/s})(0.601815)$$

$$v_{o_v} = 9.027 \text{ m/s}$$

a) El tiempo que tarda en el aire:

$$t_{\text{aire}} = - \frac{2v_{ov}}{g} \quad t_{\text{aire}} = - \frac{2(9.027 \text{ m/s})}{-9.8 \text{ m/s}^2}$$

$$t_{\text{aire}} = 1.84 \text{ s}$$

b) Altura máxima = $-\frac{v_{ov}^2}{2g}$

Sustitución:

$$h_{\text{máx}} = - \frac{(9.027 \text{ m/s})^2}{2(-9.8 \text{ m/s}^2)} \quad h_{\text{máx}} = \frac{-81.4867 \text{ m}^2/\text{s}^2}{-19.6 \text{ m/s}^2}$$

$$h_{\text{máx}} = 4.157 \text{ m}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

$$c) d_H = v_H t(\text{aire})$$

$$v_H = v_o \cos\theta \quad v_H = 15 \text{ m/s} \times \cos 37^\circ$$

$$v_H = 15 \text{ m/s} \times 0.7986$$

$$v_H = 11.979 \text{ m/s}$$

Sustitución:

$$d_H = (11.979 \text{ m/s})(1.842 \text{ s})$$

$$d_H = 22.06 \text{ m}$$

Problemas resueltos

3. Una pelota es lanzada horizontalmente desde una ventana con una velocidad inicial cuya magnitud es de 10 m/s y cae al suelo después de 5 segundos. Calcular:

- a) ¿A qué altura se encuentra desde la ventana?
- b) ¿A qué distancia cae la pelota de la base del edificio?

Datos:

$$V_0 = 10 \text{ m/s}$$

$$d_H = ?$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$h = ?$$

$$g = -9.8 \text{ m/s}^2$$

Fórmulas:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$h = \frac{t^2 g}{2}$$

Despeje:

$$t^2 = \frac{2h}{g} \quad 2h = t^2 g$$

$$d_H = v_H t$$

Problemas resueltos

Sustitución:

$$a) \quad h = \frac{(5 \text{ s})^2 \times -9.8 \text{ m/s}^2}{2}$$

$$h = -122.5 \text{ m}$$

$$b) \quad d_H = v_H t \quad d_H = 10 \text{ m/s} \times 5 \text{ s}$$

$$d_H = 50 \text{ m}$$

Problemas resueltos

4. Se lanza horizontalmente un objeto a una velocidad de 30 m/s desde una altura de 60 m. Calcular:
- El tiempo que tarda en llegar al suelo.
 - La magnitud de la velocidad vertical que lleva a los 3 segundos.
 - La distancia horizontal a la que cae el objeto , a partir del punto desde donde fue arrojado.

Datos:

$$h = -50 \text{ m}$$

$$v_H = 30 \text{ m/s}$$

$$t = ?$$

$$v_{3s} = ?$$

$$d_H =$$

Fórmulas:

$$t_{\text{caer}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$v_{2s} = gt$$

$$d_H = v_H t$$

Problemas resueltos

a)
$$t_{\text{caer}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2(50 \text{ m})}{9.8 \text{ m/s}^2}}$$

$$t_{\text{caer}} = 3.19 \text{ s}$$

b) Magnitud de la velocidad vertical que lleva a los 3 segundos:

$$v_{3s} = gt \quad v_{3s} = (9.8 \text{ m/s}^2)(3 \text{ s})$$

$$v_{3s} = 29.4 \text{ m/s}$$

c) La distancia horizontal a la que cae la piedra, a partir del punto desde donde fue arrojada.

$$dH = v_H t$$

Sustitución:

$$dH = (30 \text{ m/s})(3.19 \text{ s}) =$$

$$dH = 95.7 \text{ m}$$

Problemas resueltos

5. Un proyectil se lanza con una velocidad inicial de 400 m/s y un ángulo de elevación de 35° . Calcular:

- El tiempo que dura en el aire.
- La altura máxima alcanzada por el proyectil.
- El alcance horizontal del proyectil

