

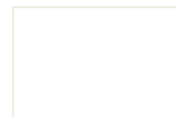
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA

**João Everton Cezário da Silva**

O ENSINO DE POLÍGONOS E A TEORIA DE VAN HIELE

João Pessoa – PB  
2011

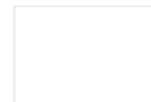


**João Everton Cezário da Silva**

**O ENSINO DE POLÍGONOS E A TEORIA DE VAN HIELE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito para obtenção do título de licenciado em Matemática.

**Orientadora:** Profa. Dra. Rogéria Gaudêncio do Rêgo.



## O ENSINO DE POLÍGONOS E A TEORIA DE VAN HIELE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

**Orientadora:** Profa. Dra. Rogéria Gaudêncio do Rêgo

**Aprovado em:** \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

### COMISSÃO EXAMINADORA

---

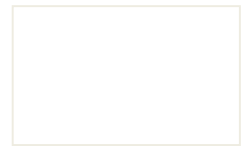
Profa. Dra. Rogéria Gaudencio do Rêgo (orientadora)

---

Profa. Ms. Cristiane Borges Angelo

---

Prof. Ms. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva



Dedico esse trabalho à minha  
família, que esteve sempre  
ao meu lado, em todos os  
momentos da minha vida.

## AGRADECIMENTOS



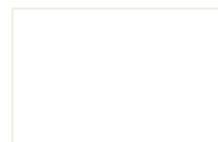
À Deus, por ter me dado a oportunidade de estudar e concluir os meus estudos.

Aos demais professores que me acompanharam ao longo do tempo da minha vida educativa.

Aos meus queridos avôs e minha mãe, que lutaram para que eu concluísse os meus estudos.

Aos meus amigos que ansiaram pela minha vitória e estiveram sempre ao meu lado.

À professora Rogéria Gaudêncio do Rêgo, por sua dedicação, estímulo e colaboração nessa trajetória.



Feliz aquele que transfere  
o que sabe e aprende o que ensina.

Cora Coralina

## RESUMO

Nosso interesse pelo ensino de Geometria decorreu da experiência de ensino que temos, a partir da qual compreendemos a importância desse campo para a formação do pensamento dos alunos, considerando sua aplicabilidade em outros conteúdos da própria Matemática e no cotidiano. Como recorte, elegemos o ensino de polígonos, que se realiza ao longo de todo o Ensino Fundamental. Nossa pesquisa teve como objetivo central, analisar a proposta de desenvolvimento do ensino de polígonos na coleção de livros didáticos mais usados em nosso município, tendo como referência a Teoria de Van Hiele. A escolha desse instrumento didático se deu em razão de sua importância para a atual realidade escolar, uma vez que ele serve de referência para boa parte das atividades realizadas pelo professor em sala de aula. A teoria de Van Hiele propõe etapas de desenvolvimento do pensamento geométrico, que variam dos Níveis 0 a 4, e podem constituir um importante referencial para o planejamento, organização e avaliação do ensino de conteúdos diversos da Geometria, em todos os níveis de escolaridade. Para alcançarmos nosso objetivo, avaliamos os livros didáticos de 6º ao 9º Anos do Ensino Fundamental, buscando identificar relações entre a proposta dos autores e as recomendações dos PCNs de Matemática para esses ciclos e as que são estabelecidas no modelo teórico que adotamos. Realizamos uma pesquisa qualitativa, com base na análise de conteúdo, focando o ensino de Geometria e dando ênfase aos polígonos. De acordo com as análises que efetuamos, concluímos que os autores seguem, na maior parte do conteúdo em foco, as recomendações do material que adotamos como referência, embora a proposta de ensino da coleção seja baseada no modelo tradicional que segue a sequência definições-exemplos-exercícios.

Palavras-chaves: Van Hiele. Geometria. Livros didáticos. Polígonos.

## ABSTRACT

Our interest in the teaching of geometry resulted from the teaching experience we have, from which we understand the importance of this field for the formation of students' thinking, considering its applicability to other content of mathematics itself and in everyday life. How to cut, we chose the teaching of polygons, which takes place throughout the elementary school. Our research aimed mainly to analyze the proposal to develop the teaching of polygons in the collection of textbooks commonly used in our county, with reference to the Van Hiele theory. The choice of this teaching tool was made because of its importance for the current school reality, since it provides a reference for many of the activities performed by teachers in classroom. Van Hiele's theory proposes steps for the development of geometric thought, ranging from Levels 0-4, and could constitute an important reference for planning, organization and evaluation of teaching diverse content of Geometry, at all levels of schooling. To accomplish our goal, we evaluated the textbooks of 6th to 9th Years of elementary school, seeking to identify relationships between the authors' proposal and the recommendations of Mathematics PCNs for these cycles and those established in the theoretical model we adopt. We conducted a qualitative study based on content analysis, focusing on the teaching of geometry and emphasizing the polygons. According to the analysis that we performed, the authors conclude that follow, most of the content in focus, the recommendations of the material that we adopt as a reference, although the proposed collection of teaching is based on the traditional model that follows the following definitions-examples exercises.

Keywords: Van Hiele. Geometry. Textbooks. Polygons.





## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>BREVE APRESENTAÇÃO DO TEMA .....</b>	<b>10</b>
1.1	Nossa Trajetória de Formação.....	10
1.2	A Importância da Geometria.....	11
1.2.1	O Conhecimento Geométrico e o Ensino dos Polígonos.....	11
1.2.2	A Teoria de van Hiele como Estratégia Metodológica .....	12
1.3	Questão de investigação, objetivos e Metodologia do Trabalho.....	13
1.4	A organização do Trabalho.....	13
<b>2</b>	<b>UM RECORTE DO REFERENCIAL TEÓRICO PERTINENTE .....</b>	<b>15</b>
2.1	A Importância do Pensamento Geométrico para a Formação do Aluno.....	15
2.2	A Teoria de Van Hiele e o Processo de Ensino Aprendizagem de Geometria .....	16
2.2.1	Os níveis de Aprendizagem na Teoria Van Hiele.....	17
2.3	Características dos níveis de Ensino da Teoria de Van Hiele.....	24
2.4	Os PCNs e o Conteúdo de Polígonos .....	25
<b>3</b>	<b>A ANÁLISE DA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DO 6º AO 9º ANO .....</b>	<b>28</b>
3.1	Estrutura do Livro .....	28
3.2	Geometria: O ensino de Polígonos nos Livros didáticos: 6º ao 9º ano .....	29
3.2.1	Uma Breve Descrição da Presente do Conteúdo na Coleção .....	29
3.2.2	Propostas para o Conteúdo de Polígonos .....	30
3.3	A Teoria de Van Hiele e os Livros Didáticos analisados .....	33
3.3.1	O Livro do 6º ano .....	34
3.3.2	O Livro do 7º ano.....	37
3.3.3	O Livro do 8º ano .....	40
3.3.4	O Livro do 9º ano .....	43
<b>4</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>46</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>48</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>49</b>

## 1 – BREVE APRESENTAÇÃO DE NOSSO TEMA

### 1.1 NOSSA TRAJETÓRIA DE FORMAÇÃO

Logo que começamos a cursar a Licenciatura em Matemática, ficamos preocupados, por ainda termos dúvidas se realmente a docência era a profissão que queríamos seguir, mas depois de superadas as indecisões, percebemos que a educação era a área na qual desejávamos investir, e que estávamos preparados para ir em busca dessa nova conquista. A partir de então, tivemos a certeza de que realmente seríamos professor e, no decorrer do Curso, fomos nos identificando cada vez mais com o curso e ampliando nosso interesse pela área de Matemática.

Passamos, junto com os colegas, por grandes barreiras, pois fizemos parte da primeira turma de Matemática da Universidade Aberta do Brasil (UAB), uma universidade que usa a modalidade de ensino a distância e que constitui uma rede, da qual a UFPB faz parte. O curso de Matemática não é fácil, exige dedicação e uma maneira especial de pensar, mas com os esforços dos alunos e dos professores, podemos dizer que vencemos e temos uma nova visão do que é a educação.

Logo após ingressar no Curso, tivemos a oportunidade de lecionar em uma sala de aula, ter nossa primeira experiência docente, e ver a realidade da profissão que escolhemos. Ela é totalmente diferente do que pensávamos, e a escola que encontramos é diferente da que é em geral discutida no Curso, mais próxima do ideal e um pouco distante do modelo real. Mas, com muita determinação, percebemos que educar pessoas é uma responsabilidade gratificante e nos sentimos preparados para iniciar uma nova trajetória e desafio, constituída pela prática da docência, após o término da Graduação.

Chegamos à etapa de conclusão do Curso, e um dos elementos necessários para isso foi a elaboração do presente trabalho de investigação, que abrange como tema “o ensino da Geometria, tendo como referencial teórico a teoria Van Hiele”. A escolha do tema decorreu do fato de, com base em nossa experiência de ensino, compreendermos a importância da formação do pensamento geométrico dos alunos, uma vez que esse campo de conhecimento tem inúmeras aplicações em outros conteúdos da própria Matemática e, também, no cotidiano.

Mesmo com base em nossa pouca vivência docente, compreendemos que a Matemática não pode ser uma disciplina onde o professor apresenta os conteúdos e estes são memorizados pelos alunos, mas que a aprendizagem matemática pode ocorrer de forma que o aluno perceba a ligação que existe entre ela e sua realidade.

No campo na Geometria, desenvolvemos em nossa experiência de Estágio o trabalho com um conteúdo específico: o estudo de polígonos. Em nosso trabalho de investigação, desejamos aprofundar nossos estudos sobre o tema, tendo como apoio o referencial teórico pertinente, o que não ocorreu à época do Estágio Supervisionado, quando elaboramos nossa intervenção com base apenas na consulta direta ao livro didático de Matemática.

As disciplinas de Tópicos Especiais e Estágios Supervisionados fizeram a grande diferença em nossa formação, na direção de propormos nosso trabalho com o tema escolhido pois, através delas, pudemos ampliar nossa formação teórica, preparando-nos para trabalhar Matemática de forma diferenciada e motivadora com os alunos. Essas disciplinas nos permitem aprofundar nossos conhecimentos acerca de conteúdos que vamos efetivamente ministrar na Educação Básica, o que não visualizamos em muitas disciplinas do Curso, que enxergamos como distantes do universo no qual iremos atuar profissionalmente.

## 1.2 A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA

### 1.2.1 O CONHECIMENTO GEOMÉTRICO E O ENSINO DOS POLÍGONOS

Em nossa pouca experiência de sala de aula, no Ensino Fundamental, percebemos que existe uma grande dificuldade dos alunos na compreensão de conteúdos relacionados à Geometria. Percebemos, por exemplo, que os estudantes não conseguem identificar elementos básicos das figuras geométricas planas, nem mesmo a nomenclatura de polígonos bastante conhecidos, embora seu estudo tenha começado nos anos iniciais desse nível de escolaridade.

A deficiência de conhecimentos nesse campo é visível, apesar de sua importância não apenas para a compreensão de conteúdos internos à própria Matemática, mas também para a resolução de situações práticas do dia a dia. Porém, o estudo dos polígonos no Ensino Fundamental, quando ocorre, se dá, em geral, enfatizando-se a utilização de fórmulas e regras para o cálculo de perímetro e áreas, as quais o aluno não atribui significado. O ensino de polígonos deve capacitar o aluno para estabelecer relações entre os elementos das figuras e suas propriedades, e deduzir as formas de calcular o perímetro e área dos polígonos mais comumente estudados. Além disso, deve levá-los a aplicar com segurança aquilo que aprenderam em sala de aula, em situações do cotidiano envolvendo as formas geométricas usais exploradas em sala de aula.

Segundo os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais,1998), com o avanço da formação do pensamento geométrico, as atividades devem possibilitar ao professor construir, junto com seus alunos, um caminho que os leve a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas, a partir de experiências concretas. Ou seja, se o percurso tem início com as experiências concretas, ele deve levar o aluno a atingir níveis de formalidade cada vez mais avançados. Para delinear esse caminho, não se deve esquecer a articulação apropriada entre três domínios: o espaço físico, as figuras geométricas que podem ser exploradas a partir dele e as suas possíveis representações gráficas.

### 1.2.2 A TEORIA DE VAN HIELE COMO ESTRATÉGIA METODOLÓGICA

Inúmeros são os caminhos metodológicos que podemos traçar para a exploração de um conteúdo matemático em sala de aula. Alguns deles são gerais, e possíveis de serem usados no trabalho de desenvolvimento de um conceito, a exemplo da resolução de problemas, do uso da história da Matemática ou de novas tecnologias. Porém, além do referencial metodológico, é importante lançarmos mão, também, de um referencial teórico específico, que leve em conta a natureza do conteúdo a ser trabalhado.

No nosso caso, como investigamos o ensino de polígonos, identificamos como adequada a teoria Van Hiele para usarmos como referência para nossa investigação. Ela será detalhada no Capítulo seguinte e utilizada como principal norteador da análise que realizamos a partir da delimitação de nossos objetivos.

Considerando ainda a diversidade de elementos que fazem parte da concretização do trabalho docente em sala de aula, a exemplo dos diferentes recursos disponíveis, dos processos de planejamento e avaliação, selecionamos como instrumento de análise o livro-texto de Matemática dotado nos Anos finais de escolaridade do Ensino Fundamental.

