



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE  
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

FÁBIO JÚNIO DE ANDRADE

**INVESTIGANDO O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO  
SOBRE QUADRILÁTEROS AO LONGO DO CURSO DE MATEMÁTICA -  
LICENCIATURA**

Caruaru

2020

FÁBIO JÚNIO DE ANDRADE

**INVESTIGANDO O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO  
SOBRE QUADRILÁTEROS AO LONGO DO CURSO DE MATEMÁTICA -  
LICENCIATURA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

**Área de concentração:** Educação Matemática.

**Orientadora:** Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cristiane de Arimatéa Rocha.

Caruaru  
2020

Catálogo na fonte:  
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

A553i Andrade, Fábio Júnio de.  
investigando o desenvolvimento do pensamento geométrico sobre quadriláteros ao longo do curso de matemática - Licenciatura. / Fábio Júnio de Andrade. – 2020.  
70 f. ; il. : 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha.  
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2020.  
Inclui Referências.

1. Ensino e aprendizagem. 2. Geometria – Estudo e ensino. 3. Educação matemática. 4. Modelos geométricos. I. Rocha, Cristiane de Arimatéa (Orientadora). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.)

UFPE (CAA 2020-109)

FÁBIO JÚNIO DEANDRADE

**INVESTIGANDO O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO  
SOBRE QUADRILÁTEROS AO LONGO DO CURSO DE MATEMÁTICA -  
LICENCIATURA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática - Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em: 23/11/20.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cristiane de Arimatéa Rocha (Orientadora)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof<sup>o</sup>. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior (Examinador Interno)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof<sup>o</sup>. Me. José Jefferson da Silva (Examinador Externo)  
Universidade Federal de Pernambuco

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus, por todas as bênçãos em minha vida.

A minha mãe, Maria Rejane da Conceição Andrade, por todos os seus cuidados comigo.

A minha namorada, Rita de Cássia Luna Fernandes, por ser luz em minha vida.

A minha orientadora, Cristiane de Arimatéa Rocha, por todo o auxílio durante a construção deste trabalho e durante outros momentos da minha jornada acadêmica.

Aos professores, José Jefferson da Silva e Valdir Bezerra dos Santos Júnior, por terem participado da banca examinadora do meu trabalho e pelo apoio durante outras atividades acadêmicas.

A todos os outros professores do curso que contribuíram para a minha formação acadêmica.

Aos meus amigos do curso, por todos os momentos vividos.

A todas as pessoas que dedicaram um tempo de sua vida para responder ao formulário desta pesquisa.

Enfim, obrigado a todos que contribuíram para a realização deste trabalho e para a minha formação acadêmica.

## RESUMO

Esta investigação emergiu de discussões e resultados de trabalhos sobre a formação de professores, especificamente, tratando do ensino e aprendizagem da Geometria, os quais apontam dificuldades do professor durante o momento de mediação da construção do conhecimento geométrico de seus estudantes devido à maneira como a Geometria tem sido abordada durante o curso de licenciatura. A presente pesquisa tem por objetivo investigar o nível de pensamento geométrico sobre quadriláteros desenvolvido pelos futuros professores ao longo do curso de Matemática – Licenciatura. Tomamos a Teoria de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele (CROWLEY, 1994; LOPES; NASSER, 1996; NASSER; TINOCO, 2004a, 2004b; NASSER; SAN'ANNA, 2010; COSTA, 2016; ELIAS, 2016; NAGATA, 2016; ARAÚJO, 2018; COSTA, 2019) como fundamento para o trabalho, pois auxiliou na construção e avaliação do formulário online aplicado, possibilitando identificar os níveis de pensamento geométrico sobre quadriláteros em que as respostas dos discentes participantes da pesquisa se encontram e observar as diferenças entre os níveis dessas respostas. Como resultado, concluímos que houve um desenvolvimento do pensamento geométrico ao longo do curso, pois encontramos uma diferença significativa entre as respostas dos discentes ingressantes e concluintes.

Palavras-chave: Modelo Van Hiele. Pensamento Geométrico. Ensino e Aprendizagem de Quadriláteros.