Datos:

$$V_0 = 400 \text{ m/s}$$

$$\theta = 35^\circ$$

$$t_{\text{aire}} = ?$$

$$h_{\text{máx}} = ?$$

Fórmulas:

$$v_{0v} = v_0 \text{ sen}\theta$$

$$V_{0v} = v_0 \text{ sen}\theta$$

$$t_{\text{aire}} = \frac{2v_{0v}}{g}$$

$$h_{\text{máx}} = \frac{v_{0v}^2}{2g}$$

Problemas resueltos

$$v_{ov} = v_o \text{ sen}\theta \quad v_{ov} = 400 \text{ m/s} \times \text{sen } 35^\circ$$

$$v_{ov} = 400 \text{ m/s} \times .573576 \quad v_{ov} = 229.43 \text{ m/s}$$

a) Tiempo que dura en el aire:

$$t_{\text{aire}} = -\frac{2v_{ov}}{g} \quad t_{\text{aire}} = -\frac{2(229.43 \text{ m/s})}{-9.8 \text{ m/s}^2} \quad t_{\text{aire}} = 46.82 \text{ s}$$

b) La altura máxima alcanzada por el proyectil:

$$h_{\text{m}\acute{a}\text{x}} = -\frac{v_{ov}^2}{2g} = -\frac{(229.43 \text{ m/s})^2}{2(-9.8 \text{ m/s}^2)} = \frac{52638.125 \text{ m}^2/\text{s}^2}{19.6 \text{ m/s}^2} = h_{\text{m}\acute{a}\text{x}} = 2685.6 \text{ m}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

C) Alcance horizontal del proyectil:

$$v_H = v_o \cos\theta$$

$$d_H = v_H t_{(\text{aire})}$$

$$v_H = 400 \text{ m/s} \times \cos 35^\circ$$

$$v_H = 400 \text{ m/s} \times .819152$$

$$v_H = 327.64 \text{ m/s}$$

$$d_H = v_H t_{(\text{aire})}$$

$$d_H = 327.64 \text{ m/s} \times 46.82 \text{ s}$$

$$d_H = 15341.08$$

Problemas resueltos

6. Un proyectil se lanza con una velocidad inicial cuya magnitud es de 200 m/s, si se desea que de en un blanco localizado a 2500 m, calcular:

- El ángulo con el cual debe ser lanzado:
- El tiempo que tarda en llegar al blanco:

Datos:

$$V_0 = 200 \text{ m/s}$$

$$d_H = 2500 \text{ m}$$

$$g = -9.8 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = ?$$

Fórmulas:

$$d_H = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$-\sin 2\theta = \frac{d_H g}{v_0^2}$$

$$t_{\text{aire}} = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$$

$$v_{0v} = v_0 \sin \theta$$

Problemas resueltos

$$a) -\text{sen}2\theta = \frac{2500 \cancel{\text{m}} (-9.8 \cancel{\text{m/s}^2})}{(200 \cancel{\text{m/s}})^2} = 0.6125$$

$$\text{sen}2\theta = \text{ángulo cuyo seno} = 0.6125 = 37.77$$

$$\theta = \frac{37.77^\circ}{2} =$$

$$\theta = 18.88^\circ$$

$$b) t_{\text{aire}} = -\frac{2v_{ov}}{g}$$

$$v_{ov} = v_o \text{ sen } 18.88^\circ \quad v_{ov} = 200 \text{ m/s} \times 0.3235871 = 64.7 \text{ m/s}$$

Problemas resueltos

$$t_{\text{aire}} = - \frac{2v_{0y}}{g} \quad t_{\text{aire}} = - \frac{2(64.7 \text{ m/s})}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 13.2 \text{ s}$$

$$t_{\text{aire}} = 13.2 \text{ s}$$

Problemas resueltos

7. Calcular el ángulo de elevación con el cual debe ser lanzado un proyectil que parte a una velocidad cuya magnitud es de 350 m/s para batir un blanco situado al mismo nivel que el arma y a 4000 m de distancia.

Datos:

$$\theta = ?$$

$$V_0 = 350 \text{ m/s}$$

$$d = 4000 \text{ m}$$

Fórmula:

$$dH = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}$$

Despeje:

$$-\operatorname{sen} 2\theta = \frac{dHg}{v_0^2}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

Sustitución:

$$-\text{sen } 2 \theta = \frac{4000 \text{ m} \times -9.8 \text{ m/s}^2}{(350 \text{ m/s})^2} = - \frac{39200 \text{ m}^2/\text{s}^2}{122500 \text{ m}^2/\text{s}^2} = -0.32$$

$\text{sen } 2 \theta = \text{ángulo cuyo seno es } 0.32$

$$\theta = \frac{18.66^\circ}{2}$$

$$\theta = 9.33^\circ$$

Problemas resueltos

8. Un avión vuela horizontalmente con una velocidad cuya magnitud es de 800 km/h y deja caer un proyectil desde una altura de 500 m con respecto al suelo. Determinar:

- El tiempo que transcurre antes de que el proyectil se impacte en el suelo.
- ¿Qué distancia horizontal recorre el proyectil después de iniciar su caída?