A razão de nossa escolha por esse instrumento, fundamenta-se na sua importância para o trabalho da maior parte dos professores, que neles se guia para selecionar conteúdos, organizar sequências de aulas e escolher exercícios. O livro texto, também denominado de livro didático, é um elemento presente na maior parte das salas de aula de todo o Brasil, mesmo aquelas localizadas nos espaços geográficos mais remotos.

Com os programas promovidos pelo Governo Federal, a maioria dos alunos tem acesso a esse recurso, que não apenas guia a prática do professor, mas também serve como referência e apoio, muitas vezes únicos, para o estudo dos alunos, fora da sala de aula.

### 1.3 QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO, OBJETIVOS E METODOLOGIA DO TRABALHO

Considerando o exposto nos itens anteriores, delimitamos como questão de investigação: *qual a relação que podemos estabelecer entre a proposta metodológica apresentada pelo autor da coleção de livros didáticos mais usada em nosso município, para o ensino de polígonos, e o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico proposto pelos Van Hiele?*

Tendo como referencial a questão apresentada, nosso objetivo geral no presente trabalho foi:

Analisar a proposta de desenvolvimento do ensino de polígonos na coleção de livros didáticos mais usados no município do Conde, tendo como referência o modelo Van Hiele.

Para alcançarmos nosso objetivo geral, identificamos como objetivos específicos:

- Levantar as principais características da proposta de desenvolvimento do pensamento geométrico pelos Van Hiele;
- Identificar, junto à Secretaria de Educação do Município, qual a coleção de livros didáticos de Matemática mais usada nas escolas da rede, no Ensino Fundamental;
- Levantar, na Coleção, os tópicos em que está sendo proposto o trabalho com o conteúdo selecionado (polígono);
- Estabelecer o confronto entre as atividades propostas pelo(s) autor(es) e os elementos da teoria, identificados no cumprimento do primeiro objetivo específico.

Nosso trabalho, voltado para a análise de uma proposta de ensino de um conteúdo do Ensino Fundamental, constituiu-se de uma pesquisa qualitativa, baseada na análise de conteúdo dos livros que compõem a Coleção selecionada.

### 1.4 A ORGANIZAÇÃO DE NOSSO TRABALHO

Nosso trabalho monográfico está constituído de três Capítulos, sendo o primeiro deles dedicado à descrição de nossa trajetória acadêmica; à apresentação de nosso tema, objetivos e metodologia.

No Capítulo 2, trazemos elementos de nosso referencial teórico, no qual se destacam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática da 5ª à 8ª Séries do Ensino Fundamental (atuais 6º ao 9º Anos, respectivamente), focando nas recomendações do documento acerca do ensino de polígonos; e a apresentação da

Teoria de van Hiele, cujos elementos também consideramos em nossa análise dos livros didáticos da coleção mais adotada em nosso município, o Conde, na Paraíba.

No terceiro e último Capítulo, indicamos os resultados de nossa análise, destacando exemplos e exercícios retirados dos livros e verificando o atendimento ou não às recomendações de nosso referencial teórico. Finalmente, traçamos nossas Considerações Finais, nas quais resumimos nossas conclusões acerca do estudo realizado.

## 2 – UM RECORTE DO REFERENCIAL TEÓRICO PERTINENTE

### 2.1 A importância do pensamento geométrico para a formação do aluno.

Ao observarmos os conteúdos matemáticos propostos nos documentos oficiais, a exemplo dos Parâmetros Curriculares Nacionais, para o Ensino Fundamental, identificamos que a Geometria se faz presente em todos os Anos desse nível de escolaridade. Isso se dá pelo fato da Geometria ser parte importante da Matemática, mas, principalmente, em razão da importância do desenvolvimento do pensamento geométrico para a formação do aluno.

A relação da Geometria com o homem decorreu de sua necessidade de compreender e descrever o meio em que vive. Segundo Lopes (2005, p.81), “o domínio dos conceitos geométricos básicos, como formas, medidas de comprimento, áreas e volumes é essencial para a integração de um indivíduo à vida moderna”. Os conteúdos básicos da Geometria fazem parte do cotidiano e de muitas profissões, sendo seu domínio parte indispensável das demandas de formação do cidadão atual.

Porém, como lembra Van de Walle (2009), nem todas as pessoas pensam sobre as ideias geométricas da mesma maneira. Certamente nós somos todos potencialmente iguais, mas somos capazes de crescer e desenvolver nossas habilidades de pensar e raciocinar em contextos geométricos distintos, de maneira muito particular. Essas diferenças dependerão de nossas experiências anteriores, de nossa capacidade de observação e da forma como apreendemos o que nos é ensinado.

A formação do pensamento geométrico dos alunos no Brasil tem muitas lacunas e em geral permanece em um nível elementar, muitos deles concluindo que o quadrado não é um retângulo porque os dois quadriláteros possuem aparências diferentes (LORENZATO, 1995). O raciocínio dos alunos se baseia nas figuras que são predominantemente apresentadas como exemplos dos polígonos estudados, denominadas de formas canônicas, uma vez que são sempre semelhantes e dispostas em uma posição padrão em relação às margens das folhas de papel dos livros.

As propriedades são pouco exploradas, sejam isoladamente ou nas relações entre elas e o que se observa é a imensa dificuldade que os alunos apresentam no processo de construção de seu conhecimento geométrico. Algumas questões inquietam os docentes da área: O que influencia no desempenho dos alunos? Há níveis distintos de pensamento geométrico ao longo do desenvolvimento do aluno? Como trabalhar com eles?

Diante dessas questões, partimos do pressuposto de que a Teoria de Van Hiele pode estabelecer uma melhor compreensão da integração entre a vivência escolar, as aplicações do saber matemático e sua relação com o dia-a-dia contribuindo, assim, para que os alunos façam uso da Geometria em situações do cotidiano. Assim, nossa investigação teve como objetivo refletir sobre as contribuições da teoria de Van Hiele ao processo de ensino de Geometria no nível Fundamental, considerando como foco de reflexão, o estudo de polígonos. Outros conteúdos poderiam ser selecionados, possibilitando análise semelhante, mas justificamos a escolha do conteúdo citado, em razão de sua importância para o campo do Espaço e Forma, mas também por suas aplicações em outras áreas de conhecimento e em situações comumente vivenciadas fora da sala de aula pelo aluno.

## 2.2 A Teoria de Van Hiele e o processo de ensino aprendizagem de Geometria

O casal de pesquisadores holandeses Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geoldof, identificou, ainda na década de 1950, muitas dificuldades em seus alunos, relativas à aprendizagem de conteúdos da Geometria. A partir de então, passaram a realizar experiências teórico-metodológicas, com o intuito de observar a natureza das dificuldades por eles apresentadas. O projeto estabelecido por eles propôs investigar como o raciocínio geométrico dos alunos evoluía, e como o professor poderia planejar suas aulas, de modo a ajudar seus alunos a aperfeiçoarem seu raciocínio. Essas experiências conduziram o casal van Hiele a, em 1957, desenvolver uma teoria que trata do desenvolvimento do pensamento geométrico, e que pode servir de foco para reflexão acerca do ensino e aprendizagem da Geometria. Essa teoria passou a ser conhecida como a Teoria de van Hiele, ou Teoria van Hiele (NASSER; SANT'ANNA, 2004).

Segundo Serrazina (1996), a Teoria de van Hiele, afirma que a aprendizagem é um processo gradual, global e construtivo. Gradual, porque acredita que a intuição, o raciocínio e a linguagem geométrica são desenvolvidos de forma gradativa, como em uma subida dos degraus de uma escada. Global, porque figuras e propriedades não são abstrações feitas isoladamente, mas são resultado de compreensão de fatos dentro de um contexto, e conduzem a outros significados desses mesmos fatos. Finalmente, é construtivo porque pressupõe que o educando deverá ter papel fundamental na construção de seu próprio conhecimento.

De acordo com Matos (1996) e Serrazina (1996), a Teoria van Hiele é hoje um poderoso auxiliar para quem se interessa pelo ensino e aprendizagem da Geometria, e



têm servido de base para propostas de educadores de diversos países, tanto para ações práticas quanto para investigações sobre as concepções geométricas de alunos e professores e para diversos projetos de desenvolvimento curricular.

### 2.2.1 Os níveis de aprendizagem na Teoria van Hiele

O homem sempre esteve envolvido por estruturas e formas geométricas bi e tri-dimensionais e, na medida em que evoluiu culturalmente, com base na observação do mundo que estava em sua volta, começou a abstrair ideias geométricas e a representá-las de diferentes formas. No percurso de desenvolvimento da humanidade, diferentes fases de compreensão e representação dos elementos geométricos foram vivenciadas e é em fases, com diferentes características, que é descrito o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos pelo casal van Hiele.

A Teoria van Hiele, como resultado de estudos feitos sobre o desenvolvimento cognitivo dos alunos, no campo de ensino da Geometria, descreve cinco níveis diferentes de compreensão, em contextos geométricos. Os níveis progridem do 0 ao 4 ou, dependendo da tradução para língua portuguesa, do nível 1 ao 5, com uma correspondência direta entre eles, nas duas versões. Aqui usaremos a terminologia 0 a 4.

Segundo Van de Walle (2009), os níveis descrevem como pensamos e quais os tipos de ideias geométricas sobre as quais pensamos. Essa perspectiva é mais importante do que a quantidade de conhecimento ou de informação que temos em cada nível e, uma diferença significativa entre um nível e o nível seguinte são os objetos de pensamento, ou seja, a natureza dos objetos sobre os quais somos capazes de operar geometricamente (transformar, demonstrar, associar, entre outras).

De acordo com Van de Walle (2009), os alunos que se encontram nesse primeiro nível, têm a capacidade de reconhecer as figuras e nomeá-las por meio de suas características visuais gerais. Para esses alunos, o que importa é a aparência global da forma que apresenta uma determinada figura, ou seja, “uma figura de forma triangular é um triângulo porque ela se parece com um triângulo”.

O fato da aparência ser o fator predominante desse nível faz com que as aparências prevaleçam sobre as propriedades de uma forma. Por exemplo, ao girar um quadrado e mudar sua posição da canônica (base paralela à margem do papel), para uma posição onde seus ângulos compreendam  $45^\circ$  com a vertical, ele passa a ser percebido pelo aluno como um losango e não mais como um quadrado.

Os estudantes desse nível irão agrupar e classificar as formas, com base em suas aparências. Por exemplo: são “gordas”, são “pontudas”, parecem uma “bola”, um “dado”, ou um “telhado de uma casa”, e assim por diante. Com o seu foco na aparência das formas, os alunos são capazes de perceber apenas se elas são parecidas e/ou diferentes. Nesse nível eles podem criar critérios próprios de classificação, como os anteriormente citados, alguns dos quais podem ser, posteriormente, associados a elementos geométricos formais como, por exemplo, as “pontas” das figuras com seus vértices. Além disso, eles estão aptos a compreender as classificações tradicionais das figuras estudadas (quadrado, retângulo, triângulo, círculo, entre outras).

O destaque atribuído ao pensamento do Nível 0 está, portanto, na “forma” das figuras. Assim, o professor deve planejar ações didáticas que envolvam a capacidade de o aluno: observar; agrupar; construir; separar; decompor; compor; girar; ou manipular de alguma maneira uma figura, seja ela plana ou espacial. O objetivo geral das ações planejadas pelo professor deve ser na direção de possibilitar que o aluno explore como e em que as formas são parecidas e/ou diferentes, e usar essas ideias para criar classes de formas, tanto física quanto mentalmente. Ao avançar nas atividades, os alunos compreendem que algumas dessas classes de formas possuem nomes particulares (retângulos, triângulos, prismas, cilindros e outros), embora ainda não sejam capazes de identificar as propriedades que caracterizam cada uma delas.

A atividade apresentada em seguida (Figura 01), é um bom exemplo de uma proposta adequada ao desenvolvimento do Nível 0. Ela é denominada *Grupo de Formas* e é proposta por Van de Walle (2009, pp.440-441). Suas etapas são constituídas da forma descrita a seguir.

Etapa 1- os alunos são orientados a escolherem, ao acaso, cada um deles uma das figuras do conjunto (exemplo de formas na Figura 01). Em sua vez de participar, cada aluno descreve para a turma, uma ou duas descobertas que fez acerca da forma que escolheu. É importante destacar que, nesse caso, “não há respostas certas ou erradas”, com destaque o autor citado (1999, p.440). Atividades com propostas semelhantes são importantes para que o aluno se habitue a pensar no processo de resolução do que é questionado, e não se preocupar apenas com a resposta (se ela está correta ou não), que é o que costuma ser mais valorizado em sala de aula.

Etapa 2- Nesta etapa os alunos devem escolher, de modo aleatório, duas novas formas e identificar, comparando as duas, em que elas são semelhantes e em que elas são diferentes. De acordo com o autor da atividade, a escolha das formas deve ocorrer antes dos alunos serem informados sobre qual a tarefa que deverão executar.

Etapa 3- Na terceira etapa, as crianças trabalham em grupo e, juntas, escolhem outra forma do conjunto, também de forma aleatória. A forma escolhida é disposta à vista de todas as crianças do grupo, e a tarefa é descobrir, dentre as outras formas presentes no conjunto, quais as que são da mesma forma que a figura selecionada, formando um subconjunto, de acordo com uma regra que eles explicitarão para a turma. Todas as figuras que farão parte do subconjunto, devem satisfazer a mesma regra.

