

# Empuxos de Terra

## Teoria de Coulomb Teoria de Rankine

GEOTECNIA II

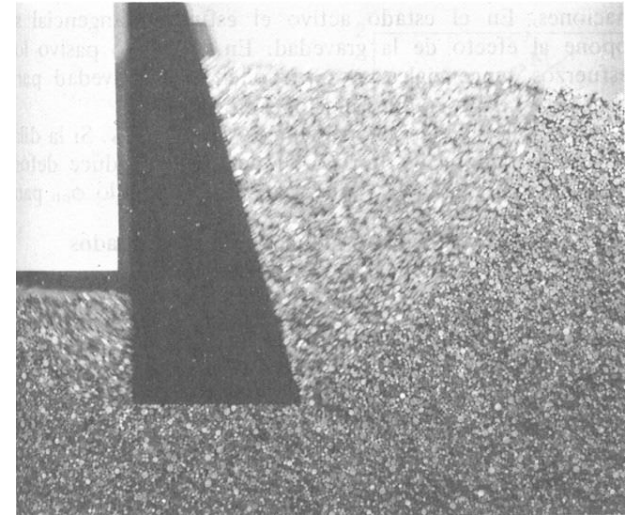
SLIDES 12

*Prof. MSc. Douglas M. A. Bittencourt*  
prof.douglas.pucgo@gmail.com



# EMPUXOS DE TERRA

- **Força que uma massa de solo exerce sobre alguma estrutura que com ela esteja em contato.**
- **Teorias Clássicas**
  - Coulomb (1776);
  - Rankine (1857).
- **Teoria da Elasticidade**
  - Métodos numéricos