Datos:

$$v = 800 \text{ km/h}$$

$$h = 500 \text{ m}$$

$$t = ?$$

$$d_H = ?$$

Fórmulas:

$$d_H = v_H t$$

$$t_{\text{caer}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Problemas resueltos

Conversión de unidades:

$$800 \frac{\text{km}}{\cancel{\text{h}}} \times \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} = 222.22 \text{ m/s}$$

b) Distancia horizontal que recorre el proyectil:

$$d_H = v_H t$$

$$d_H = 222.22 \text{ m/s} \times 10.1 \text{ s}$$

$$d_H = 2244.42 \text{ m}$$

Problemas resueltos

$$t_{\text{caer}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad t_{\text{caer}} = \sqrt{\frac{2(500 \text{ m})}{9.8 \text{ m/s}^2}}$$

$$t_{\text{caer}} = 10.1 \text{ s}$$

Problemas resueltos

9. Un jugador batea una pelota con una velocidad inicial de 22 m/s y con un ángulo de 40° con respecto al eje horizontal. Calcular:

- La altura máxima alcanzada por la pelota.
- El alcance horizontal de la pelota.

Datos:

$$V_0 = 22 \text{ m/s}$$

$$\theta = 40^\circ$$

$$h_{\text{máx}} = ?$$

$$d_H = ?$$

Fórmulas:

$$v_{0v} = v_0 \text{ sen}\theta$$

$$d_H = v_H \times t_{\text{(aire)}}$$

$$h_{\text{máx}} = \frac{v_{0v}^2}{2g}$$

$$t_{\text{(aire)}} = \frac{2v_{0v}}{g}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

$$\begin{aligned} \text{a) } v_{ov} &= v_o \text{ sen } \theta & v_o &= 22 \text{ m/s} & \times & \text{sen } 40^\circ \\ & & v_o &= 22 \text{ m/s} & \times & .6427876 & v_{ov} &= 14.14 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Altura máxima alcanzada por la pelota:

$$h_{\text{máx}} = - \frac{v_{ov}^2}{2g} = - \frac{(14.14 \text{ m/s})^2}{2(-9.8 \text{ m/s}^2)} \quad h_{\text{máx}} = - \frac{199.93 \text{ m}^2/\text{s}^2}{-19.6 \text{ m/s}^2} = 10.2 \text{ m}$$

b) Alcance horizontal de la pelota

$$v_H = v_o \text{ cos } \theta = 22 \text{ m/s} \times \text{cos } 40^\circ = 22 \text{ m/s} \times .766044 \quad v_H = 16.853 \text{ m/s}$$

$$d_H = v_H t_{(\text{aire})} \quad d_H = 16.853 \text{ m/s} \times 2.8857 \text{ s} = 48.63 \text{ m/s}$$

Problemas resueltos

$$t_{\text{(aire)}} = \frac{2v_{0v}}{g} = \frac{2(14.14 \text{ m/s})}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 2.8857 \text{ s}$$

Problema resuelto

10. Una persona lanza oblicuamente una pelota con una velocidad inicial $v_0 = 10 \text{ m/s}$ y un ángulo de lanzamiento $\theta = 60^\circ$. Suponiendo que $g = 10 \text{ m/s}^2$ y se desprecie la resistencia del aire, se considera el momento de lanzamiento como el origen de conteo del tiempo ($t=0$).

a) En el instante $t = 0.5 \text{ s}$, ¿Cuál es el valor de la velocidad de la pelota?