[...] mas todas de acordo com a mesma regra. Por exemplo, se elas disserem “Essa figura é como a nossa forma porque possui um lado curvo e um lado reto”, então todas as outras formas colocadas na coleção devem ter essas propriedades. Desafie-as a fazer um segundo agrupamento com a mesma forma escolhida, mas usando uma propriedade diferente” (VAN DE WALLE, 2009, pp. 440-441)

A flexibilização de pensamento que pode ser produzida pela ampliação da atividade é fundamental, pois o aluno pode, a partir dela, começar a perceber que uma figura pode ter diferentes propriedades e que elas podem servir de critério de comparação entre formas, permitindo que elas sejam agrupadas ou não, de acordo com tais regras.

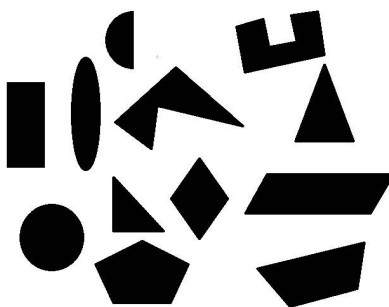


FIGURA 01 - Uma coleção de formas planas para agrupar, como exemplo de figuras que podem ser exploradas na Atividade *Grupos de formas*.

Dependendo do ano de escolaridade em que é desenvolvida, essa atividade, ou atividades de mesma natureza, poderá tornar clara uma ampla variedade de ideias, na medida em que os estudantes examinam e investigam as diferentes formas geométricas nela exploradas. “Os alunos podem começar a perceber propriedades mais sofisticadas e o professor pode ter uma oportunidade de introduzir os nomes apropriados às mesmas conforme os alunos descrevem as formas” (VAN DE WALLE, 2009, p.441). Como afirma o autor da Atividade, os alunos podem, por exemplo, observar que “algumas formas

possuem cantos, 'como um quadrado' (ângulos retos) ou que 'essas formas são as mesmas de ambos os lados (linha de simetria)" (VAN DE WALLE, 2009, p.441).

O que especifica que essa atividade seja qualificada como adequada para o Nível 0, é seu objetivo: que os alunos comecem a perceber as semelhanças e diferenças entre as formas que observam. É importante destacar que as classes de formas construídas mentalmente pelos alunos, nesse Nível, serão os "objetos" sobre os quais irão operar no Nível seguinte.

O Nível 1, é denominado de Nível de *Análise*. De acordo com o autor Van de Walle (2009), os estudantes que se encontram no Nível de Análise são capazes de identificar um grupo de formas como membros de uma mesma classe, indo além de perceber uma forma como única, focando em suas particularidades. Ou seja, no lugar de falar sobre um triângulo específico, eles são capazes de tratar de "todos os triângulos". Ao focarem em uma classe de formas, eles têm capacidade para pensar sobre as características que lhes permitem identificar uma figura como sendo, por exemplo, um quadrado (quatro lados de mesma medida; quatro ângulos internos congruentes e iguais a  $90^\circ$ ; diagonais de mesmo comprimento, entre outras). Elementos que não têm importância para essa caracterização, como o tamanho, cor com que é representado, sua posição ou orientação, são desconsiderados por ele.

Nesse nível, os alunos começam a compreender que uma coleção de formas é organizada não por seu aspecto geral, mas tendo como referência suas propriedades. As ideias construídas sobre formas individuais podem ser generalizadas, então, para todas aquelas que se enquadram na mesma classe, em razão das propriedades que possui. Se uma forma faz parte de uma determinada classe, como a dos cubos, por exemplo, isso significa que ela possui as propriedades que caracterizam aquela classe, ou seja, tem seis faces quadradas de mesmo tamanho. Tais propriedades já existiam na classificação que os alunos faziam no Nível 0, mas não estavam explícitas para eles.

Os estudantes que atingem o Nível 1 de pensamento geométrico são capazes de identificar as propriedades de formas específicas, como quadrados, retângulos e paralelogramos, mas não percebem que existem relações entre elas, em razão da conexão entre propriedades. Um exemplo é o fato de não perceberem que todos os quadrados são retângulos, mas nem todo retângulo é quadrado, ou que todos os retângulos são paralelogramos. Quando definem uma forma, os alunos que se encontram no Nível 1 estão aptos a listar as diversas propriedades de uma forma que conhecem.

No modelo apresentado em seguida, proposto por Van de Walle (2009), de atividade que pode ser sugerida para o desenvolvimento do Nível 1, os alunos utilizam

tantas propriedades das formas quantas eles puderem. Eles irão se apropriar dessas propriedades em atividades diversificadas, partindo das classes construídas quando operavam no Nível 0. Estas propriedades podem incluir as ideias de simetria, classificação quanto aos ângulos, paralelismo e perpendicularismo, entre outras.

A Atividade, denominada *Lista de propriedades para quadriláteros* (VAN DE WALLE, 2009, 441-442), é indicada para o desenvolvimento do Nível 1 do pensamento geométrico, e seu planejamento se dá segundo as seguintes etapas: 1. preparar as fichas de trabalho para os diferentes tipos de figuras (paralelogramos, losangos, retângulos e quadrados). Em cada ficha de trabalho, há três ou quatro exemplos de figuras que fazem parte daquela categoria. Por exemplo: quadrados de diversos tamanhos; retângulos de diferentes formas e tamanhos, incluindo quadrados; losangos de diferentes formas e tamanhos, incluindo quadrados; paralelogramos de diferentes formas e tamanhos, incluindo retângulos, quadrados, e losangos.

Na etapa seguinte, o professor deve organizar os alunos para trabalharem em grupo, de três ou quatro participantes, para explorarem cada um dos tipos de quadrilátero. A tarefa dos participantes é listar tantas propriedades quantas forem capazes de identificar, em relação aos quadriláteros presentes na ficha de trabalho. Cada propriedade listada deve ser comum a todas as formas da ficha. Eles vão precisar de uma ficha de registro simples para: anotar características dos ângulos internos das figuras; a relação entre os comprimentos dos lados; indicação de eixos de simetria e traçar linhas retas (correspondentes a diagonais, alturas, entre outras).

O uso de espelhos ou de transparências poderá ajudá-los em suas análises como, por exemplo, conferir se determinada linha é ou não eixo de simetria da figura. O professor deve incentivar os alunos a usarem os termos “pelo menos”, ao descreverem a quantidade de alguma coisa como, por exemplo, “retângulos têm pelo menos dois eixos de simetria”; “quadrados – incluídos na categoria dos retângulos – têm quatro eixos”.

Os alunos devem ser orientados a preparar listas de propriedades relativas aos seguintes elementos: lados, ângulos, diagonais e simetrias. Segundo Van de Walle (2009, p.441), “os grupos deverão compartilhar suas listas com toda a turma e, eventualmente, [a partir das discussões], será desenvolvida uma lista coletiva da turma para cada forma”.

Tanto a última atividade apresentada quanto a trazida no exemplo anterior, envolvem a análise detalhada das formas nelas exploradas, embora a segunda foque as propriedades geométricas tradicionais. Vale lembrar que essas mesmas propriedades podem também terem sido desenvolvidas durante a atividade anterior.

O que distingue essa atividade da atividade de classificação do Nível 0 é o objetivo do pensamento dos alunos. Apesar de haver algumas disponíveis, eles devem imaginar que propriedades se aplicam a todas as formas disponíveis, eles devem imaginar que propriedades se aplicam a todas as formas na categoria. Se eles estiverem trabalhando nos quadrados, por exemplo, suas observações devem se aplicar tanto a um quadrado de lado com comprimento de um quilômetro quanto a um quadrado com lado de dois centímetros de comprimento. (VAN DE WALLE, 2009, p.402)

Assim como no caso anterior, os elementos sobre os quais os alunos agirão no próximo Nível serão resultados do desenvolvimento do Nível anterior.

Quando os alunos têm a capacidade de produzir relações entre as características das figuras, os mesmos se encontram no terceiro nível do modelo, denominado nível da dedução informal. Nesse nível os alunos conseguem relacionar propriedades, mesmo sem conhecer as particularidades de um objeto geométrico. As palavras se e então são usadas pelos alunos para as deduções no decorrer desse nível, como exemplo temos “se determinada figura é um quadrado, então ele tem de ser retângulo”.

A dedução predomina no conhecimento dos alunos desse nível, eles conseguem usar o raciocínio para pensar sobre determinadas figuras apenas pelas suas propriedades, e conseguem relacioná-las e defini-las.

Para Van de Walle (2009), Os alunos do nível 2, são capazes de realizar provas que podem ser mais intuitivas do que rigorosamente dedutivas. Contudo, têm consciência de que um argumento lógico é necessário para isso. Para eles, contudo, a ideia da estrutura axiomática de um sistema dedutivo formal, que estaria por trás de uma demonstração formal, não é ainda dominada.

A marca de qualidade das atividades de nível 2 é a inclusão do raciocínio lógico informal. Os alunos já desenvolveram uma compreensão de várias propriedades de formas. Agora é o momento de encorajá-lo a fazer conjecturas e questionar “Porque”? Ou “E se?”. Compare o pensamento requerido na atividade “Lista de Propriedades” e que foi elaborada para ser usada em sequencia daquela. (VAN DE WALLE, 2009, p.442).

A atividade destacada em seguida pode ser sugerida ao aluno que se encontra no Nível 2, e foi proposta por Van de Walle (2009, p.442), sendo denominada de *Listas mínimas de definições (LMD)*. Uma vez que os alunos tenham listado as propriedades de figuras como retângulos, quadrados, losangos, paralelogramos, o professor as expõe em um painel. Em pequenos grupos, a tarefa é criar definições para cada forma analisada, de modo que ela seja mínima. Como ressalta o autor, para ser uma definição, toda figura que possuir as propriedades nela listadas, deve ter aquela forma e é mínima se, tirando qualquer propriedade simples da lista, ela deixa de ser uma definição.

Para Van de Walle (2009), é por meio de atividades como essa que os alunos começam a aprender sobre a importância de uma definição e a importância dos contra-exemplos.

De fato, qualquer lista mínima de definição (LDM) é uma definição em potencial. Esse pensamento lógico não era exigido na atividade “Listas de propriedades”. Outro aspecto dessa atividade que claramente a estabelece na categoria de nível 2 é que os alunos estão enfocando aqui as listas de propriedades das formas – as mesmas coisas que eram os produtos da atividade anterior do nível 1. Como um resultado da atividade LDM, os estudantes estão criando uma coleção de novas relações que existem entre e no meio das propriedades. (VAN DE WALLE, 2009, p.442).

O Nível 3 é definido como o nível da dedução, nele o objetivo é compreender o significado da dedução das teorias geométricas de uma forma mais complexa, dentro de um sistema axiomático. Segundo Van de Walle (2009), o aluno desse Nível se sente capaz de estabelecer demonstrações de teoremas e está apto a desenvolver suas deduções. Utiliza já algum rigor matemático em duas deduções e é capaz de observar não só as propriedades das formas, mas de levantar hipóteses e fazer uso de deduções para saber se ela está correta ou se é falsa.

As definições, propriedades e resultados trabalhados nos Níveis anteriores, passam a ser o objeto de estudo do aluno nesse Nível.

Um estudante operando no nível 3 pode claramente observar que as diagonais de um retângulo bissectam uma a outra, como um de um nível de pensamento inferior também poderia. Entretanto, no nível 3, há uma apreciação da necessidade de provar isso a partir de uma série de argumentos dedutivos. O pensador do nível 1, ao contrário, acompanha o argumento, mas falha em apreciar a sua necessidade. (VAN DE WALLE, 2009, p.443).

Van de Walle (2009) lembra que esse nível é caracterizado pelo curso de Geometria do Ensino Médio (EM), embora possa ser alcançado por alunos do ensino Fundamental, em poucos casos, como veremos adiante, considerando-se as características centrais da proposta dos Van Hiele. Conforme Van de Walle (2009),

Em um sentido muito global, os alunos de geometria no EM estão trabalhando na criação de um sistema dedutivo geométrico completo. Geralmente esse é o sistema euclidiano que descreve melhor o mundo em que estamos acostumados a viver. Eles podem também explorar outros sistemas geométricos, tais como a geometria onde todas as retas são desenhadas sobre a superfície de uma esfera ou então, a “geometria do

motorista de táxi” onde os carros só podem seguir uma grade retangular de “ruas”. Esses *sistemas* são o produto de seu pensamento. (VAN DE WALLE, 2009, p. 443)

O nível mais elevado da Teoria de Van Hiele é o Nível 4, conhecido como do *rigor*. Os alunos desse nível são capazes de construir várias hipóteses dentro de um sistema axiomático e, além disso, são capazes de compreender as relações entre diferentes sistemas axiomáticos, além do euclidiano.

Esse nível é basicamente trabalhado no ensino superior. Como reconhece Van de Walle (2009), os objetos de atenção do aluno desse Nível são os próprios sistemas axiomáticos, não apenas as deduções dentro de um sistema específico.