## **ABSTRACT**

This investigation emerged from discussions and results of works on teacher education, specifically, dealing with the teaching and learning of Geometry, which point out difficulties of the teacher during the moment of mediation of the construction of the geometric knowledge of his students due to the way in which Geometry has been addressed during the degree course. This research aims to investigate the level of geometric thinking about quadrilaterals developed by future teachers throughout the Mathematics Degree course. We take Van Hiele's Theory of Development of Geometric Thinking (CROWLEY, 1994; LOPES; NASSER, 1996; NASSER; TINOCO, 2004a, 2004b; NASSER; SAN'ANNA, 2010; COSTA, 2016; ELIAS, 2016; NAGATA, 2016; ARAÚJO, 2018; COSTA, 2019) as a foundation for the work, as it helped in the construction and evaluation of the applied online form, making it possible to identify the levels of geometric thinking on quadrilaterals in which the responses of the students participating in the research are found and to observe the differences between the levels of those responses. As a result, we concluded that there was a development of geometric thinking throughout the course, as we found a significant difference between the responses of incoming and graduating students.

Keywords: Van Hiele model. Geometric Thinking. Teaching and Learning Quadrilaterals.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Quadriláteros da Questão 1 do formulário online .....	17
Figura 2 - Quadriláteros da Questão 7 do formulário online .....	18
Figura 3 - Quadrilátero convexo (I) e quadrilátero côncavo (II) .....	21
Figura 4 - Quadrilátero notável (III) e quadrilátero não notável (IV).....	21
Figura 5 - Diagramas de representação das classes dos quadriláteros I e II .....	22
Figura 6 - Trapézio Isósceles (V), trapézio escaleno (VI) e trapézio retângulo (VII)	23
Figura 7 - Paralelogramo (VIII), retângulo (IX), losango (X) e quadrado (XI).....	23
Figura 8 - Questão 1 do formulário online .....	26
Figura 9 - Questão 2 do formulário online .....	27
Figura 10 - Questão 3 do formulário online .....	28
Figura 11 - Questão 4 do formulário online .....	29
Figura 12 - Questão 5 do formulário online .....	29
Figura 13 - Questão 6 do formulário online .....	30
Figura 14 - Questão 7 do formulário online .....	30
Figura 15 - Questão 8 do formulário online .....	31
Figura 16 - Questão 9 do formulário online .....	32
Figura 17 - Questão 10 do formulário online .....	32
Figura 18 - Resposta do discente A8 (Questão 1).....	36
Figura 19 - Resposta do discente C8 (Questão 1) .....	36
Figura 20 - Resposta do discente C1 (Questão 1) .....	37
Figura 21 - Resposta do discente A3 (Questão 2).....	38
Figura 22 - Resposta do discente C2 (Questão 2) .....	39
Figura 23 - Resposta do discente B1 (Questão 2).....	39
Figura 24 - Resposta do discente A8 (Questão 3).....	41
Figura 25 - Resposta do discente A4 (Questão 3).....	41
Figura 26 - Resposta do discente B1 (Questão 3).....	42
Figura 27 - Resposta do discente C3 (Questão 3) .....	42
Figura 28 - Resposta do discente A1 (Questão 4).....	44
Figura 29 - Resposta do discente C5 (Questão 4) .....	45
Figura 30 - Resposta do discente C4 (Questão 4) .....	45
Figura 31 - Resposta do discente B1 (Questão 4).....	46
Figura 32 - Resposta do discente A1 (Questão 5).....	48



Figura 33 - Resposta do discente C4 (Questão 5) .....	48
Figura 34 - Resposta do discente B1 (Questão 5) .....	48
Figura 35 - Resposta do discente A3 (Questão 6) .....	49
Figura 36 - Resposta do discente C4 (Questão 6) .....	50
Figura 37 - Resposta do discente C5 (Questão 7) .....	51
Figura 38 - Resposta do discente A5 (Questão 7) .....	51
Figura 39 - Resposta do discente C7 (Questão 8) .....	53
Figura 40 - Resposta do discente C2 (Questão 8) .....	53
Figura 41 - Resposta do discente A1 (Questão 9) .....	54
Figura 42 - Resposta do discente C8 (Questão 9) .....	54
Figura 43 - Resposta do discente C6 (Questão 9) .....	55
Figura 44 - Resposta do discente A1 (Questão 10) .....	56
Figura 45 - Resposta do discente C1 (Questão 10) .....	57
Figura 46 - Resposta do discente C2 (Questão 10) .....	57