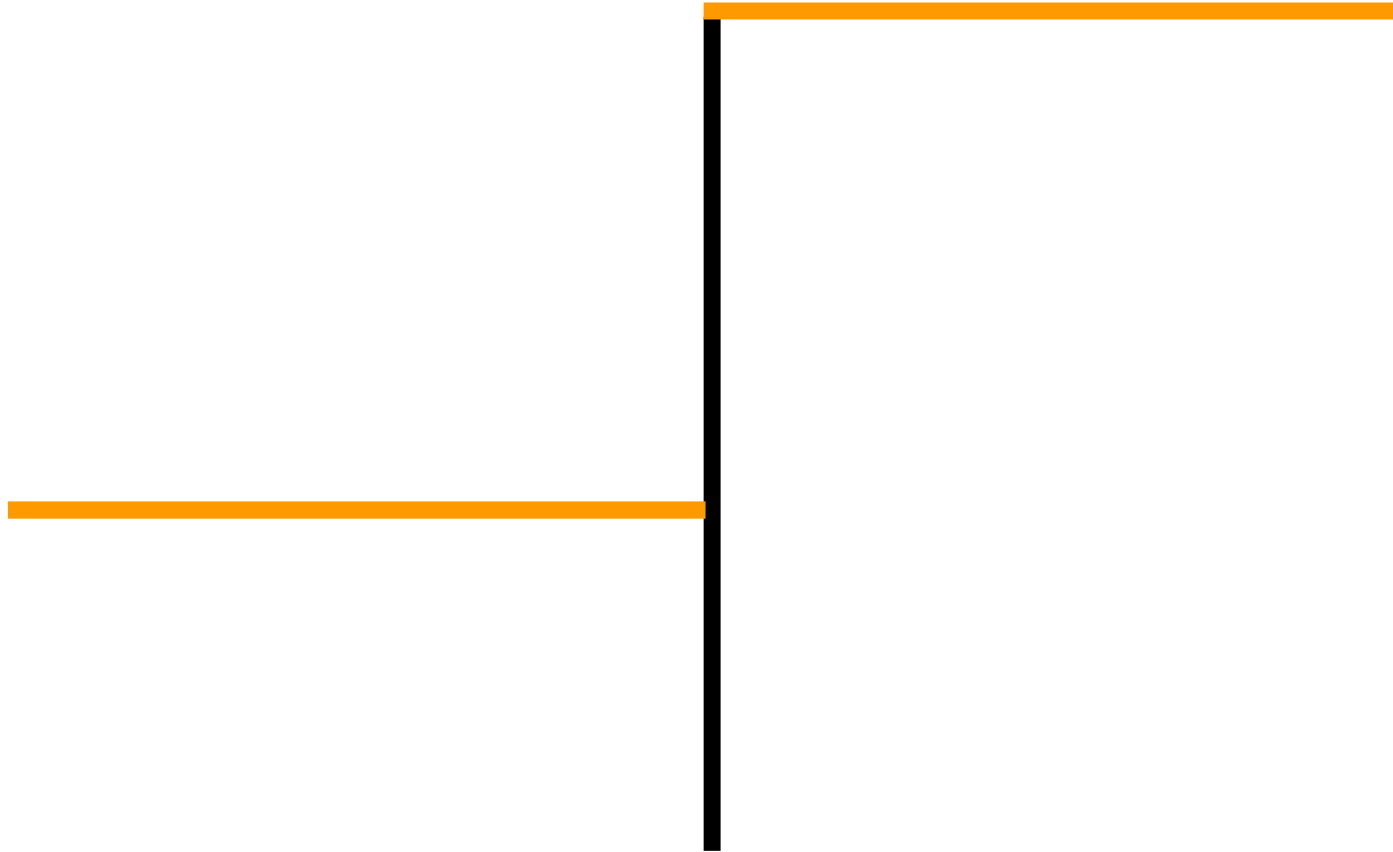


# EMPUXOS DE TERRA

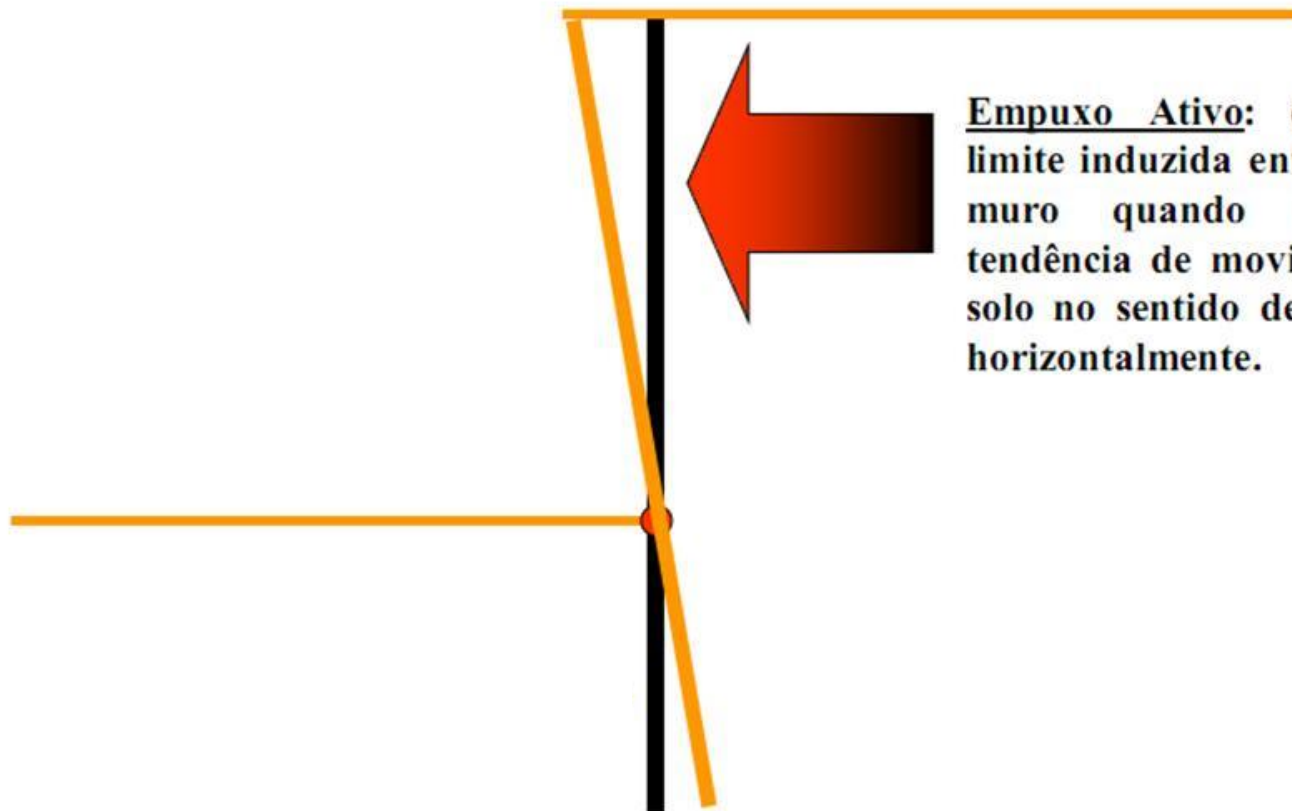
---

**Empuxo no repouso:**  
é a pressão atuante  
quando a estrutura  
não se desloca (antes  
da escavação).

# EMPUXOS DE TERRA

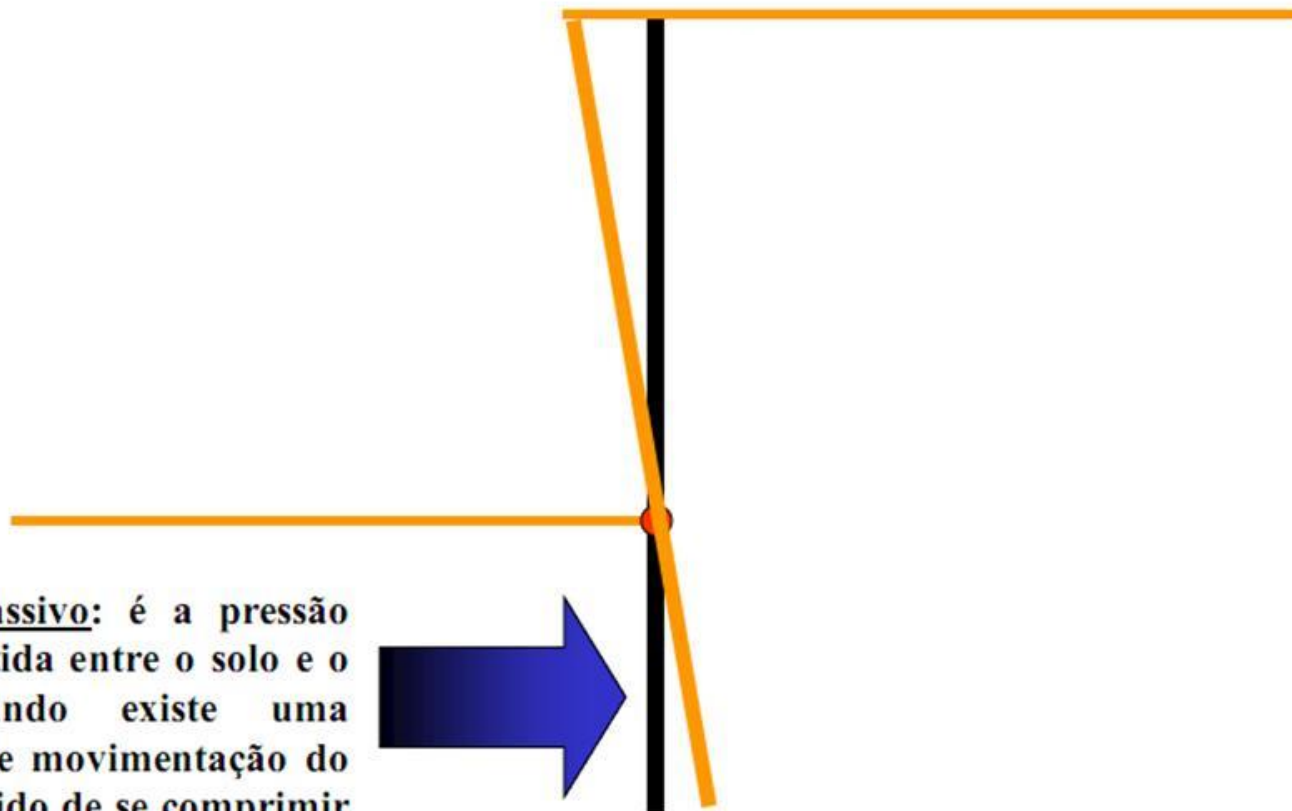


# EMPUXOS DE TERRA



Empuxo Ativo: é a pressão limite induzida entre o solo e o muro quando existe uma tendência de movimentação do solo no sentido de se expandir horizontalmente.

