



A ESTRUTURA MULTIPLICATIVA SOB A ÓTICA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS: UMA VISÃO DO PONTO DE VISTA DA APRENDIZAGEM

Sandra **Magina**, PUC/SP e UESC, sandramagina@gmail.com

Vera Lúcia **Merlini**, UESC, vera.merline@gmail.com

Aparecido dos **Santos**, UNINOVE, cido10@uol.com.br

RESUMO

Este texto tem por objetivo promover uma discussão sobre o processo de aprendizagem das estruturas multiplicativas, tendo por suporte teórico a Teoria dos Campos conceituais. O artigo parte da espiral dialética REPRE – Reflexão, Planejamento, Ação, Reflexão – e apresenta um esquema para a classificação dos problemas pertencentes à estrutura Multiplicativa, elaborado a partir de uma releitura nossa sobre a classificação proposta por Vergnaud. Para ilustrar nosso ponto de vista apresentaremos dados obtidos a partir de um estudo diagnóstico realizado com 349 estudantes do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Os resultados aponta para um frágil crescimento no percentual de sucesso desses estudantes para resolver problemas inseridos na Estrutura Multiplicativa

Palavras-chave: Campo Conceitual multiplicativo, Anos iniciais do Ensino Fundamental, Estudo diagnóstico.

ABSTRACT

This paper aims to promote a discussion about the learning process of multiplicative structures. It is based on the theory of conceptual fields as a theoretical support. The article begins presenting the dialectical spiral REPARE - Reflection, Planning, Action, Reflection - and it presents a scheme to classify problems belonging to multiplicative structure, which came from our rereading of Vergnaud's classification. To illustrate our point of view we will present data from a diagnostic study conducted with 349 students from second to fifth year of elementary school. The results point to a weak growth in the percentage of success of these students to solve problems embedded in the Multiplicative Structure.

Keywords: Multiplicative Conceptual Field, Primary School, Diagnostic Study.

1 Introdução

O presente artigo relata parte de um estudo que escolheu como foco de pesquisa o ensino e a aprendizagem do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, uma vez que este campo é base para a construção de conhecimentos matemáticos posteriores. Do ponto de vista do universo da amostra, a pesquisa voltou-se para os anos iniciais do Ensino Fundamental, já que é nesse nível que se inicia a formação e primeiros desenvolvimentos dos conceitos básicos desse campo conceitual. Assim, o estudo teve dois grandes objetivos, um voltado para a aprendizagem (para os estudantes) – obter uma melhor compreensão sobre



os desempenhos e estratégias dos alunos das séries iniciais ao resolver problemas no campo multiplicativo – e outro para o ensino (para o professor) – identificar as crenças e concepções dos professores que atuam nesse nível de escolarização. No que tange a este artigo, trataremos do primeiro objetivo.

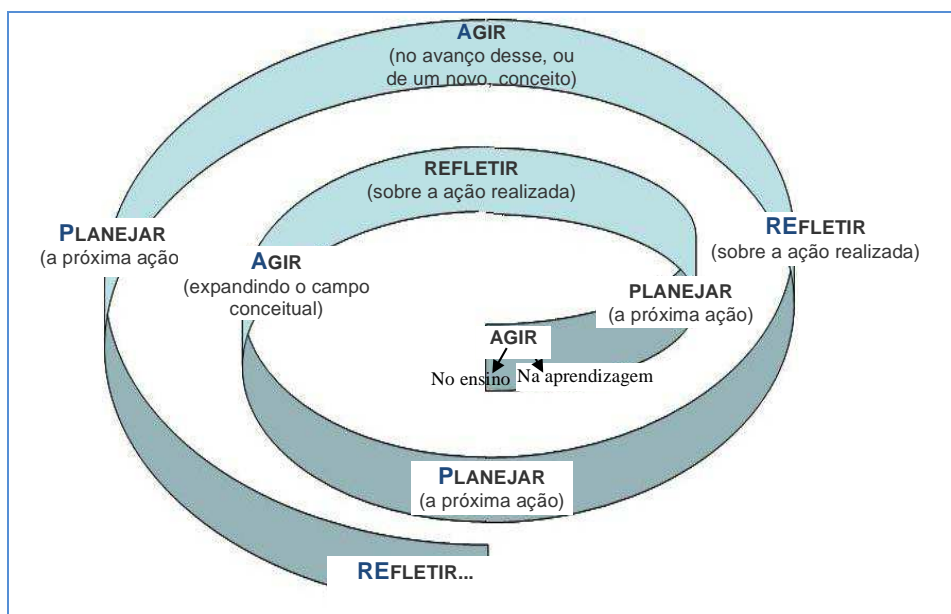
Investigar o desempenho dos estudantes também se justifica se considerarmos os resultados de qualquer uma das macro-avaliações feitas no Brasil. Em todas elas os resultados apontam para um baixo desempenho dos estudantes pesquisados. O resultado do Sistema de Avaliação e Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), por exemplo, comprova que *“mais de 80% dos alunos do Ensino Fundamental obtiveram resultados abaixo do esperado [em Matemática]. No 4º ano, por exemplo, 44,2% dos estudantes ficaram abaixo do básico e 36,6% obtiveram nível básico. A parcela que se enquadra no nível que a Secretaria considera ‘adequado’ é de apenas 17,4% e 1,7% dos alunos alcançaram nível avançado”* (Revista Nova Escola -Reportagem on-line, 14/03/2008).