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Classificação das respostas da Questão 1.....	35
Quadro 2 - Classificação das respostas da Questão 2.....	38
Quadro 3 - Classificação das respostas da Questão 3.....	40
Quadro 4 - Classificação das respostas da Questão 4.....	43
Quadro 5 - Classificação das respostas da Questão 5.....	47
Quadro 6 - Classificação das respostas da Questão 6.....	49
Quadro 7 - Classificação das respostas da Questão 7.....	50
Quadro 8 - Classificação das respostas da Questão 8.....	52
Quadro 9 - Classificação das respostas da Questão 9.....	53
Quadro 10 - Classificação das respostas da Questão 10.....	55
Quadro 11 - Visão geral da classificação das respostas dos discentes .....	58

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>11</b>
1.1	OBJETIVOS .....	12
1.1.1	Objetivo Geral .....	12
1.1.2	Objetivos Específicos .....	13
<b>2</b>	<b>O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA</b> .....	<b>14</b>
<b>3</b>	<b>O MODELO DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DO CASAL VAN HIELE</b> .....	<b>16</b>
<b>4</b>	<b>OS QUADRILÁTEROS</b> .....	<b>20</b>
4.1	CLASSIFICAÇÃO DOS QUADRILÁTEROS .....	20
<b>5</b>	<b>ASPECTOS METODOLÓGICOS</b> .....	<b>24</b>
5.1	O INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS.....	26
<b>6</b>	<b>ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> .....	<b>34</b>
6.1	ANÁLISE DA QUESTÃO 1 .....	34
6.2	ANÁLISE DA QUESTÃO 2 .....	37
6.3	ANÁLISE DA QUESTÃO 3.....	40
6.4	ANÁLISE DA QUESTÃO 4.....	43
6.5	ANÁLISE DA QUESTÃO 5.....	46
6.6	ANÁLISE DA QUESTÃO 6.....	48
6.7	ANÁLISE DA QUESTÃO 7 .....	50
6.8	ANÁLISE DA QUESTÃO 8.....	52
6.9	ANÁLISE DA QUESTÃO 9.....	53
6.10	ANÁLISE DA QUESTÃO 10.....	55
6.11	ANÁLISE GERAL DOS RESULTADOS .....	57
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>60</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>62</b>
	<b>APÊNDICE A – FORMULÁRIO</b> .....	<b>64</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A Geometria, assim como as outras áreas da matemática, apresenta uma grande contribuição para o desenvolvimento da civilização humana. As tendências curriculares, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), apontam a Geometria como fator crucial para que as pessoas possam interpretar o ambiente em que vivem.

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p. 5).

Mesmo com toda a sua importância, os trabalhos de Lorenzato (1995), Santos e Nacarato (2014) apontam que há uma omissão ou displicência do seu ensino nas escolas. Para Lorenzato (1995), um dos motivos que levam o professor a omissão da Geometria, na sala de aula, consiste na carência da abordagem desta nos cursos de formação de professores, impossibilitando-o de construir os conhecimentos geométricos necessários para o seu ensino. “Nesse sentido, o pouco contato dos professores com o conteúdo geométrico propiciou que a sua prática também se tornasse deficitária, e isso vem de certa forma, se arrastando até os dias atuais.” (SANTOS; NACARATO, 2014, p. 15). Portanto, para esses autores, um dos motivos que propõe a carência do ensino de Geometria na educação básica é a maneira como a formação do professor de matemática ocorre, ou seja, o trabalho realizado nos cursos de licenciatura reflete diretamente na aprendizagem dos estudantes na escola. Conseqüentemente, se o curso não fornece situações para que o futuro professor possa construir o conhecimento necessário para o ensino de Geometria, o resultado poderá ser uma péssima prática desse docente em sala de aula.