Como se sabe, la pelota describirá una parábola (movimiento de un proyectil) y su velocidad podrá obtenerse si conocemos sus componentes \vec{v}_x y \vec{v}_y .

$$v_x = v_0 \cos \theta = 10 \text{ m/s} \times \cos 60^\circ$$

donde:

$$v_x = 5 \text{ m/s}$$

Problema resuelto

$$v_y = v_0 \sin \theta - gt = 10 \text{ m/s} \times \sin 60^\circ - (10 \text{ m/s}^2 \times 0.50 \text{ s})$$

donde:

$$v_y = 3.6 \text{ m/s}$$

observe que siendo $v_y > 0$ podemos llegar a la conclusión de que la pelota en ese instante, está desplazándose hacia arriba, como lo representa el punto A de la fig. la magnitud de la velocidad \vec{v}_A de la pelota, en ese instante será:

$$v_A = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(5 \text{ m/s})^2 + (3.6 \text{ m/s})^2}$$

donde:

$$v_A = 6.16 \text{ m/s}$$

PROBLEMA RESUELTO

b) ¿Cuál es la posición de la pelota en el instante $t = 0.5 \text{ s}$?

La posición de la pelota la proporcionan las coordenadas X_A y Y_B del punto A, en donde la pelota se encuentra en ese instante.

$$x_A = (v_o \cos \theta) t = 10 \text{ m/s} \times \cos 60^\circ \times 0.50 \text{ s} = 2.5 \text{ m}$$

$$y_A = (v_o \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2 = (10 \text{ m/s} \times \sin 60^\circ \times 0.5 \text{ s}) - \frac{1}{2} \times 10 \text{ m/s}^2 \times (0.5 \text{ s})^2 =$$

$$y_A = 3.1 \text{ m}$$

Problemas resueltos

11. Una pelota es lanzada con una velocidad inicial $v_0 = 8 \text{ m/s}$ formando un ángulo $\theta = 30^\circ$ con la horizontal. Consideremos $g = 10 \text{ m/s}^2$ en el instante $t = 0.6 \text{ s}$.

- ¿Cuál es la posición de la piedra, es decir, cuáles son los valores de las coordenadas X y Y?
- Conociendo solamente la respuesta de la pregunta anterior, podría decir Ud. si la pelota en ese instante, está subiendo o está bajando?
- Calcule las componentes horizontal y vertical de la velocidad de la piedra.
- Diga entonces si la piedra está subiendo o bajando en el instante considerado.

PROBLEMA RESUELTO

$$a) \quad x_A = (v_0 \cos \theta)t = 8 \text{ m/s} \times 0.8660 \times 0.6 \text{ s} = 4.16 \text{ m}$$

$$y_B = (v_0 \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_B = (8 \text{ m/s} \times 0.5 \times 0.6 \text{ s}) - \frac{1}{2} (10 \text{ m/s}^2)(0.6 \text{ s})^2$$

$$y_B = (2.4 \text{ m} - 1.8 \text{ m})$$

$$y_B = 0.6 \text{ m}$$

Problemas resueltos

c) $v_x = v_0 \cos \theta = 8 \text{ m/s} \cos 30^\circ = 8 \text{ m/s} \times 0.8660 = 6.9 \text{ m/s}$

$$v_y = v_0 \sin 30^\circ - gt$$

$$v_y = 8 \text{ m/s} \times 0.5 - (10 \text{ m/s}^2) 0.6 \text{ s}$$

$$v_y = -2 \text{ m/s}$$

d) Desciende

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Se lanza horizontalmente un objeto con una velocidad de 40 m/s desde una altura de 50 m. Calcular:
 - a) El tiempo que tarda en llegar al suelo.
 - b) La magnitud de la velocidad vertical que lleva a los 4 segundos.
 - c) La distancia horizontal a la que cae el objeto a partir del punto desde que fue arrojada.
2. Un jugador batea una pelota con una velocidad inicial de 25 m/s con un ángulo de 30° con respecto al eje horizontal. Calcular:
 - a) La altura máxima alcanzada.
 - b) El alcance horizontal de la pelota.

Problemas propuestos

3. Un proyectil se lanza con una velocidad inicial de 200 m/s y un ángulo de elevación de 25° . Calcular:
- a) El tiempo que dura en el aire.
 - b) La altura máxima alcanzada por el proyectil.
 - c) El alcance horizontal del proyectil.
4. Calcular el ángulo de elevación con el cual debe ser lanzado un proyectil que parte a una velocidad cuya magnitud es de 250 m/s para batir un blanco situado al mismo nivel que el arma y a 3000 m de distancia.

