

ÉRTEKEZÉSEK EMLÉKEZÉSEK

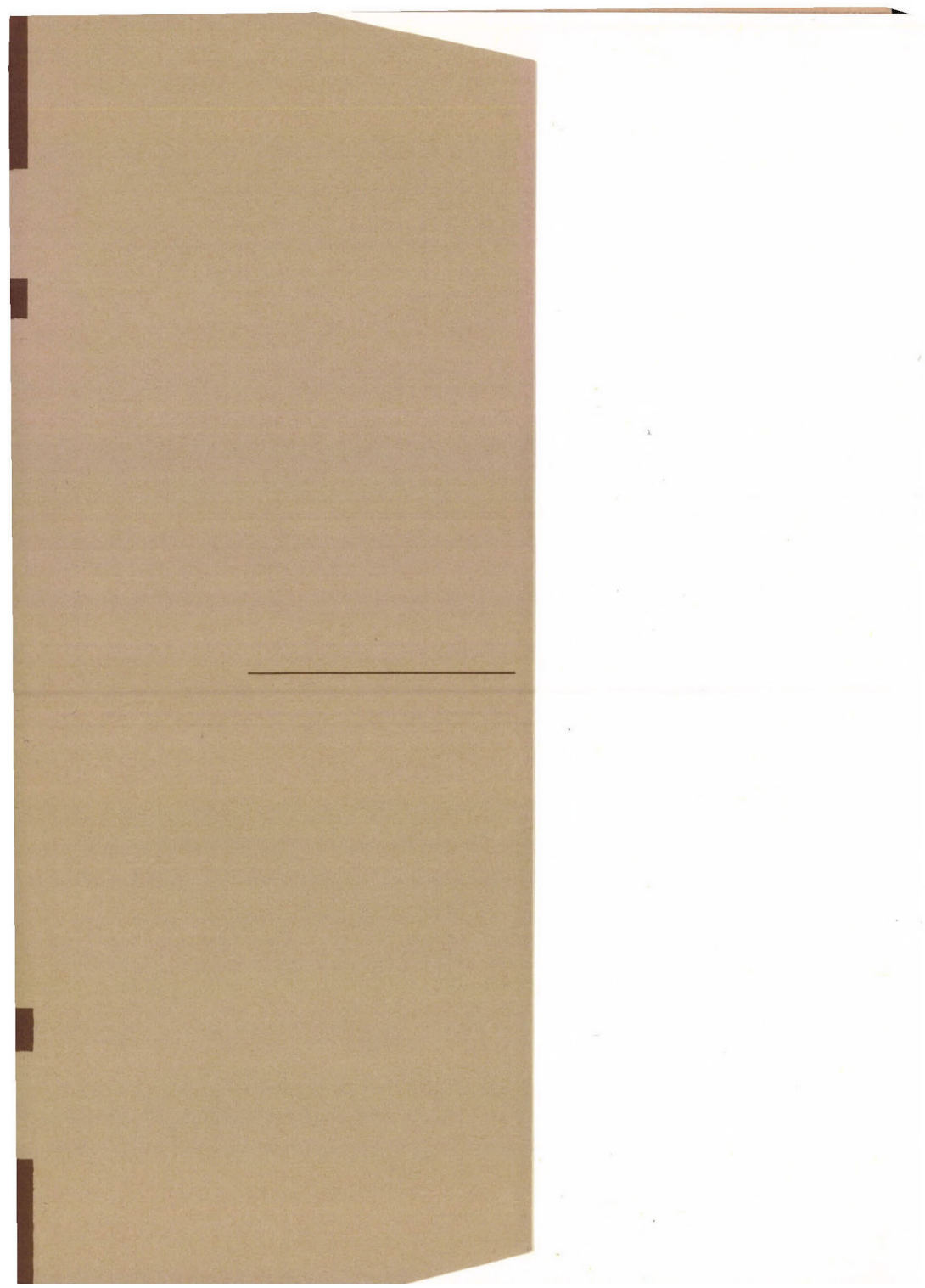
TUSCHÁK RÓBERT

EGYKIMENETŰ RENDSZEREK
SZABÁLYOZÁSI STRUKTÚRÁI



107

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST



ÉRTEKEZÉSEK
EMLÉKEZÉSEK

ÉRTEKEZÉSEK EMLÉKEZÉSEK

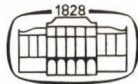
SZERKESZTI
TOLNAI MÁRTON

TUSCHÁK RÓBERT

EGYKIMENETŰ RENDSZEREK
SZABÁLYOZÁSI STRUKTÚRÁI

AKADÉMIAI SZÉKFOGLALÓ

1991. NOVEMBER 19.



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

A kiadványsorozatban a Magyar Tudományos Akadémia
1982. évi CXLII. Közgyűlése időpontjától megválasztott rendes
és levelező tagok székfoglalói — önálló kötetben — látnak
napvilágot.

A sorozat indításáról az Akadémia főtitkárának 22/1/1982.
számú állásfoglalása rendelkezett.

ISBN 963 05 6537 4

Kiadja az Akadémiai Kiadó
1117 Budapest, Prielle Kornélia u. 19—35.

© Tuschák Róbert, 1993

Minden jog fenntartva, beleértve a sokszorosítás, a nyilvános
előadás, a rádió- és televízióadás, valamint a fordítás jogát,
az egyes fejezeteket illetően is.

Printed in Hungary

TARTALOM

1. Bevezetés	7
2. A rendszer leírása	8
3. Összefüggések a folytonos folyamatok átviteli és impulzusátviteli függvényei között	13
4. A kimenetről visszacsatolt szabályozási kör	15
4.1. Folytonos rendszerek visszacsatolása	16
4.2. Mintavételes rendszerek visszacsatolása	23
5. Állapot-visszacsatolás	30
5.1. Az állapot-visszacsatolás alapelve	30
5.2. Állapot-visszacsatolás állapotbecsléssel	34
5.3. Folytonos rendszer állapot-visszacsatolása állapotbecsléssel	36
6. Összefoglalás	42
7. Függelék	45
8. Irodalom	50

1. BEVEZETÉS

Az automatikus szabályozás feladata az, hogy a szabályozott folyamatot — a szabályozott szakaszt — a kívánt céloknak megfelelően működtesse, és minden olyan külső és belső hatást szüntessen meg, amely a cél elérését gátolja. A célt általában az alapjel testesíti meg, amelyet a folyamat kimenő jelének minél tökéletesebben követni kellene.

Ez ellen hatnak azonban a folyamat tehetetlensége, valamint a külső zavaró jelek.

A cél eléréséhez olyan beavatkozó jelre van szükség, amely csökkenteni igyekszik a tehetetlenség okozta időkésést és kompenzálja a zavarokat.

A beavatkozó jelet a szabályozó generálja, ezért a szabályozó rendszertechnikai méretezése a szabályozástechnika kardinális kérdése. A koncepciók fejlődése különböző szabályozási struktúrákhoz vezetett, amelyek méretezésére rendkívül sok eljárás született. Az egyes módszerek különböző irányból közelítik a problémát, ezért részleteikben eltérőek, ugyanakkor azonban valamennyiben jelentkeznek az azonos célkitűzésekből származó közös nehézségek is.

A következőkben az egy kimenő változós, egy irányító bemenetű rendszerek szabályozási struktúrájának problémaköréről szeretnék áttekintő összefoglalást adni.

2. A RENDSZER LEÍRÁSA

Lineáris állandó paraméterű, folytonos rendszert az idő-, illetve a frekvenciatartományban az

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}u, \quad (1a)$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{X}, \quad (1b)$$

$$s\mathbf{X}(s) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}u(s) + \mathbf{X}(0) \quad (1c)$$

állapot-differenciálegyenlet, illetve mintavételes az

$$\mathbf{X}(t+T) = \mathbf{A}^x\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}^xu(t), \quad (2a)$$

$$y(t) = \mathbf{C}^x\mathbf{X}(t) = \mathbf{C}\mathbf{X}(t), \quad (2b)$$

$$z\mathbf{X}(z) = \mathbf{A}^x\mathbf{X}(z) + \mathbf{B}^xu(z) + z\mathbf{X}(0) \quad (2c)$$

rekurzív formában megadott állapot-differenciaegyenlet írja le. Itt \mathbf{X} , $\mathbf{X}(s)$, $\mathbf{X}(z)$ az állapotvektor, u és y az irányító és a kimenő jelek, amelyek az egy bemenetű, egy kimenetű rendszerben skalárok, T a mintavételezési lépésköz. A folytonos és mintavételezett rendszer paramétermatrixai közötti összefüggés:

$$\mathbf{A}^x = e^{\mathbf{A}T}, \quad \mathbf{B}^x = \mathbf{A}^{-1}(e^{\mathbf{A}T} - \mathbf{I})\mathbf{B}. \quad (3)$$

A rendszer irányítható és megfigyelhető részében az állapot-egyenletekkel egyenrangúak a különböző jelek közötti átviteli függvények, amelyeket a következő formában használunk:

a) Folytonos rendszerre:

$$\begin{aligned} w(s) &= k \frac{M(s)}{N(s)} = k \frac{(s + \sigma_1) \dots (s + \sigma_m)}{(s + s_1) \dots (s + s_n)} = \\ &= k \frac{s^m + m_{m-1}s^{m-1} + \dots + m_0}{s^n + n_{n-1}s^{n-1} + \dots + n_0}. \end{aligned} \quad (4)$$

Itt $M(s)$ és $N(s)$ az s változó m , illetve n fokszámú polinomjait jelölik, amelyekben a legmagasabb s hatvány együtthatója egységnyi (monikus). A realizálhatósági feltétel: $m \leq n$.

b) Mintavételes esetben, ha a holtidő a lépéskör egész számú többszöröse:

$$w(z) = z^{-\kappa} k^x \frac{M(z)}{N(z)} = z^{-\kappa} k^x \frac{(z - \zeta_1) \dots (z - \zeta_m)}{(z - z_1) \dots (z - z_n)}. \quad (5a)$$

A negatív z hatványokkal:

$$\begin{aligned} w(z^{-1}) &= z^{-(\kappa+n-m)} k^x \frac{(1 - \zeta_1 z^{-1}) \dots (1 - \zeta_m z^{-1})}{(1 - z_1 z^{-1}) \dots (1 - z_n z^{-1})} = \\ &= z^{-g} k^x \frac{M(z^{-1})}{N(z^{-1})}, \end{aligned} \quad (5b)$$

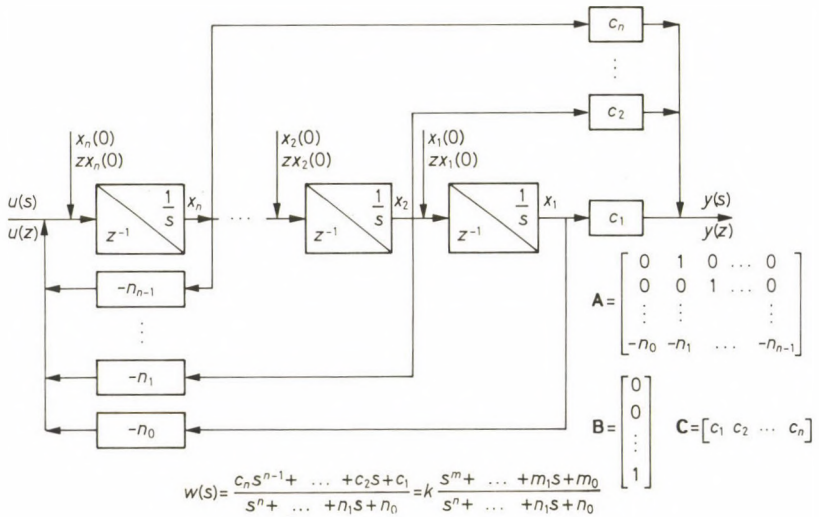
ahol az $M(z^{-1})$ és $N(z^{-1})$ polinomok konstans tagjai (z^0 hatványú tagok) egységnyiek, κ a holtidő és a lépéskör hányadosa.