O quadro encontrado pelo SARESP não difere das macro-avaliações nacional. Se olharmos para os resultados da avaliação do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) referentes a 2005, produzidos pelo INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) notamos que houve avanço da universalização do Ensino Fundamental, mas, em contrapartida a qualidade da escolarização das nossas crianças e adolescentes vem sofrendo retrocesso. Segundo Dallabrida (2007) *“nos últimos dez anos a educação no Brasil piorou, ou seja, em todos os dados comparativos, o desempenho dos alunos na avaliação de 2005 é inferior a de 1995”*. (Jornal da Educação, reportagem on-line em na edição de fevereiro de 2007)

Portanto, é importante não apenas constatar esses baixos desempenhos, mas buscar entender *como, em que e porque* nossos alunos se saem tão mal nas avaliações de Matemática. Temos consciência que essa razão é uma soma de fatores ligados desde as questões sociais e culturais, passando pelas afetivas e se encontrando com os aspectos cognitivos. Porém como todo estudo, e conseqüentemente seus relatórios, precisa delimitar seu campo de atuação, nosso recorte ficará restrito aos aspectos cognitivos dos estudantes pesquisados.

Temos por premissa, em consonância com as ideias de Vergnaud (1991, 1994, 1996), que o conhecimento emerge a partir da resolução de problemas. Isto é,

a partir da ação do sujeito sobre a situação. Porém, entendemos que essa ação precisa de uma reflexão para que não se torne apenas uma competência adquirida, mas sim, se encaminhe na direção da formação e desenvolvimento do conceito. Assim, propomos um movimento, delineado em formato de espiral, em que a ação, a reflexão e o planejamento de novas ações se sucedem e se influenciam mutuamente, como mostra a Figura 1 a seguir.



Fonte: Magina 2008

Figura 1: Espiral REPARE – REFlexão, Planejamento, Ação, REFlexão

Explicado quais são as premissas que norteiam nossos caminhos científicos, apresentaremos na próxima seção nossa base teórica.

2. A Teoria dos Campos Conceituais

Vergnaud (1983, 1988, 1994, 1998). é enfático ao afirmar que para a formação de um conceito é necessário interagir com ele numa diversidade de situações. Por outro lado, uma situação, por mais simples que ela se apresente, envolve vários conceitos. Assim sendo, não faz sentido referir-se à formação de conceito, mas sim na formação de um campo conceitual, cuja apropriação requer o domínio de diversos conceitos de naturezas diferentes

Em síntese, podemos nos referir a um campo conceitual como sendo um conjunto de problemas ou situações, cuja análise e tratamento requer vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais encontram-se em estreita conexão uns com os outros.



A teoria dos Campos Conceituais fornece elementos para a análise das dificuldades dos estudantes e constitui, para nós, uma ferramenta poderosa para a construção de situações-problema. Isto porque ela apresenta um quadro coerente para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas (Magina e Campos. 2004).