Problemas propuestos

5. Se lanza horizontalmente un objeto a una velocidad de 40 m/s desde una altura de 70 m. Calcular:
- El tiempo que tarda en llegar al suelo.
 - La magnitud de la velocidad vertical que lleva a los 4s.
 - La distancia horizontal a la que cae el objeto a partir del punto desde donde fue arrojado.
6. Una pelota es lanzada horizontalmente desde una ventana con una velocidad inicial cuya magnitud es de 12 m/s y cae al suelo después de 6 s. Calcular.
- A qué altura se encuentra desde la ventana?
 - A qué distancia cae la pelota de la base del edificio?

Respuestas

1. a) $t_{\text{caer}} = 3.19 \text{ s}$, b) $v_{4s} = -39.2 \text{ m/s}$, c) $d_H = 127.6 \text{ m}$

2. a) $h_{\text{máx}} = 7.97 \text{ m}$ b) $d_H = 55.2 \text{ m}$ bien

3. a) $t_{\text{aire}} = 17.25 \text{ s}$ b) $h_{\text{máx}} = 364.47 \text{ m}$ c) $d_H = 3126.735 \text{ m}$

4. $\theta = 14^\circ$

5. a) $t = 3.78 \text{ s}$ b) $V_v = 39.2 \text{ m/s}$ c) $d_H = 151.185 \text{ m}$

6. a) $h = -174.6 \text{ m}$ b) $d = 72 \text{ m}$

Actividad experimental: Tiro parabólico

- **Objetivo:** identificar experimentalmente el tiro parabólico como un movimiento en dos dimensiones.
- Que desarrolle las competencias:
- **Competencias genéricas:**

Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

Atributo: Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas.

Actividad experimental

- **Competencias disciplinares:**
- Obtiene, registra y sistematiza la información para responder a las preguntas de carácter científico, consultando fuentes relevantes y realizando los experimentos pertinentes.
- Contrasta los resultados obtenidos en un experimento con hipótesis previas y comunica sus conclusiones.
- Diseña prototipos para resolver problemas, satisfacer necesidades o demostrar principios científicos.

Actividad experimental

Fundamento: El tiro parabólico es un ejemplo de movimiento realizado por un cuerpo en dos dimensiones o sobre un plano. Algunos casos de cuerpos cuya trayectoria corresponde a un tiro parabólico son: proyectiles lanzados desde la superficie de la Tierra o desde un avión, el de una pelota de fútbol al ser despejada por un jugador o el de una pelota de golf al ser lanzada con cierto ángulo respecto al eje horizontal. El tiro parabólico es la resultante de la suma vectorial de un movimiento horizontal uniforme y de un movimiento vertical rectilíneo uniformemente variado. El tiro parabólico es de dos tipos:

- a) Tiro parabólico horizontal. Se caracteriza por la trayectoria de un cuerpo al ser lanzado en forma horizontal al vacío. El camino seguido es curvo, resultado de dos movimientos independientes: uno horizontal con magnitud de velocidad constante y otro vertical, el cual se inicia con una velocidad cero y va aumentando la magnitud de su velocidad en la misma proporción de otro cuerpo que se dejara caer del mismo puesto en el mismo instante. La forma de la curva descrita es abierta, simétrica respecto a un eje y con un solo foco, es decir, una parábola.

Actividad experimental

- Tiro parabólico oblicuo. Se caracteriza por la trayectoria seguida por un cuerpo, cuando es lanzado a una velocidad inicial que forma un ángulo con el eje horizontal, tal es el caso de la trayectoria de una pelota de futbol al ser despejada por el portero.
- El alcance horizontal de un cuerpo en tiro parabólico oblicuo será el mismo con dos ángulos diferentes de tiro, mientras la suma de dichos ángulos de un resultado de 90° . El alcance máximo horizontal se presenta cuando el ángulo de tiro es de 45° .