# EMPUXOS DE TERRA

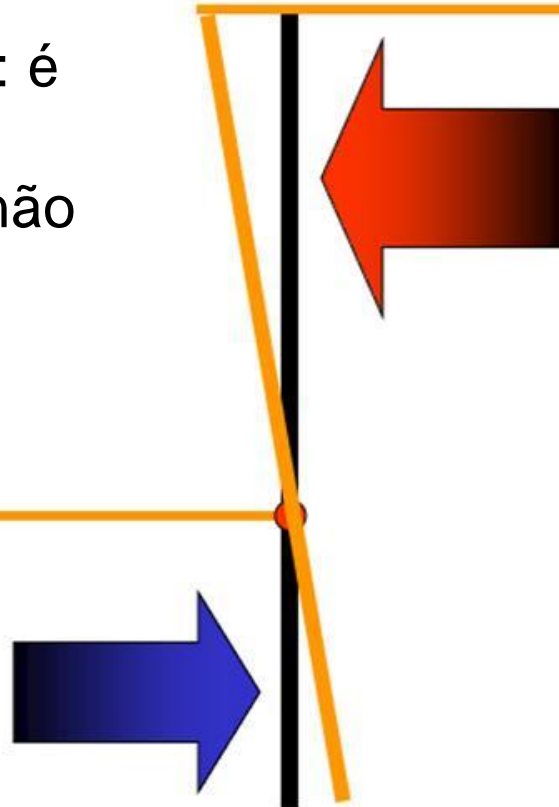


**Empuxo Passivo:** é a pressão limite induzida entre o solo e o muro quando existe uma tendência de movimentação do solo no sentido de se comprimir horizontalmente.

# EMPUXOS DE TERRA

Empuxo no repouso: é a pressão atuante quando a estrutura não se desloca.

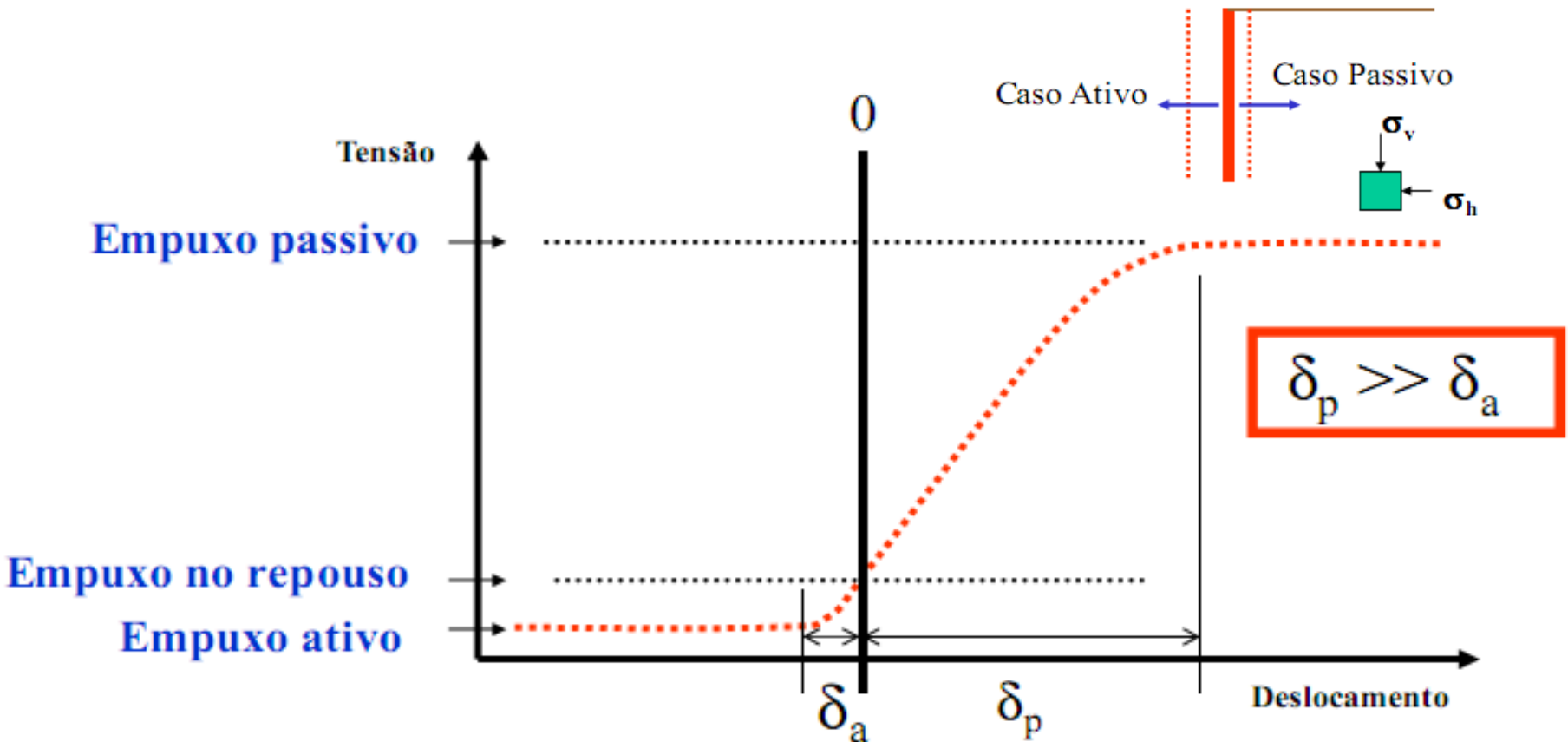
Empuxo Passivo: é a pressão limite induzida entre o solo e o muro quando existe uma tendência de movimentação do solo no sentido de se comprimir horizontalmente.



Empuxo Ativo: é a pressão limite induzida entre o solo e o muro quando existe uma tendência de movimentação do solo no sentido de se expandir horizontalmente.

# EMPUXOS DE TERRA

- ❑ Empuxo no **repouso**: nenhuma deformação.
- ❑ Empuxo **ativo**: decréscimo da tensão horizontal.
- ❑ Empuxo **passivo**: acréscimo da tensão horizontal.





# EMPUXOS DE TERRA

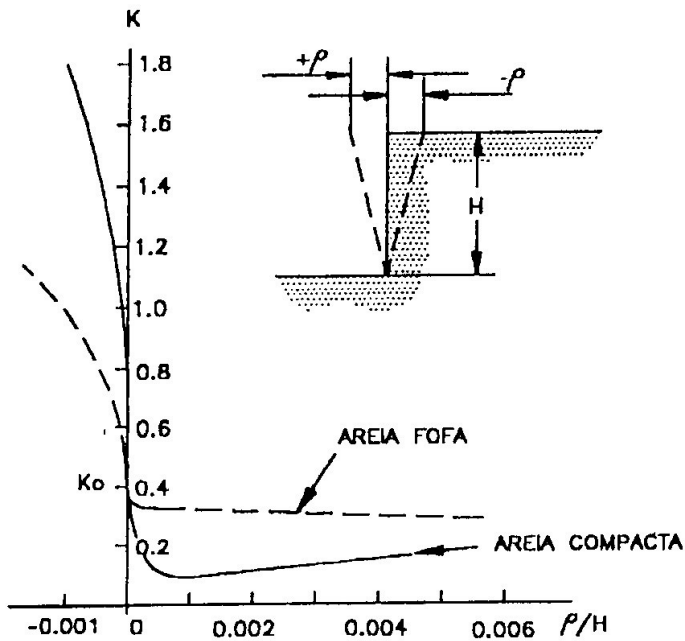
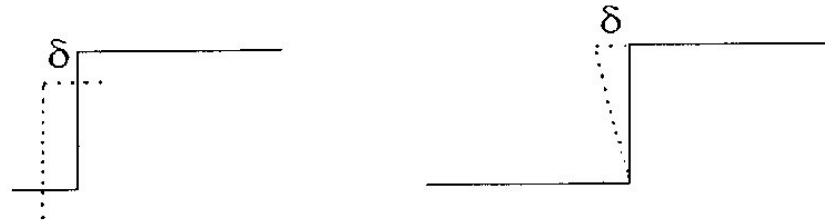