Os autores Costa e Câmara dos Santos (2016) apontam esse mesmo problema, no entanto especificam que os quadriláteros é um dos conteúdos geométricos que se sofre com essa situação. Segundo esses autores, os resultados obtidos em seus estudos voltados para os níveis de desenvolvimento do pensamento

geométrico de estudantes do ensino médio apontam que, possivelmente, o ensino de Geometria nestes anos acerca dos quadriláteros, nas escolas do estado de Pernambuco investigadas, tem sido insuficiente para mediar a construção do conhecimento geométrico dos discentes. Portanto, é fundamental que se tenham olhares direcionados para a formação inicial, pois é a partir dela que este quadro pode ser mudado.

Durante algumas disciplinas cursadas e projetos desenvolvidos ao longo do curso, surgiram algumas inquietações a respeito do ensino e aprendizagem de Geometria. Essas inquietações foram o ponto de partida para a construção do presente trabalho. Tendo em vista que ao realizarmos uma investigação, na formação inicial de professores, obtemos um auxílio para melhor compreender como essa se encontra; favorecendo o curso, pois alimenta a discussão acerca da formação do professor de matemática; e a educação básica, pois a partir do momento em que o professor tem a percepção de que aquilo é necessário, ele passa a ter um olhar mais cuidadoso, trabalhando de forma minuciosa na sala de aula.

O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico desenvolvido pelo casal Van Hiele em 1957, de acordo com Nagata (2016), discute, dentre outros conceitos, os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, que são: Visualização (nível 0), Análise (nível 1), Dedução Informal (nível 2), Dedução Formal (nível 3) e Rigor (nível 4). Este modelo, além de estabelecer orientações ao docente acerca do ensino e aprendizagem da Geometria, possibilita avaliar habilidades geométricas do estudante e assim identificar em qual nível este se encontra, tornando-se essencial para a concretização dos objetivos desta pesquisa.

Diante dessas discussões acerca do ensino e aprendizagem da Geometria, levantamos o seguinte questionamento: *qual o nível de pensamento geométrico desenvolvido pelos discentes ao longo do curso de Matemática – Licenciatura mediante o modelo Van Hiele, tendo como foco os quadriláteros?*

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral do nosso trabalho é *investigar o nível de pensamento geométrico desenvolvido pelos discentes ao longo do curso de Matemática – Licenciatura, mediante o modelo Van Hiele, tendo como foco os quadriláteros.*

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Discutimos nessa pesquisa três objetivos específicos, que são:

- Verificar os procedimentos dos discentes apresentados na resolução de problemas de quadriláteros;
- Identificar os níveis de pensamento geométrico de quadriláteros, por meio do modelo Van Hiele, em que os discentes participantes da pesquisa se encontram;
- Averiguar as diferenças no nível de pensamento geométrico dos discentes sobre quadriláteros, de acordo com o modelo Van Hiele.

Realizando uma apresentação da estrutura deste trabalho, temos no segundo capítulo uma breve discussão a respeito do ensino e aprendizagem de Geometria, retratando a sua importância e as dificuldades vivenciadas pelos professores de Matemática ao lecionarem os conteúdos geométricos.

No terceiro capítulo é realizada uma discussão a respeito do modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico, apresentando os seus cinco níveis e relacionando-os ao conteúdo geométrico alvo da pesquisa. O quarto capítulo discute a importância do ensino e aprendizagem dos quadriláteros e apresenta a classificação desse conjunto de polígonos, desde a sua divisão em quadriláteros convexos e côncavos até chegar ao conjunto dos quadrados.

No quinto capítulo, apresentamos os aspectos metodológicos da pesquisa, indicando o campo de pesquisa, os discentes participantes, o instrumento de coleta de dados e o processo vivenciado durante a coleta.

O sexto capítulo apresenta a análise das respostas dos discentes participantes, indicando os níveis em que essas respostas foram classificadas e discutindo acerca dos resultados obtidos. Por fim, o sétimo capítulo compreende as considerações finais, expressando o que concluímos por meio deste trabalho.

## 2 O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

A importância do ensino e aprendizagem de Geometria se justifica na capacidade de formar cidadãos críticos, pois “[...] a mais bela página do livro dos saberes matemáticos [...]” (LORENZATO, 1995, p. 4), além de promover um raciocínio visual que possibilita solucionar certas situações do cotidiano, contribui para a aprendizagem de outras áreas do conhecimento.