σ_i és ζ_i az átviteli függvény zérushelyei, s_i , illetve z_i pólusai, amelyek valósak vagy páronként előforduló konjugált komplex értékek.

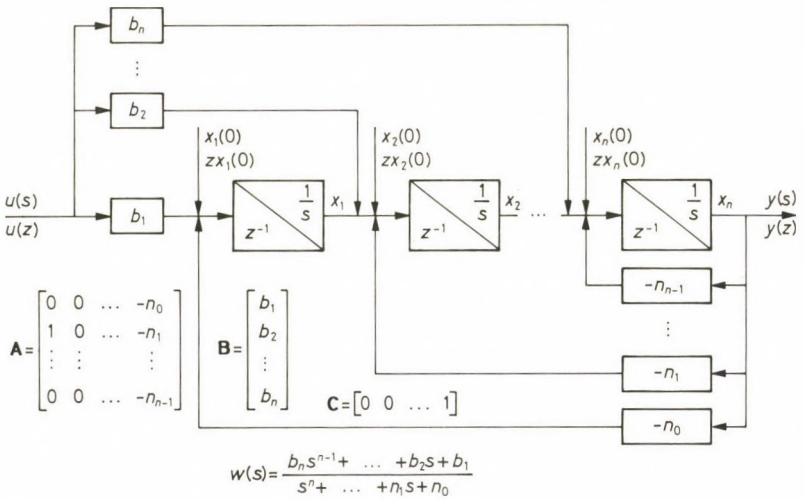
A rendszer pillanatnyi állapotát a rendszerben levő tároló típusú tagok jeltartalma szabja meg, így az állapotvektor koordinátái az ezeket modellező integrátorok ($1/s$ művelet), illetve késleltető tagok (z^{-1} művelet) kimenő jeleinek a kombinációi. A koordináták kiválasztásától függően ugyanazt a rendszert különböző **A**, **B**, **C** paramétermátrixok írják le, míg a ki- és a bemenő jelek közötti $w(s)$ átviteli függvény koordináta független.

A megfigyelhető és irányítható rendszer legfontosabb állapotváltozós alakjai a következők:

a) *Irányíthatósági alak (1. ábra)*: Jellegzetessége, hogy az irányító jel csak az x_n állapotváltozó bemenetére hat, és a többi állapotváltozó ugyanide van visszacsatolva. Az **A** mátrix utolsó sorában a karakterisztikus polinom együtthatói állnak.



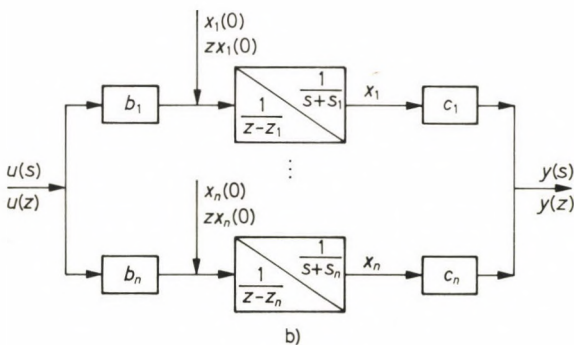
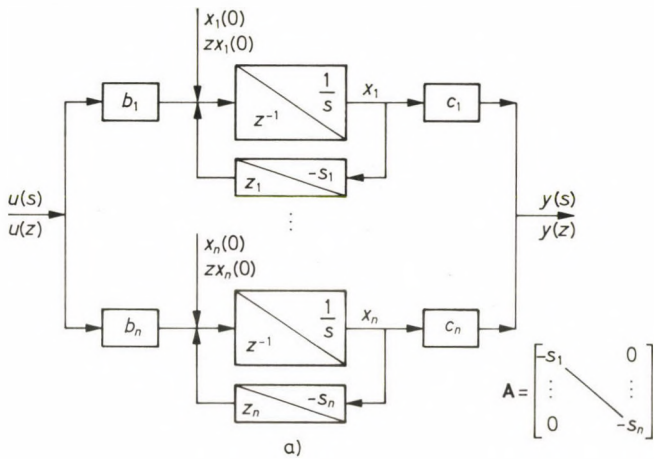
1. ábra



2. ábra

b) *Megfigyelhetőségi alak* (2. ábra): Jellegzetessége, hogy az x_n állapotváltozó a kimenő jellel azonos, és valamennyi állapotváltozó bemenetére vissza van csatolva. Az u irányító jel ugyancsak hat az összes állapotváltozó bemenetére. Az A mátrix utolsó oszlopa a karakterisztikus egyenlet együtthatóiból áll.

c) *Kanonikus alak* (3a. ábra): Jellegzetessége, hogy ha a karakterisztikus egyenlet gyökei egyszeresek, az állapotváltozók elkülönülnek egymástól. Az A mátrix diagonál, amelynek főátló-



3. ábra

jában a karakterisztikus egyenlet gyökei — a rendszer pólusai — állnak. Az állapotváltozók ezekhez a pólusokhoz kötötten jelennek meg, mint az alaptagok visszacsatolásából származó egytárolós tagok kimenő jelei (3b. ábra). Ilyen értelemben beszélhetünk az állapotváltozók helyett pólusokról (pl. irányítható vagy megfigyelhető pólusok).

3. ÖSSZEFÜGGÉSEK

A FOLYTONOS FOLYAMATOK ÁTVITELI ÉS IMPULZUSÁTVITELI FÜGGVÉNYEI KÖZÖTT

Mintavételes szabályozási körökben az irányító jel diszkrét jel, amelyet csak tartószerven keresztül lehet ráadni a folytonos működésű folyamatra. A tartószervvel kiegészített folyamat diszkrét jelekkel szembeni viselkedését az impulzusátviteli vagy diszkrét átviteli függvény írja le. Ha a folyamat kimenete és bemenete között nincs időkésés nélküli arányos csatorna, a folytonos és a diszkrét átviteli függvények:

$$w(s) = k \frac{(s + \sigma_1) \dots (s + \sigma_m)}{(s + s_1) \dots (s + s_n)} \quad m \leq n - 1, \quad (6a)$$

$$w(z) = k^x \frac{(z - \zeta_1) \dots (z - \zeta_m)}{(z - z_1) \dots (z - z_n)} \quad m = n - 1. \quad (6b)$$

A két függvény pólusai között egyértelmű kapcsolat van:

$$z_i = e^{-s_i T}. \quad (7a)$$

A diszkrét átviteli függvénynek, a folytonos átviteli függvény zérushelyei számától (m) függetlenül, mindig $(n - 1)$ zérushelye van. A zérushelyek között nincs a (7a)-hoz hasonló egzakt összefüggés, de léteznek közelítések, amelyek a gyakorlati esetekben helytállóak. Korábbi ez irányú vizsgálatainkból ezzel kapcsolatban a következő megállapításokra utalunk:

a) Az $(n - 1)$ diszkrét zérushely körül $(n - 1 - m)$ a negatív valós z tengelyre esik, így a (6b) számlálójában ugyanennyi $(z + \gamma)$ típusú gyöktényező jelenik meg, ahol γ pozitív. A maradék m zérushely vagy pozitív, vagy konjugáltjával párban megjelenő

pozitív valós részű komplex szám. Ezekre közelítőleg fennáll a

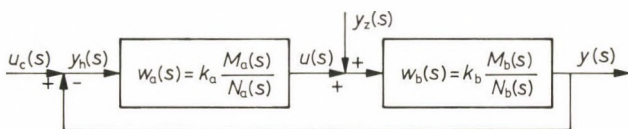
$$\zeta_i = e^{-\sigma_i T} \quad (7b)$$

összefüggés.

b) Ha a folytonos átviteli függvény nevezője és számlálója közötti fokszámkülönbség 2-nél nagyobb, akkor a diszkrét zérushelyek közül legalább egy inverzinstabil.

4. A KIMENETRŐL VISSZACSATOLT SZABÁLYOZÁSI KÖR

Az automatikus szabályozásnak a legkorábban — főleg fizikai megfontolások alapján — kialakult struktúrájában (4. ábra) a $w_b(s)$ átviteli függvényű szakasz u irányítójelét a $w_a(s)$ átviteli függvényű szabályozó az $y_h = u_c - y$ hibajel hatására generálja.



4. ábra

A szakaszra ható zavarokat az ábrán a szakasz bemenetére redukált y_z jel szimbolizálja. A zárt szabályozási körben akár az u_c alapjel-, akár a zavarójel-változás tranziens folyamatot indukál, amelynek lecsengése után áll be az új egyensúlyi állapot. A szabályozó feladata az, hogy a tranziens folyamatot előírt dinamikájúvá tegye. Biztosítania kell ezenkívül, hogy az új egyensúlyi állapotban a kimenő jel megegyezzen az alapjellel. A tranziensek dinamikája a zárt szabályozási kör pólusaival jellemezhető. Holtidő mentes rendszerekben ezeken keresztül elvileg tetszőleges működési sebesség előírható, de ennek kedvezőtlen következményei is lehetnek. A szabályozási szakaszt ugyanis csak a stacionáriusnál jóval nagyobb bemenő jellel lehet a saját pólusai által meghatározott természetes sebességnél sokkal gyorsabb működésre ösztönözni.

A zárt kör pólusainak a száma nem „a priori” adottság, hanem a szabályozó átviteli függvényétől is függ, amelyet a követési és zavarelhárítási koncepción kívül realizálhatósági szempontok is befolyásolnak. Ezért a szabályozó átviteli függvé-

nyét célszerű olyan részekből összerakni, amelyek egy általános tervezési eljárás keretében is helyet biztosítanak e sajátságok kifejezésére.

4.1. Folytonos rendszerek visszacsatolása

Fejezzük ki a szabályozó és a szakasz átviteli függvényét, a (4)-nek megfelelően, az alábbi módon:

$$w_a(s) = k_a \frac{M_a(s)}{N_a(s)} = k_a \frac{P(s)N'_b(s)}{D(s)H(s)M'_b(s)}, \quad (8a)$$

$$w_b(s) = k_b \frac{M_b(s)}{N_b(s)} = k_b \frac{R(s)M'_b(s)}{L(s)N'_b(s)}. \quad (8b)$$

Valamennyi nagybetű olyan polinomot jelent, amelyben a legnagyobb hatványkitevőjű tag együttthatója egységnyi. Jelöljük a polinomok fokszámát a nevükkel azonos kisbetűk ($p, h, d, n_a, m_a, n_b, m_b$).

A szabályozó reagálása a hibajel változásaira akkor a leggyorsabb, ha

$$m_a = n_a. \quad (9a)$$

A szakasz átviteli függvényében, ha a ki- és a bemenet között nincs közvetlen arányos csatolás,

$$m_b \leq (n_b - 1). \quad (9b)$$

A korábbiakban említett egyedi kötöttségek a $P(s), D(s), H(s)$ polinomok — amelyeknek gyökeiket s_{pi}, s_{di}, s_{hi} -vel fogjuk jelölni —, valamint az $L(s)$ és $R(s)$ útján fejezhetők ki.