Fig. 13.1 - Coeficiente de empuxo lateral e deslocamento de modelo de muro (Terzaghi, 1934)

Tabela 13.1 | Deformações mínimas para mobilização de estados plásticos (baseado em Wu, 1975)

Solo	Estado	Movimento	$(\delta/H)$ mínimo %
Areia	Ativo	translação	0,1
		rotação no pé	0,1
	Passivo	translação	5,0
		rotação no pé	> 10,0
Argila	Ativo	translação	0,4
		rotação no pé	0,4



# EMPUXOS DE TERRA

- Coeficiente de Empuxo no Repouso ( $K_0$ )

$$K_0 = \frac{\sigma_h}{\sigma_v}$$

- Difícil determinar em campo.

- **Areias (Jaki, 1948):**

$$K_0 = 1 - \text{sen } \phi'$$

- **Argilas NC (Brooker e Ireland, 1965):**

$$K_0 = 0,95 - \text{sen } \phi'$$

- **Argilas OC (Mayne e Kulhawy, 1982):**

$$K_0 = (1 - \text{sen } \phi') (OCR)^{\text{sen } \phi'}$$

# EMPUXOS DE TERRA

- Coeficiente de Empuxo Passivo ( $K_p$ )

$$K_p = \frac{\sigma'_{hp}}{\sigma'_v}$$

- Coeficiente de Empuxo Ativo ( $K_a$ )

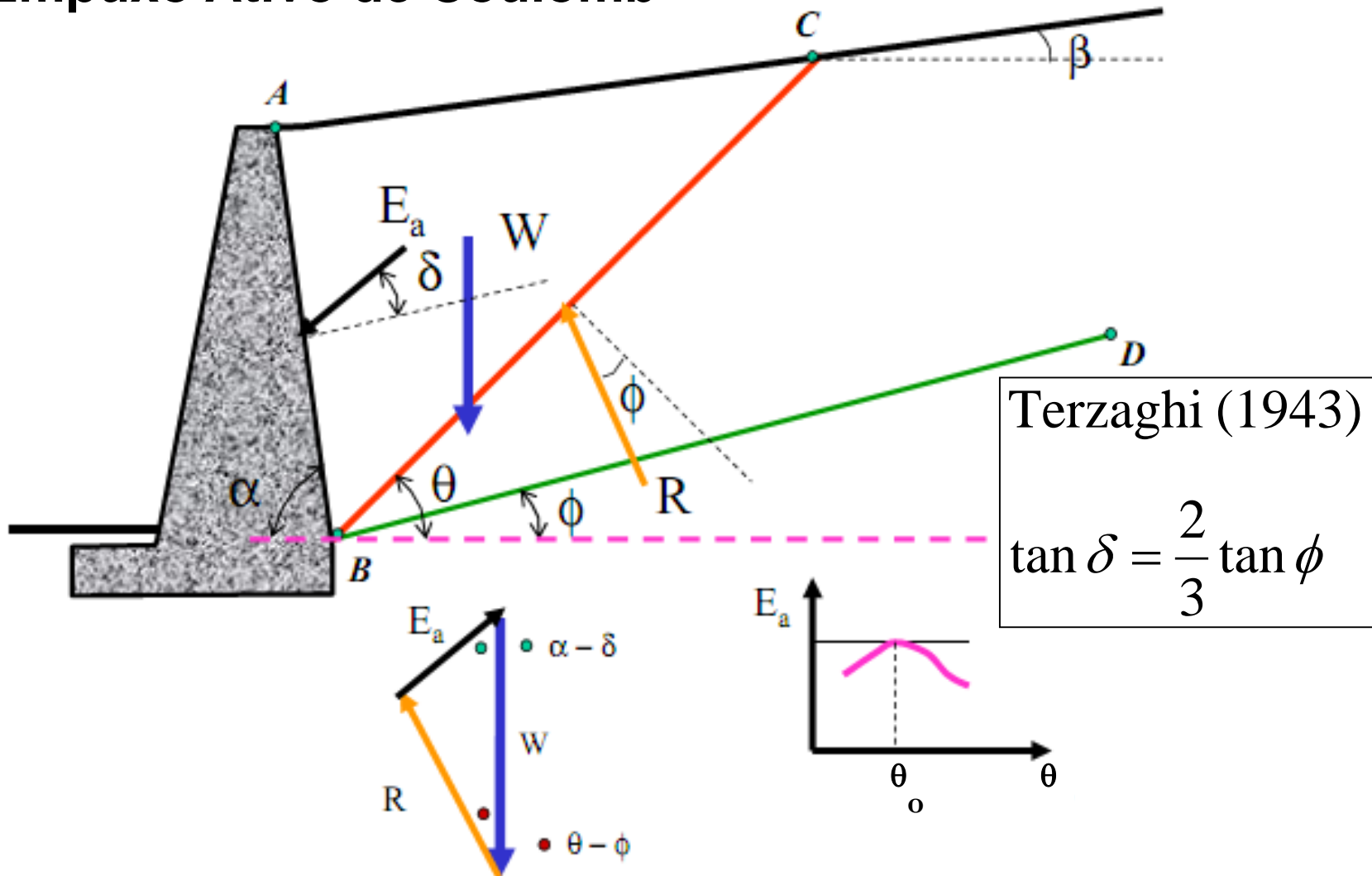
$$K_a = \frac{\sigma'_{ha}}{\sigma'_v}$$

# TEORIA DE COULOMB (1776)

## ■ Hipóteses:

- ❑ Superfície de ruptura plana (por facilidade);
- ❑ Estrutura rígida (sem deslocamento);
- ❑ Cunha de ruptura => corpo rígido;
- ❑ Ruptura é um problema em duas dimensões (estado plano de deformações);
- ❑ Solo isotrópico, homogêneo que possui atrito interno e sem coesão;
- ❑ As forças de atrito são distribuídas uniformemente ao longo do plano de ruptura;
- ❑ Considerou o terrapleno inclinado;
- ❑ **Considerou atrito solo-muro.**

# Empuxo Ativo de Coulomb



- $\delta$  é o ângulo de atrito entre o muro e o solo.