### 2.3 Características dos níveis de ensino da teoria de Van Hiele

Como destacamos na descrição dos Níveis da Teoria de van Hiele, o resultado de cada nível de pensamento é objeto de estudo do Nível seguinte, em outras palavras, um é pré requisito do outro. Van de Walle (2009) ressalta características desses Níveis que não podemos deixar de lembrar: a primeira é que os níveis são sequenciais, ou seja, o aluno precisa passar por cada Nível, na sequencia (ou seja, primeiro o 0, depois o 1, e assim por diante), para atingir o seguinte; a segunda característica é que, diferentemente dos estágios de desenvolvimento propostos por Piaget, os níveis no modelo van Hiele não dependem da idade, ou seja, alunos de diferentes estágios de escolaridade podem estar em diferentes níveis do modelo de van Hiele - um aluno do ensino médio, por exemplo, pode ainda estar no nível 0.

A terceira característica é a importância que a experiência vivida tem para o desenvolvimento dos alunos ao longo dos diferentes níveis de pensamento geométrico, ou seja, é fundamental que eles possam “conversar sobre e interagir com o conteúdo do nível seguinte, enquanto ampliam suas experiências em seu nível corrente (VAN DE WALLE, 2009, p.444).

A última característica é que se o nível do ensino ou a linguagem usada no processo, for superior ao do estudante, não ocorrerá uma comunicação efetiva, ou seja, se o aluno não desenvolveu plenamente o nível anterior, os conhecimentos do nível seguinte serão, no máximo, memorizados por ele - “um aluno pode, por exemplo, memorizar que todos os quadrados são retângulos sem ter construído essa relação. Bem como pode memorizar uma prova geométrica, mas falhar ao criar os passos ou



compreender os fundamentos envolvidos (FUYS, GEDDES E TISCHLER, 1998; GEDDES E FORTUNATO, 1993, in VAN DE WALLE, 2009, p.444).

Se o objetivo do ensino de Geometria no Ensino Médio é fazer com que o aluno atinja o Nível 3 da Teoria de van Hiele, é fundamental que, no Ensino Fundamental ele percorra os níveis anteriores, na sequência, para estar apto a compreender o que irá estudar então. Porém, o que se tem constatado é que muitos alunos do Ensino Fundamental pouco estudam os conteúdos de Geometria, mesmo que ele esteja oficialmente indicado para ser explorado com os alunos desde a Educação Infantil.

As razões para que isso aconteça são diversas, compreendendo inclusive a formação inicial dos professores, que muitas vezes não tiveram de nela construir o conhecimento geométrico específico, deixando de lado o ensino da Geometria. Como consequência, muitos alunos concluem o Ensino Fundamental sem conseguir passar do Nível 0 de pensamento geométrico.

#### 2.4 Os PCN e o conteúdo de polígonos

Os PCN compreendem um dos documentos que orientam acerca da seleção de conteúdos da Educação Básica e a melhor forma de serem trabalhados em sala de aula, visando uma aprendizagem matemática significativa e a formação da cidadania. Em relação ao ensino de Matemática, de qualquer Bloco de Conteúdos, entre eles da Geometria e, especificamente ao conteúdo que selecionamos como foco de nosso trabalho, os polígonos, esse documento ressalta os objetivos que devem direcionar o processo de ensino e aprendizagem.

Segundo os PCN (1998),

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades, entre outras. (BRASIL, 1998, p.51)

Dentre as noções geométricas citadas, o trabalho de observação das características e propriedades das figuras é de grande importância para a formação do aluno, e sua apreensão ocorre quando são capazes de identificá-las, diferenciam uma das outras, saber nomeá-las e destacar suas propriedades.

De acordo com os PCN (1998, p.126), “as atividades de Geometria são muito propícias para que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas”. Como ressalta aquele documento, o domínio do pensamento geométrico se dá a partir da articulação entre o espaço físico, no qual as figuras são representadas, e suas representações, ou seja, “o espaço físico, as figuras e suas representações gráficas são domínios onde tanto o aluno quanto o professor trocam informações e interagem aprendendo geometria”. (BRASIL, 1998)

Segundo os PCN (1998), é fundamental desenvolver atividades que direcionem o aluno a usar noções geométricas diversas, como as ideias de paralelismo, perpendicularismo, orientação e sentido, dentre muitas outras, para registrar ações como a mudança de posição de uma figura ou de tamanho, tendo como referencial o espaço cartesiano. Por exemplo, o aluno deverá desenvolver a capacidade de identificar o que muda quando uma figura é ampliada, ou reduzida. Pretende-se, com o ensino de Geometria, que o aluno seja capaz de “analisar, classificar e construir figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais, utilizando as noções geométricas como ângulos, paralelismo, perpendicularismo, estabelecendo relações e identificando propriedades” (BRASIL, 1998, p.77).

Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de identificar figuras planas (polígonos e círculo) e espaciais (prismas e pirâmides, poliedros regulares, esfera, cilindro, cone), descrever elementos das figuras bidimensionais e tridimensionais, construir modelos dessas figuras, interpretar e obter representações planas de figuras tridimensionais, bem como realizar classificações utilizando-se das noções de paralelismo, de perpendicularismo e de ângulo. (BRASIL, 1998, p.77)

Os PCN (1998) recomendam a realização de atividades que possibilitem a composição e decomposição de figuras planas, como em ladrilhamentos com mosaicos; quebra-cabeças como o tangram; ou figuras como os poliminós. A diversidade de possibilidades de recobrimento do plano, com diferentes formas, o aluno poderá compreender mais facilmente o cálculo de áreas, assim como a verificação de propriedades, como a da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono qualquer, feita por decomposição dos polígonos em triângulos.

Com as atividades sugeridas nos PCNs, é possível trabalhar com os diferentes níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico descritos na Teoria de Van Hiele,

usando as formas e propriedades das figuras, possibilitando a compreensão dos conteúdos por meio de atividades que motivem os alunos.

Os cuidados que devem ser tomados em relação a determinados conceitos, como os de perímetro e área, são ressaltados nos PCN (1998), onde se afirma que, no trabalho com unidades de medida é bastante comum que os alunos confundam as duas noções, ou que estabeleçam relações entre elas que não procedem. Por exemplo, é comum que eles indiquem, ao compararem dois polígonos, que a figura que possui maior área tenha sempre perímetro maior, e vice-versa. A indicação do documento é que sejam desenvolvidas atividades em que as duas noções estejam presentes e possam ser comparadas em situações diversificadas.

### 3 – A ANÁLISE DA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DO 6º AO 9º ANO

O conteúdo de polígonos é um dos conteúdos que melhor se enquadram no trabalho com Geometria, por meio da aplicação da teoria de Van Hiele, considerando os diferentes níveis de pensamento, usando a exploração das formas e suas propriedades. O estudo de polígonos é um conteúdo sempre presente nos livros didáticos, de praticamente todos os anos de escolaridade do ensino fundamental, no qual se explora: suas características, propriedades, classificações e uso em problemas de aplicação. Em nossa pesquisa trabalhamos com os livros do 6º ao 9º Ano do Ensino Fundamental, nos quais fizemos a análise do conteúdo geométrico que selecionamos como foco, centrando nossa atenção no ensino dos polígonos, e observando a metodologia proposta pelo autor, avaliando se e, em caso afirmativo, de que forma, ela está conectada com os níveis da Teoria de Van Hiele.

Os livros analisados fazem parte da coleção do 6º ao 9º Ano do Ensino Fundamental, intitulada “A conquista da matemática”, dos autores Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci, uma edição renovada, produzida no estado São Paulo, pela editora FTD. A coleção data do ano de 2009. Sua escolha decorreu do fato de ser ela a mais adotada no município em que trabalhamos. Ela é a coleção que utilizamos em sala de aula, junto com nossos alunos.

#### 3.1 A estrutura da coleção

A coleção aborda os conteúdos matemáticos por meio de uma linguagem direta e clara, visando facilitar a compreensão do conteúdo pelo aluno e caracteriza-se por conter muitas atividades que exploram o conteúdo estudado no livro. No início de cada unidade o livro traz curiosidades e questões matemáticas que muitas vezes estão ligadas a outras áreas de conhecimento, com o objetivo de que o aluno perceba a importância dos conteúdos matemáticos em foco.

Em seguida há a seção “Explorando”, que contém atividades cuja finalidade é preparar o aluno para a apresentação de um novo conteúdo. Os autores afirmam que essas atividades foram planejadas de forma a valorizar os conhecimentos prévios dos alunos, ou seja, em sua elaboração houve uma preocupação em possibilitar aos alunos a construção e experimentação das próprias ideias, a partir de suas experiências pessoais e dos conhecimentos adquiridos nos anos de escolaridade anteriores.

A próxima seção, intitulada “Chegou a sua vez”, as atividades propostas podem ser trabalhadas em sala de aula para dar início ao estudo dos conteúdos. Os autores apresentam exemplos e aplicações do conteúdos, que se caracterizam muitas vezes como procedimentos mecânicos de repetição dos modelos apresentados. Nas unidades de exercícios, os alunos, por meio das atividades propostas, devem mostrar o que aprenderam.

Na seção “Brasil Real”, são propostas atividades contextualizadas com o dia a dia do aluno, além de assuntos relacionados com o nosso país como nossas potencialidades, dificuldades, riquezas e informações básicas para a formação do aluno-cidadão.

Fotografias, gráficos e tabelas ilustram e complementam os assuntos abordados na seção, e com a leitura, interpretação e organização sobre variados assuntos, têm destaque na seção “Tratando a Informação”. A coleção traz elementos da “História da Matemática”, onde os autores apresentam um pouco da Matemática praticada na antiguidade e que ajudam o aluno a entender o desenvolvimento dessa ciência.

Ao longo do livro aparecem “Desafios”, nos quais os alunos utilizam a lógica, o raciocínio e os conhecimentos que já possuem em busca de soluções. Os desafios procuram se diferenciar dos exercícios de aplicação direta do conteúdo.

A seção “Retomando o que aprendeu”, reúne exercícios que visam trabalhar todos os conteúdos da Unidade, promovendo uma revisão geral e oportunizando que o professor verifique se ainda restou alguma dificuldade na compreensão do que foi estudado. E, para finalizar o livro, encontram-se os projetos pedagógicos interdisciplinares, onde o aluno é convidado a colocar em prática o que aprendeu durante o ano.

### 3.2 Geometria: o ensino de polígonos nos Livros Didáticos do 6º ao 9º Ano

#### 3.2.1 Uma breve descrição do presente conteúdo na coleção

O livro do 6º Ano é formado por oito unidades e o conteúdo de Geometria está presente em algumas delas. Na Unidade 4, com o título “Geometria: As ideias Intuitivas”, os autores iniciam tratando de noções básicas de figuras geométricas, ponto, reta e plano, trazendo atividades usando as observações dessas figuras, classificando figuras em planas ou não-planas. Em seguida o livro traz as classificações de retas; as noções de semirreta e segmentos de reta; e o conteúdo de ângulos, uma das ideias principais para se entender o conceito de polígono.

O conteúdo que envolve o estudo de polígonos está presente naquela unidade, apresentando os autores sua definição e classificação, finalizando a unidade com triângulos e quadriláteros. Na unidade 7, de título “Medido Comprimentos e Superfícies”, os autores propõem o trabalho com unidades de medida e retomam o conteúdo de polígonos, explorando a noção de perímetro de polígonos e áreas de figuras geométricas planas.

O livro do 7º Ano é formado por 10 unidades. A proposta do trabalho com o conteúdo de Geometria é dar continuidade ao que foi feito no 6º Ano, visando o processo de aprendizagem contínua. Na unidade 6 do livro, consta o estudo dos ângulos, por meio da identificação de seus elementos, medidas, operações, classificações e, logo na unidade seguinte, vem o conteúdo “Triângulos e Quadriláteros”. Para os autores, como o aluno já constrói alguns conhecimentos sobre polígonos no 6º Ano, no 7º Ano, a ideia é expandir o estudo de seus elementos e os critérios de classificação desses polígonos. Observando o conteúdo do livro e os exercícios nele explorados, percebemos que são poucos os exercícios relacionados a polígonos e a proposta não aborda muito o conteúdo de forma a possibilitar o trabalho com os níveis da Teoria de Van Hiele.

O livro do 8º Ano é composto por 12 unidades, e foi o volume que recebeu maior foco em nossa pesquisa. Do capítulo 8 até o final do livro o conteúdo de Geometria é explorado e, além disso, enfocam elementos e propriedades dos polígonos, os quais foram trabalhadas com maior destaque por nós, permitindo-nos uma melhor observação e análise.

Trazendo com maior detalhe o trabalho com o cálculo de áreas de figuras planas e o estudo da circunferência e do círculo, o livro do 9º Ano também é formado por 12 unidades. Nele são trabalhadas a semelhança de figuras e o estudo do triângulo retângulo, introduzindo as relações trigonométricas que serão ampliadas no Ensino Médio.

### 3.2.2 Propostas para o conteúdo de Polígonos

Ressaltamos que o conteúdo de Geometria é de extrema importância no currículo da Matemática, e todos os volumes da coleção trazem conteúdos desse ramo, apesar de nela termos observado o predomínio de uma forma tradicional de desenvolvimento das unidades, com a apresentação direta de definições, exemplos e exercícios.

O livro do 6º Ano começa explorando a ideia intuitiva do que é Geometria e onde encontramos a Geometria, por meio de fotos. Com a seção “Explorando”, a proposta é

iniciar o estudo dos elementos geométricos com ideias intuitivas, dessa vez com a noção de reta, ponto e plano, exemplificando cada uma delas. Exemplos dão continuidade ao conteúdo, definindo-se também quando uma figura é plana ou não-plana. O livro traz em seguida um exercício de planificação, as definições de reta, semi-reta, segmento de reta e classificação das retas, ilustrando-as com figuras.