Magina e Campos (2004) afirmam que para tornar o ensino de Matemática nas séries iniciais efetivo é preciso que o estudante identifique e se aproprie dos invariantes existentes no conceito de número e das quatro operações básicas. Para que isso ocorra, o professor, enquanto mediador entre o conhecimento matemático e o estudante, deve estar atento para *o que, como, quando e porque*, ensinar um dado conteúdo. No caso das estruturas multiplicativas, Magina et. al (1997), levando em consideração as idéias de Vergnaud (1983, 1988, 1991), e tendo como apoio os resultados de pesquisa, já apontava a multiplicação, divisão, fração, razão, proporção e números racionais como os vários conceitos matemáticos presentes nesse campo conceitual. Mais recentemente, a partir de novos resultados de pesquisa, Magina, Santos e Merlini (2011; submetido) complementaram a lista dos conceitos envolvidos nesse campo, identificando a razão, 4ª proporcional, Combinação, Relação um para muitos, divisão como partição, divisão como cota, entre outros, considerando que eles podem ser trabalhados dentro de situações de proporcionalidade simples, comparação multiplicativa, produto cartesiano, e pode, ainda, haver misturas entre essas situações, gerando problemas bi-lineares e de proporção múltiplas. Devido a grande diversidade de conceitos envolvidos nesse campo conceitual, ele faz parte de um conhecimento que o estudante adquirirá a médio e longo prazo, devendo ser proposto ao longo de todas as séries do Ensino Fundamental.

Assim, a apropriação de tal campo conceitual já pode inicia-se quando a criança ainda se encontra em idade pré-escolar (por volta dos 4 ou 5 anos), quando ela já é capaz de resolver alguns problemas pictóricos de multiplicação que explorem a relação de um para muitos com o significado de coleção, do tipo ilustrado no exemplo abaixo:

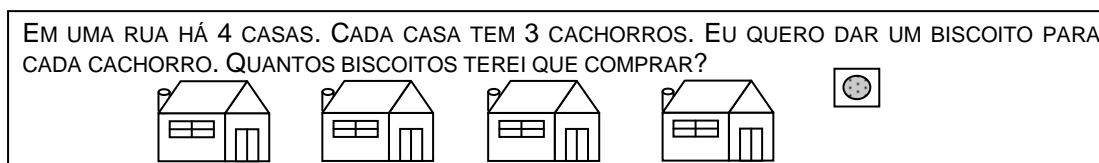


Figura 2 – exemplo de uma situação-problema do campo multiplicativo

Vários pesquisadores (Borba, 2004; Magina et. al, 2008; Moro, 2006; Nunes et. al, 2001; Santana, 2010, para citar apenas alguns) porém, alertam para a necessidade de se trabalhar com os estudantes no sentido de lhes permitir um avanço na expansão desse campo conceitual, permitindo-lhes a identificação das continuidades, mas, e principalmente, as descontinuidades entre os campos conceituais aditivo e multiplicativo, evitando assim “misconceptions” do tipo “multiplicação sempre aumenta” ou “divisão sempre diminui”, o que é válido apenas par algumas situações dentro do conjunto dos inteiros positivos (ou naturais).

Magina, Santos e Merlini (2010), ao fazerem uma releitura de Vergnaud (1983, 1988, 1990; 1994) no que concerne à classificação de problemas multiplicativos, elaboraram um esquema, o qual, a partir da reflexão do grupo, foi aperfeiçoado até chegar na sua forma definitiva, apresentada no quadro 2. O esquema foi criado com o objetivo de sintetizar as ideias centrais desse campo. Ele está dividido em duas partes: relações quaternárias e relações ternárias. Cada uma dessas relações, por sua vez, é constituída por dois eixos. Os eixos pertencentes às relações quaternárias dividem-se em duas classes: um para muitos e muitos para muitos. Os eixos das relações ternárias encontram-se assim divididos: para o eixo comparação multiplicativa tem-se as classes: relação desconhecida e referido desconhecido; o eixo produto de medida tem as classes: configuração retangular e combinatória. Todas as classes podem usar quantidades do tipo discreta ou contínua, exceto a classe configuração retangular (apenas quantidade contínua) e combinatória (apenas quantidade discreta).