# TEORIA DE COULOMB (1776)

$$K_a = \frac{\sin^2(\alpha + \phi)}{\sin^2(\alpha) \cdot \sin(\alpha - \delta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \cdot \sin(\phi - \beta)}{\sin(\alpha - \delta) \cdot \sin(\alpha + \beta)}} \right]^2}$$

$$K_p = \frac{\sin^2(\alpha - \phi)}{\sin^2(\alpha) \cdot \sin(\alpha + \delta) \left[ 1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \cdot \sin(\phi + \beta)}{\sin(\alpha + \delta) \cdot \sin(\alpha + \beta)}} \right]^2}$$

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$$

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p$$

# TEORIA DE RANKINE (1857)

## ■ Hipóteses:

- ❑ considerou o estado plástico do solo usando as equações do círculo de Mohr;
- ❑ o muro é flexível, ou seja, necessidade de pequenas deformações para mobilizar os empuxos ativo e passivo;
- ❑ **não considerou o atrito entre o solo e o muro;**
- ❑ solo não coesivo;
- ❑ paramento do muro é vertical;
- ❑ a superfície do terreno é horizontal.
- ❑ Estabeleceu a relação:

$$K_a = \frac{1}{K_p}$$

# FATOR DE FLUXO ( $N\phi$ )

$$\Delta XYZ: \operatorname{sen} \phi = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)/2}{\frac{c}{\operatorname{tg} \phi} + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}} \Rightarrow c \cos \phi + \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \operatorname{sen} \phi = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2}$$

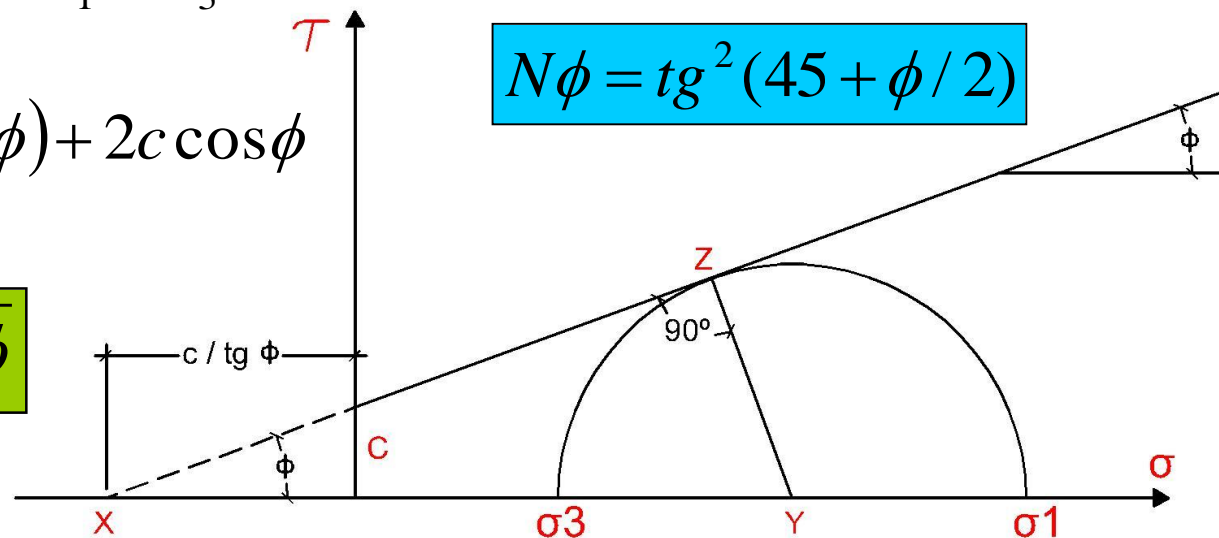
$$N\phi = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}$$

$$2c \cos \phi + (\sigma_1 + \sigma_3) \operatorname{sen} \phi = \sigma_1 - \sigma_3$$

$$N\phi = \operatorname{tg}^2 (45 + \phi / 2)$$

$$\sigma_1 (1 - \operatorname{sen} \phi) = \sigma_3 (1 + \operatorname{sen} \phi) + 2c \cos \phi$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 N\phi + 2c \sqrt{N\phi}$$

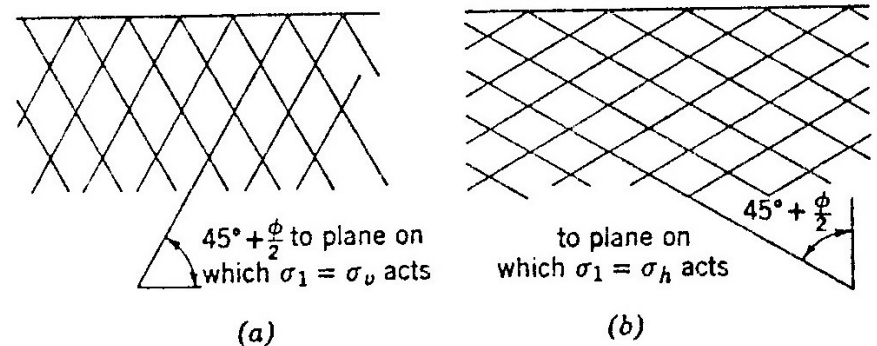
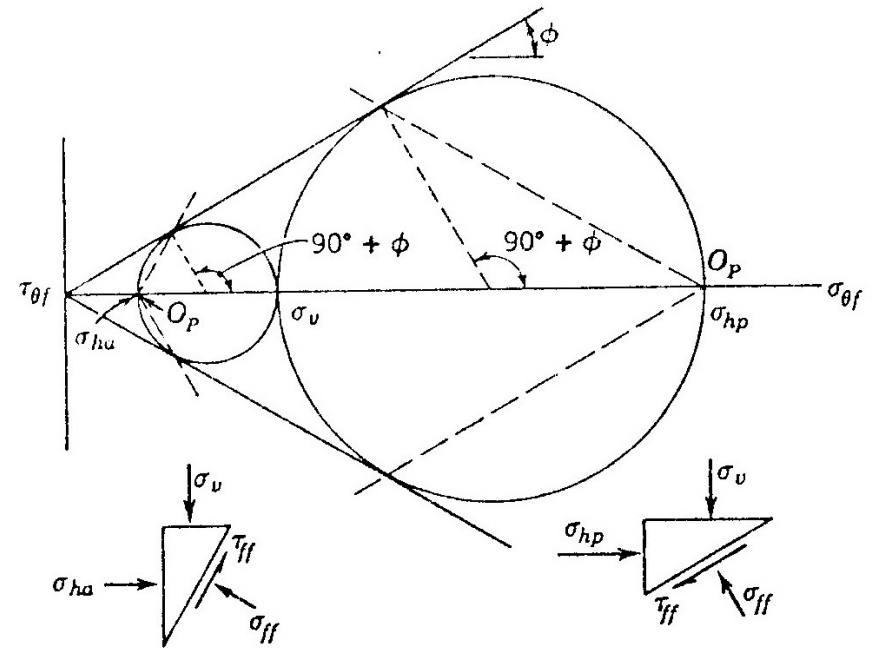