Com a ideia de giro, o livro traz exemplos que promovem a continuidade para um conteúdo de grande importância para nossa pesquisa (ângulos), uma vez que para estudar o conteúdo de polígonos o aluno precisa compreender bem o que é um ângulo. Usando situações do dia a dia, como giros de uma porta de um banco e uma roleta (catraca) de um ônibus, os autores definem ângulo; apresentam seus elementos; orientam os alunos sobre como usar o transferidor e, em seguida, classificam os ângulos em raso ou reto. Não consideramos tal abordagem pertinente, pois no 6º Ano o autor deveria ter destacado também os ângulos agudos e obtusos, que poderiam ser definidos em relação ao ângulo reto. Os exercícios sobre ângulos envolvem a resolução de problemas e, embora não sejam muito tradicionais, são em pouca quantidade.

Com as ideias de linhas simples e linhas não-simples, tem início o conteúdo de polígonos, assunto ao qual demos maior ênfase nesse trabalho de pesquisa, relacionando-o com os níveis da Teoria de Van Hiele. Segundo os autores do livro didático em foco, “polígono é a reunião de uma linha fechada simples, formada apenas por segmentos de reta, com a sua região interna”. A definição de polígono aqui destacada é de difícil compreensão pelos alunos, que se prendem mais nas formas dos exemplos.

O capítulo ainda traz as definições de polígono convexo e não-convexo, ressaltando que o que será abordado são os polígonos convexos. Além disso, trabalha a nomenclatura dos polígonos, classificando-os pela quantidade de lados. O livro ainda aborda, na mesma unidade, os triângulos e os quadriláteros, apresentando as suas características e classificando-os. Ainda no livro, na unidade sobre Unidades de Medidas, são trabalhados a área e perímetro dos polígonos destacados. O livro apresenta, em geral, poucos exercícios sobre o conteúdo estudado.

A Geometria trabalhada no livro do 7º Ano, começa com o conteúdo de ângulos, retomando a definição, apresentado os lados e os vértices de um ângulo. Ressaltamos a forma como é trabalhado o conteúdo de medidas de ângulos: antes de começar o assunto, os autores trazem elementos da história da matemática, com um texto sobre o ângulo na história. Quando dá início às medidas de ângulos, explica o que é grau, mostrando com se faz o uso do transferidor para medir ângulos.

Na continuidade, são trabalhados ângulos congruentes, ângulos adjacentes e ângulos consecutivos. Em seguida, as transformações de unidades, de grau, minutos e segundos e operações de medidas. Os exercícios propostos nessa unidade são tradicionais, e têm por objetivo desenvolver o domínio procedimental com as operações. A unidade se encerra com a definição e exemplos de ângulos complementares, ângulos suplementares, ângulo agudo, ângulo reto e ângulo obtuso.

Na continuidade, o livro propõe o conteúdo de Triângulos e Quadriláteros, que são conteúdos que podem ser avaliados, ao longo da coleção, de acordo com os níveis de pensamento geométrico propostos na Teoria de Van Hiele. No trabalho com triângulos, são explorados seus elementos e a classificação dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos, fazendo uso de ilustrações para os exemplos de cada tipo de triângulo.

O texto propõe a identificação da relação entre as medidas dos ângulos internos de um triângulo, usando cartolina para verificação de que a soma das suas medidas é igual a  $180^\circ$ . Os exercícios de aplicação do conteúdo são tradicionais e exigem a aplicação de cálculos e pouco uso da criatividade ou raciocínio.

O livro contém uma seção sobre como construir um triângulo com régua e compasso, principalmente o triângulo equilátero, afirmando-se que como suas medidas são iguais, sem régua e compasso seria impossível fazer um triângulo perfeito. Da mesma forma são trabalhados os quadriláteros, identificado-se seus elementos, e destacando-se os principais quadriláteros: paralelogramo, retângulo, losango, quadrado e trapézio.

As medidas dos ângulos internos de um quadrilátero, também são trabalhadas com o uso de cartolina para verificação da relação entre eles (soma igual a  $360^\circ$ ), e também se propõe o uso do compasso e régua para o desenho dos quadriláteros. Para finalizar a unidade, é proposto que os alunos observem e identifiquem formas geométricas encontradas em obras de arte. No Tratamento da Informação são propostas a leitura e análise de outro tipo de informação, que não tabelas e gráficos: mapas de localizações de ruas. Nesses mapas os alunos podem identificar diversos elementos geométricos trabalhados em sala de aula, como retas paralelas, retas perpendiculares, diagonais, triângulos, quadriláteros e ângulos.

O livro do 8º Ano traz uma revisão de conteúdos de Geometria já estudados nas séries anteriores, iniciando pelas noções básicas de reta, ponto e plano e, depois, ângulo. Os autores repetem as definições e classificações dos ângulos já vistos no 7º Ano. Na seção “Explorando” os alunos têm a oportunidade de trabalhar a construção de ângulos



com o auxílio do transferidor e a construção de bissetrizes com régua e compasso. No “Brasil Real”, o objetivo é levar o aluno a reconhecer ângulos complementares e ângulos suplementares, assim como resolver problemas envolvendo esses conceitos.

O trabalho com polígonos é mais extenso, como o reconhecimento, nomeação e identificação, além do cálculo do perímetro de um polígono, e os exercícios com problemas envolvendo área. O conteúdo envolve ainda: as diagonais de um polígono; ângulos de polígonos convexos e polígonos regulares. As atividades na seção “Brasil Real”, propõem o trabalho de observação e identificação de polígonos em obras de artistas brasileiros.

O item “Explorando” tem como objetivo desenvolver a ideia de como determinar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono qualquer. Separado em unidades, temos o estudo dos triângulos, assim como seus elementos, suas condições de existência, os ângulos nos triângulos, a sua classificação, altura, mediana e bissetriz, congruência de triângulos e propriedades dos triângulos isósceles e equilátero.

O estudo dos quadriláteros é semelhante, como no caso da apresentação do estudo dos triângulos: identificação de seus elementos e propriedades; e as características dos paralelogramos e dos trapézios. A unidade se encerra com o estudo da circunferência e do círculo, seus elementos e posições relativas, além do trabalho com ângulos inscritos na circunferência.

Figuras semelhantes, assim como os polígonos e principalmente os triângulos, são trabalhados no livro do 9º Ano, contendo o Teorema Fundamental da Semelhança de Triângulos, e o estudo das áreas das figuras geométricas planas. A Proposta é trabalhar com exercícios com nível de dificuldade mais avançada, preparado os alunos para o ensino médio.

### 3.3 A Teoria de Van Hiele e os livros didáticos analisados

O Ensino Fundamental é a etapa de escolaridade mais importante para a formação de conhecimento dos conteúdos geométricos, pois é nela que são trabalhados os principais conceitos desse campo de pensamento matemático. Na medida em que vamos aprendemos determinado conteúdo e dominando as suas características realizamos uma passagem de nível de pensamento, dentre os quais destacamos os níveis de pensamento proposto na Teoria de Van Hiele, voltados para o campo da Geometria.

Com base nos livros didáticos que analisamos, nosso objetivo central foi, por meio de uma análise comparativa de exercícios e formas de como é proposto o trabalho com o

conteúdo de polígonos, ao longo dos livros do 6º ao 9º Anos, identificar se ele contempla a possibilidade de mudança de níveis da Teoria de Van Hiele. Em razão da complexidade envolvida nos dois últimos níveis da Teoria de Van Hiele, compreendemos que a proposta para esse nível de escolaridade só atingirá adequadamente no máximo até o nível 3 do modelo.

Com base na análise realizada, é que os livros apresentam uma sequência adequada, que vai desde o nível 0 até o nível 2, apresentando os exercícios do 6º Ano, em sua maioria, adequações ao Nível 0, partindo para o livro do 7º ano onde são trabalhados elementos do Nível 1, e os livros dos 8º e 9º Anos, ficando os exercícios situados entre os Níveis 1 e 2, predominantemente nesse último, no caso do 9º Ano.

Os exemplos destacados em seguida, servem para ilustrar nossas conclusões, e são uma pequena mostra do que o livro traz, mas exemplificam de modo adequado nosso pensamento.

### 3.3.1 O livro do 6º Ano

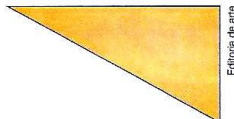
O livro do 6º ano apresenta na página 153 o conjunto de exercícios com a presença de figuras, na figura 2. O que podemos observar nas questões destacadas é que os alunos conseguem responder as questões usando apenas a visualização e o reconhecimento das formas, com base nas ilustrações presentes no texto, como no caso de identificar se uma figura é um polígono ou não, sem compreender suas propriedades. O mesmo quando, após reconhecer se a figura é um polígono, saber se o polígono é convexo ou não.

Vale ressaltar que os exercícios de 1 até 5 apóiam em ilustrações dadas, o que facilita sua resolução. Nas questões 6 e 7, o aluno não conta com o apoio inicial de figuras mas, sabendo o que é um vértice, ele poderá construí-lo e nomeá-lo. Dentre todas as questões o nível de Van Hiele explorado é prioritariamente o Nível 0, onde o aluno percebe as formas geométricas como um todo, não pelas suas propriedades ou partes.

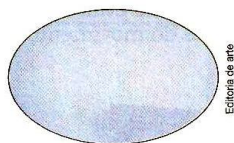
Apenas se é capaz de justificar adequadamente as respostas das questões 1 e 2 é que podemos verificar se o aluno tem seu pensamento geométrico com características mais próximas do Nível 1, ou seja, se ele é capaz de identificar as propriedades que caracterizam um polígono. Se sua resposta baseia-se apenas na semelhança que a figura apresenta com os exemplos dados no livro, seu pensamento terá características do Nível 0.

## EXERCÍCIOS

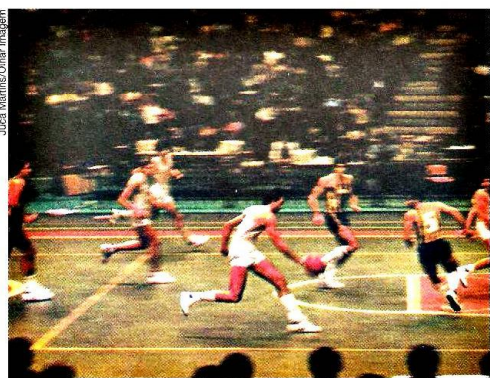
- 1.** A figura a seguir é um polígono? Justifique sua resposta no caderno.




- 2.** Por que a figura geométrica a seguir não é um polígono?

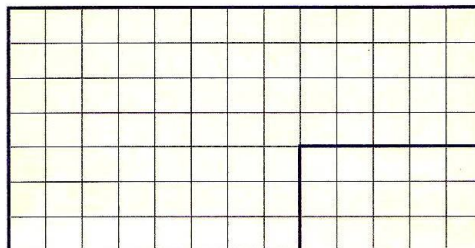


- 3.** Uma quadra de basquete lembra um polígono.



- a) Esse polígono é convexo?  
b) Qual o nome desse polígono?

- 4.** Cada  representa um quarteirão na planta de um parque florestal. A linha azul indica a cerca e os portões desse parque. Essa planta representa um polígono? Em caso afirmativo, o polígono é convexo ou não convexo?



- 5.** Observe as duas placas de trânsito a seguir. Elas lembram polígonos.



A



B

Qual o nome do polígono representado pela placa:

- a) A?    b) B?

- 6.** Lucca desenhou um polígono cujos vértices são os pontos A, B, C, D, E e F. Quantos lados tem o polígono que Lucca desenhou? Qual é o nome desse polígono?

- 7.** Qual é o polígono que tem o menor número de lados?

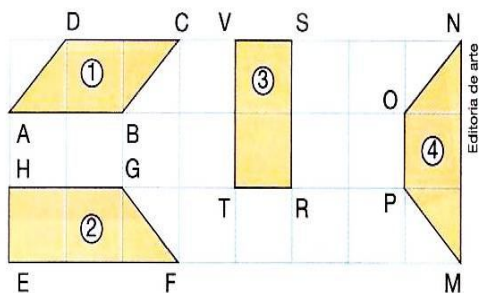
Figura 02. Exercícios propostos para o aluno.

Na página 154 do mesmo livro, encontramos a seção “Brasil Real”, onde se trabalha a Geometria associada com a Arte. A questão propõe a identificação dos polígonos, visualizando as pinturas da artista brasileira Tarsila do Amaral. A atividade é característica do Nível 0, de identificação de formas, sem que se atente para suas propriedades.

O fato importante a ser observado no livro do 6º Ano é que, mesmo o Nível 0 sendo predominante nas atividades, existem algumas que podemos identificar como potencializadoras da passagem do Nível 0 para o Nível 1. Nelas os alunos devem, além da visualização das figuras, listá-las em função de suas classes, identificando, por exemplo, que quadrados e retângulos são paralelogramos. É o que podemos observar

nos exercícios destacados em seguida, apresentados na página 158, na questão 2, e na página 159, na questão 6.

