A HANGREZGÉS INTENSITÁSÁNAK MÉRÉSÉRŐL.

IRTA

HELLER ÁGOST.

PEST,

EGGENBERGER FERDINÁND M. AKAD. KÖNYVÁRUSNÁL.

(HOFFMANN ÉS MOLNÁR.)

1870.

Nyomatott az „Athenaeum" Nyomdájában.

A Hangrezgés

intensitásának méréséről

Heller Ágosttól.

(Felolvastatott az 1870. nov. 7-iki osztályülésben.)

A Poggendorff-féle évkönyvek 134. kötetében Kirchhoff egy értekezése jelent meg, mely a hangsebességnek a levegő belső surlódása és melegvezetése által előidézett kisebbitését tárgyalja. Azon speciális esetben, ha a levegő, mely a hang terjedését eszközli, körhengeralakú csőben foglaltatik, az idézett értekezésben kifejtett elmélet eredménye az, hogy ezen kisebbités a cső átmérőjén és a hang magasságán kivűl még egy oly állandótól is függ, mely a levegő surlódását és melegvezetését magában foglalja. Ezen állandó meghatározására kísérletek még nem tétettek, úgy hogy értéke eddigelé megközelítőleg sem volt ismeretes.

A múlt évet a heidelbergi egyetemen töltvén, Kirchhofftól egy oly mérési módszer kivitelére nyertem ajánlatot, melylyel a hang erőssége közvetlenül meghatározható. Ezenkivűl említett tudós szíves volt e czélra azon elméletet is kidolgozni, minek segélyével a kérdéses állandó kiszámítható.

A hangrezgés erősségének megmérése többféleképen történhetik, lehet például a levegő feszélyének növekvését vagy fogyatkozását egy sípban a hullámdúczok helyein mérni; ezen eljárási módnak alkalmazását azonban szerző egy későbbi kísérletre fentartja magának. A jelen alkalommal leirandó kísérletben a hangerősség mérése másképen történt.

Egy fémcső nyilt végéhez közel hangvilla volt állítva, mely nyirettyűvel meghúzatván, a csőben levő léget együtthangzásra bírta. Hogy az a legnagyobb erélylyel történjék, a cső hangzó hossza mozgatható dugasz segélyével akkép volt változtatható, hogy a hullámhossznak majd egy, majd három negyedével egyezett. Egy harmadik esetben a cső hangzó hossza nem sokat különbözött az elsőleg említett maximális hatásnak megfelelő hossztól.

A csőben ily módon gerjesztett léghullámok egy közel levő resonatorra hatottak, melynek a cső felé fordított lapja hártyából állott, egyik oldala pedig — a belső és külső lég közti közlekedés eszközlése végett — át volt lyukasztva; e nyilás nagysága, valamint a resonator térfogata akkép választatván, hogy annak saját hangja a villáéval körülbelül megegyezett. A teljesebb összhangolást a hártya megfelelő feszítése által lehetett esz közölni.

Az észlelés közvetlen tárgyát egy üvegszál képezte, mely a resonator hártya-lapjának közepéhez ragasztott pálczikára akkép volt állítva, hogy hossza a hártya síkjához párhuzamos legyen.

Könnyen belátható már most, hogy a resonatorban támasztott hanghullámok az üvegszálat is rezgésbe hozván, módot és alkalmat nyujtottak e rezgés kitérésének megmérése által, a hang erősségét meghatározni.

A kivitel részleteit illetőleg a következők megemlítendők:

Hogy a rezgő üvegszál kitérése biztosan észlelhető és pontosan mérhető legyen, szükséges volt annak czélszerü megvilágitásáról gondoskodni. Ekkor ugyanis az üvegszál, rezgése közben, fénylő felületet írván le, végének kitérése jól kivehető és ophthalmometer segélyével megmérhető vala.

Minthogy azonban a mérést többször kellett ismételni, azért szükséges volt a kísérletet még akkép intézni, hogy a mérés mindig az együtthangzást okozó erő ugyanazon nagyságánál hajtassék végre. E czélból a hangvilla egyik ágára két rövid üvegszál volt egymáshoz közel s párhuzamosan állítva, a resonator pedig akkép helyezve, hogy ama két üvegszál és a hártya üvegszála az ophthalmometer látmezejében együttesen tünjék elő. — Ha most a hangvilla rezgésbe hozatott, akkor a rajta levő szálak hosszúkás fényes felületet írtak le, melyek eleinte részben födték egymást, a hangvilla bizonyos rezgésénél érintkeztek, azután pedig keskenyebbekké válván, egymástól eltértek.