# TEORIA DE RANKINE

## ■ Orientação das superfícies de ruptura para o estado de Rankine:

- (a) Estado Ativo;
- (b) Estado Passivo.



# TEORIA DE RANKINE

## ■ A) Caso Ativo, coesão = 0

$$\sigma_1 = \sigma_3 N\phi + 2c\sqrt{N\phi}$$

Círculo de  
Mohr

$$\sigma_h = \sigma_3 \quad \sigma_v = \sigma_1$$

$$\sigma_v = \sigma_h N\phi + 2 \cdot 0 \cdot \sqrt{N\phi}$$

$$\sigma_v = \sigma_h N\phi \Rightarrow \sigma_h = \frac{\sigma_v}{N\phi} \quad e \quad K_a = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} \Rightarrow K_a = \frac{1}{N\phi}$$

**Empuxo total ativo ( $E_a$ )**

$$E_a = \int_0^H \sigma_h dh = \int_0^H (K_a \gamma h) dh \Rightarrow E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$$

Atuando a H/3  
da base do  
muro.  
[F][L]<sup>-1</sup>

# TEORIA DE RANKINE

## ■ B) Caso Passivo, coesão = 0

$$\sigma_1 = \sigma_3 N\phi + 2c\sqrt{N\phi}$$

Círculo de  
Mohr

$$\sigma_h = \sigma_1 \quad \sigma_v = \sigma_3$$

$$\sigma_h = \sigma_v N\phi + 2 \cdot 0 \cdot \sqrt{N\phi}$$

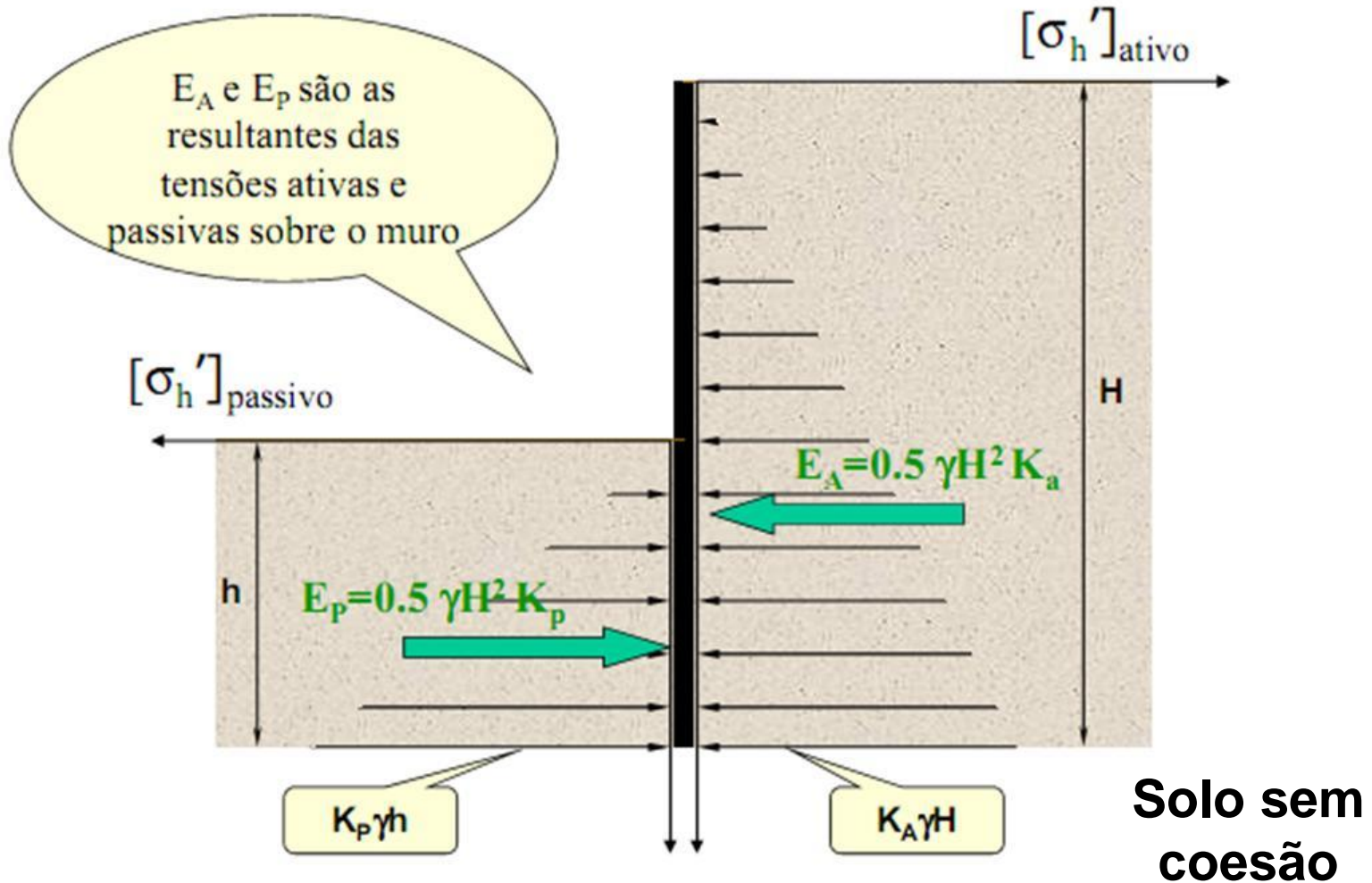
$$\sigma_h = \sigma_v N\phi \quad e \quad K_p = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} \Rightarrow K_p = N\phi$$

**Empuxo total passivo ( $E_p$ )**

$$E_p = \int_0^H \sigma_h dh = \int_0^H (K_p \gamma h) dh \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p$$