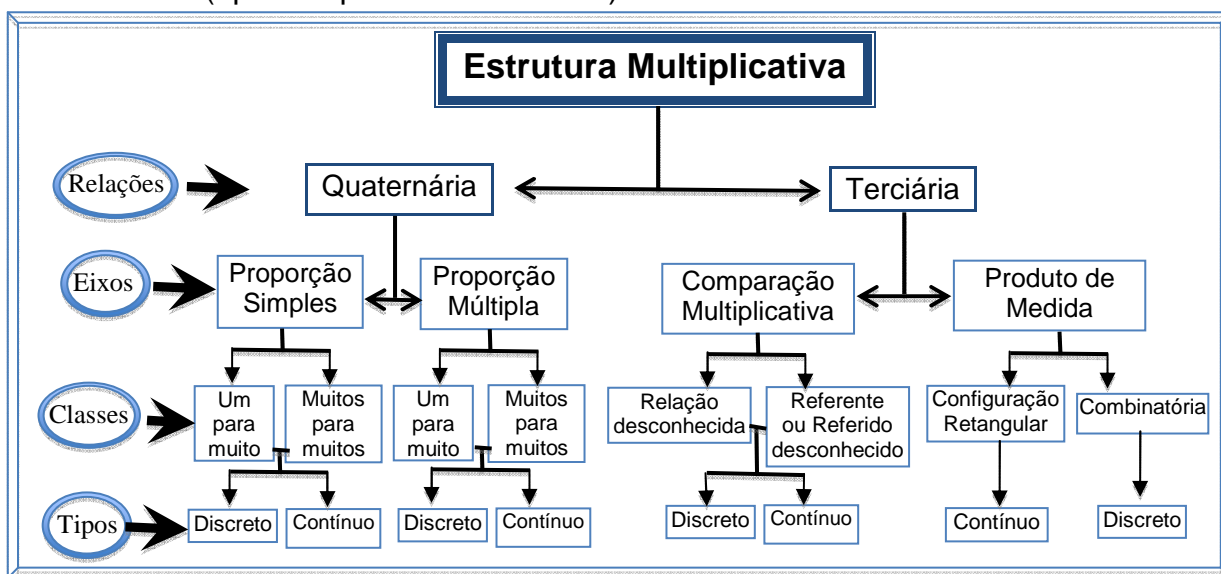


Figura 3 – Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo baseado no esquema elaborado

por Magina, Santos e Merlini (submetido) baseado em Magina e Col. 2011.

Para fazer uma breve distinção entre as relações ternárias e quaternárias, vamos discutir a seguinte situação: *Uma bola custa R\$ 4,00. Quanto pagarei na compra de três bolas?*

Situações desse tipo são muito comuns na escola. Gitirana et al (no prelo) o considera como protótipo da multiplicação, cuja resolução comumente se apoia em uma relação ternária: $a \times b = c$ ($3 \times 4 = 12$). Contudo, o que está implícito nessa situação é uma relação quaternária entre duas variáveis de naturezas distintas que esquematicamente pode ser representada da seguinte maneira:

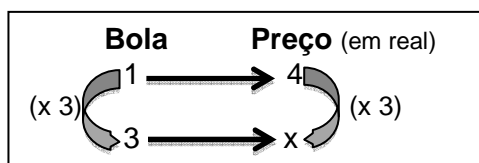


Figura 4 – Escalar multiplicativa: um caminho para resolver problemas multiplicativos

Esse é um problema típico das relações quaternárias. Nesse caso, tem-se uma dupla relação entre duas variáveis (bolas e preço). O entendimento das relações quaternárias possibilita aos estudantes compreender o porquê de nessa situação, ao se multiplicar o preço de um bombom pela quantidade deste, o resultado será dado em reais e não em bombom. Além disso, amplia os procedimentos de resolução, podendo pensar no fator escalar multiplicativo como estratégia ou ainda no fator funcional (conhecimento de base que é central para o trabalho com as funções nos anos mais avançados de escolaridade).