A Geometria é um excelente apoio as outras disciplinas: como interpretar um mapa, sem o auxílio da Geometria? E um gráfico estatístico? Como compreender conceitos de medida sem idéias geométricas? A história das civilizações está repleta de exemplos ilustrando o papel fundamental que a Geometria (que é carregada de imagens) teve na conquista de conhecimentos artísticos, científicos e, em especial, matemáticos. A imagem desempenha importante papel na aprendizagem e é por isso que a reapresentação de tabelas, fórmulas, enunciados, etc, sempre recebe uma interpretação mais fácil com o apoio geométrico. (LORENZATO, 1995, p. 6).

Lorenzato (1995) em seu trabalho, no final do século passado, aponta que o ensino de Geometria teve pouca ou, praticamente, nenhuma ênfase no cenário educacional brasileiro. Nessa mesma direção, Santos e Nacarato (2014) argumentam que essa displicência continua ocorrendo nestes últimos anos. Diante de toda essa precariedade, precisamos investigar e buscar formas de reformular a situação em que se encontram os estudantes da educação básica, pois

Por um lado, eles acabam não desenvolvendo habilidades ligadas à percepção espacial – orientar-se no espaço, coordenar diferentes ângulos de observação de objetos, prever consequências de transformações nos mesmos – requerida no exercício e na compreensão de variadas atividades profissionais e, por outro, não os preparam para estudos posteriores, nem mesmo em áreas afins. (PAVANELLO; ANDRADE, 2002, p. 79).

Ou seja, competências advindas do pensamento geométrico que são imprescindíveis para a criticidade do ser humano na tomada de decisões em nossa sociedade não estão sendo desenvolvidas na escola.

Muitas são as causas que geram a defasagem do ensino de Geometria no Brasil. Lorenzato (1995) evoca duas delas: a ausência de conhecimento geométrico necessário por parte do professor e a importância demasiada que é dada ao livro didático em sala de aula. Ambas podem possuir origens nos cursos de licenciatura, pois determinados cuidados se não forem tomados pela licenciatura podem acarretar na dependência do professor ao livro didático, limitando-se a esse como fonte de

pesquisa e, desse modo, ocasionando a não construção dos conhecimentos essenciais para a sua área de atuação. De acordo com os estudos de Pavanello e Andrade (2002), as licenciaturas veem proporcionando uma formação, com relação ao estudo de Geometria, cuja as aulas enfatizam temas mais complexos, dando uma preferência menor aos temas que serão desenvolvidos em sala de aula pelo futuro docente.

Tendo em vista a realidade na qual esses cursos se encontram, segundo Pavanello e Andrade (2002), dispor de bons profissionais que possam formar professores com as competências necessárias para ensinar Geometria pode ocasionar mudanças nesse quadro, embora ter o apoio de docentes preocupados e qualificados para essa função seja uma tarefa difícil. Dentre as competências mencionadas encontra-se a importância do saber o conteúdo geométrico que será ensinado, pois, para Lorenzato (1995, p. 4), “[...] ninguém pode ensinar bem aquilo que não conhece [...]”. Por outro lado, não é viável considerar essa como requisito suficiente para mediar a construção do conhecimento geométrico do discente, pois

[...] mesmo que o professor tenha um bom domínio dos conteúdos a serem ensinados, uma coisa é conhecê-los e outra, muito diferente, é realizar sua transposição didática. Esta pressupõe a capacidade de identificar os obstáculos didáticos e epistemológicos que interferem na aprendizagem dos diferentes conteúdos, a relação destes com o mundo real, sua aplicação a outras disciplinas. (PAVANELLO; ANDRADE, 2002, p. 81).

Todavia, devido as dimensões de nossa pesquisa, nos vinculamos apenas a investigar o desenvolvimento dessa competência em um curso de formação professores de matemática.