A felnyitott és a zárt kör átviteli függvényei:

$$\begin{aligned} w_x(s) &= w_a(s)w_b(s) = k \frac{M_a(s)M_b(s)}{N_a(s)N_b(s)} = \\ &= k \frac{P(s)R(s)}{D(s)H(s)L(s)}, \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned}
 w(s) &= \frac{w_x(s)}{1 + w_x(s)} = k \frac{M_a(s)M_b(s)}{N_a(s)N_b(s) + kM_a(s)M_b(s)} = \\
 &= k \frac{P(s)R(s)}{D(s)H(s)L(s) + kP(s)R(s)} = k \frac{M(s)}{N(s)},
 \end{aligned} \tag{10b}$$

$$k = k_a k_b. \tag{10c}$$

Az alapjelre vonatkozó hibaátviteli függvény (a követési hibaátviteli függvény), illetve a zavaró jel hibaátviteli függvényei:

$$\begin{aligned}
 w_h(s) &= \frac{1}{1 + w_x(s)} = \frac{D(s)H(s)L(s)}{D(s)H(s)L(s) + kP(s)R(s)} = \\
 &= \frac{D(s)H(s)L(s)}{N(s)},
 \end{aligned} \tag{11a}$$

$$\begin{aligned}
 w_z(s) &= \frac{y(s)}{y_z(s)} = \frac{w_b(s)}{1 + w_x(s)} = \\
 &= k_b \frac{R(s)M'_b(s)D(s)H(s)}{N'_b(s)N(s)}.
 \end{aligned} \tag{11b}$$

Az $u_c(s)$ alapjel és az $y_z(s)$ zavaró jel az alábbi formájú:

$$u_c(s) = \frac{M_c(s)}{N_c(s)}, \quad y_z(s) = \frac{M_z(s)}{N_z(s)}. \tag{12}$$

Az alapjel és a zavaró jel együttes hatására keletkező hibajel:

$$\begin{aligned}
 y_h(s) &= u_c(s)w_h(s) - y_z w_z(s) = \\
 &= \frac{M_c(s)D(s)H(s)L(s)}{N_c(s)N(s)} - \\
 &- k_b \frac{M_z(s)R(s)M'_b(s)D(s)H(s)}{N_z(s)N'_b(s)N(s)}.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Az alapjel hatására fellépő irányító jel:

$$u_i(s) = u_c(s) w_h(s) w_a(s) = k_a \frac{P(s)L(s)N'_b(s)}{M'_b(s)N(s)}. \quad (14)$$

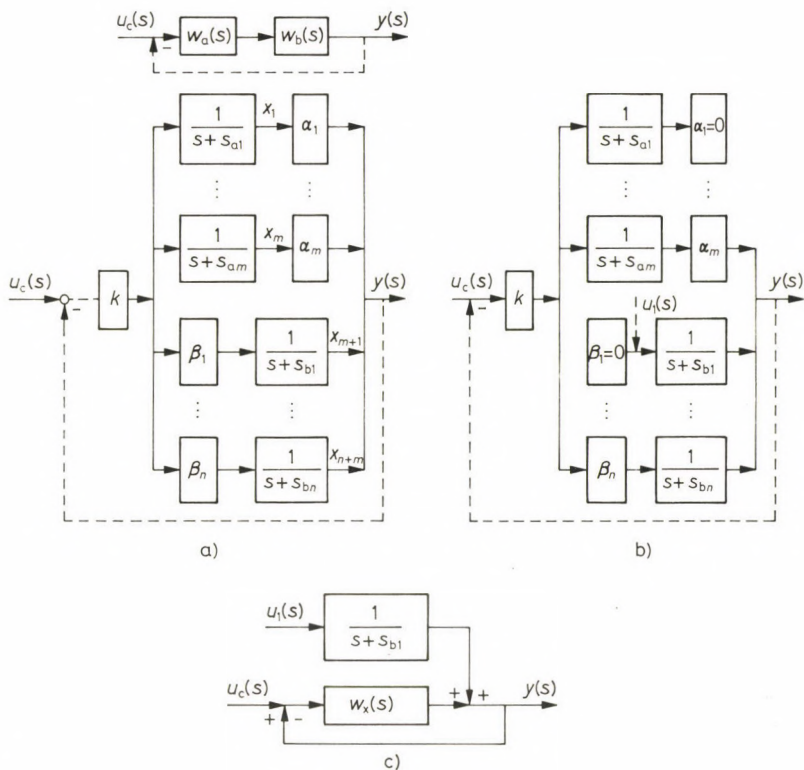
A felnyitott kör pólusai — feltéve, hogy a szakasz irányítható és megfigyelhető volt — $w_a(s)$ és $w_b(s)$ pólusaiból tevődnek össze, de csak azok jelennek meg a felnyitott kör $w_x(s)$ átviteli függvényében, amelyek irányíthatóak és megfigyelhetőek maradnak. Általában tehát *különbséget kell tenni a nyitott, illetve a zárt rendszer pólusai és az átviteli függvényeik pólusai között*. Ha a $w_a(s)w_b(s)$ szorzat számlálója és nevezője nem rövidíthető (nincsenek közös zérusai), akkor a felnyitott kör és a $w_x(s)$ átviteli függvény pólusai megegyeznek. A kanonikus állapotváltozókat az 5a. ábra illusztrálja. A pólusokat $w_x(s)$ nevezője jelöli ki, míg a számláló $M_a(s)M_b(s)$ polinomjának paraméterei — a nyitott rendszer zérushelyei — az α és β csatolásokat befolyásolják.

A megállapítás általános érvényű. *A rendszer pólusai a rendszer dinamikáját, a zérushelyei pedig a külvilággal való kapcsolatot határozzák meg.*

A k közös tényezőként valamennyi ágból kiemelhető.

Annak oka, hogy az α tényezők a szabályozó pólusai és a kimenő jel, míg a β tényezők a szakasz pólusai és a bemenő jel között teremtenek kapcsolatot, az, hogy a vizsgált elrendezésben a bemenőjel mindig hat a szabályozó pólusaira, így azok a zérushelyek változtatásával legfeljebb nem megfigyelhetőkké válhatnak, de mindig irányíthatók maradnak. Ugyanennek az ellentettje vonatkozik a szakasz pólusaira.

Ha a nyitott rendszer kimenetét az 5. ábrán szaggatott vonallal jelölt módon a bemenetre visszacsatoljuk, a zárt kör átviteli függvényének kialakításában valamennyi nyitott kör pólus részt vesz, így nevezőjének fokszáma megegyezik a nyitott kör pólusainak számával ($n = n_a + n_b$).



5. ábra

Ha az $M_a(s)M_b(s)$ és az $N_a(s)N_b(s)$ polinomoknak közös gyöktényezői vannak — a (8) egyenletekben $M'_b(s)N'_b(s)$ — ezekkel a (10a) egyenlet egyszerűsíthető, így $w_x(s)$ -ből $w_a(s)$ és $w_b(s)$ pólusainak egy része hiányzik. Kanonikus koordinátákban az egyszerűsítés úgy jelentkezik, hogy a megfelelő pólusok α , illetve β tényezői zérussá, maguk az érintett pólusok nem megfigyelhetővé, illetve nem irányíthatókká válnak. Nem jelennek meg sem $w_x(s)$ -ben, sem $w(s)$ -ben. A $w_s(s)$ nevezőjében lévő polinom fokszáma az előzőkhöz képest csökken ($n < (n_a + n_b)$).

Az 5b. ábra olyan esetet ábrázol, amikor a szabályozó s_{a1} pólusa a szakasz σ_{b1} zérushelyét, a szakasz s_{b1} pólusa viszont a szabályozó σ_{a1} zérushelyét kompenzálja ($n'_b = 1$, $m'_b = 1$), s_{a1} ezáltal nem megfigyelhetővé, s_{b1} pedig nem irányíthatóvá válik. A $w_x(s)$ és a $w(s)$ átviteli függvényeknek kettővel kevesebb pólusa lesz, mint a nyitott körnek.

Az említett két pólus azonban nem tűnik el. Az s_{a1} pl. az $y(s)$ jelből eltűnik ugyan, de az $u(s)$ jelben megfigyelhető, ezért jelenik meg a (14) egyenlet nevezőjében az $N(s)$ polinom mellett a szakasz kompenzált zérushelyeit tartalmazó $M'_b(s)$. Ez arra utal, hogy amikor az $y(s)$ jelből a zárt kör átviteli dinamikája szerint, gyakorlatilag már eltűnnek a tranziens összetevők, a rendszer még nem jut egyensúlyi állapotába, mivel a beavatkozó jel tranziensei még folytatódnak. Ez egyes esetekben tolerálható, más esetekben nem.

De ugyanígy az u beavatkozó jel felől nem irányíthatóvá vált s_{b1} pólus, ha egyéb úton — pl. a zavaró jeltől vagy a kezdeti értékektől — gerjesztést kap, a kimenő jelben érezhetővé válik (5c. ábra). Ezért jelenik meg a zavaró jel hibaátviteli függvényének nevezőjében $N(s)$ mellett a szakasz kompenzált pólusainak $N'_b(s)$ polinomja is. Mivel ennek értékeit nem lehet szabadon előírni, a zavaró jel hatása csak akkor tűnik el az előírt dinamika szerint, ha a szabályozó nem kompenzálja a szakasz pólusait ($N'_b(s) = 1$). Ennek azonban az az ára, hogy megnő a zárt kör átviteli pólusszáma. A zavaró jel valószínű keletkezési helyétől függően lehet tolerálni vagy elvetni a szakasz pólusainak teljes vagy részleges kompenzációját.

A kompenzálást egyéb szempontok is kizárhatják, pl. labilis pólusokat vagy zérushelyeket nem lehet közvetlenül kompenzálni, hiszen az e miatt keletkező nem irányítható vagy nem megfigyelhető labilis pólusok az egész rendszert labilissá teszik.

Mіндеzen szempontok figyelembevételére nyújtanak lehetőséget a (8) egyenletekben az $R(s)$, $L(s)$, illetve az $M'_b(s)$ és $N'_b(s)$ polinomok, amelyekkel előre rögzíthetők a szakasz nem kom-

penzálható, illetve kompenzálható zérushelyei és pólusai. Ezáltal megakadályozható, hogy egy szabályozó szintézis irreális eredményre vezessen.

A $D(s)$ polinom (8a egyenlet) szerepét a (13) egyenlet világítja meg. Csak akkor várható, hogy a zárt kör tranzienseinek lezajlása után hiba nélkül kövesse, illetve kűszöbölje ki az alapjelet, illetve a zavaró jelet, ha a hibajelben nem marad az $u(s)$, illetve $y_z(s)$ pólusai szerint változó stacionárius vagy kvázistacionárius összetevő, azaz a (13) nevezőjéből mind az $N_c(s)$ -t, mind az $N_z(s)$ -t el kell tüntetni. Ezt a mindkét tag számlálójában előforduló $D(s)$ oldja meg. $D(s)$ mindazon külső jelek pólusait tartalmazza, amelyre a hibamentes követést vagy zavarelhárítást előírtuk. A (10a) egyenlet alapján ez úgy is fogalmazható, hogy a szabályozás csak olyan bemenő jeleket képes kvázistacionárius vagy stacionárius állapotban hibamentesen követni, amelyeknek pólusai a $w_x(s)$ függvényben előfordulnak.

Ha $u_c(s)$ ugrásfüggvény, akkor $D(s) = N_c(s) = s + 0 = s$, tehát a felnyitott körbe be kell hogy kerüljön egy integráló tag.

A $H(s)$ és a $P(s)$ polinomok hordozzák azokat a szabad paramétereket, amelyekkel elérhető, hogy a zárt kör átviteli függvényeinek pólusai a kötöttségektől függetlenül előírhatók legyenek. A (10b) egyenlet szerint ugyanis

$$N(s) = D(s)H(s)L(s) + kP(s)R(s). \quad (15)$$

Az $N(s)$ polinom együtthatóit a zárt kör átviteli függvényeinek pólusai határozzák meg. A jobb oldalon a $P(s)$ és a $H(s)$ együtthatói és a k átviteli tényező a még nem rögzített paraméterek. Az átviteli függvénynek pólusai akkor írhatók elő tetszés szerint, ha a (15)-ből a nem rögzített paraméterek egyértelműen meghatározhatók.

A (15) egyenlőség polinom-összehasonlítás, amely az azonos hatványkitevőjű tagokra külön-külön elvégezhető. Ha így annyi egyenletet lehet kapni, mint az ismeretlenek száma, akkor a

feladat egyértelmű. Ez $N(s)$ meghatározott fokszámánál következik be, amikor $N(s)$ fokszáma ugyanakkora, mint $w_x(s)$ nevezőjéé (10a egyenlet):

$$n = d + h + l. \quad (16a)$$

A (15) egyenletből $(n + 1)$ összefüggés adódik az együtthatókra, amelyből azonban csak n használható az ismeretlen paraméterek meghatározására, mert a legnagyobb hatványkitevőjű tag együtthatói automatikusan megegyeznek. Az ismeretlenek száma $h + p + 1$, így (16a) figyelembevételével:

$$p = d + l - 1. \quad (16b)$$

Ugyanakkor a szabályozó számlálójának és nevezőjének azonos kell legyen a fokszáma. A (8a)-ból

$$p + n'_b = h + d + m'_b, \quad n'_b = n_b - l, \quad (16c)$$

így

$$h = n_b - 1 - m'_b = (n_b - 1 - m_b) + r. \quad (16d)$$

A (16a)-ból

$$n = (n_b - 1 - m_b) + r + l + d, \quad (16e)$$

n a zárt kör átviteli függvényének az a minimális pólusszáma, amelyet elő kell írni.