Após a apresentação resumida da diferença entre as relações terciária e quaternária, descreveremos, na sequência cada um dos eixos que compõe essas relações.

Eixo 1 – Proporção simples: pertencente a relação quaternária, a proporção simples envolve uma relação entre quatro quantidades, sendo duas de um tipo e as outras duas de outro tipo ou, ainda, uma simples proporção direta entre duas variáveis do tipo: pessoas e objetos, bens e custos, tempo e distância, entre outras. O eixo divide-se em duas classes de situações: a correspondência um para muitos e a correspondência muitos para muitos.

Classe 1: Correspondência um para muitos – acontece quando a relação entre as variáveis está explícita (*um para quatro*, como pode ser observado no exemplo a



seguir).

Exemplo: Uma bicicleta tem duas rodas. Quantas rodas tem cinco bicicletas?

Classe 2: Correspondência muitos para muitos – Esta classe pode envolver duas situações: na primeira é possível chegar à relação um para muitos (exemplo: 4 bicicleta tem 8 rodas, quantas rodas tem 6 bicicletas?); Já na segunda situação não é possível se obter a relação um para muitos (exemplo: *na compra de 5 pacotes de leite em pó, o supermercado Bem Amigo dá 2 caramelos de brinde. Se Ana comprar 15 bombons quantos caramelos ela ganhará?*).

Note que os exemplos oferecidos para as duas classes apresentadas envolveram apenas o tipo quantidades discretas. Como indica o esquema do Quadro 2, há, ainda, uma diversidade de problemas que poderiam ser formulados envolvendo as quantidades contínuas.

Eixo 2 – Proporções múltiplas: Como o próprio nome já diz, trata-se de várias proporções. Portanto ela envolve pelo menos duas proporções simples. Esse eixo refere-se às situações que envolvem uma relação quaternária entre mais de duas variáveis relacionadas duas a duas. Por exemplo: pessoas, litros de água e dias. Esse eixo também se divide em duas classes: a correspondência um para muitos e a correspondência muitos para muitos.

Classe 1: Correspondência um para muitos – Uma pessoa costuma beber em média 3 litros de água em dois dias. Qual é o consumo semanal (7 dias) de uma família com 4 pessoas?

Classe 2: Correspondência muitos para muitos Um grupo de 50 escoteiros vai passar 15 dias no campo. Eles querem comprar a quantidade de açúcar suficiente para suprir a todos. Eles sabem que a média de consumo por semana para 10 pessoas é de 3Kg. Quantos quilos de açúcar elas precisam comprar?

Eixo 3 – Comparação multiplicativa: As situações que fazem parte desse eixo envolvem a comparação multiplicativa entre duas variáveis de mesma natureza. Já no início da escolarização, situações envolvendo a relação de dobro e de metade são exploradas e se configuram como protótipo dessa classe de situação, como por exemplo: *João tem a metade da quantia de Maria. Se João tem R\$ 10,00, qual é a quantia de Maria?* A seguir destacamos alguns exemplos:

Classe 1: Relação desconhecida - *Comprei uma boneca por R\$21,00 e uma bola por R\$ 3,00. Quantas vezes a boneca foi mais cara que a bola?*



Classe 2: Referido desconhecido - *A idade de Paulo é 5 vezes maior que a idade do seu filho. Paulo tem 30 anos. Qual é a idade do seu filho?*

Eixo 4 – Produto de medidas: Esse eixo é constituído por duas classes (a) situações envolvendo a ideia de configuração retangular, (b) situações envolvendo a ideia de combinatória.

Classe 1: Configuração retangular – são situações em que as variáveis representam certas medidas dispostas na horizontal e na vertical, dispostas de forma retangular.

Exemplo: Qual a área de um terreno de formato retangular, sabendo que tem 15 metros de frente e 35 metros de comprimento?

Classe 2: Combinatória – a ideia presente nessa classe remete à noção do produto cartesiano entre dois conjuntos disjuntos ($A \cap B = \emptyset$).