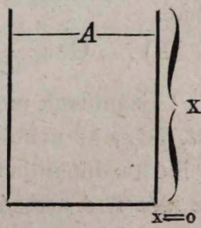
Azon mérések, melyek a kísérlet eredményét képezik, mindig oly időpontban történtek, midőn az imént említett érintkezés előállott. Egészben véve három mérési sorozatra volt szükség, a cső fentebb említett három hosszának megfelelőleg. Mivel azonban az elmélet a szál csak végtelen kis rezgéseire áll, ennek kitérése pedig 0,8 millimeterre ment, míg hosszasága csak 20 millimeter volt, kísérletek által kellett kipuhatolni, vajjon a szál kitérései aránylagosak-e a hangvilláéval. Kitünt ezekből, hogy az észlelések határain belől csakugyan aránylagosak.

Minthogy továbbá a hártya feszültsége hygroskopicus tulajdonságánál fogva, valamint a ruganyossági utánhatás következtében igen hamar változik, gondoskodni kellett, hogy a különböző csőhosszaságoknál történő mérések gyorsan ismételhetők legyenek, mi a dugattyú nyelének kellő helyre alkalmazott jelek által el volt érve. Hogy azonban biztosságot lehessen szerezni a felől, hogy a hártya feszültsége a mérésnek minden siettetése mellett sem változott, az első mérés mindig ismételtetett és csak azon adatok lettek felhasználva, melyeknél az ellenőrzési mérés az eredetivel összevágó leolvasást adott.

Következik Kirchhoff elmélete, melyből kitűnik, mikép lehet az imént leírt kísérlet utján nyert adatokból a kérdéses állandót a levegőre nézve meghatározni. Ezen elmélet közvetlenül Kirchhoff azon értekezésén alapul, mely jelen sorok kezdetén idéztetett és a Poggendorff-féle Annalok 134. kötetében található.

Egy hengeralakú cső egyik végén nagyobb légtérrel közlekedik, kellő távolságban a cső végétől létezzenek síkhullámok; az A keresztszelvény a síkhullámok regiójában van.

A légtér egy bizonyos pontja számára legyen (tetszőleges irány szerint véve), Q a sebesség, vagy annak különbzéki hányadosa bizonyos tengely szerint véve, vagy végre légfeszély vagy a pontnak eltolása.



Azon esetre, ha a mozgás csupán az *A* keresztszelvény által hozatik létre és ennek gyorsasága

$$u = \mathrm{Sin}\ 2\pi nt,$$

legyen:

$$Q = Q' \ \mathrm{Cos}\ 2\pi nt + Q'' \ \mathrm{Sin}\ 2\pi nt.$$

Azon esetre, ha a mozgás csupán az *A* keresztszelvény által hozatik létre és számára

$$u = G\ \mathrm{Sin}\ (2\pi nt + \delta)$$

lesz:

$$\begin{aligned} Q &= G\, Q' \,\mathrm{Cos}\ (2\pi nt + \delta) + G\, Q'' \ \mathrm{Sin}\ (2\pi nt + \delta) \\ &= G\, [Q' \,\mathrm{Cos}\ \delta + Q'' \ \mathrm{Sin}\ \delta]\ \mathrm{Cos}\ 2\pi nt + \\ &\quad + G\, [Q'' \,\mathrm{Cos}\ \delta - Q' \,\mathrm{Sin}\ \delta]\ \mathrm{Sin}\ 2\pi nt. \end{aligned}$$

Ha még ezenkivül létezik hangforrás, mely az *A* keresztszelvény nyugvása esetében, a tetszőlegesen felvett pontra nézve:

$Q = q' \ \mathrm{Cos}\ 2\pi nt + q'' \ \mathrm{Sin}\ 2\pi nt$ sebességet hozna létre, akkor az *A* keresztszelvény felvett mozgása mellett lesz:

$$\begin{aligned} \text{I.)} \ldots\ Q &= [q' + G\,(Q' \,\mathrm{Cos}\ \delta + Q'' \,\mathrm{Sin}\ \delta)]\ \mathrm{Cos}\ 2\pi nt \\ &\quad + [q'' + G\,(Q'' \,\mathrm{Cos}\ \delta - Q' \,\mathrm{Sin}\ \delta)]\ \mathrm{Sin}\ 2\pi nt. \end{aligned}$$

Legyen most az *A* keresztszelvényben $Q = \frac{du}{dx}$, és ezen érték *P*-vel jelölve P', P'', p', p'' pedig azon értékeket képviseljék, miket akkor Q', Q'', q', q'' felvesz.