Ha a szakasznak sem a pólusait, sem a zérushelyeit nem kompenzálja a szabályozó ($l = n_b$, $r = m_b$), akkor a zárt rendszer és a zárt rendszer átviteli függvényének pólusai megegyeznek, és a (16e) ezek számát adja:

$$n = 2n_b - 1 + d. \quad (17a)$$

Ebből a szabályozótól származó pólusok száma:

$$p = n - n_b = n_b - 1 + d. \quad (17b)$$

Tételezzük fel, hogy a zárt kör valamennyi pólusát $-s_N$ -re választjuk. Ekkor

$$N(s) = (s + s_N)^n, \quad w(s) = k \frac{P(s)R(s)}{(s + s_N)^n}. \quad (18)$$

A beállítás annál gyorsabb, minél nagyobb az s_N , és minél kisebb az n . A tranziens lefolyását $w(s)$ számlálója erősen befolyásolja, mert differenciáló hatású. Minél magasabb a számláló fokszáma az $1/N(s)$ -ből származó időfüggvénynek annál magasabb rendű differenciálhányadosai szuperpolálódnak a $w(t)$ súlyfüggvényben, így annak erős túllendülése vagy lengése várható.

A szakasz zérushelyeinek és pólusainak részleges kompenzálása az átviteli függvényben megjelenő pólusok számát csökkenti, így n a (17a) szerinti maximális értékéhez képest csökken. A legkisebb értéket akkor éri el, amikor a szakasz összes pólusát és zérushelyét kompenzáljuk ($l=0$, $r=0$). Ha ekkor még $m_b = n_b - 1$ és $d=1$ is fennáll, a (16e)-ből és (16b)-ből:

$$n = 1, \quad p = 0, \quad (19)$$

így (18)-ből:

$$N(s) = s + s_N, \quad w(s) = \frac{k}{s + s_N}. \quad (20)$$

A két határeset között a kompenzálási lehetőségektől függően alakul a $w(s)$ függvény számlálójának és nevezőjének a fokszáma.

4.2. Mintavételes rendszerek visszacsatolása

Az előző pont gondolatmenete mintavételes rendszerekre is érvényes, amennyiben a (8)—(14) egyenletekben a $w(s)$ átviteli függvények helyett a $w(z)$ impulzusátviteli függvényeket, illetve a z változó polinomjait használjuk. Mintavételes rendszerekben a *holtidős tagok* is egyszerűen tárgyalhatók, ha a holtidő a *mintavételezési idő egész számú többszöröse*. Ekkor a szakasz impulzusát-

viteli függvénye:

$$w_b(z) = z^{-\kappa} \frac{M_b(z)}{N_b(z)} = \frac{M_b(z)}{z^\kappa N_b(z)}, \quad (21)$$

ahol κ a holtidő és a mintavételezési idő hányadosa.

A holtidős tagok bevonása változást okoz a (16) egyenletek szerinti fokszámokban, illetve a $P(z)$ polinom formájában. Ezért célszerűbb a z helyett a z^{-1} változót használni. Ezzel a szabályozó és a szakasz átviteli függvényei:

$$w_a(z^{-1}) = k_a^x \frac{M_a(z^{-1})}{N_a(z^{-1})} = k_a^x \frac{P(z^{-1})N'_b(z^{-1})}{D(z^{-1})H(z^{-1})M'_b(z^{-1})}, \quad (22a)$$

$$\begin{aligned} w_b(z^{-1}) &= z^{-(\kappa + n_b - m_b)} k_b^x \frac{M_b(z^{-1})}{N_b(z^{-1})} = \\ &= z^{-g} k_b^x \frac{R(z^{-1})M_b(z^{-1})}{L(z^{-1})N'_b(z^{-1})}, \end{aligned} \quad (22b)$$

$$g = \kappa + (n_b - m_b). \quad (22c)$$

$M(z^{-1})$, $N(z^{-1})$, $R(z^{-1})$ stb. z^{-1} hatványaiból álló polinomok, amelyekben a z^0 hatványkitevőjű (konstans) tag együtthatója egységnyi, értelmezésük pedig megegyezik a 4.1. ponttal. n_b és m_b az így értelmezett $M_b(z^{-1})$ és $N_b(z^{-1})$ polinomok fokszámait jelentik.

A zárt kör $w(z^{-1})$ átviteli függvényének pólusait tartalmazó $N(z^{-1})$ a (22a—b) egyenletek tagjaival a következő összefüggésben van:

$$N(z^{-1}) = L(z^{-1})H(z^{-1})D(z^{-1}) + z^{-g} k^x P(z^{-1})R(z^{-1}),$$

$$(23a)$$

ahol

$$k^x = k_a^x k_b^x, \quad (23b)$$

$$\begin{aligned} N(z^{-1}) &= (1 - z_1 z^{-1}) \dots (1 - z_n z^{-1}) = \\ &= 1 + n_1 z^{-1} + \dots + n_n z^{-n}, \end{aligned} \quad (23c)$$

z_1, \dots, z_n a $w(z)$ függvény pólusai. A (16) helyébe a következő összefüggések lépnek:

$\begin{aligned} p &= l + d - 1, \\ h &= x + (n_b - 1 - m_b) + r, \\ n &= x + l + d + (n_s - 1 - m_b) + r. \end{aligned}$	(24a—c)
---	---------

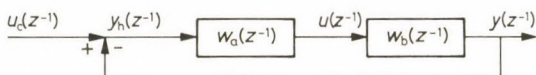
A betűk ugyanúgy, mint a (16) egyenletekben a megfelelő polinomok fokszámait jelzik a z^{-1} hatványai szerinti értelmezésben. A folytonos időkézéses szakaszok mintavételezésekor a 3. pont szerint $m_b = n_b - 1$, így a zárójelbe tett összeg ilyenkor zérus.

A mintavételes szabályozásnak néhány olyan sajátossága is van, amely a folytonos rendszerekben nem jelentkezik.

A mintavételes jelek a mintavételezési pontokban vannak értelmezve. A folytonos szakasz kimenő jele viszont a mintavételi pontok között is létezik, de a közbenső értékekről a mintavételezett kimenő jel nem szolgáltat információt, a mintavételi pontok közötti értékek a mintavételi pontokból nem megfigyelhetők. Ezért külön vizsgálatot igényel, hogy az alkalmazott szabályozási algoritmus nem okoz-e zavarokat a mintavételi pontok között.

A 3. pont szerint pl. a szakasz impulzusátviteli függvényében a z sík negatív tengelyére eső zérushelyek, azaz $(z + \gamma)$, illetve $(1 + z^{-1}\gamma)$, gyöktényezőkből álló polinomok is lehetnek. Ilyen tagok kompenzálása a mintavételi frekvencia felével oszcilláló gerjesztést okoz, amely a kimenő jelben a mintavételi pontok közötti hullámosságot idéz elő. Ezért az ilyen zérushelyeket akkor sem szabad kompenzálni, ha inverzstabilak is.

Tulajdonképpen ebből származik az irodalomban igen elterjedt vélemény, hogy az átviteli függvények zérushelyeit nem célszerű kompenzálni, mert akkor a szabályozó a beavatkozó szervet rángatja. Ez általában nem helytálló.



6. ábra

Mintavételes rendszerben a tranzienis jelek lecsengése véges időre is korlátozható. Ezek az ún. *véges beállású* rendszerek, amelyekben a szabályozó algoritmus olyan, hogy a bemenő jel hatására ébredő hibajel z^{-1} véges számú hatványát tartalmazó polinom formájában állítható elő. A 6. ábrán jelölt alapjel legyen:

$$u_c(z^{-1}) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} = \frac{C'(z^{-1})C''(z^{-1})}{D(z^{-1})}. \quad (25a)$$

Itt a számlálóbeli $C(z^{-1})$ polinom $C'(z^{-1})C''(z^{-1})$ alakú felbontásában $C'(z^{-1})$ a kompenzálható részt jelenti. $C'(z^{-1})$ zérushelyei feltétlenül az egységkörön belül kell hogy legyenek.

Legyen a szakasz átviteli függvénye a (22b) szerinti:

$$w_b(z^{-1}) = z^{-g} k_b^x \frac{R(z^{-1})}{L(z^{-1})N_b'(z^{-1})}. \quad (25b)$$

$R(z^{-1})$ és $L(z^{-1})$ jelenti a számlálónak és a nevezőnek szabályozóval nem kompenzálható részeit. itt $R(z^{-1})$ a teljes számlálóbeli polinomot jelenti, mert a 4.1. pont szerint, ha a számláló bármely tényezőjét kompenzálják, az pólusként megjelenik az $u(z^{-1})$ beavatkozó jelben, így az véges számú lépésben nem érheti el egyensúlyi értékét.

A $w_h(z^{-1})$ hibaátviteli függvénynek egyrészt ki kell küszöbölnie az $u_c(z^{-1})$ bemenő jel pólusait, másrészt a szakasz

$L(z^{-1})$ közvetlenül nem kompenzálható részét is semlegesítenie kell a zárt körben. Legyen ezért

$$w_h(z^{-1}) = \frac{D(z^{-1})L(z^{-1})H(z^{-1})}{C'(z^{-1})}. \quad (25c)$$

Ezzel a szabályozási kör jellemző függvényei:

$$y_h(z^{-1}) = u_c(z^{-1})w_h(z^{-1}) = C'(z^{-1})L(z^{-1})H(z^{-1}), \quad (25d)$$

$$\begin{aligned} w(z^{-1}) &= 1 - w_h(z^{-1}) = \\ &= \frac{C'(z^{-1}) - D(z^{-1})L(z^{-1})H(z^{-1})}{C'(z^{-1})}, \end{aligned} \quad (25e)$$

$$\begin{aligned} w_x(z^{-1}) &= \frac{w(z^{-1})}{w_h(z^{-1})} = \\ &= \frac{C'(z^{-1}) - D(z^{-1})L(z^{-1})H(z^{-1})}{D(z^{-1})L(z^{-1})H(z^{-1})}, \end{aligned} \quad (25f)$$

$$\begin{aligned} w_a(z^{-1}) &= \frac{w_x(z^{-1})}{w_b(z^{-1})} = \\ &= \frac{[C'(z^{-1}) - D(z^{-1})L(z^{-1})H(z^{-1})]N_b(z^{-1})}{D(z^{-1})H(z^{-1})z^{-g}k_b^x R(z^{-1})}. \end{aligned} \quad (25g)$$

Mivel sem a z^{-g} holtidős tag, sem $R(z^{-1})$ nem kompenzálhatók, így azok $w_a(z^{-1})$ nevezőjében sem szerepelhetnek. Ez úgy lehetséges, ha a számlálóból is kiemelhetők. Fenn kell tehát állnia a következő alapvető összefüggésnek:

$$C'(z^{-1}) - D(z^{-1})L(z^{-1})H(z^{-1}) = z^{-g}k^x R(z^{-1})P(z^{-1}).$$

(25h)

Itt $P(z^{-1})$ egyelőre ismeretlen együtthatójú polinom. Az egyenletnek akkor van egyértelmű megoldása, ha a belőle követ-

kező összefüggések száma megegyezik az ismeretlenek számával. Ez utóbbiak a $H(z^{-1})$ és a $P(z^{-1})$ polinom együtthatói és a k^x átviteli tényező. Ebből a 24(a—c) egyenletek szerinti fokszámok adódnak. A (25h) egyenletet visszahelyettesítve a (25e)-be és (25f)-be:

$$w(z^{-1}) = z^{-g} k^x \frac{P(z^{-1})R(z^{-1})}{C'(z^{-1})}, \quad (26a)$$

$$w_a(z^{-1}) = k_a^x \frac{P(z^{-1})N'_b(z^{-1})}{D(z^{-1})H(z^{-1})}, \quad (26b)$$

$$k_a^x = \frac{k^x}{k_b^x}. \quad (26c)$$

A kimenő jel és a beavatkozó jelek:

$$y(z^{-1}) = z^{-g} k^x \frac{C''(z^{-1})P(z^{-1})R(z^{-1})}{D(z^{-1})}, \quad (27a)$$

$$u(z^{-1}) = k_a^x \frac{C''(z^{-1})P(z^{-1})N'_b(z^{-1})L(z^{-1})}{D(z^{-1})}. \quad (27b)$$

Mindkét jel pólusai megegyeznek a bemenő jel pólusaival, a tranziensek lezajlása után olyan időfüggvény szerint változnak, mint a bemenő jel, tehát mindkettőben beáll a kvázistacionárius állapot. Mivel pedig $y_h(z^{-1})$ véges idő alatt eltűnik, ebben az állapotban már a $y = u_c$ egyenlőség áll fenn.