Exemplo: *Numa festa há quatro meninas e três meninos. Cada menino quer dançar com cada uma das meninas, e cada menina também quer dançar com cada um dos meninos. Quantos pares diferentes de menino-menina são possíveis de serem formados?*

Apresentamos esse breve panorama das classes de situações que compõem o Campo Conceitual Multiplicativo, considerando apenas o conjunto dos números naturais. Não temos a pretensão de esgotar neste artigo um campo tão amplo como o das estruturas multiplicativas. Porém, a título de ilustração apresentaremos, na seção a seguir, os resultados de um estudo diagnóstico que realizamos no âmbito dessas estruturas com estudantes dos anos iniciais. O objetivo dessa apresentação é permitir que o leitor tenha uma ideia do desempenho que estudantes desse nível de ensino têm ao lidar com situações pertencentes à tal campo.

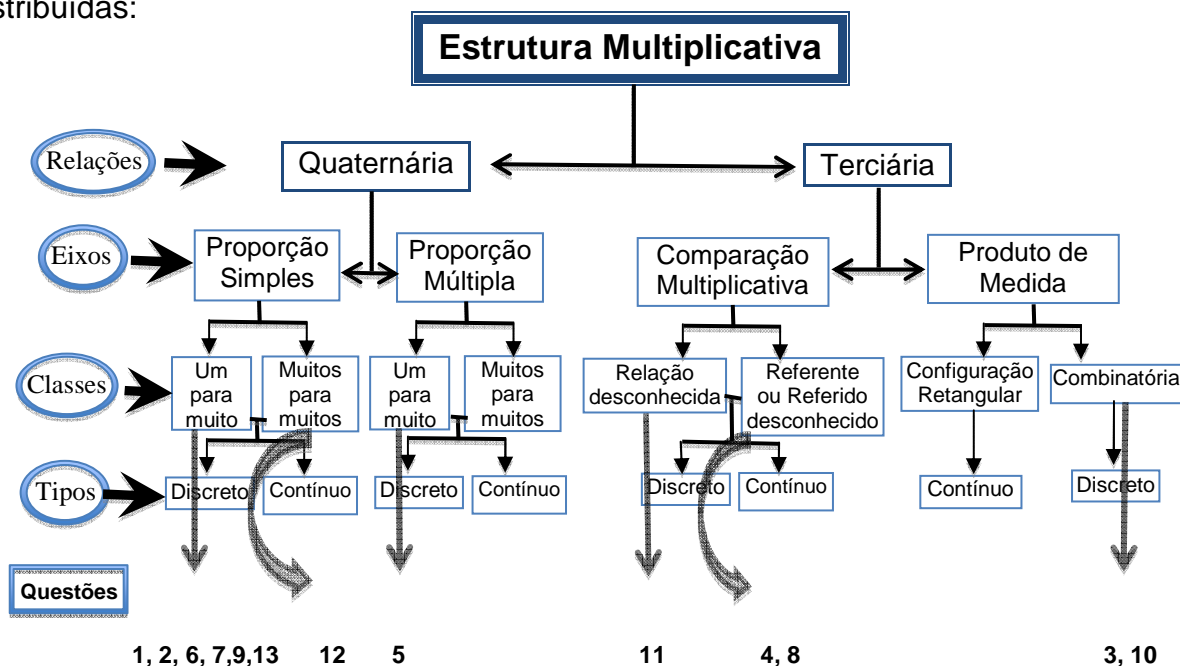
3. O Estudo

O estudo apoiou-se nos princípios da pesquisa descritiva. Trata-se de um estudo o qual o pesquisador tem por objetivo conhecer e interpretar determinados fenômenos ligados à realidade sem nela interferir para modificá-la (RUDIO, 2001).

Os dados desse estudo referem-se a 13 situações do campo conceitual multiplicativo contidas em um instrumento aplicado a 349 estudantes, de 2º a 5ª anos, do Ensino Fundamental, de uma mesma Escola Pública Estadual, localizada em um bairro classe média da cidade de São Paulo. Quanto ao ano os alunos estão assim distribuídos: 80 estudantes da 2º ano, 86 da 3º, 94 da 4º e 89 estudantes da

5º ano.