Egyszersmind legyen:

$$P = \alpha G\ \mathrm{Sin}\ (2\pi nt + \tau).$$

akkor az I.) alatti képlet szerint:

$$\begin{aligned} G\alpha\ \mathrm{Sin}\ \tau &= p' + G\,(P' \,\mathrm{Cos}\ \delta + P'' \,\mathrm{Sin}\ \delta) \\ G\alpha\ \mathrm{Cos}\ \tau &= p'' + G\,(P'' \,\mathrm{Cos}\ \delta - P' \,\mathrm{Sin}\ \delta), \end{aligned}$$

miből következik:

$$\begin{aligned} p' \,\mathrm{Sin}\ \delta + p'' \,\mathrm{Cos}\ \delta &= G\,(\alpha\ \mathrm{Cos}\ (\delta - \tau) - P'') \\ p' \,\mathrm{Cos}\ \delta - p'' \,\mathrm{Sin}\ \delta &= G\,(\alpha\ \mathrm{Sin}\ (\delta - \tau) - P') \end{aligned}$$

tehát:

$$\text{II.)} \ldots\ G^2 = \frac{p'^2 + p''^2}{(\alpha\ \mathrm{Cos}\ (\delta-\tau) - P'')^2 + (\alpha\ \mathrm{Sin}\ (\delta-\tau) - P')^2}.$$

Számítsuk most ki α és $(\delta - \tau)$ értékét azon feltétel mellett, hogy az $x = o$ keresztszelvény szilárd; ezen számításnál az idő kezdőpontja tetszőlegesen választható, tehát lehet tenni [az idézett értekezés — pag. 191 — szerint]:

$$u = C\,(e^{m'x}\,\mathrm{Sin}\,(2\pi nt + m''x) - e^{-m'x}\,\mathrm{Sin}\,(2\pi nt - m''x))$$
$$= C\,\mathrm{Cos}\,2\pi nt\,\mathrm{Sin}\,m''x\,(e^{m'x} + e^{-m'x})$$
$$+ C\,\mathrm{Sin}\,2\pi nt\,\mathrm{Cos}\,m''x\,(e^{m'x} - e^{-m'x})$$
$$= C\sqrt{e^{2m'x} + e^{-2m'x} - 2\,\mathrm{Cos}\,2\,m''x}\,\mathrm{Sin}\,(2\pi nt + \delta),$$

hol:

$$\sqrt{e^{2m'x} + e^{-2m'x} - 2\,\mathrm{Cos}\,2m''x}\,\mathrm{Sin}\,\delta = \mathrm{Sin}\,m''x\,(e^{m'x} + e^{-m'x})$$
$$\sqrt{e^{2m'x} + e^{-2m'x} - 2\,\mathrm{Cos}\,2m''x}\,\mathrm{Cos}\,\delta = \mathrm{Cos}\,m''x\,(e^{m'x} - e^{-m'x})$$

Továbbá:

$$P = C\,\mathrm{Cos}\,2\pi nt\left\{m'\,\mathrm{Sin}\,m''x(e^{m'x} - e^{-m'x}) + m''\,\mathrm{Cos}\,m''x(e^{m'x} + e^{-m'x})\right\}$$
$$+ C\,\mathrm{Sin}\,2\pi nt\left\{m'\,\mathrm{Cos}\,m''x(e^{m'x} + e^{-m'x}) - m''\,\mathrm{Sin}\,m''x(e^{m'x} - e^{-m'x})\right\}$$
$$= C\sqrt{m'^2 + m''^2}\sqrt{e^{2m'x} + e^{-2m'x} + 2\,\mathrm{Cos}\,2m''x}\,\mathrm{Sin}\,(2\pi nt + \tau)$$

hol:

$$\sqrt{m'^2 + m''^2}\sqrt{e^{2m'x} + e^{-2m'x} + 2\,\mathrm{Cos}\,2m''x}\,\mathrm{Sin}\,\tau =$$
$$= m'\,\mathrm{Sin}\,m''x\,(e^{m'x} - e^{-m'x}) + m''\,\mathrm{Cos}\,m''x\,(e^{m'x} + e^{-m'x})$$

és:

$$\sqrt{m'^2 + m''^2}\sqrt{e^{2m'x} + e^{-2m'x} + 2\,\mathrm{Cos}\,2m''x}\,\mathrm{Cos}\,\tau =$$
$$= m'\,\mathrm{Cos}\,m''x\,(e^{m'x} + e^{-m'x}) - m''\,\mathrm{Sin}\,m''x\,(e^{m'x} - e^{-m'x}).$$