A $C'(z^{-1})$ tényező kiküszöbölése a $y_h(t)$ függvény lecsengési idejét rövidíti.

$C'(z^{-1}) = N(z^{-1})$ esetén a (23a) és a (25h) egyenletek megegyeznek. A véges beállítású rendszer akkor keletkezik, ha zárt kör átviteli pólusait speciálisan választjuk ki.

$C'(z^{-1}) = 1$ esetén $N(z^{-1}) = 1$, az $N(z)$ polinom összes zérushelye — a $w(z)$ függvény összes pólusa — zérus értékű (23c. egyenlet):

$$z_1 = z_2 = \dots = z_n = 0. \quad (28)$$

A (18) alapján az is látszik, hogy a véges beállású rendszer tehát annak a folytonos rendszernek a diszkrét határértéke, amelyben a zárt rendszer átviteli pólusai azonos értékűek és a végtelenhez tartanak. Folytonos esetben ez a határ nem realizálható, diszkrét esetben azonban igen. A két rendszer azonos jellege miatt várható, hogy kedvezőtlen viszonyok között ugyanazok az anomáliák jelentkezhetnek, mint amit a Függelékben, a 2. példában bemutatunk. A beállási időt $y_h(z^{-1})$ számlálójának fokszámai határozzák meg $((\kappa + r + l + c'')$ lépésköz). Ha a szakasz időállandói ehhez képest nagyok, akkor nagy beavatkozó jel és erős túllendülés várható. A kedvezőtlen hatásokat mérsékelni lehet nagyobb lépésközzel vagy olyan járulékos szabályozó tagok beiktatásával, amelyek több lépésre húzzák szét a beállítást, a $P(z^{-1})$ polinom fokszámának növelésével. Ehhez a (23a) egyenlet megoldásakor járulékos feltételekre van szükség. Szokásos feltétel az, hogy az u beavatkozó jel meghatározott számú intervallumban állandó legyen.

5. ÁLLAPOT-VISSZACSATOLÁS

5.1. Az állapot-visszacsatolás alapelve

A szabályozási rendszer tulajdonságai a kimenő jelben tükröződnek ugyan, de az állapotváltozóktól függenek. Ezért a szabályozónak az állapotváltozók mozgását kell befolyásolnia.

Lineáris rendszer mozgása három egymásra szuperálódó hatásból származik:

- az állapotváltozók kezdeti értékétől,
- az irányító bemeneten keresztül ható *alapjeltől* és
- a nem irányító bemeneten keresztül ható *zavaró jeltől*.

A külső bemenő jelek nélküli, magára hagyott rendszerben az állapotváltozók az egyensúlyi állapotukhoz közelednek. Ennek a mozgásnak a dinamikája alapvető jelentőségű, mert a legtöbb külső jel hatása az egyensúlyi állapot stacionárius vagy kvázistacionárius megváltoztatásaként fogható fel. Ha a rendszer kellő dinamikával képes az egyensúlyi helyzettől való eltérést megszüntetni, akkor automatikusan követi az említett jeleket, illetve megszünteti a hatásukat.

Az állapotváltozók befolyásolásának leghatásosabb módja azok visszacsatolása az irányító bemenetre. Ezáltal ugyanis olyan irányító jel jön létre, amely azonnal reagál bármelyik állapotváltozó változására, anélkül hogy megvárná, amíg az a kimenő jelben is érzékelhetővé válik. A visszacsatolással a rendszer dinamikája járulékos állapotváltozók beiktatása nélkül befolyásolható.

Az irányító bemenetére ható teljes irányító jel:

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{X} + u_c. \quad (29)$$

Ezzel az állapotegyenlet az időtartományban:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{X} + \mathbf{X}(0)\delta(t) + \mathbf{B}u_c = \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{X} + \mathbf{X}(0)\delta(t) + \mathbf{B}u_c, \end{aligned} \quad (30a)$$

illetve diszkrét formában:

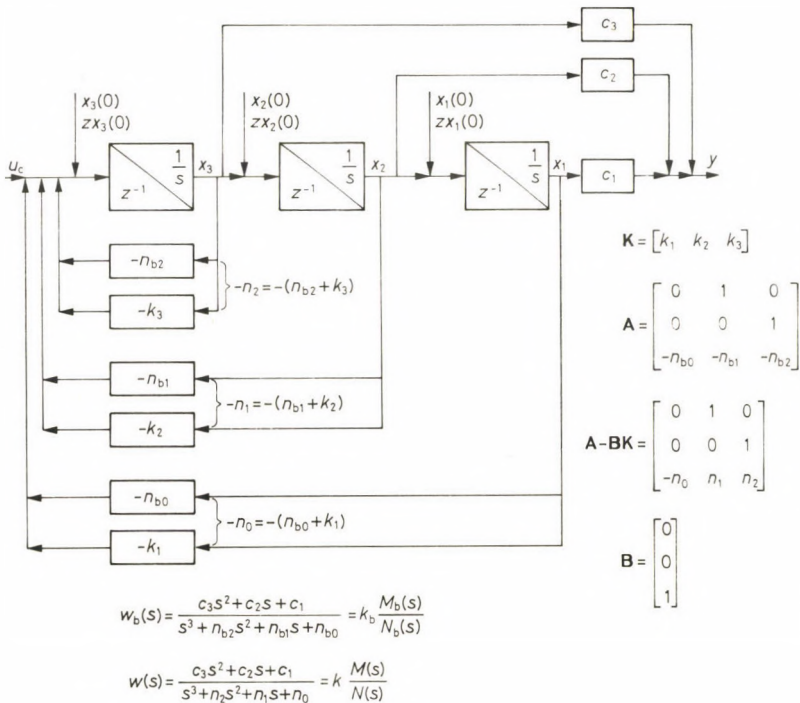
$$\mathbf{X}(t+T) = (\mathbf{A}^x - \mathbf{B}^x \mathbf{K}^x) \mathbf{X}(t) + \mathbf{B}^x u_c(t). \quad (30b)$$

Áttérve az s , illetve a z tartományra:

$$\mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK})^{-1} (\mathbf{X}(0) + \mathbf{B}u_c(s)), \quad (31a)$$

$$\mathbf{X}(z) = (z\mathbf{I} - \mathbf{A}^x + \mathbf{B}^x \mathbf{K}^x)^{-1} (z\mathbf{X}(0) + \mathbf{B}^x u_c(z)). \quad (31b)$$

\mathbf{K} , illetve \mathbf{K}^x a visszacsatoló tényezők sorvektorai. Az eredeti rendszer dinamikáját az \mathbf{A} , illetve \mathbf{A}^x mátrixok pólusai határozták meg, a visszacsatolt rendszerben ezek szerepét az $(\mathbf{A} - \mathbf{BK})$, illetve $(\mathbf{A}^x - \mathbf{B}^x \mathbf{K}^x)$ mátrixok pólusai veszik át.



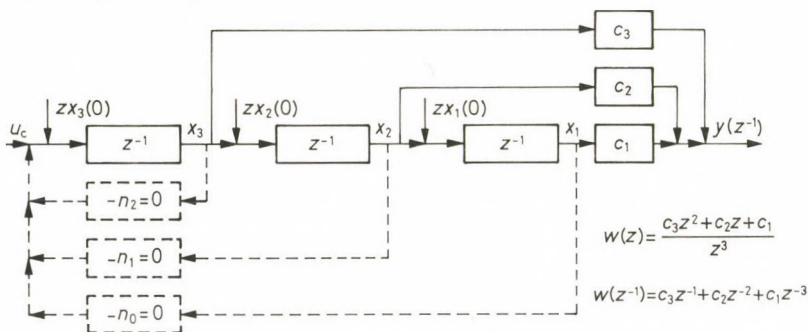
7. ábra

Az eljárás legegyszerűbben az irányítási kanonikus formában illusztrálható. A 7. ábra pl. egy három állapotváltozós folytonos rendszert tüntet fel. Ilyenkor maga az alaprendszer is az állapotváltozókról vett visszacsatolás formájában van megadva.

A mátrix karakterisztikus polinomjának együtthatóival azonos n_{b2} , n_{b1} , n_{b0} belső, valamint az ezekkel párhuzamosan kapcsolódó k_3 , k_2 , k_1 külső visszacsatolási tényezők eredői az $(\mathbf{A} - \mathbf{BK})$ mátrix $N(s)$ karakterisztikus polinomjának együtthatói. Mivel valamennyi állapotváltozó irányítható és megfigyelhető, a mátrixok karakterisztikus polinomjai azonosak az eredeti, illetve a visszacsatolt rendszer $w_b(s)$, illetve $w(s)$ átviteli függvényének $N_b(s)$, illetve $N(s)$ nevező polinomjaival.

$N(s)$ együtthatói \mathbf{K} elemeivel tetszőleges értékekre állíthatók. Pl. egy mintavételes rendszerben \mathbf{K}^x komponenseit az n_b visszacsatolási tényezőkkel azonos nagyságúra és ellentétes előjelűre választva a 8. ábra szerinti véges beállású rendszer jön létre. Ennek mindhárom pólusa a $z=0$ -nál van és a kezdeti értékek hatása három mintavételezési intervallum alatt eltűnik.

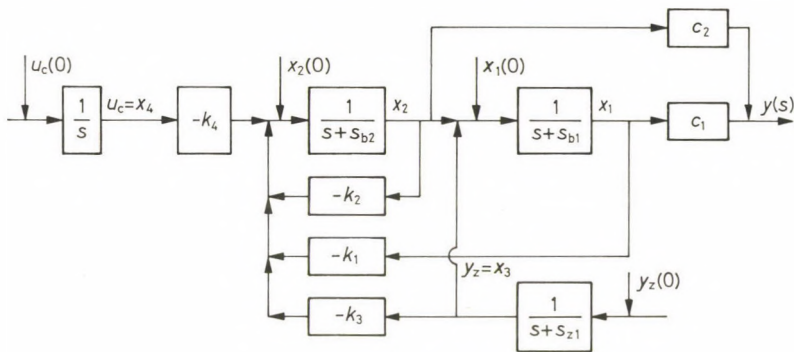
Az állapot-visszacsatolás csak azt biztosítja, hogy a rendszer előírt dinamikával megközelíti a stacionárius vagy kvázistacionárius egyensúlyi állapotot, de nem garantálja, hogy ez meg egyezzen a hibamentes követéshez vagy zavarelhárításhoz szükséges egyensúllyal.



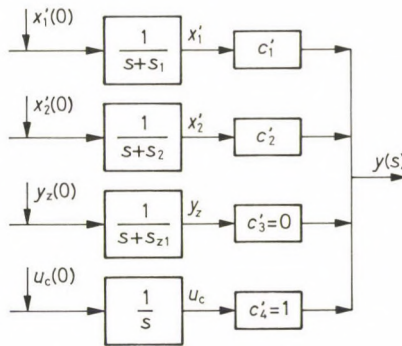
8. ábra

Az alapjel és a zavaró jelek egy szűrőhálózatnak kezdeti értékektől származó kimenő jelekként értelmezhetők. E szűrőhálózat pólusai alkotják az $u_c(s)$, illetve $y_z(s)$ jelek pólusait. A szűrőhálózatot is a rendszer részének tekintve, az így keletkező kibővített rendszer pólusai az eredeti rendszer pólusaiból, valamint a külső jelek pólusaiból tevődnek össze. A kibővített rendszerre alkalmazva az állapot-visszacsatolás elvét, elérhető a hibamentes követés, illetve zavarelhárítás.