### 3 O MODELO DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DO CASAL VAN HIELE

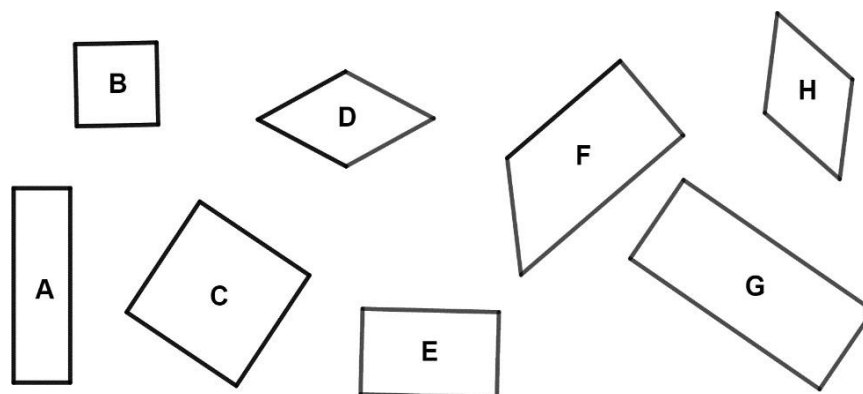
A presente pesquisa teve como base os estudos de Crowley (1994), Lopes e Nasser (1996), Nasser e Tinoco (2004a, 2004b), Nasser e Sant'anna (2010), Costa (2016), Elias (2016), Nagata (2016), Araújo (2018) e Costa (2019) sobre o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, o qual foi elaborado por Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Marie Van Hiele, em suas teses de doutorado. Ambas as teses foram defendidas em 04 de julho de 1957. Enquanto Dina destinava seus estudos à aplicação do modelo em sala de aula, Pierre se dedicava a teoria. Devido a morte de Dina, no ano seguinte após a defesa de sua tese, coube ao seu esposo prosseguir com os estudos para o aperfeiçoamento da teoria. (NAGATA, 2016).

Para Elias (2016), o modelo Van Hiele possibilita avaliar habilidades geométricas e estabelece orientações ao docente de como determinado conteúdo deve ser abordado para que o estudante tenha uma aprendizagem significativa. Este propõe que as pessoas se encontram em diferentes níveis de pensamento geométrico, porém todas são capazes de progredir para níveis mais elevados.

Devido ao foco do nosso trabalho ter sido voltado para a observação dos níveis do pensamento geométrico em que os estudantes se encontravam ao longo do curso de licenciatura, tornou-se importante realizarmos uma breve apresentação dos níveis do modelo Van Hiele. Estes, de acordo com os estudos dos teóricos apresentados anteriormente são:

- Nível 0 (Reconhecimento / Visualização) – Consiste na primeira interação dos alunos com os objetos geométricos, sendo a base para os outros níveis. Estabelece uma forte relação com o cotidiano dos alunos, relação esta que diminui com o passar dos níveis. Este nível direciona sua atenção para os objetos geométricos e procura estabelecer uma linguagem familiar ao estudante, distante da linguagem matemática formal. Direcionando a discussão para o conteúdo geométrico trabalhado em nossa pesquisa, temos que os estudantes, nesse nível, identificam os quadriláteros por meio de sua aparência global. Tomaremos, como exemplo, os quadriláteros utilizados na Questão 1 do nosso formulário, o qual será apresentado no capítulo dos aspectos metodológicos da presente pesquisa.

Figura 1 - Quadriláteros da Questão 1 do formulário online



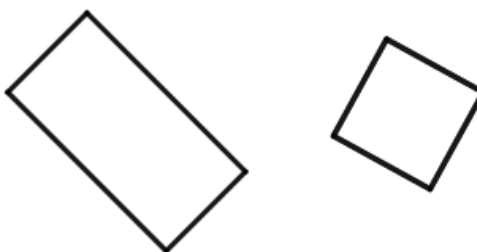
Fonte: autoria própria (2020)

Analisando a figura 1, os discentes que se encontram no nível de Visualização, considerariam, apenas, A, E e G como retângulos, desconsiderando B e C, pois eles ainda não utilizam propriedades para identificar as figuras e, conseqüentemente, não conseguem estabelecer relações entre os quadriláteros. Se preocupam apenas com a aparência da figura, os levando a pensar que um quadrado é apenas um quadrado e um retângulo é apenas um retângulo, não havendo nenhuma interseção ou subconjunto de quadriláteros;