Ebből következik:

$$\alpha = \sqrt{m'^2 + m''^2}\,\frac{\sqrt{e^{2m'x} + e^{-2m'x} + 2\,\mathrm{Cos}\,2\,m''x}}{\sqrt{e^{2m'x} + e^{-2m'x} - 2\,\mathrm{Cos}\,2m''x}}$$

és:

$$\sqrt{m'^2 + m''^2}\sqrt{e^{2m'x} + e^{-2m'x} + 2\,\mathrm{Cos}\,2m''x}\,\cdot$$
$$\cdot\sqrt{e^{2m'x} + e^{-2m'x} - 2\,\mathrm{Cos}\,2m''x}\,\mathrm{Cos}\,(\delta - \tau) =$$
$$= m'\,(e^{2m'x} - e^{-2m'x}) + 2m''\,\mathrm{Sin}\,2m''x\,,$$
$$\sqrt{m'^2 + m''^2}\sqrt{e^{2m'x} + e^{-2m'x} + 2\mathrm{Cos}\,2m''x}\,\cdot$$
$$\cdot\sqrt{e^{2m'x} + e^{-2m'x} - 2\mathrm{Cos}\,2m''x}\,\mathrm{Sin}\,(\delta - \tau) =$$
$$= 2m'\,\mathrm{Sin}\,2m''x - m''\,(e^{2m'x} - e^{-2m'x})\,,$$

tehát:

$$\alpha\,\mathrm{Cos}\,(\delta - \tau) = \frac{m'\,(e^{2m'x} - e^{-2m'x}) + 2m''\,\mathrm{Sin}\,2m''x}{e^{2m'x} + e^{-2m'x} - 2\,\mathrm{Cos}\,2m''x}$$
$$\alpha\,\mathrm{Sin}\,(\delta - \tau) = \frac{2m'\,\mathrm{Sin}\,2\,m''x - m''\,(e^{2m'x} - e^{-2m'x})}{e^{2m'x} + e^{-2m'x} - 2\,\mathrm{Cos}\,2m''x}$$

vagy, ha m'^2-ot elhanyagoljuk (a mi értékénél fogva szabad), lesz:

$$\alpha\,\mathrm{Cos}\,(\delta - \tau) = m''\,\mathrm{Cottg}\,m''x$$
$$\alpha\,\mathrm{Sin}\,(\delta - \tau) = m'\,(\mathrm{Cottg}\,m''x - \frac{m''x}{\mathrm{Sin}^2 m''x})$$

Ezen értékeket a II.) alatti képletbe helyettesítve gondolva, G mint x függvénye áll elő.

Képzeljük most, hogy Q (az I. alatti képletben) az üvegszál végének lengése következtében történt kitérése (amplitude) és legyen ennek mérendő értéke $= a$, akkor álland a következő egyenlet:

$$a^2 = (q' + G(Q' \operatorname{Cos} \delta + Q'' \operatorname{Sin} \delta))^2 + (q'' + G(Q'' \operatorname{Cos} \delta - Q' \operatorname{Sin} \delta))^2;$$

és ha az $\acute{A}$ keresztelvény szilárd, akkor:

$$a^2 = q'^2 + q''^2.$$

Vegyük fel, hogy ez utóbbi esetben a igen csekély, tehát q' és q'' elenyésző mennyiségek, akkor általánosan:

$$a^2 = G^2 (Q'^2 + Q''^2).$$

Mivel pedig Q' és Q'' x-től független, lesz változó x-nél és bizonyos egység felvevése mellett:

$$G = a$$

G legnagyobb értékei a következő feltétel által vannak meghatározva:

$$\left\{P' - m'\left(\operatorname{Cottg} m''x - \frac{m''x}{\operatorname{Sin}^2 m''x}\right)\right\}^2 + \left\{P'' - m'' \operatorname{Cottg} m''x\right\}^2 = 0$$

(azaz minimum).

Minthogy m' igen kicsiny, a maximumra nézve

$$m'' \operatorname{Cottg} m''x = P''$$

tartozik lenni.