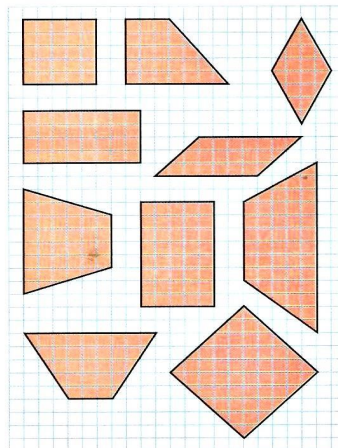
**2.** Desenhei alguns quadriláteros na malha quadriculada.



Quais deles são:

- a) paralelogramos?      b) trapézios?

**6.** Helena está preparando uma atividade para os seus alunos e desenhou alguns quadriláteros em papel quadriculado. Veja:



- a) Quantos trapézios ela desenhou?  
 b) Quantas dessas figuras são paralelogramos?  
 c) Dentre os paralelogramos, há quantos losangos?  
 d) Dentre os paralelogramos, há quantos quadrados?

Figura 03 - Exercícios propostos para o aluno.

As demais questões das referidas páginas, ainda fazem uso das características do Nível 0, onde o aluno trabalha, nas questões 1, 3, 4 e 5, com a classificação de triângulos, pela medida de seus lados. Apenas observando os triângulos desenhados na malha, podemos perceber qual a sua classificação. Nas questões 7 e 8, são trabalhadas, respectivamente, a construção de triângulos e quadrados, usando-se palitos de fósforo. A atividade ainda é adequada para o Nível 0.

A partir da página 277, o livro explora o conteúdo de áreas das figuras geométricas planas, mostrando de forma direta a fórmula para calculá-las, aplicando-as em problemas ou em exemplos com figuras planas. Quando o aluno se depara com os exercícios sobre o mesmo conteúdo, iniciando na página 282, prevemos que as dificuldades que terá serão grandes, na resolução, pois os exemplos que o autor mostra são exemplos simples, com desenhos cujas áreas permitem cálculo fácil e direto e com figuras planas.

O exercício 1, daquela página, é a única questão semelhante aos exemplos que o livro mostra aos alunos. Estes, se bem trabalhados e explicados, possibilitarão que os alunos consigam resolver, além do exercício 1, também os exercícios 2, 3, 4 e 5, que,

apesar de não terem figuras, são questões nas quais o aluno pode facilmente desenhar a figura envolvida e atribuir as medidas correspondentes e calcular a área.

Já os exercícios 6 e 7 da mesma página, contêm dificuldades adicionais, pois envolvem um maior número de dados e não são dadas as figuras a partir das quais os alunos possam racionar. Os exercícios 8, 9 e 10 das páginas 282 e 283 (Figura 04), são os de maior grau de dificuldade, pois envolvem figuras não planas, que dificilmente seria visualizada por um aluno cujo pensamento geométrico se encontre no Nível 0. Assim, entendemos que os autores do livro deveriam ter trabalhado uma maior quantidade de planificações de figuras para os alunos poderem se familiarizar com situações desse tipo.

**10.** Querendo pintar as quatro paredes e o teto de uma sala, com as dimensões da figura seguinte, e sabendo que cada lata de tinta permite pintar  $40 \text{ m}^2$ , quantas latas de tinta terei de usar?

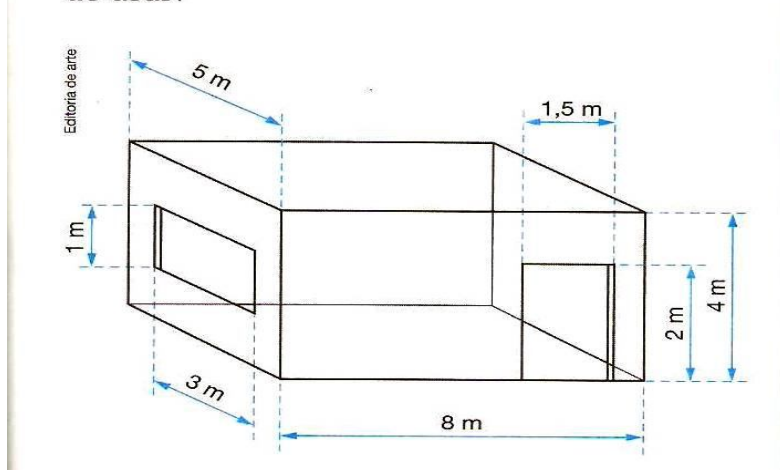


Figura 04 – Exercícios proposto para o aluno

Depois de ver todo o conteúdo de Geometria no 6º Ano, e principalmente o conteúdo de polígonos, é de se esperar que o aluno já tenha alcançado o Nível 0 do modelo van Hiele, e tenha começado a formar conhecimentos do Nível 1, partindo da visualização das formas na direção da análise de suas propriedades. Tal aspecto é contemplado no livro didático do 7º Ano, onde são trabalhados os polígonos, de modo particular o conteúdo de triângulos e quadriláteros, por meio de suas propriedades, classificações e relações.

### 3.3.2 O livro do 7º Ano

A partir da página 216, o livro aborda os elementos e as classificações dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos, trabalho que podemos estabelecer, dentro da Teoria de van Hiele, como voltado para o Nível 0, pois toma como base fundamentalmente a visualização das figuras. A partir da página 219 do mesmo livro podemos observar que o conteúdo de triângulos é apresentado com base em uma mudança de nível, do 0 para o Nível 1, no qual o aluno passa a reconhecer as figuras pelas suas propriedades. Por exemplo, o fato da figura ter lados paralelos, ângulos iguais, a relação dos lados com os ângulos, entre outros, e quais as consequências disso para sua classificação.

Nos exercícios que o livro propõe na página 220, podemos observar que na questão 1 o aluno deve identificar quais os tipos de triângulos presentes, observando a medida dos seus lados, e na questão 2 o aluno deve identificar os triângulos pela medida de seus ângulos. Ambas as questões têm o apoio de desenhos, o que facilita para o aluno na sua resolução. Nas questões 3, 4, 5 e 6 o aluno usa seus conhecimentos sobre a soma das medidas internas de um triângulo, sem o apoio de figuras, que não são dadas. É necessário, antes, construí-las para que o aluno visualize melhor as informações e saiba aplicar as fórmulas.

Os Van Hiele recomendam a organização de atividades que possibilitem ao aluno concluir que todo quadrado é um retângulo, enquanto a recíproca não vale. O livro orienta o professor a explorar afirmações dessa natureza com os alunos, pois o desenvolvimento do pensamento do aluno nesse nível vai além da visualização das figuras, passando pela análise delas e atingindo o reconhecimento de suas propriedades.

No conteúdo de quadriláteros, que se inicia na página 223, o livro aborda todos os quadriláteros, destacando suas definições com base em suas propriedades, como no caso do quadrado, descrito como o quadrilátero com 4 lados, 4 ângulos retos, lados iguais, lados opostos paralelos. Seria interessante, em situações de exploração das propriedades das figuras, incentivar o aluno a definir a figura começando com um termo diferente. Por exemplo, “o quadrado é um quadrilátero que ...”; ou “o quadrado é um retângulo que ...”; ou ainda, “o quadrado é um paralelogramo que ...”; dentre outras formas possíveis. O domínio dessas relações o coloca em um nível de pensamento geométrico mais avançado (Nível 2).

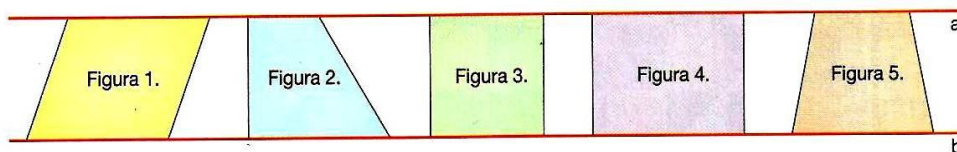
Como exemplo de exercícios propostos nessa parte do texto, apontamos o exercício da página 225, reproduzido na Figura 05, extraída do livro do professor. No exercício 1, o aluno deve entender as propriedades dos quadriláteros para responder às questões, além de observar as características das figuras que o problema mostra.

Segundo Campos (2000), o aluno no Nível 1 é capaz de resolver problemas usando as propriedades das figuras, o que se espera que ocorra aqui.

Através das atividades observadas na Figura 04, podemos verificar uma diferença de proposta nas questões, que se situam na exploração dos Níveis 0 e 1 da teoria de van Hiele. Van de Walle (2009) afirma que a diferença básica, entre os níveis de pensamento, é o objeto de pensamento dos alunos em cada nível. Ou seja, no Nível 0 o aluno se atém à forma, no 1 às propriedades. Apesar de, no Nível 1, os alunos ainda usarem modelos e formas de visualização das figuras e suas propriedades, eles começam a vê-las como representantes de classes de formas.

No exercício 2, o aluno deve dominar as classificações dos triângulos e quadriláteros, além das propriedades de cada um. Se o aluno consegue observar a forma base e as solicitadas, sabe identificar as propriedades e consegue responder corretamente, ele está preparado para enfrentar problemas mais complexos e passar para o nível seguinte sem nenhuma dificuldade.

- 1.** As retas  $a$  e  $b$  são paralelas. Helena desenhou alguns quadriláteros na região entre as retas  $a$  e  $b$ .

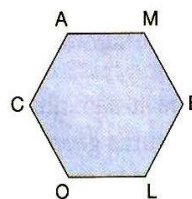


Observe atentamente os desenhos de Helena e responda:

- a) Quais dessas figuras são paralelogramos? Figuras 1, 3 e 4.  
 b) Dentre os quadriláteros, qual figura é:  
 um retângulo? Figuras 3 e 4.  um quadrado? Figura 3.  
 c) Quais desses quadriláteros desenhados são trapézios? Figuras 2 e 5.  
 d) Dentre os trapézios, qual deles é um trapézio retângulo? Figura 2.

- 2.** (Saresp) Observe o hexágono regular CAMELO. Unindo os vértices  $C$ ,  $M$ ,  $L$  e  $C$  com segmentos de reta, formamos um triângulo. Unindo da mesma forma os vértices  $A$ ,  $M$ ,  $L$ ,  $O$  e  $A$ , nessa ordem, formamos um quadrilátero. Os polígonos formados são:

- a) um triângulo retângulo e um quadrado. Alternativa  $d$ .  
 b) um triângulo isósceles não equilátero e um quadrado.  
 c) um triângulo escaleno e um quadrilátero qualquer.  
 d) um triângulo equilátero e um quadrilátero que é retângulo.



Professor, oriente os alunos a reproduzir o hexágono regular no caderno, caso sintam necessidade de traçar os segmentos de reta indicados na atividade.

Figura 06 – Exercícios propostos para o aluno.

O livro do 7º Ano, trabalha conteúdos e exemplos relacionados ao Nível 1 da Teoria de Van Hiele, porém o conteúdo é bastante resumido. Defendemos que os autores deveriam abordar muito mais elementos da Geometria e principalmente o conteúdo de polígonos. Além disso, os exercícios foram poucos para o conteúdo dado.

### 3.3.3 O livro do 8º Ano

O livro do 8º Ano retoma inicialmente todo o conteúdo de polígonos visto nas séries anteriores, apresentando-o com mais detalhes. Ele começa com o estudo dos elementos de um polígono e a nomenclatura correspondente, mas não faz uso de nenhum exercício relacionado a esses conteúdos. Acreditamos que teria sido conveniente trazer alguns exercícios, para complementar a revisão, e não apenas definições e exemplos.

As páginas 240 e 241 compreendem a exploração do tangram, quebra-cabeça formado por polígonos e bastante conhecido da comunidade escolar. Em seguida o livro traz, na página 243, atividades envolvendo o perímetro de um polígono, depois de apresentada sua definição. Em seguida dá um exemplo de cálculo e propõe, na página 244, um exercício com 4 questões sobre perímetro, todas de forma simples e dentro do nível do conteúdo explorado. O que observamos é que, da página 236 até a 244, os autores trabalham com os alunos questões que abordam o Nível 0, de reconhecimento e visualização, no modelo de van Hiele.

Na página 245, o livro aborda as diagonais de um polígono, mostrando, através de desenhos, que o triângulo não tem diagonais, explorando também as diagonais e sua quantidade em outros polígonos, assim como o cálculo das diagonais de um polígono qualquer. Na página 247 há 6 questões que o aluno, usando as fórmulas e observando os polígonos, consegue resolver com facilidade.

Na teoria de Van Hiele, um aluno do Nível 2 ele é capaz de ordenar as formas e usar a dedução e lógica nas propriedades das figuras. Segundo MATOS (1996), nesse nível o objeto de estudo do aluno é a natureza das relações entre os teoremas, por exemplo, o fato de um triângulo isósceles ter dois lados iguais implica dizer que ele tem dois ângulos iguais. O livro do 8º Ano começa a trabalhar com esse nível a partir da página 248, onde o conteúdo de polígonos vai muito além da visualização e classificação das figuras, sendo trabalhadas as relações entre os ângulos dos polígonos através de teoremas. Como exemplos, podemos destacar os exercícios da página 251 (Figura 06).