- Nível 1 (Descrição / Análise) – O estudante que se encontra nesse nível consegue descrever e classificar figuras geométricas por meio de suas propriedades e as utiliza para resolver problemas, porém não possui domínio sobre demonstrações matemáticas. Para se ter um exemplo de uma resposta desse nível de pensamento geométrico, observemos as seguintes propriedades: 4 lados congruentes, 2 ângulos obtusos e 2 ângulos agudos. O discente que apresenta um pensamento geométrico desse nível diante de tais propriedades, identificaria que esse quadrilátero é um losango, mas não identificaria que essas também são características de um paralelogramo e vice-versa; pois ele ainda não consegue realizar essas associações entre os quadriláteros;
- Nível 2 (Abstração / Dedução Informal) – Ao alcançar esse nível, além entender e desenvolver pequenas demonstrações, o estudante consegue estabelecer relações entre figuras com propriedades em comum, percebendo subconjuntos

formados por estas. Para exemplificar as características da Dedução Informal, utilizaremos os dois quadriláteros da figura 2.

Figura 2 - Quadriláteros da Questão 7 do formulário online



Fonte: autoria própria (2020)

Se perguntássemos a um estudante quais propriedades esses quadriláteros possuem em comum e ele relatasse a soma das medidas dos ângulos internos, a quantidade de lados, os quatro ângulos retos, os lados opostos paralelos, os lados opostos congruentes, as duas diagonais congruentes, entre outras, estaríamos diante de uma resposta do nível de Dedução Informal. Esse estudante, diante das propriedades citadas por ele, conseguiria identificar que ambos os quadriláteros são retângulos e também paralelogramos. Outra característica desse nível, é a capacidade de identificar relações entre as propriedades de um mesmo quadrilátero;

- Nível 3 (Lógico / Dedução Formal) – O estudante trabalha com naturalidade as relações e propriedades das figuras. Aqui ele consegue realizar demonstrações, incluindo a prova de teoremas. “Mostrar que ter dois pares de ângulos opostos congruentes é condição suficiente para um quadrilátero ser paralelogramo” é um dos problemas propostos pelo nosso instrumento de coleta de dados, e para resolvê-lo seria necessário um pensamento geométrico do nível de Dedução Formal, no qual ele realizaria uma demonstração, apresentando domínio da escrita, para mostrar que essa condição é suficiente para afirmarmos que o quadrilátero é um paralelogramo;
- Nível 4 (Axiomática Formal / Rigor) – Este é um nível com poucas explicações na teoria de Van Hiele, pois não é visado durante a educação básica. Uma das

características deste nível é o “Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.” (ELIAS, 2016, p. 24). Por tratar de um grau elevado de abstração e, conseqüentemente, não ser alvo de nossa pesquisa, não nos propusemos a desenvolver uma discussão referente a ele.

Dos cinco níveis apresentados, trabalhamos, na presente pesquisa, com os quatro primeiros. A seguir, no próximo capítulo, discutimos a respeito dos quadriláteros e sua classificação.

## 4 OS QUADRILÁTEROS

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) ressalta a importância do conhecimento geométrico para a compreensão do espaço e, assim, a necessidade de serem ensinados, na escola, determinados conceitos da Geometria. A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) segue defendendo essa ideia, pois, para esta normativa, “A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento.” (p. 271). Dentre os conteúdos geométricos (grandezas geométricas, dimensões em Geometria, localização e orientação, termos primitivos da Geometria, figuras geométricas - com ênfase nos triângulos e quadriláteros, e sólidos geométricos) que, segundo Lima e Carvalho (2010), recebem uma maior atenção dos referenciais curriculares nacionais, o foco do nosso trabalho recai sobre os quadriláteros. O estudo deste conjunto de figuras geométricas é fundamental para a aprendizagem, não somente de outros conteúdos da Geometria Plana, mas de outras geometrias e de outras áreas do conhecimento. Pois,

[...] o ensino dos quadriláteros propicia a abordagem de uma quantidade relevante de propriedades em Geometria, aplicadas, em especial, à solução de problemas matemáticos. Por meio do uso de instrumentos geométricos, o estudo desse conceito geométrico facilita a construção de hipóteses, mobilização de teoremas, provas e demonstrações. (COSTA, 2019, p. 58-59).