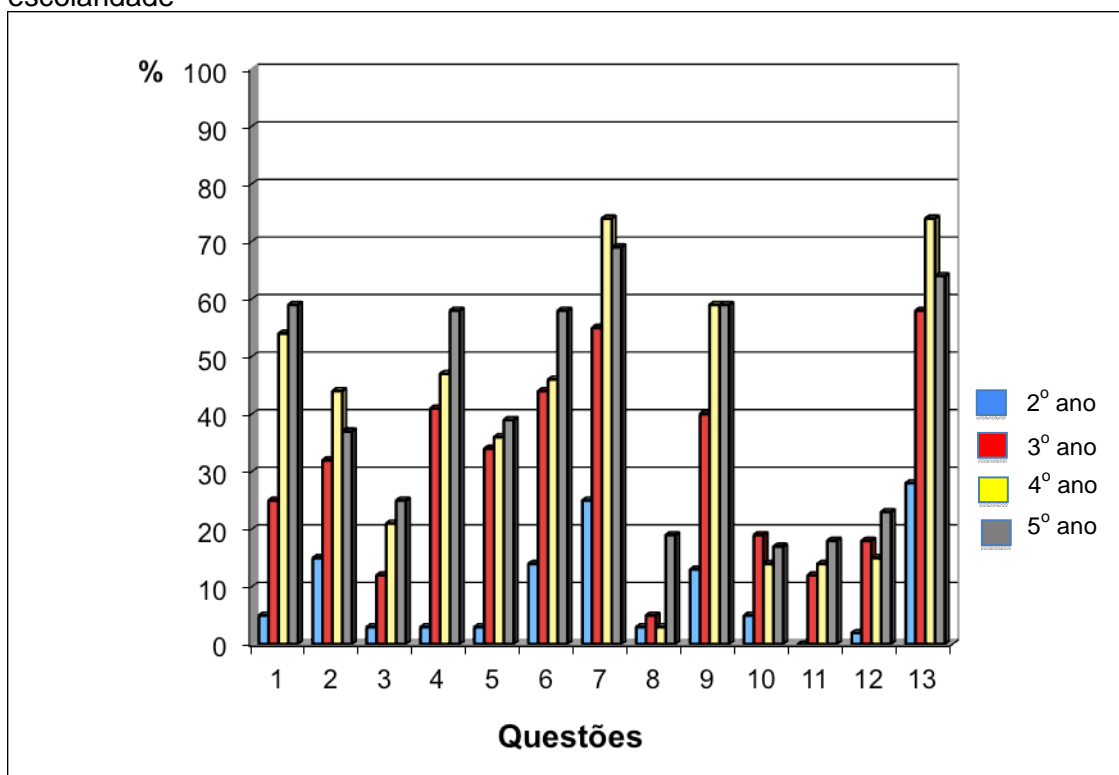
O teste foi aplicado coletivamente pela professora de cada turma com a supervisão de três pesquisadores. Para garantir a compreensão, foi feita pela professora, a leitura em voz alta todas as situações. Após esse procedimento, era dado um tempo para que todos os estudantes pudessem responder individualmente cada situação. Do ponto de vista do nosso esquema, as questões desse teste estavam assim distribuídas:



4. Resultados do Estudo

O gráfico 1 mostra que, de um modo geral, houve crescimento nos desempenhos dos estudantes, segundo o avançar dos anos de escolarização. Contudo, tal comportamento não foi válido nem para todos os anos, nem em todas as questões. Assim, nota-se em algumas questões estagnação nos percentuais de acerto de um ano para outro e em outras questões chega a haver decréscimo. Porém o que se mostrou pouco animador foi que mesmo entre os estudantes do 5º ano, em apenas seis das 13 questões houve maioria de acerto (mais de 50% do estudantes acertando a questão). Se olharmos para o 4º ano, a quantidade de questão cai para quatro. Um dado ainda mais surpreendente vem dos resultados das questões 3, 8, 10, 11 e 12, em que os percentuais de acertos de todos os anos ficaram abaixo dos 25%. Salientamos que quatro dessas questões (3, 8, 10 e 11) pertencem as relações ternárias.