Az elvet folytonos rendszerre a 9. ábra illusztrálja. Az egyszerűség kedvéért, mind $u_c(s)$, mind $y_z(s)$ egy-egy komponensből



a)



b)

9. ábra

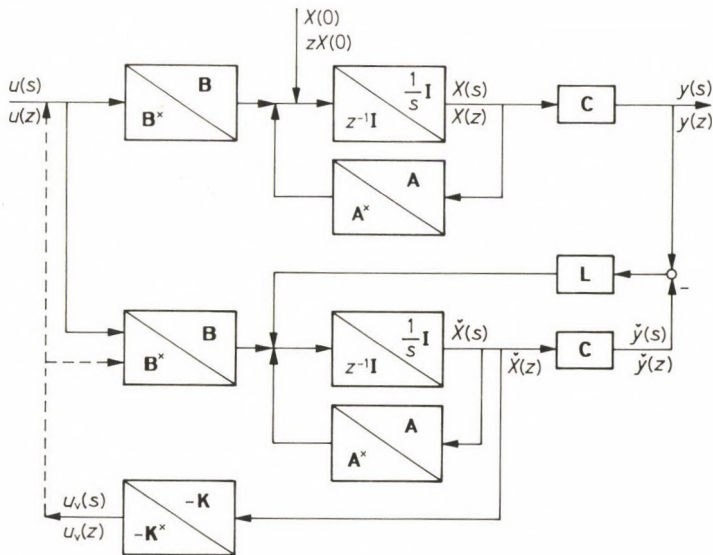
áll, y_z exponenciálisan csillapodik, így egy s_{z1} pólusú hálózat kimenő jeleként mint harmadik állapotváltozó az u_c ugrásfüggvény egy $s_c=0$ pólusú integrátor kimeneteként mint negyedik állapotváltozó csatlakozik a rendszerhez. Mivel x_3 és x_4 nem irányíthatók, a bemenetre csatolásuk valójában előreccatolás, amely a pólusaikat nem változtatja meg, csupán a kimenő jelben való súlyukat befolyásolja.

A visszacsatolt rendszer kanonikus koordinátáit a 9b. ábra mutatja. Az eredeti rendszer irányítható és megfigyelhető, pólusait a visszacsatolás s_1 -re, illetve s_2 -re módosítja, a hozzájuk tartozó x'_1 és x'_2 állapotváltozókat a kibővített rendszer kezdeti értékeinek valamilyen kombinációja gerjeszti ($x'_1(0)$, $x'_2(0)$). A további kanonikus koordináták az u_c és y_z jelek, amelyeknek c'_3 és c'_4 kimeneti súlyozását a k_3 , k_4 tényezőkkel lehet befolyásolni. Ha $c'_3=0$ és $c'_4=1$, a zavaró jel nem jelenik meg, míg az alapjel teljes egészében jelen van a kimenő jelben. Az x'_1 és x'_2 komponensek lecsengése után megvalósul a hibamentes követés és zavarelhárítás.

5.2. Állapot-visszacsatolás állapotbecsléssel

Az előző elvek eredeti formájukban nem valósíthatók meg, mert általában sem a rendszer, sem a zavaró jelek állapotváltozói nem hozzáférhetők, hanem a mérhető jelekből kell ezeket meghatározni. Ez mindenképpen járulékos időkésést jelent, mert ahhoz, hogy az állapotvektor egy értéke bármilyen módon megállapítható legyen, a kimenő jeleket előzőleg bizonyos ideig mérni kell.

Az állapotvektor meghatározásának az egyik módja a dinamikus állapotbecslés vagy állapotrekonstrukció, amelynek jól ismert általános alapelve a 10. ábrán látható. Az \mathbf{X} állapotvektor $\hat{\mathbf{X}}$ becslült értéke az eredeti rendszer paramétereivel szerkesztett, olyan modellhálózat állapotvektora, amely ugyanazt az u beme-



10. ábra

nő jelet kapja, mint az eredeti rendszer, valamint a becült \check{y} és mért y kimenő jel különbsége egy L csatolómátrixon keresztül, korrekciós visszacsatolásként jut az \check{X} bemenetére.

Mivel az ismeretlen kezdeti értékek a modellhálózatot nem gerjesztik, kezdetben a becslés eltér a tényleges értékektől. A korrekció igyekszik az eltérést a becslési rendszer saját dinamikája szerint eltüntetni.

a) Folytonos rendszerre:

$$\dot{\check{X}} = A\check{X} + Bu + L(y - C\check{X}) = (A - LC)\check{X} + Bu + Ly, \quad (32a)$$

$$\check{X}(s) = (sI - A + LC)^{-1}(Bu(s) + Ly(s)). \quad (32b)$$

b) Mintavételes rendszerre:

$$\check{X}(z) = (zI - A^x + L^x C)(B^x u(z) + L^x y(z)). \quad (32c)$$

$\tilde{\mathbf{X}}$ az $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$ mátrix pólusai által meghatározott dinamikával közeledik \mathbf{X} -hez. Az \mathbf{L} mátrixszal e pólusok szabadon beállíthatók. Az eljárás akkor értelmes, ha a becslési hiba \mathbf{X} állapotvektor változásához képest gyorsan eltűnik. A becslőhálózat rendszáma ez esetben megegyezik a rendszerével, pólusait az $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$ mátrix $N_0(s)$, illetve $N_0(z)$ karakterisztikus polinomja tartalmazza.

A becslés azáltal, hogy valamennyi állapotváltozóra kiterjed, egy felesleges lépést is tartalmaz, hiszen egyik állapotváltozó a mért y jelből közvetlenül is meghatározható, ezért csak a többi becslésére van szükség. Ehhez az előzőnél eggyel alacsonyabb rendű, ún. *redukált rendszámú becslőhálózat* is elegendő, amelynek karakterisztikus polinomja eggyel kisebb fokszámú.

Az állapot-visszacsatolás az állapotbecslés közbeiktatásával realizálható úgy, hogy \mathbf{X} helyett annak $\tilde{\mathbf{X}}$ becslt értékével képezzük a visszacsatoló jelet. A becslőhálózat járulékos pólusokat hoz a szabályozási körbe, de ezek az alapjel követésekor nem játszanak szerepet, mert a 10. ábra szerint tisztán az u jel hatására — kezdeti értékek nélkül — az eredeti rendszerben és a modellben azonos jelek ébrednek. Becslési hiba hiányában a becslőhálózat dinamikája sem érzékelhető.

5.3. Folytonos rendszer állapot-visszacsatolása állapotbecsléssel

A becslt állapotvektorból képezett visszacsatoló jel a (32b) szerint (10. ábra):

$$u_v(s) = -\mathbf{K}(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{LC})^{-1}(\mathbf{B}u(s) + \mathbf{L}y(s)). \quad (33a)$$

$u_v(s)$ az $u(s)$ és $y(s)$ jelekből egy-egy átviteli függvénnyel származtatható, amelyeknek a nevezője az $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$ mátrix $N_0(s)$ karakterisztikus polinomja, amelynek fokszáma a redukált rendű becslőhálózat esetén $n_b - 1$:

$$\begin{aligned}
 u_v(s) &= -w_u(s)u(s) - w_y y(s) = \\
 &= -k_u \frac{M_u(s)}{N_0(s)} - k_y \frac{M_y(s)}{N_0(s)}.
 \end{aligned}
 \tag{33b}$$

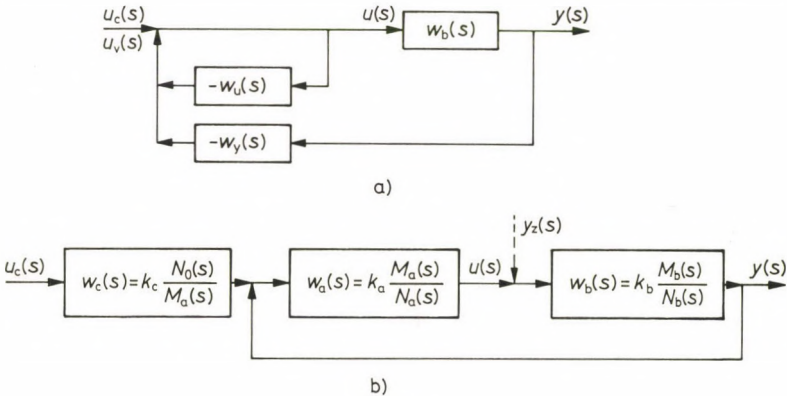
$M_u(s)$ és $M_y(s)$ az s változó monikus polinomjai. A szabályozás hatásvázlata a 11a. ábrán látható. $w_b(s)$ a szakasz (8b) szerinti átviteli függvénye. Az

$$u(s) = u_c(s) + u_v(s) \tag{33c}$$

összefüggés felhasználásával a vázlat a 11b. ábra szerinti hagyományosabb formára hozható:

$$\begin{aligned}
 u(s) &= \frac{1}{1 + w_u(s)} u_c(s) - \frac{w_y(s)}{1 + w_u(s)} y(s) = \\
 &= \frac{w_y(s)}{1 + w_u(s)} \left(\frac{1}{w_y(s)} u_c(s) - y(s) \right) = \\
 &= w_a(s) (w_c(s) u_c(s) - y(s)).
 \end{aligned}
 \tag{33d}$$

Az állapotbecsléssel realizált állapot-visszacsatolás a kimenet-ről visszacsatolt zárt szabályozási körrel és annak u_c oldali be-



11. ábra

menete elé kapcsolt $w_c(s)$ előszűrővel ekvivalens. A zárt körben a szabályozó $w_a(s)$ átviteli függvénye ismét a (8a) egyenlet szerinti alakban fejezhető ki. A (33b) és (33d) egyenletekből pedig

$$w_c(s) = k_c \frac{N_0(s)}{M_a(s)} = k_c \frac{N_0(s)}{P(s)N'_b(s)}. \quad (34a)$$

Itt $M_a(s)$ a szabályozó számláló polinomja.

A zavarelhárítást az biztosítja, ha az állapotvektor becslése a kibővített rendszer keretében a zavaró jel és a követésre kijelölt jelek állapotváltozóira is kiterjed.

A figyelembe vett jelek járulékos pólusokat hoznak a rendszerbe, ami a *11b. ábra* struktúrájában $w_z(s)$ -ben ($D(s)$ polinom), illetve az $N_0(s)$ polinom fokszámának növekedésében tükröződik.

Az $y(s)$ és $u_c(s)$ között átviteli függvény nem függhet a becslőhálózat pólusától, változatlanul tartalmazza viszont a szakasz nem kompenzálható zérushelyeit:

$$\begin{aligned} w(s) &= \frac{y(s)}{u_c(s)} = w_c(s) \frac{w_a(s)w_b(s)}{1 + w_a(s)w_b(s)} = \\ &= k_c k \frac{M'_b(s)R(s)N_0(s)}{N_a(s)N_b(s) + kM_a(s)M_b(s)} = \\ &= k_c k \frac{R(s)}{N_w(s)}. \end{aligned} \quad (34b)$$

Itt k a (10c) egyenlet szerinti érték. $N_w(s)$ zérushelyei alkotják a $w(s)$ átviteli függvény pólusait. Az egyenlet akkor teljesül, ha a bal oldal nevezőjéből $N_0(s)$ és $M'_b(s)$ kiemelhető, és ezzel a tört egyszerűsíthető:

$$N_a(s)N_b(s) + kM_a(s)M_b(s) = N_w(s)N_0(s)M'_b(s). \quad (35a)$$

A (8a—b) egyenletek jelöléseivel:

$$\begin{aligned} D(s)H(s)M'_b(s)L(s)N'_b(s) + kP(s)N'_b(s)R(s)M'_b(s) = \\ = N_w(s)N_0(s)M'_b(s). \end{aligned} \quad (35b)$$

$N'_b(s)$ a szakasz azon pólusainak polinomja, amelyeket a szabályozó kompenzálhat. Ehhez azonban ezek az $N_w(s)$ vagy az $N_0(s)$ polinomból is kiemelhetők kell hogy legyenek; azaz a szakasz pólusainak kompenzálására akkor kerül sor, ha a szakasz átviteli függvényének pólusai akár az $N_w(s)$, akár az $N_0(s)$ polinomoknak is gyökei.