Atuando a H/3  
da base do  
muro.  
[F][L]<sup>-1</sup>

# TEORIA DE RANKINE



# TEORIA DE RANKINE

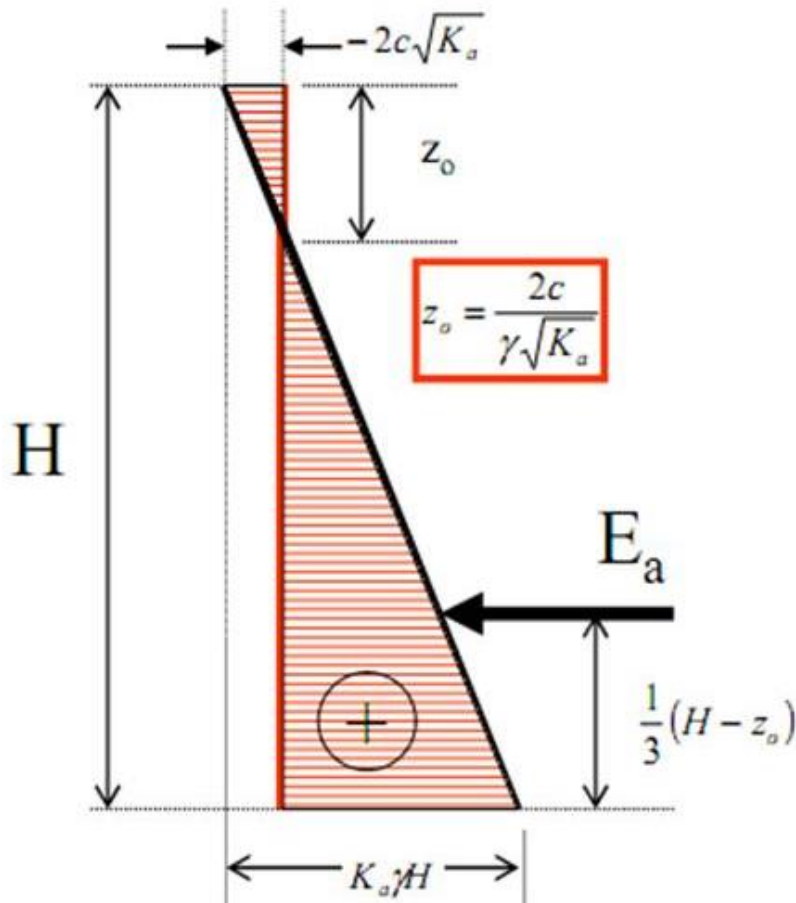
## ■ C) Caso Ativo, solo coesivo

$$\sigma_1 = \sigma_3 N\phi + 2c\sqrt{N\phi}$$

Círculo de Mohr

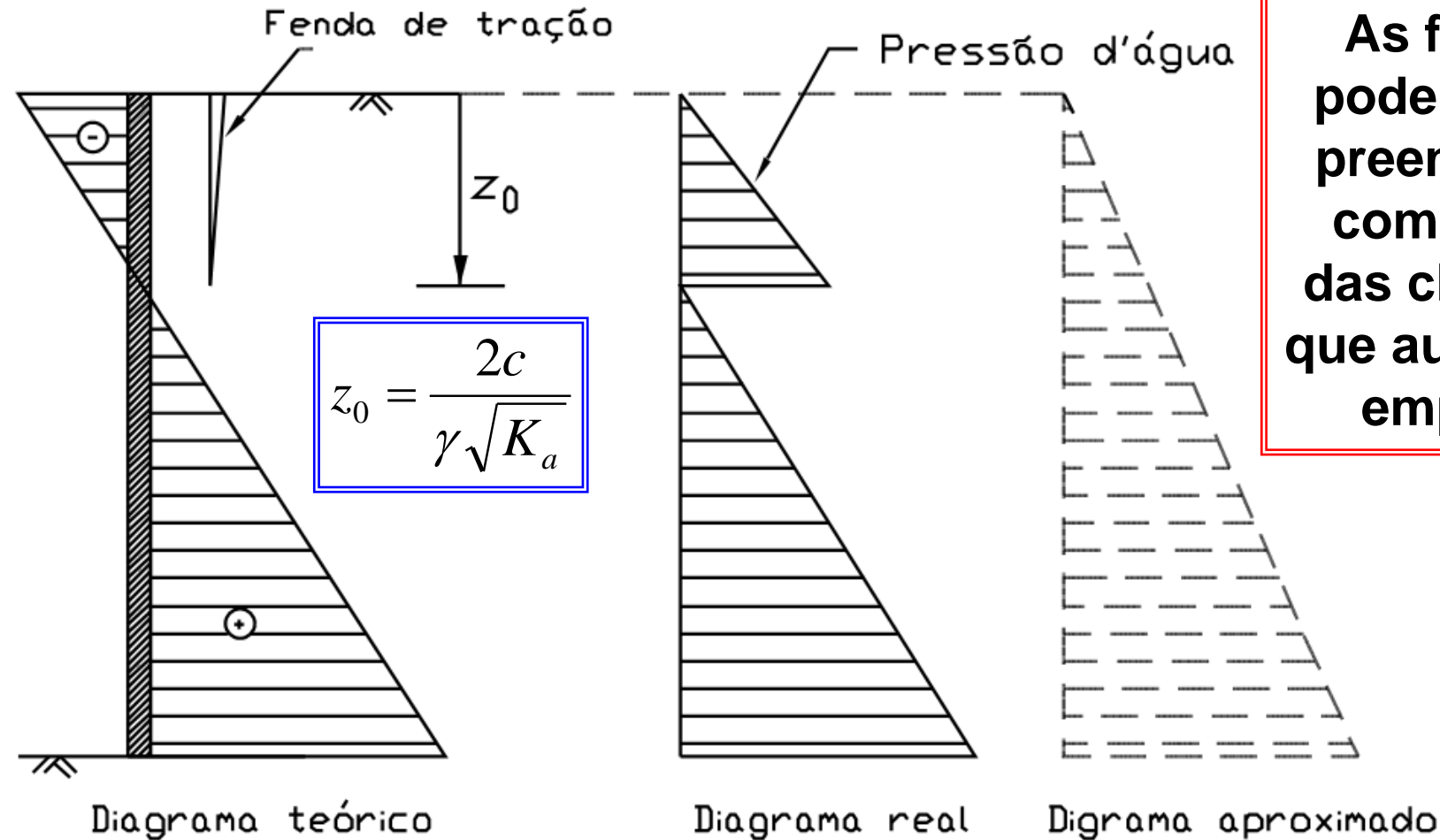
$$\sigma_h = \sigma_3 \quad \sigma_v = \sigma_1$$

$$\sigma_h = \sigma_v K_a - 2c\sqrt{K_a}$$



Quando o solo é coesivo ocorrem tensões de tração, no estado ativo, até uma profundidade  $z_0$ . Fendas de tração  $\Rightarrow$  até a profundidade  $z_0$ .