Gráfico 1: Desempenho dos estudantes em cada uma das questões, por ano de escolaridade



A partir do que apresenta o gráfico 1 e, ainda, considerando as relações e eixos a que pertencem cada questão, podemos afirmar que os problemas pertencentes às relações ternárias foram os que mostraram os mais baixo índice de sucesso em todos os quatro anos escolares.

5. Considerações finais

Gostaríamos de iniciar nossas últimas reflexões pontuando um aparente paradoxo no comportamento dos estudantes. Se por um lado os problemas mais difíceis para os estudantes de todos os anos foram o que envolviam a relação *terciária*, por outro os estudantes obtiveram maior sucesso justamente naqueles problemas da relação *quaternária*, pertencente ao eixo da *proporção simples*, envolvendo a classe de *um para muitos*, que requeriam a operação de multiplicação (1, 7 e 13) e que podiam ser resolvidos sob a lógica da relação *terciária*. Assim, problemas como: “*Maria utiliza 4 colheres de chocolate para fazer uma receita de brigadeiro. Se ela fizer 3 receitas de brigadeiro, quantas colheres de chocolate ela usará?*” e “*Em um pacote de figurinhas vem 3 figurinhas. Quantas figurinhas vem em*



4 pacotes?” (questões 1 e 7 respectivamente) podiam (e foram) ser resolvidos simplesmente multiplicando o 4 pelo 3 ou vice versa. A explicação que oferecemos para esse aparente paradoxo é o pouco ou nenhum trabalho por parte da escola com problemas que envolvam as relações terciárias. De fato, o que estamos acostumados a encontrar nos livros didáticos com respeito a problemas pertencentes a essas relações são os de “dobro” ou “triplo” para o eixo de comparação multiplicativa e os problemas que solicitam a formação de conjuntos de roupa a partir de duas peças (calças e camisetas) para o eixo Produto de medida, classe combinatória.

Tais resultados nos faz ponderar sobre o quanto a escola ainda precisa avançar na direção de oferecer situações-problema que permitam que os estudantes expandam seus conhecimentos no âmbito das estruturas multiplicativas.

Referências

- BORBA, Rute, NUNES, Terezinha. Como significados, propriedades invariantes e representações simbólicas influenciam a compreensão do conceito de número inteiro relativo. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 6, n. 1, pp. 73-100, 2004
- DALLABRIDA N. Educação Básica: Os resultados preocupantes do SAEB. **Jornal da Educação**, Fev/2007, disponível em: http://www.jornaldaeducacao.inf.br/index.php?option=com_content&task=view&id=108&Itemid=35 (consultado em 20/08/2010).
- MORO Maria Lucia; SOARES Maria Tereza. Níveis de raciocínio combinatório e produto cartesiano na escola fundamental. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 8, n. 1, pp. 99-124, 2006.
- MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia; CUNHA, Maria Carolina; CANOAS, Sílvia. Composição de quantidades que transformam Referente: soluções dos professores. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, v.78, n.188/89/190, p.445 - 447, 1997
- MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia. A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. *Bolema*, n. 31, p. 23-40, 2008,
- MAGINA, Sandra; SANTOS, Aparecido; MERLINE, Vera. Comparação multiplicativa: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos estudantes. *XIII CIAEM*, Recife, 2011.
- MAGINA, Sandra; SANTOS, Aparecido; MERLINE, Vera. O raciocínio de estudantes do ensino fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. Submetido ao periódico *Ciências e Educação*, março/2012.
- NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. *Educação Matemática: números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez, 2005.
- SÃO PAULO. Relatório SARESP – Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo. SSE/SP. 2007
- VERGNAUD, Gerard (1983) *Multiplicative structures*. IEm R. Lesh & M. Landau (Eds.). Acquisitions of mathematics concepts and procedures New York: Academic Press, 1983, pp.127-174.



_____. Multiplicative structures. In. HIEBERT, H. and BEHR, M. (Ed.). *Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1988. p. 141-161.

_____. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

_____. *El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas, 1991.

_____. Multiplicative conceptual field: what and why? In. Guershon, H. e Confrey, J. (Eds.). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994. p. 41-59.

_____. A Teoria dos Campos Conceituais. In BRUN, J. (Ed.) *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.