Legyen például

$$N_w(s) = N'_w(s)N'_b(s). \quad (35c)$$

Visszahelyettesítve a (35b)-be, és az egyszerűsítéseket elvégezve

$$\boxed{N'_w(s)N_0(s) = D(s)H(s)L(s) + kP(s)R(s)}. \quad (35d)$$

A (15) egyenlettel összevetve a különbség csupán annyi, hogy a bal oldal két tényező szorzatára bomlik. A (15) egyenletben $N(s)$ a zárt rendszer azon pólusait jelentette, amelyet átviteli függvényeinek is pólusai maradtak. Jelen esetben $w_c(s)$ előszűrő miatt az átviteli függvényekben a rendszer pólusai nem azonos módon jelennek meg. Az alapjelre vonatkozó átviteli és hibaátviteli függvények csak az $N_w(s)$ -ben levő pólusokat, míg az egyéb átviteli függvények a teljes $N'_w(s)N_0(s)$ polinomban lévő pólusokat tartalmazzák. Ezért kell a két polinomot megkülönböztetni. Ennek megfelelően a (16e) egyenlet is úgy módosul, hogy az n a két részpolinom $n'_w + n_0$ eredő fokszámát mutatja.

$$\boxed{n'_w + n_0 = (n_b - 1 - m_b) + r + l + d}. \quad (36a)$$

Ettől eltekintve azonban az állapot-visszacsatolás is olyan struktúrára vezetett, amelyre a 4. pont valamennyi megállapítása továbbra is érvényes.

Ha a 11b. ábra szerinti elrendezést az állapotbecsléssel realizált állapot-visszacsatolásból származtatjuk, az N'_w és N_0 polinomoknak meghatározott jelentésük van. N_w az eredeti, N_0 a becslőhálózattól származó járulékos pólusok gyöktényezőiből áll. Ha az eredeti rendszernek sem a pólusai, sem a zérushelyei nincsenek a zárt rendszerben kompenzálva ($l=n_b$, $r=m_b$), akkor a zárt rendszer pólusai megegyeznek az $N_w(s)$ és $N_0(s)$ polinomok által reprezentált pólusokkal, amelyeknek együttes száma a (36a) szerint:

$$n_w + n_0 = 2n_b - 1 + d, \quad (36b)$$

ami megegyezik a (17a)-val. Ebből az eredeti rendszer n_b számú pólust generált, így

$$n_w = n_b, \quad n_0 = n_b - 1 + d. \quad (36c)$$

Ha akár a szakasz, akár a szabályozó valamelyik pólusa kompenzálódik, akkor ez nem vesz részt az átviteli függvény képzésében, úgy a (36a) szerinti összeg csökken. Ha a szakasz zérushelyei kompenzálódnak, az a járulékos pólusok számát redukálja, így $N_0(s)$ polinom n_0 fokszámát csökkenti, míg a szakasz pólusainak kompenzációja az $N_w(s)$ polinomot redukálja $N'_w(s)$ -re:

$$n_0 = n_b - 1 + d - m'_b, \quad n'_w = n_b - n'_b. \quad (37a)$$

Az eredő fokszám ismét akkor a legkisebb, ha a szakasz összes pólusát és zérushelyét kompenzáljuk. Ha ekkor még $m_b = n_b - 1$ és $d=1$, akkor a (19)-cel egyezően:

$$n'_w + n_0 = 1, \quad n'_w = 0. \quad (37b)$$

Ha a 11b. ábra szerinti elrendezést, mint a származtatásától elvonatkoztatott önálló struktúrát tekintjük, akkor az n_w és n_0

között az előzőek szerinti különbségtétel elveszti értelmét. A szakasz pólusai akkor is kompenzálódnak, ha nem az $N_w(s)$ -nek vannak a szakasz pólusaiból álló gyöktényezői. Ekkor a (35c) helyett az

$$N_0(s) = N'_0(s) N'_b(s) \quad (37c)$$

feltételezés is használható, sőt az előszűrő (34a) egyenlet szerinti átviteli függvénye a realizálhatóság határain belül egyéb tagokkal is bővíthető, amivel az alapjel-követési tulajdonságok befolyásolhatók.

Végül is a 11b. ábra szerinti struktúra a 4. ábra szerinti elrendezéssel szemben lehetővé teszi a szabályozó alapjel követési és a zavarszűrési viselkedésének egymástól való nagymértékű függetlenítését, ami a méretezést megkönnyíti.

6. ÖSSZEFOGLALÁS

Az előzőekben megmutattuk, hogy az egy kimenetű lineáris rendszerek (8) egyenlet szerinti szabályozási struktúrája egyaránt használható a közvetlen visszacsatolás, illetve az állapotbecsléssel kombinált állapot-visszacsatolás előírt dinamikájának és szabályozási tulajdonságainak megvalósítására.

A folytonos és a mintavételes rendszerek ebből a szempontból azonosan tárgyalhatók, sőt a véges beállású rendszerek sem képviselnek elkülönülő kategóriát, mivel szerves megfelelői azoknak a folytonos rendszereknek, amelyeknek átviteli függvényében az összes pólus azonos. A véges beállást az teszi lehetővé, hogy a digitális pólusáthelyező (PD jellegű) algoritmus kedvezőbb irányító jelalakot produkál, mint a folytonos algoritmus.

A tárgyalás során olyan szabályozó struktúrát kerestünk, amely előírt dinamikai adatoknak képes megfelelni, ezért a vizsgálatok involválták a pólus-előírási tervezési technikát (15, 16, 25 egyenletek).

Az explicit póluselőírás — mint minden előzetes előíráson alapuló tervezés — akkor vezet reális eredményekre, ha az előírások megfelelnek a rendszer adottságainak, ellenkező esetben azonban — ahogyan a 2. példa mutatja — formailag helyes, de gyakorlatilag használhatatlan megoldást is eredményezhet. Egyszerűen fogalmazva csak azt szabad előírni, ami reálisan megvalósítható, ehhez azonban bizonyos mértékig már ismerni kell a megoldást. A sok ismert méretezési eljárás különböző irányokból közelítve igyekszik olyan technikát találni, amely többé-kevésbé garantálja a követelmények realizálását is. Csak néhány példa:

A legrégebbi, de áttekinthetősége miatt mind a mai napig az egyik leghatásosabb eljárás a frekvenciamódszer, amely a zárt

kör pólusainak direkt rögzítése helyett a felnyitott kör frekvencia-karakterisztikáját alakítja ésszerűen, és ezzel indirekten definiálja a zárt kör pólusait. Különböző változataiban az intuíciót sem lehet mellőzni, ezért az algoritmizált tervezésre törekvés háttérbe szorította, de a fáktól az erdőt is látni szerető tervező számára mint nagyvonalú áttekintő módszer, ma is nélkülözhetetlen.

Az algoritmizált módszerei jellemző példái a dinamikus optimalizáló eljárások, amelyek a „ráfördítés” — a beavatkozás — és az „eredmény” — a szabályozási hiba — valamilyen formában kifejezett mértékei legelőnyösebb kompromisszumból határozzák meg a szabályozó egyes paramétereit, illetve ezen keresztül, indirekten, a zárt kör pólusait.

Az egyszerű négyzetes integrálkritériummal operáló paraméter-optimalástól a kvadratikus célfüggvény alapján optimalt állapot-visszacsatolásig sok változata ismert. Ez utóbbi meglehetősen bonyolult számításai miatt — pl. a Riccati-egyenlet megoldása — számítógépre orientált módszer, amelynek szoftverje ma már a szabályozástechnikai programcsomagok szerves része. A fő problémája az, hogy az optimum kialakításában figyelembe vett tényezők súlyozása, „a priori” ismérvek hiányában, intuitív. Ezért többszöri iterációval lehet a megfelelő megoldást megtalálni. Így azonban sokszor tulajdonképpen nem az optimális rendszert, hanem sokkal inkább olyan kritériumot keresünk, amellyel a nekünk tetsző rendszer optimálisnak minősíthető.

A tervezési eljárások a probléma interpretálásában is különböznek egymástól. Jellemző példa a sztochasztikus szabályozás-elmélet, amely a szabályozási kört érő hatásokat véletlenszerű jelekkel jellemzi. A bejövő jelek ingadozásai miatt a szabályozási kör állandóan tranziens állapotban van. Ezért a determinisztikus méretezésben használt fogalmi — pl. a tranziensek lecsengése — helyett statisztikus mutatókat — rendszerint a kovarianciafüggvényeket — kell használni. Az eltérő interpretáció azonban nem változtatja meg a szabályozási kör alapvető működését. Bár pl. a zavarvizsgálatokban a sztochasztikus felfogás sok esetben kö-

zelebb áll a valósághoz, mint egy determinisztikus zavaró jel feltételezése, a praktikusán kezelhető — legalább szakaszonként stacionárius — sztochasztikus jelekre való szabályozóméretezés a kovarianciafüggvényeken keresztül ekvivalens determinisztikus eljárásra vezethető vissza. Így a 4. pont eredményei, megfelelő ekvivalenciával a sztochasztikus rendszerekre is érvényesek. Pl. az irodalomban egy időben igen intenzíven tárgyalt minimális kimenő varianciájú szabályozás mintavételes formában egyetlen lépésköz alatt beálló, tehát a szakasz zérushelyeit és pólusait teljesen kompenzáló struktúrának felel meg.

Más kérdés, hogy ez minden egyébtől eltekintve is, éppen az esetek zömében törvényszerűen inverz instabil zérushelyek miatt, technikai abszurdum.

Végül az ismertetett struktúrák implicit módon sok egyéb néven ismert elrendezést — belső modell, Smith-prediktor stb. — is magukban foglalják.