Legyen az első maximum számára

$$x = l,$$

akkor leend a másodikra nézve:

$$x = l + \frac{\pi}{m''}.$$

Ha tehát $G_,$ és G_2 a két legnagyobb érték, akkor:

$$\text{III.)} \ldots \frac{G_,^2}{G_2^2} = \frac{\left[P' - m'\left(\operatorname{Cottg}(m''l + \pi) - \frac{m''l + \pi}{\operatorname{Sin}^2(m''l + \pi)}\right)\right]^2}{\left[P' - m'\left(\operatorname{Cottg} m''l - \frac{m''l}{\operatorname{Sin}^2 m''l}\right)\right]^2}$$

Tekintetbe véve továbbá G értékét egy bizonyos, l közelében fekvő x értékére nézve; lesz:

$$\text{IV.)} \ldots \frac{G_,^2}{G^2} = \frac{m''^2(\operatorname{Cottg} m''l - \operatorname{Cottg} m''x)^2 + \left[P' - m'\left(\operatorname{Cottg} m''x - \frac{m''x}{\operatorname{Sin}^2 m''x}\right)\right]^2}{\left[P' - m'\left(\operatorname{Cottg} m''l - \frac{m''l}{\operatorname{Sin}^2 m''l}\right)\right]^2}.$$

III.)-ból kell most $\frac{m'}{P'}$ és IV.)-ből P' értékét kiszámítani, mi által m' szintén ismeretessé válik.

Azon kitérések viszonya, melyek az első és második maximumnak feleltek meg, az előbb leírt kísérleti eljárás segélyével egy kísérleti sorból középértékben kiadódott.

$$\frac{G_{,}}{G_2}=2{,}00$$

az első maximumnak és ama harmadik csőhossznak megfelelőleg volt a viszony:

$$\frac{G'}{G}=1{,}83$$

A használt hangvilla $n=330$ rezgést tett egy másodperczben.

A fémcső méretei a következők:

A nyilás átmérője (2r) 32,1 m.meter.

Az első maximumnak megfelelő csőhossz	245,0 mm.
a másodikra nézve e hossz	765,9 „
a jelzett helynek megfelelőleg	241,6 „

Ezen számokból a fent kifejtett Kirchhoff-féle képletek értelmében, ha a hang sebességét szabad levegőben 20 Celsius foknál (ez volt t. i. a középmérséklet, melynél a szóban forgó kísérletek vitettek végbe) $a=343{,}28$ meternek veszszük fel, kapjuk m'-re az értéket.

$$m'=0{,}0000\,2541$$

és ebből azon állandó, mely a levegő surlódása és melegvezetési képességétől függ:

$$\gamma=\frac{a\,r}{\sqrt{\pi n}}\,m'=\mathbf{4{,}35}\text{ millimeter}$$

a másodperczet időegységnek véve.

Kár, hogy a légkör nedvességi állapota oly nagy befolyással van az állati membran feszültségére, úgy hogy némileg megbizható eredményeket csakis egészen száraz időjáráskor lehetett nyerni.

Ezen utóbbi körülménynél fogva szerzőnek nem sikerült még más hangokra nézve ugyanezen méréseket tenni és így itéletet szerezni a fölött, mennyire bizhatni az általa talált számban.

Mint már kezdetben említve volt, γ értékére nézve a jelen kísérleteken kivül eddig mérések nem történtek.

Kirchhoff elmélete ezen mennyiség számára a következő képletet adja:

$$\gamma = \sqrt{\mu} + \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)\sqrt{\nu}$$

hol a a hangsebesség szabad légben, hogy ha a levegő surlódásától és melegvezetésétől eltekintünk, b ellenben azon hangsebesség, mely akkor léteznék, hogy ha még ezenkivül a sürüség változása következtében mérsékleti változások nem állnának be a levegőben.

Meyer Oskár Emil a levegő belső surlódása fölötti szép kísérleteiben mintegy 20 Celsius foknyi és egy légkörnyi feszélyü körlégre nézve azt találta, hogy

$$\sqrt{\mu'} = 4{,}86 \text{ millimeter.}$$

Maxwell szerint:

$$\sqrt{\nu} = \sqrt{\tfrac{5}{2}\mu'} = 3{,}48 \text{ millimeter}$$

a gázparányokat anyagi pontokúl felvéve.

Ebből kiadódik:

$$\gamma = 6{,}08 \text{ millimeter.}$$

Ezen szám a jelen kisérletek nyomán kiszámítottól tetemesen eltér ugyan, tekintetbe kell azonban venni, hogy Maxvell száma az általa kifejtett gázelméletből származván, tökéletesen hypothetikus alapon nyugszik és így egy számításnak kiindulási pontjául nem szolgálhat.

Az utolsó években tett kísérletekből, melyek által Kundt, a fiatalabb Seebeck és Schneebeli igyekeztek különféle átmérőjü csövekben a hanghullámokat megmérni, szintén lehetne γ-nak értékét kiszámítani. Azonban ezen mérések részint nagyon durvák, részint az elmélet föltételeinek nem felelnek meg; így például Kundt kísérletei, melyek alkalmával tiszta hangok helyett mindig igen erős felhangokkal bíró zöngék használtattak, mikre γ nem is állandó mennyiség, mint ezt az elmélet követeli.