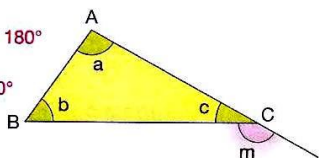


# EXERCÍCIOS

**1.** No polígono abaixo, qual a relação que podemos estabelecer entre:

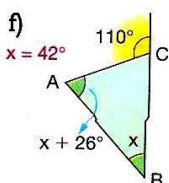
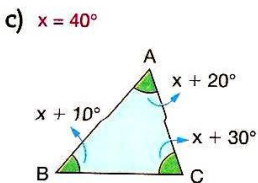
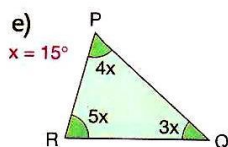
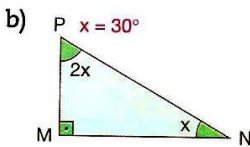
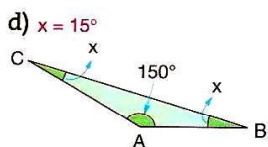
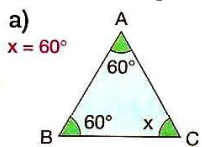
a)  $m$  e  $c$ ?  $m + c = 180^\circ$

b)  $a$ ,  $b$  e  $c$ ?  
 $a + b + c = 180^\circ$



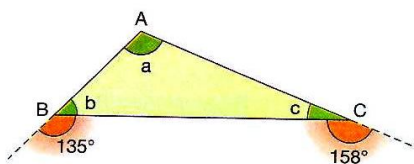
Ilustrações: Editora de arte

**2.** Determine o valor de  $x$  em cada um dos seguintes triângulos:

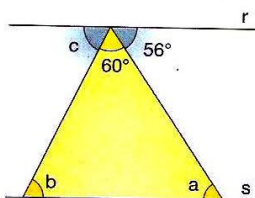


**3.** Dois ângulos de um triângulo medem  $81^\circ$  e  $28^\circ$ . Qual a medida do terceiro ângulo?  $71^\circ$

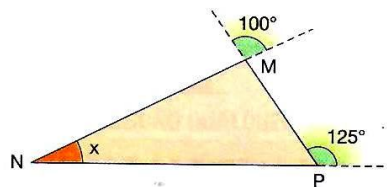
**4.** No triângulo ABC abaixo, determine as medidas  $a$ ,  $b$  e  $c$ .  $a = 113^\circ$ ,  $b = 45^\circ$  e  $c = 22^\circ$ .



**5.** Na figura seguinte, determine as medidas  $a$ ,  $b$  e  $c$ , sabendo que  $r \parallel s$ .  $a = 56^\circ$ ,  $b = 64^\circ$  e  $c = 64^\circ$ .

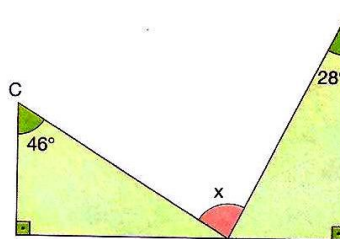


**6.** Determine o valor de  $x$ .  $x = 25^\circ$

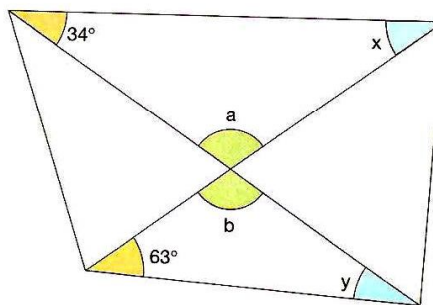


**7.** Considere  $a$ ,  $b$  e  $c$  as medidas dos ângulos internos de um triângulo. Se  $a = 2b$  e  $b = 3c$ , qual o valor da medida  $c$ ?  $18^\circ$

**8.** Calcule a medida  $x$  na figura:  $74^\circ$



**9.** Considerando a figura, calcule o valor de  $x - y$ .  $x - y = 29^\circ$



**10.** Determine o valor de  $x + y + z + w$ .  $310^\circ$

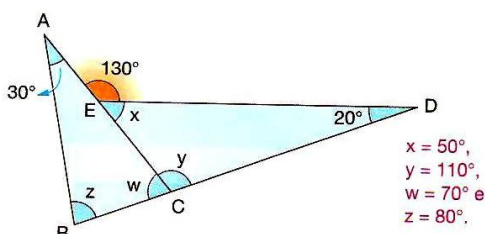


Figura 06: Exercícios propostos para o aluno (imagem escaneada do livro do professor).

Para que os alunos resolvam as questões 1 a 3, não existe muita dificuldade, pois aplicando diretamente a fórmula ele consegue fazer isso. A partir da questão 4, o aluno deve relacionar as medidas de ângulos internos e externos adjacentes de um polígono, além de calcular a soma das medidas em particular de um polígono convexo e regular, o que envolve um maior grau de complexidade.

Nas questões 7, 8, 9 e 10, é de se esperar que o aluno sinta muita dificuldade, pois o nível de dificuldade delas é maior que o exemplo dado pelo autor no livro, e acreditamos que seria necessária a ajuda do professor, revendo as definições para o aluno compreender o enunciado, e tentar resolver as questões propostas. Todas elas se encaixam no Nível 2 da Teoria de van Hiele, pois o aluno usa as propriedades informais para resolver o que foi enunciado.

O livro propõe o trabalho, na página 252, com a soma das medidas dos ângulos internos e dos ângulos externos de um polígono, com exercícios dentro do padrão estabelecido pelos autores. Nas páginas 257 e 258, há exemplos de problemas resolvidos usando-se os ângulos de polígonos regulares. Nas páginas 265 e 266, a seção “Retomando” traz uma série de exercícios com questões objetivas envolvendo conhecimentos dos conteúdos vistos desde o início do Capítulo.

Na página 267 tem início a unidade sobre triângulos, com a revisão de elementos relativos aos tipos de triângulos e sua aplicação em situações do nosso dia-a-dia, como é o caso da divisão de um terreno de forma quadrada em dois terrenos de forma triangular. A seguir, na página 270, o livro aborda a condição de existência de triângulos, mostrando exemplos e exercícios, continuando com a classificação de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos, com exemplos no dia a dia.

Quanto aos exercícios da página 280, acreditamos que o aluno, fazendo uso da observação, poderá facilmente responder as questões. Na página 281, o conteúdo de triângulo destaca sua altura, mediana e bissetriz, mostrando as relações e diferenças entre elas. A partir da página 295, o conteúdo de propriedades dos triângulos isósceles e equilátero vem em destaque, onde são trabalhadas as propriedades que o aluno deve usar do conteúdo anterior.

Esse é um dos conteúdos que melhor se enquadram na passagem do Nível 2 da Teoria de van Hiele, para o Nível 3, assim como o conteúdo de quadriláteros, que explora suas propriedades - do paralelogramo, como podemos observar na página 308; e dos retângulos, losangos e quadrados, a partir da página 311, finalizando com os trapézios. Os exercícios sobre o conteúdo trabalhado podem apresentar dificuldades para os alunos, pois são poucos os exemplos que o livro expõe, e os exercícios exigem um

raciocínio elaborado em sua resolução. Assim, cabe ao professor usar outros meios complementares de ensino, que compense essa lacuna, de forma que o aluno compreenda o conteúdo, antes de tentar resolver os exercícios.

A partir dos livros analisados de 6º ao 8º Ano, e comparando com a Teoria de van Hiele, podemos destacar que o aluno que estuda Geometria com o livro do 6º Ano, estará preparado para o desenvolvimento do Nível 1. Com o estudo do livro do 7º Ano, observamos que as atividades exploram o Nível 1 de pensamento, preparando o aluno para o Nível 2, quando são orientados, através de problemas e exercícios, a descobrir novas relações e gerar novo conhecimento. Já no livro do 8º Ano, são exploradas atividades voltadas para o Nível 2 e a preparação para o Nível 3 de pensamento geométrico, quando expressam e trocam suas visões sobre o que observam baseando em suas experiências.

#### 3.3.4 O livro do 9º Ano

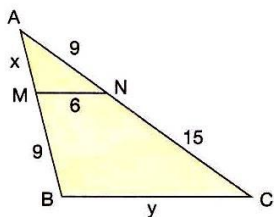
O último livro de nossa análise é o livro do 9º Ano, que inicia na página 221 o estudo de polígonos semelhantes, por meio da propriedade de proporcionalidade, uma vez que dois polígonos são semelhantes se as medidas dos lados foram proporcionais. Logo adiante, na página 226, o livro traz um exercício em que, nas questões 1 e 2, o aluno consegue responder pela visualização da figura, as demais questões o aluno deve aplicar todos os seus conhecimentos de propriedades para respondê-las. O livro continua na página 228 com triângulos semelhantes, onde são expostas as propriedades dos elementos trabalhados, e o Teorema Fundamental da Semelhança de Triângulos, no qual o aluno usa propriedades diversas para provar que os triângulos são semelhantes.

No volume do 9º Ano é explorado o início do processo de demonstração formal de teoremas, dentro do terceiro Nível do modelo Van Hiele. Para que isso ocorra com tranquilidade, ele deve partir do Nível 2 do modelo, ou seja usar seus conhecimentos desse Nível como base para fazer uso de deduções e demonstrações.

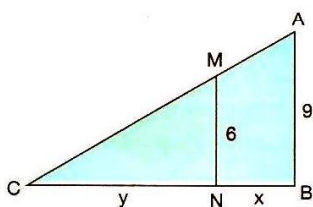
Como exemplo de atividades propostas para alunos do Nível 3, destacamos os exercícios da página 236 (Figura 07). Atividades desse nível demandam que o aluno faça perguntas complexas a si mesmo, além de que deve levantar hipóteses e fazer deduções.

# EXERCÍCIOS

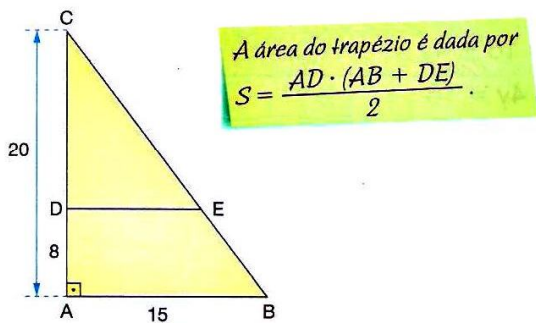
1. Calcule as medidas  $x$  e  $y$  indicadas na figura sendo  $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ .



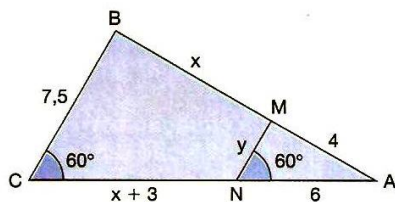
2. Na figura abaixo, em que  $\overline{MN} \parallel \overline{AB}$ , mostre que a relação  $y = 2x$  é válida.



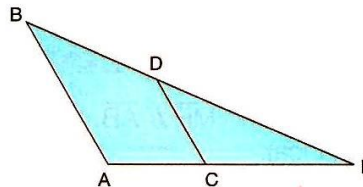
3. Representado a seguir, temos um triângulo retângulo de vértices A, B e C, em que o segmento  $\overline{DE}$  é paralelo ao lado  $\overline{AB}$  do triângulo. Calcule a área do trapézio ABED.



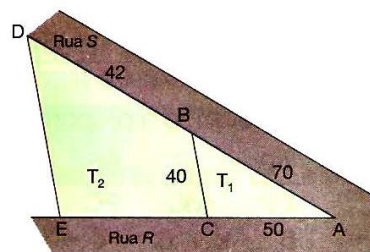
4. Na figura seguinte, temos  $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ . Calcule  $x + y$ .



5. Na figura,  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ . Se  $AB = 136$  cm,  $CE = 75$  cm e  $CD = 50$  cm, determine a medida de  $\overline{AE}$ .



6. Dois terrenos,  $T_1$  e  $T_2$ , têm frente para a rua R e para a rua S, como nos mostra a figura seguinte:



Considerando que o lado  $\overline{BC}$  do terreno  $T_1$  é paralelo ao lado  $\overline{DE}$  do terreno  $T_2$ , calcule as medidas dos lados  $\overline{DE}$  e  $\overline{CE}$  do terreno  $T_2$ .

7. Um terreno tinha a forma do triângulo ABC da figura abaixo. A partir um ponto D, localizado sobre o lado  $\overline{AC}$  desse terreno, traçou-se uma linha  $\overline{DE}$ , paralela ao lado  $\overline{BC}$  do terreno. Com isso, o terreno original foi dividido em dois lotes: um representado pelo triângulo ADE, e o outro representado pelo trapézio BCDE. Determine o perímetro de cada um dos dois lotes, sabendo que:

- $BC = 60$  metros.
- $ED = 48$  metros.
- $AD = 56$  metros.
- $DC = x$  metros.
- $AE = y$  metros.
- $EB = 16$  metros.

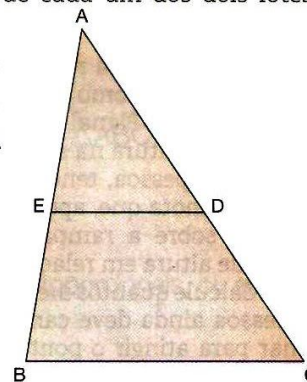


Figura 07: Exercícios propostos para o aluno.

Como destaca Van de Walle (2009), o professor não pode garantir que todos os seus alunos desenvolverão seu pensamento geométrico de modo suficiente para atuarem no nível seguinte. Todos nós temos nossas características próprias, o que faz com que tenhamos também, ritmos diferenciados de aprendizagem. Apesar disso, todos devem estar conscientes de que as experiências proporcionadas serão de grande importância para os alunos mudarem de nível, indo na direção de pensamentos cada vez mais elaborados e formais.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho aqui apresentado teve como proposta fazer uma análise de livros didáticos dirigidos a alunos do 6º ao 9º Anos do Ensino Fundamental, quanto à proposta de trabalho dos autores com o conteúdo de polígonos, relacionando-a com a teoria de van Hiele, que entendemos como um grande recurso para professores de Matemática basear suas aulas de Geometria e observar o desenvolvimento dos alunos.