FÜGGELÉK

1. példa

Egy szabályozott szakasz átviteli függvénye:

$$w_b(s) = \frac{0,2}{(s+0,2)(s+1)}.$$

Tehát

$$M_b(s) = R(s) = M'_b(s) = 1.$$

Tételezzük fel, hogy a zárt kör átviteli függvényének valamennyi pólusát $s = -2$ -re írjuk elő:

$$N(s) = (s+2)^n.$$

Az n fokszám a kompenzációs feltételektől függ. Legyen a követelmény az, hogy az *ugrásfüggvény alakú alapjel* stacionárius követési hibája zérus. Így

$$D(s) = s, \quad d = 1.$$

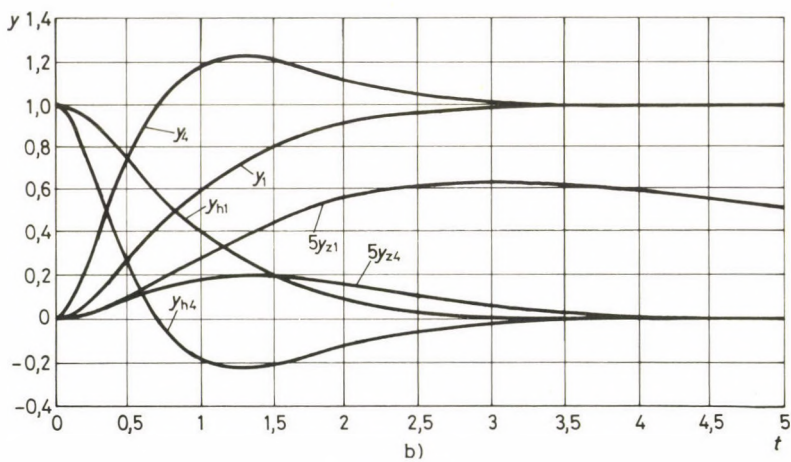
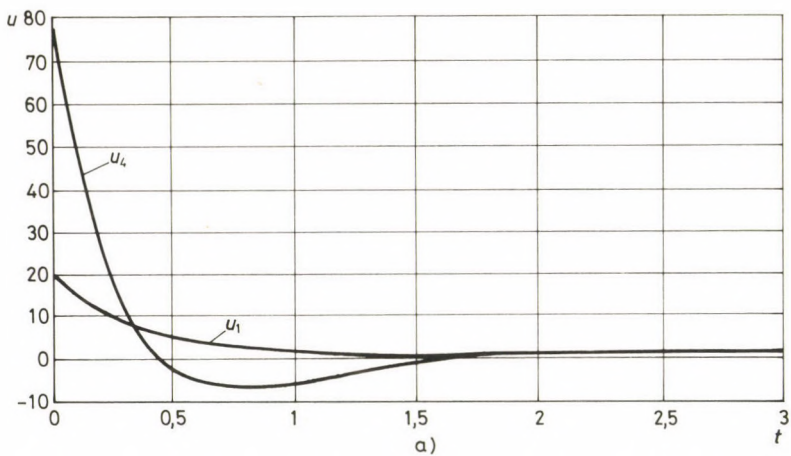
1. Ha a szakasz mindkét pólusa kompenzálható ($L(s) = 1$, $l = 0$), akkor a (8), (15) és (16) egyenletek alapján:

$$n = 2,$$

$$w_a = 20 \frac{(s+0,2)(s+1)}{s(s+4)},$$

$$w = \frac{4}{(s+2)^2}.$$

A jelátviteli tulajdonságokat a *12a—b. ábrák* szemléltetik. Az y_1 , y_{1h} és u_1 az alapjel hatására képződő kimenő jel, hibajel és beavatkozó jel, míg y_{z1} a 4. ábrán jelölt y_z , *ugrás alakú zavaró jel* hatására ébredő kimenő jel.



12. ábra

2. Ha a szakasz pólusai közvetlenül nem kompenzálhatók ($l=2$), akkor az előző adatok az alábbiakra módosulnak:

$$n = 4,$$

$$w_a = 78,2 \frac{s^2 + 1,959s + 1,023}{s(s+6,8)},$$

$$w = 15,64 \frac{s^2 + 1,959s + 1,023}{(s+2)^4}.$$

A 12. ábrákon az y_4 , y_{h4} , u_4 , y_{z4} jelű görbék szemléltetik a szabályozási folyamatot.

A zárt kör pólusának az előírása egyik esetben sem vezetett irreális eredményre, bár a második esetben a beavatkozó jel kezdeti értéke erősen megnövekedett.

2. példa

A szabályozott szakasz átviteli függvénye:

$$w_b(s) = 0,4 \frac{s+0,5}{(s+0,2)(s+1)}.$$

Legyen a zárt kör átviteli függvények valamennyi pólusa ismét $s = -2$ -nél

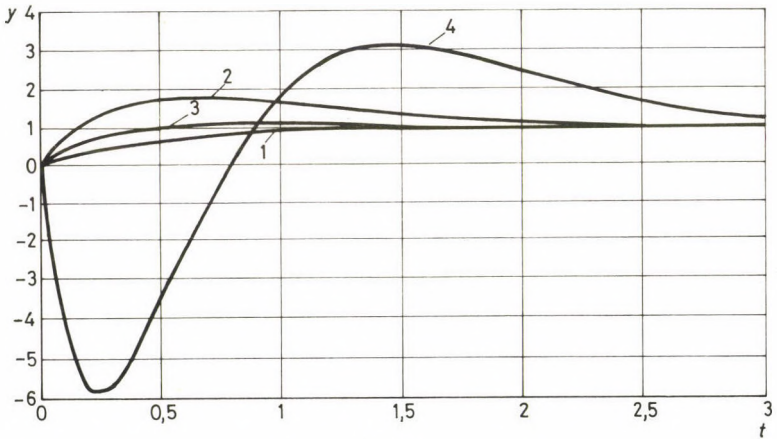
$$N(s) = (s+2)^n.$$

A szabályozó és a zárt kör átviteli függvényei a mellékelt 1. táblázatban, az ugrásjel alakú alapjel által keltett kimenőjeleket a 13. ábrában a következő esetekre határoztuk meg:

1. $w_b(s)$ számlálója és nevezője közvetlenül kompenzálható ($n=1$),
2. $w_b(s)$ nevezője kompenzálható, a számlálója nem ($n=2$),
3. $w_b(s)$ zérushelye kompenzálható, pólusai nem kompenzálhatók ($n=3$),

1. táblázat

n	$w_a(s)$	$w(s)$
1	$5 \frac{(s+0,2)(s+1)}{s(s+0,5)}$	$\frac{2}{s+2}$
2	$20 \frac{(s+0,2)(s+1)}{s(s-4)}$	$8 \frac{s+0,5}{(s+2)^2}$
3	$12 \frac{s^2+2,458s+1,667}{s(s+0,5)}$	$4,8 \frac{s^2+2,458s+1,667}{(s+2)^3}$
4	$-153 \frac{(s+0,979)(s-0,534)}{s(s+6,8)}$	$-61,2 \frac{(s+0,979)(s-0,534)(s+0,5)}{(s+2)^4}$



13. ábra

4. $w_b(s)$ számlálója és nevezője sem kompenzálható ($n=4$).

A zárt kör pólusainak előírása, amennyiben $w_b(s)$ zérushelye nem kompenzálható, irreális eredményre vezet. A 2. esetben a szabályozónak labilis pólusa van, amelyet a zárt kör képes stabi-

lizálni, de aligha tekinthető ésszerűnek a szabályozási célt labilis szabályozóval elérni. Egyébként az y görbe sem kedvező. Fokozottan vonatkozik ez a 4. esetre — amelyben a szabályozónak inverz labilis zérushelye van, és amelyben a követési tranziensek teljesen elfogadhatatlanok. Ez esetben a egyenlet szerinti előszűrő sem alkalmazható, mert labilis pólusai lennének.

Általában az ilyen típusú strukturális anomáliák akkor lépnek fel, ha a szakasz átviteli függvényének előírt pólusai jóval nagyobbak, mint a szakasz pólusai, és a szakasznak nem kompenzálható zérushelyei is vannak. Ha a zérushelyek kompenzálhatók, akkor az adottságokhoz nem jól illeszkedő póluselőírás elsősorban a beavatkozó jel erős megnövekedésében mutatkozik.

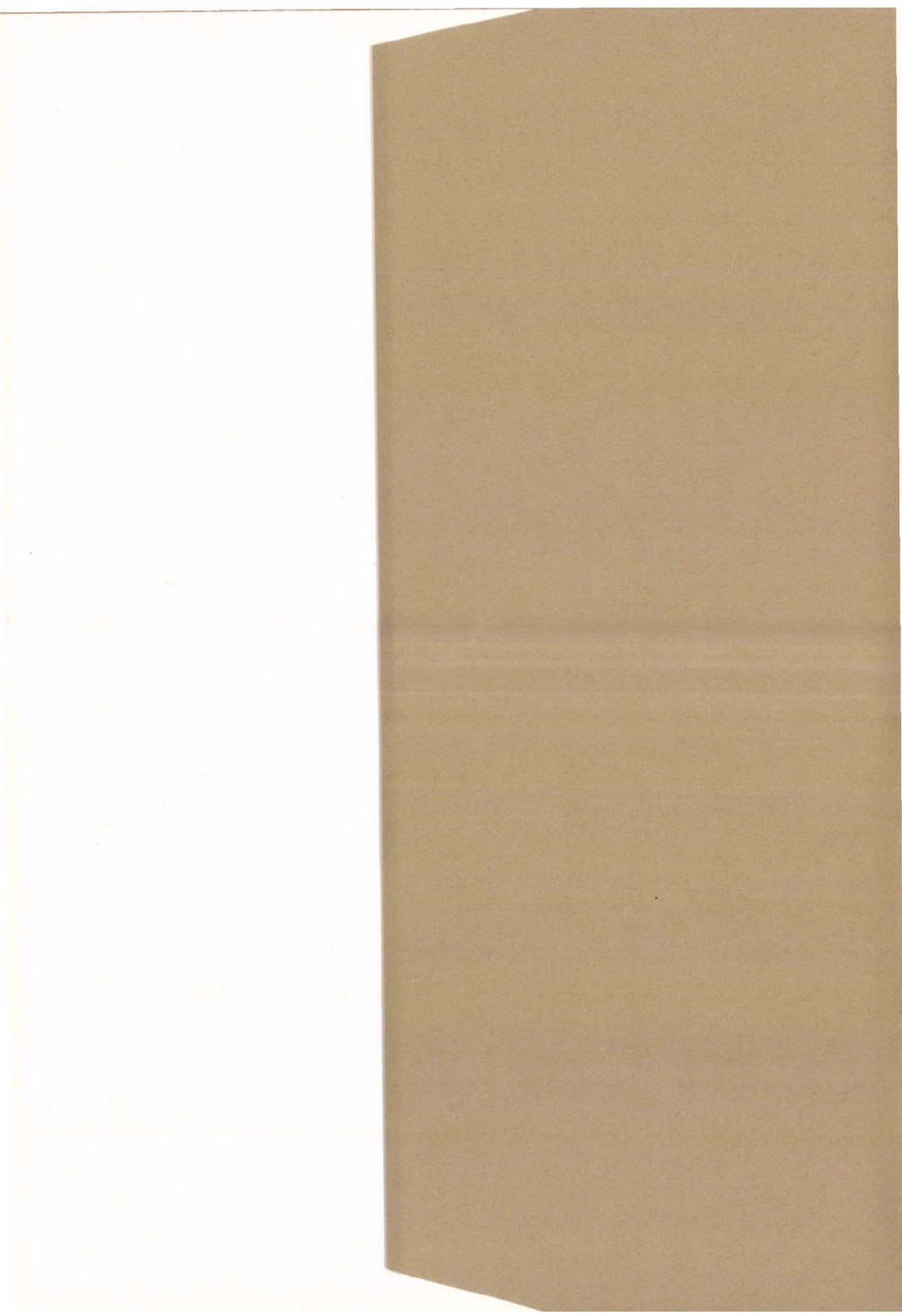
A szakasz diszkrét átviteli függvényének mindig vannak zérushelyei, a fenti megállapítás azonban azokra vonatkozik, amelyek a folytonos rendszerben is mutatkoznak (a pozitív valós részű zérushelyek).

Mivel a véges beállású rendszerek az említett kategóriába esnek, és zérushelyeiket nem szabad kompenzálni, várható, hogy ez a szabályozási mód, olyan folytonos szakaszok esetén, amelyek zérushelyei vannak, anomáliákhoz vezet.

8. IRODALOM

1. J. ACKERMANN: Sampled-Data Control System. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1985.
2. K. ÅSTRÖM—B. WITTENMARK: Computer Controlled Systems. Prentice-Hall Inc., New York, 1984.
3. D. FÖLLINGER: Regelungstechnik. AEG Telefunken, Berlin, Frankfurt am Main, 1980.
4. R. ISERMANN: Digitale Regelsysteme. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1977.
5. K. REINISCH: Analyse und Synthese Kontinuierlicher Steuerungssysteme. VEB Verlagstechnik, Berlin, 1979.
6. R. SCHÖNFELD: Digitale Regelung elektrischer Antriebe 2. Aufl. Verlag Technik GmbH, Berlin, 1990.

A kiadásért felelős
az Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat igazgatója
A nyomdai munkálatokat
az Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat végezte
Felelős vezető: Zöld Ferenc
Budapest, 1993
Nyomdai táskaszám: 21794
Felelős szerkesztő: Sente László
Műszaki szerkesztő: Kiss Zsuzsa
Kiadványszám: 136
Megjelent: 3,05 (A/5) ív terjedelemben
HU ISSN 0236-6258



Ára: 172,- Ft 10% áfával