# TEORIA DE RANKINE



**As fendas podem estar preenchidas com águas das chuvas o que aumenta o empuxo.**

# TEORIA DE RANKINE

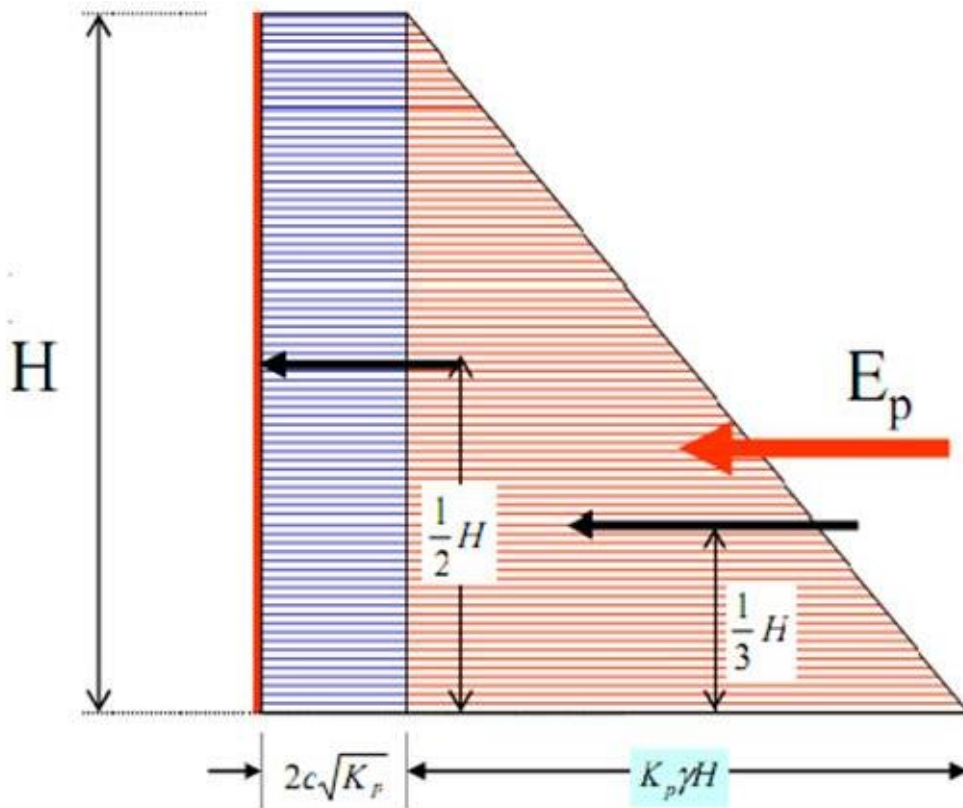
## ■ D) Caso Passivo, solo coesivo

$$\sigma_1 = \sigma_3 N\phi + 2c\sqrt{N\phi}$$

Círculo de  
Mohr

$$\sigma_h = \sigma_1 \quad \sigma_v = \sigma_3$$

$$\sigma_h = \sigma_v K_p + 2c\sqrt{K_p}$$



# TEORIA DE RANKINE

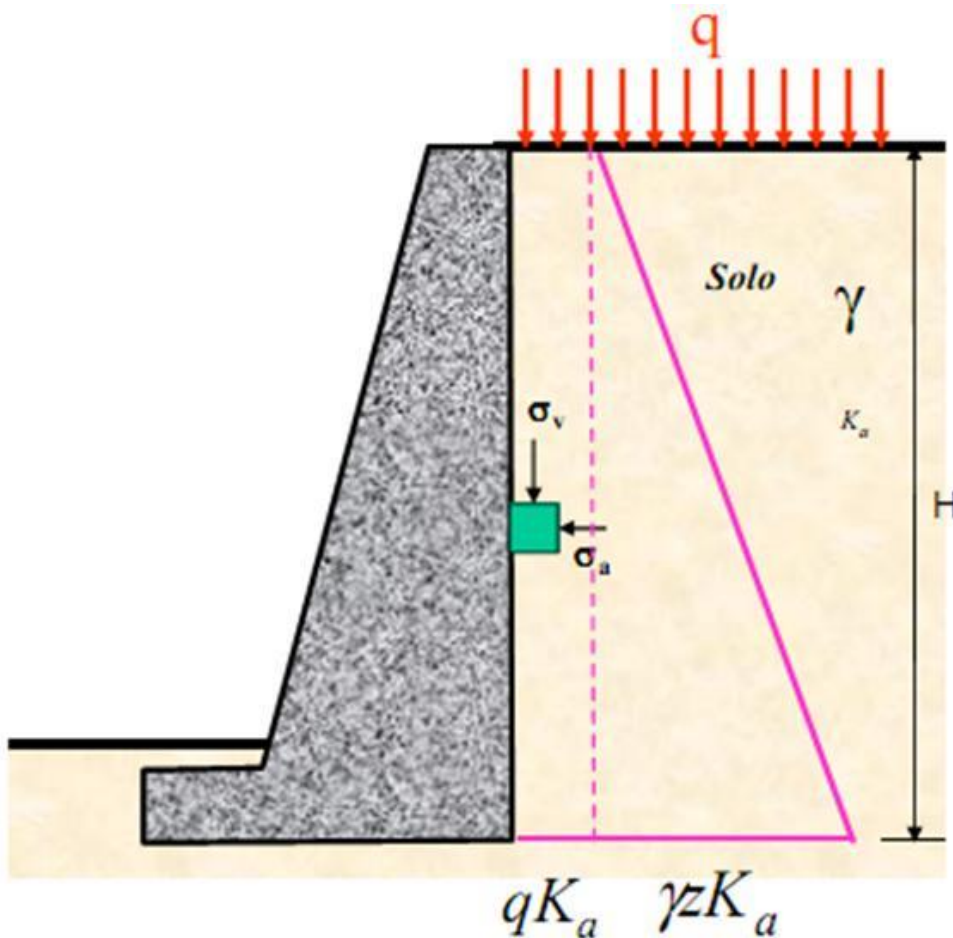
- Terraplino inclinado de um ângulo  $\beta$ :

$$K_a = \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}$$

$$K_p = \cos \beta \frac{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}$$



# SOBRECARGA NA CRISTA



**Tensão horizontal  
ativa:**

$$\sigma_h = (q + \sigma_v)K_a - 2c\sqrt{K_a}$$