Actividad experimental

Material:

Un riel metálico

Una regla graduada

Una tabla de madera

Hojas de papel blanco

Un soporte metálico con pinzas de sujeción

Hojas de papel carbón

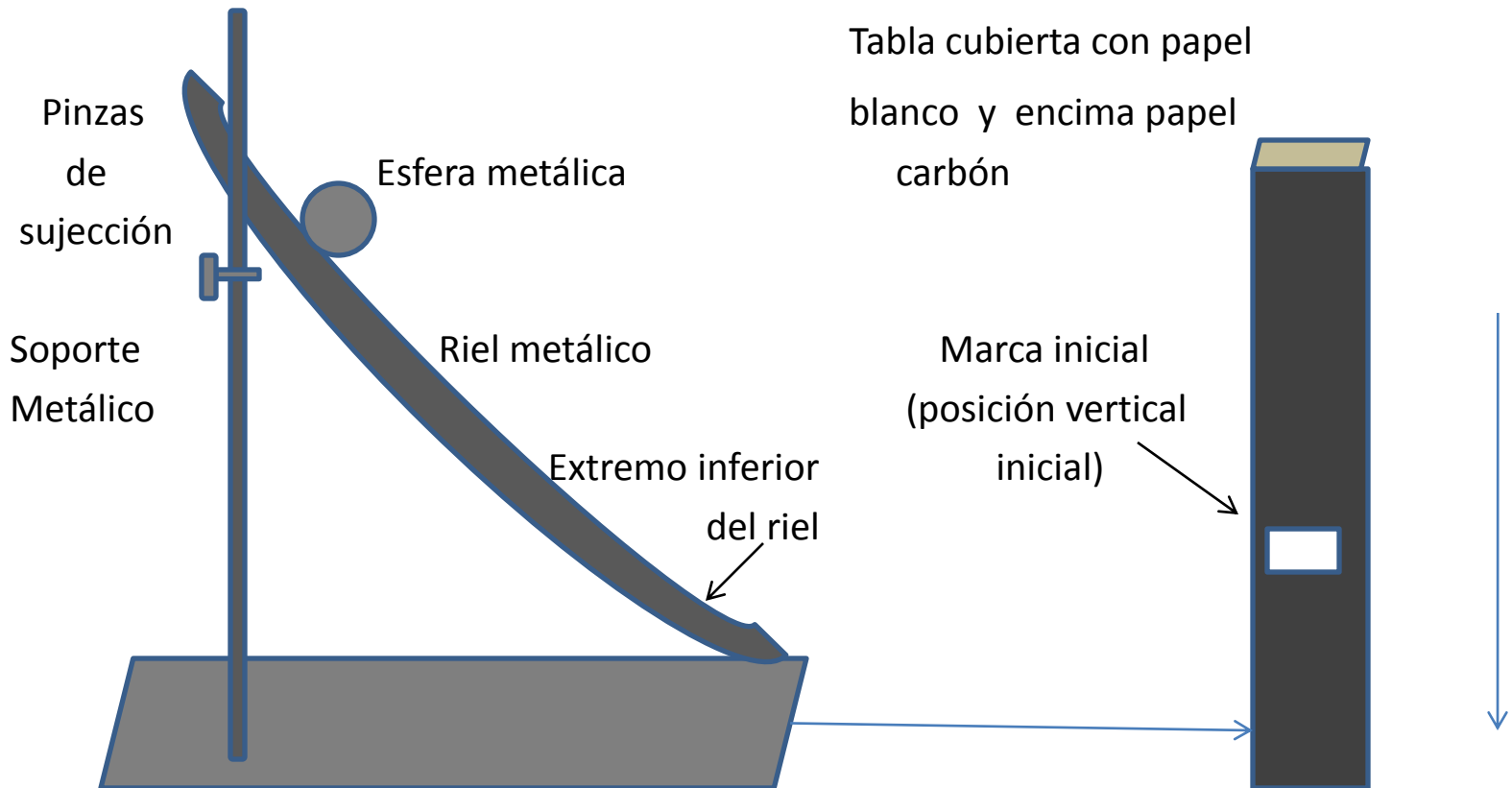
Una esfera de acero

Una cinta adhesiva

Actividad experimental

- Procedimiento:
 1. Montar un dispositivo como el que se muestra en la figura. Para ello, colocar y sujetar el riel metálico por su extremo superior y cuidar que el extremo inferior del riel coincida con el borde u orilla de la mesa.
 2. Cubre la tabla de madera con hojas de papel blanco y después coloca encima de ellas varias hojas de papel carbón. Así, cuando la esfera de acero se impacte en el bloque de madera, dejará una marca en el papel blanco debido al papel carbón sobrepuesto.
 3. Acerca la tabla al extremo inferior del riel y señala con una marca horizontal la posición vertical u origen que tendrá la esfera de acero al iniciar su caída libre. Entonces, la raya horizontal se marcará en la tabla a la altura del centro de la esfera cuando ésta se encuentre en el punto donde iniciará su caída libre.