Entendemos que a análise do livro didático que utiliza, tendo como referência um aporte teórico adequado, é de fundamental importância, possibilitando ao professor identificar seus aspectos positivos e negativos, e a necessidade de complementações ou mudança de estratégia metodológica no ensino de qualquer conteúdo e, no caso de nosso trabalho, em particular da Geometria.

Com base no que estudamos, defendemos a necessidade de planejamento da prática pelo professor, assim como a igual necessidade de formação continuada para torná-lo apto a trabalhar da melhor forma possível as bases teóricas que deveriam sustentar sua ação em sala de aula. Em particular no caso da Geometria, muitos professores não são adequadamente preparados para ensiná-la. O domínio do conteúdo e de metodologias que facilitem seu aprendizado, além de saber motivar os alunos na compreensão dos conteúdos de Geometria, são fundamentais. Além disso, o professor precisa acompanhar o aluno em cada nível de desenvolvimento e sua evolução, com base em sua participação na sala e em sua produção escrita.

Os van Hiele produzem, com seu trabalho, ideias e sugestões de procedimentos que o professor poderia complementar tendo como referência sua realidade como, por exemplo, propondo ao alunos a realização de trabalhos com figuras de cartão; régua e compassos; com o Geoplano; com o tangran, quebra-cabeça muito utilizado nas aulas de Geometria; com tecelagens e mosaicos, além de trabalhar com ferramentas da informática, recurso que tem muitas potencialidades..

Com base em nossa análise, concluímos que os livros didáticos em foco, considerando o conteúdo no campo investigado, a Geometria, na maioria das vezes propõe uma sequência tradicional, baseada em definições-exemplos-exercícios, mas seguem, em sua maioria, as recomendações destacadas em nosso referencial teórico.

A investigação dos livros didáticos foi muito importante para nós, que não havíamos ainda observado a importância que o livro didático tem para a prática de sala de aula do professor. Compreendemos que esse instrumento ainda é fundamental e que deve ser melhor estudado pelos professores que tanto o utilizam em sua profissão. Com o

apoio de teorias como a de van Hiele, podemos complementar o uso de instrumentos didático-metodológicos de forma mais adequada na sala de aula, com os alunos. Em nosso caso, com o presente trabalho ampliamos a compreensão que tínhamos acerca da importância de trabalhar a Geometria no ensino fundamental, a qual, na maioria das vezes, é deixada para segundo plano, prejudicando a formação dos alunos.

Com essa experiência aprendemos que é necessário trabalhar as dificuldades dos alunos e dos professores, para construirmos e formarmos seres autônomos. Essa independência é conquistada pela segurança dos conteúdos aprendidos com compreensão.

Como sugestão, depois de concluído o presente trabalho, é a proposta de um trabalho em conjunto com os professores das escolas nas quais atuei, para trocar ideias e trabalhar com conteúdos específicos de acordo com a teoria de van Hiele, e resgatar a importância de se trabalhar a Geometria em sala.

Com o Trabalho de Conclusão de Curso finalizado, reconhecemos que nós professores que estamos concluindo nossa formação inicial agora, devemos fazer a diferença. Que nós tenhamos noção da nossa realidade e a consciência de que o ensino de Matemática precisa de muita atenção e estudos, procurando mudar a atual realidade.

## REFERÊNCIAS

BRASIL/ SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC. 1998

BRASIL / SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA. Guia de Livros Didáticos: PNLD 2011. Matemática, Brasília: Ministério da Educação, 2010.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito. A conquista da matemática, coleção do 6º ao 9º ano, Ed. Renovada, São Paulo: FTD, 2009.

LOPES, S. R. Metodologia do Ensino da Matemática. Curitiba: Ibepex. 2005.

MATOS, José Manuel; SERRAZINA, Maria de Lourdes. Didáctica da Matemática. Lisboa, Portugal; Universidade Aberta, 1996.

NASSER, L. e SANTANA, N. Geometria segundo a teoria de van Hiele. Projeto Fundação. 4º edição, 2004.

VAN DE WALLE, John A. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.



## ANEXOS

## Ficha de Avaliação do Livro Didático - PNLD 2011



- deixar de incluir um dos campos da Matemática escolar, a saber, números e operações, álgebra, geometria, grandezas e medidas e tratamento da informação;
- der atenção apenas ao trabalho mecânico com procedimentos, em detrimento da exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas;
- apresentar os conceitos com erro de encadeamento lógico, tais como: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas.
- deixar de propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização; supervalorizar o trabalho individual;
- apresentar publicidade de produtos ou empresas.

Além disso, o Manual do Professor deverá:

- apresentar orientações metodológicas para o trabalho do ensino-aprendizagem da Matemática.
- contribuir com reflexões sobre o processo de avaliação da aprendizagem de Matemática;
- apresentar orientações para a condução de atividades propostas.

## 2. Ficha de avaliação

PNLD 2011 – área de Matemática

### FICHA DE AVALIAÇÃO

**Coleção:** código

**Menção:** (Aprovada ou Excluída)

#### PARTE I – IDENTIFICAÇÃO GERAL

1 – Descrição da obra

2 – Conteúdos por volume

#### PARTE II – ANÁLISE AVALIATIVA

(Para cada item abaixo indique sim, parcialmente, ou não e justifique)

**1 – Respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas ao Ensino Fundamental**

1.1 – A coleção respeita a proibição de trazer informações que contrariem, de alguma forma, a legislação vigente, como o Estatuto da Criança e do Adolescente e o Estatuto do Idoso.

**2 – Observância de princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social republicano**

2.1 – Os textos e as ilustrações da coleção são livres de preconceitos ou estereótipos que levem a discriminações de qualquer tipo.

2.2 – A coleção é isenta de doutrinação política ou religiosa.

2.3 – A coleção apresenta-se sem publicidade de artigos, serviços ou organizações comerciais.

**3 – Coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica assumida pela coleção, no que diz respeito à proposta didático-pedagógica explicitada e aos objetivos visados**

3.1 – A metodologia adotada contribui para o desenvolvimento de capacidades básicas do pensamento autônomo e crítico (a compreensão, a memorização, a análise, a síntese, a formulação de hipóteses, o planejamento, a argumentação).

3.2 – Há adequação e coerência metodológica entre os diferentes volumes.

**Metodologia do ensino e aprendizagem**

3.3 – A metodologia adotada na coleção caracteriza-se predominantemente por:

3.3.1 – Introduzir os conteúdos por explanação teórica seguida de atividades resolvidas e propostas de cunho aplicativo.

3.3.2 – Introduzir o conteúdo apresentando um ou poucos exemplos, seguidos de alguma sistematização e, depois de atividades de aplicação.

3.3.3 – Partir de atividades propostas para só depois sistematizar os conteúdos.

3.3.4 – Iniciar por atividades propostas, seguidas da sistematização, sem dar oportunidade ao aluno de tirar conclusões próprias.

- 3.3.5 – Constituir-se de uma lista de atividades propostas, e deixar a sistematização dos conteúdos a cargo do professor.
- 3.3.6 – Outras modalidades, explicitar:
  - 3.4 – A coleção valoriza e incentiva:
    - 3.4.1 – o uso de conhecimentos já trabalhados na coleção;
    - 3.4.2 – o uso de conhecimentos extraescolares;
    - 3.4.3 – a interação entre alunos.
  - 3.5 – A coleção favorece o desenvolvimento de competências complexas, como:
    - 3.5.1 – observar, explorar e investigar;
    - 3.5.2 – estabelecer relações, classificar e generalizar;
    - 3.5.3 – argumentar, tomar decisões e criticar;
    - 3.5.4 – visualizar;
    - 3.5.5 – utilizar a imaginação e a criatividade;
    - 3.5.6 – conjecturar e provar;
    - 3.5.7 – expressar e registrar ideias e procedimentos.
  - 3.6 – A coleção apresenta situações que envolvem:
    - 3.6.1 – questões com falta ou excesso de dados;
    - 3.6.2 – desafios;
    - 3.6.3 – problemas com nenhuma solução ou com várias soluções;
    - 3.6.4 – utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas;
    - 3.6.5 – comparação de diferentes estratégias na resolução de problemas;
    - 3.6.6 – verificação de processos e resultados pelo aluno;
    - 3.6.7 – formulação de problemas pelo aluno;
  - 3.7 – A coleção valoriza o desenvolvimento de habilidades relativas ao:
    - 3.7.1 – cálculo mental;
    - 3.7.2 – cálculo por estimativa
  - 3.8 – A coleção estimula a utilização de recursos didáticos diversificados:
    - 3.8.1 – materiais concretos;
    - 3.8.2 – instrumentos de desenho geométrico;

- 3.8.3 – calculadora;
- 3.8.4 – outros recursos tecnológicos;
- 3.8.5 – leituras complementares.

### **Contextualização**

3.9 – Na coleção, os conhecimentos matemáticos são contextualizados, de forma significativa, no que diz respeito a:

- 3.9.1 – a própria matemática;
- 3.9.2 – as práticas sociais atuais;
- 3.9.3 – a história da Matemática;
- 3.9.4 – outras áreas do conhecimento.

### **Formação da cidadania**

3.10 – A coleção contribui para a construção da cidadania.

## **4 – Correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos**

A coleção, incluindo livro do aluno, glossário e manual do professor, apresenta os conteúdos sem:

- 4.1 – erro conceitual;
- 4.2 – indução ao erro;
- 4.3 – erro de informações básicas.

### **Seleção e distribuição dos conteúdos matemáticos**

4.4 – A coleção apresenta adequadamente os conhecimentos relativos a números e operações; álgebra; geometria; grandezas e medidas; tratamento da informação, quanto a:

- 4.4.1 – seleção;
- 4.4.2 – distribuição;
- 4.4.3 – articulação entre o conhecimento novo e o já abordado;
- 4.4.4 – articulação entre os diversos campos da Matemática;

### **Abordagem dos conteúdos**

4.5 – A coleção contribui para a compreensão dos conceitos e procedimentos matemáticos, favorecendo a atribuição de significados aos conteúdos do campo:

- 4.5.1 – Números e operações;

- 4.5.2 – Álgebra;
- 4.5.3 – Geometria;
- 4.5.4 – Grandezas e medidas (incluindo as grandezas geométricas);
- 4.5.5 – Tratamento da informação (estatística, probabilidade e combinatória).

4.6 – A coleção articula os diferentes significados de um mesmo conceito;

4.7 – A coleção articula as diferentes representações matemáticas (língua materna, linguagem simbólica, desenhos, gráficos, tabelas, diagramas, ícones, etc.);

4.8 – Na coleção há equilíbrio e articulação entre conceitos, algoritmos e procedimentos.

#### **5 – Observância das características e finalidades específicas do manual do professor e adequação da coleção à linha pedagógica nele apresentada**

5.1 – O manual do professor explicita os pressupostos teóricos e os objetivos que nortearam a elaboração da coleção.

5.2 – Há coerência entre os pressupostos teóricos explicitados no manual do professor e o livro do aluno.

5.3 – O manual do professor emprega uma linguagem clara.

5.4 – O manual do professor traz subsídios para a atuação do professor em sala de aula:

5.4.1 – apresentando orientações metodológicas para o trabalho com o livro do aluno;

5.4.2 – sugerindo atividades diversificadas (projetos, pesquisas, jogos etc.) além das contidas no livro do aluno;

5.4.3 – apresentando resoluções das atividades propostas aos alunos;

5.4.4 – contribuindo para reflexões sobre o processo de avaliação do aluno.

5.5 – O manual do professor favorece a formação e a atualização do professor:

5.5.1 – sugerindo leituras complementares;

5.5.2 – apresentando a bibliografia utilizada pelo autor;

5.5.3 – indicando fontes de informação.

## 6 – Adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didático-pedagógicos da coleção

- 6.1 – A coleção apresenta as ilustrações sem erros ou indução a erro que comprometam a compreensão do conteúdo matemático.

### Parte textual

- 6.2 – A estrutura da coleção é hierarquizada (títulos, subtítulos etc.), sendo evidenciada por meio de recursos gráficos.
- 6.3 – A coleção apresenta um sumário que auxilia na localização dos conteúdos matemáticos.
- 6.4 – A coleção apresenta índice remissivo.
- 6.5 – Na coleção, a revisão é isenta de erros.

### Linguagem

- 6.6 - A linguagem utilizada na coleção é adequada ao aluno a que se destina quanto:
- 6.6.1 – ao vocabulário;
- 6.6.2 – à clareza na apresentação dos conteúdos e na formulação das instruções;
- 6.6.3 – ao emprego de vários tipos de texto.

### Qualidade visual

- 6.7 – Os textos e ilustrações da coleção são distribuídos nas páginas de forma adequada e equilibrada.
- 6.8 – Na coleção os textos mais longos são apresentados de forma a não desencorajar a leitura.

### Ilustrações

- 6.9 – As ilustrações enriquecem a leitura dos textos, auxiliando a compreensão.

## OUTRAS OBSERVAÇÕES

Acrescente observações adicionais, se julgar necessário.