Actividad experimental



Dispositivo para analizar un tiro parabólico

Actividad experimental

4. Coloca la tabla de madera a una distancia horizontal (X) de 20 cm del borde de la mesa y deja rodar la esfera de acero por el riel desde un punto elegido de antemano. Marca dicho punto, pues éste deberá ser el mismo que utilices para soltar la esfera metálica en los siguientes impactos.
5. Una vez que la esfera metálica se impacte en la madera al colocarla a 20 cm del borde de la mesa, sigue alejando de la tabla ahora a 40 cm, después a 60 cm, 80 cm y finalmente a 100 cm del borde de la mesa. En todos los casos suelta la esfera metálica desde el mismo punto que escogiste y marcaste en el riel. Recuerda, la esfera metálica recorrerá distancias iguales, medidas horizontalmente en intervalos iguales de tiempo, pues en un tiro parabólico el movimiento horizontal se realiza a velocidad constante.

Actividad experimental

Distancias verticales experimentales	
Distancia horizontal X (cm)	Distancia vertical medida desde el punto inicial de descenso Y (cm)
0	
20	
40	
60	
80	
100	

Actividad experimental

6. Retira el papel carbón y mide las alturas verticales descendidas por la esfera metálica, a partir del punto marcado como posición vertical inicial u origen al momento de iniciar su caída libre. Escribe en el cuadro los valores de altura vertical que descendió la esfera al alejar horizontalmente la tabla 20, 40, 60, 80 y 100 cm. No olvidar que el cuerpo está cayendo y por tanto, el valor de Y es negativo. Además, las distancias siempre se miden desde la posición considerada como inicial y no de marca a marca.
7. Con los datos del cuadro, construye una gráfica de X contra Y , une los puntos obtenidos.

Actividad experimental

- Retroalimentación de la actividad experimental.

Comprueba si tus respuestas fueron correctas al leer el siguiente texto: A la pregunta 1 de la actividad experimental Tiro parabólico, seguramente respondiste en los siguientes términos: la evidencia de que la esfera de acero sufre una aceleración constante durante su caída, se obtiene al observar que las alturas verticales descendidas por la esfera metálica son mayores entre sí, cada vez que se aleja la tabla 20 cm más.

A la pregunta 2 respondiste que la gráfica de los valores de la distancia horizontal y la distancia vertical que señalan la trayectoria o camino curvo que sigue la esfera al ser lanzada horizontalmente al vacío, es el resultado de dos movimientos independientes: un movimiento horizontal con velocidad constante y otro vertical, el cual se inicia con una velocidad cero y va aumentando su magnitud en la misma proporción de otro cuerpo que se deja caer verticalmente del mismo punto en el mismo instante.

Actividad experimental

- A la pregunta 3 debiste responder más o menos así: el principio de independencia del movimiento horizontal y del movimiento vertical seguido por la esfera de acero, se manifiesta porque la esfera lanzada con una velocidad horizontal tendrá una rapidez constante durante su recorrido horizontal que será independiente de su movimiento vertical originado por la aceleración de la gravedad durante su caída libre. A la pregunta 4 debiste responder que el comportamiento de dos esferas que caen libremente desde la misma altura y al mismo tiempo, pero una se suelta y la otra recibe un impulso horizontal se manifiesta de la siguiente manera: al primer segundo ambas esferas han recorrido 4.9 m en su caída libre; sin embargo, la esfera que recibe un impulso horizontal deberá avanzar una distancia horizontal que será proporcional a la magnitud de la velocidad horizontal que lleva, al segundo segundo, ambas esferas ya han recorrido 19.6 m en su caída, pero la esfera con velocidad horizontal ya recorrió el doble de la distancia horizontal y así sucesivamente.

Actividad experimental

- Finalmente, a la pregunta 5 respondiste que el tiro parabólico es un ejemplo de movimiento realizado por un cuerpo en dos dimensiones o sobre un plano, y para su estudio se puede considerar como la combinación de dos movimientos que son: un movimiento horizontal uniforme y un movimiento vertical rectilíneo uniformemente acelerado.

Bibliografía

- Física para Bachillerato
Pérez Montiel, Héctor.
Editorial: Patria.
2011
- Física con experimentos
Alvarenga, Beatriz. Máximo, Antonio.
Editorial: Oxford.
2014