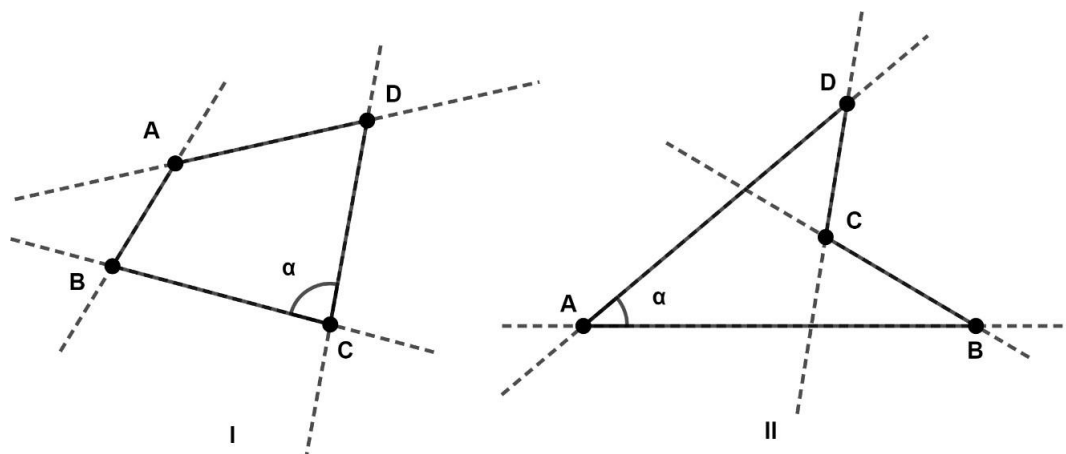
Expressa a importância desse conteúdo para o ensino e, conseqüentemente, para esta pesquisa, realizaremos, agora, uma breve apresentação destes polígonos.

### 4.1 CLASSIFICAÇÃO DOS QUADRILÁTEROS

Antes de iniciarmos a classificação dos quadriláteros, é importante apresentarmos a sua definição e os seus elementos. Basta tomarmos quatro pontos A, B, C e D distintos e coplanares, tais que nenhuma reta contenha três deles, e traçarmos os segmentos de reta AB, BC, CD, DA, de forma que eles se interceptem apenas em suas extremidades, a reunião desses segmentos nos fornece o quadrilátero ABCD, como apresentado nos itens I e II, da figura 3. Com relação aos seus elementos, os segmentos de reta (AB, BC, CD e DA) são os seus lados, as

extremidades em que os segmentos se interceptam são os seus vértices e  $\alpha$  é um de seus ângulos internos. (DOLCE; POMPEO, 2005).

Figura 3 - Quadrilátero convexo (I) e quadrilátero côncavo (II)

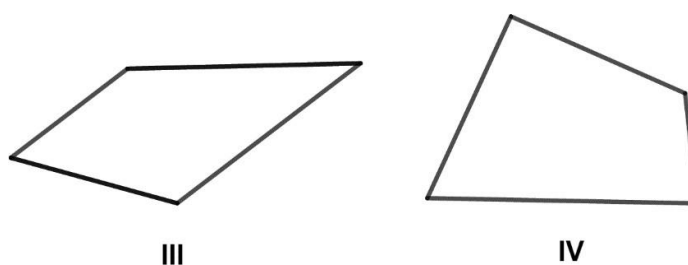


Fonte: autoria própria (2020)

O conjunto dos quadriláteros é formado pelos quadriláteros convexos (ao traçarmos uma reta que contém um dos lados de um quadrilátero deste tipo, todo o restante dele estará contido em um mesmo semiplano que essa reta determina), e côncavos (ao traçarmos uma reta que contém um dos lados de um quadrilátero deste tipo, nem todo o restante dele estará contido em um mesmo semiplano que essa reta determina). (LIMA; CARVALHO, 2010). O item I nos fornece um exemplo de um quadrilátero convexo, enquanto o item II nos apresenta um quadrilátero côncavo.

Adentrando ao conjunto dos quadriláteros convexos, podemos dividi-lo em dois subconjuntos: os notáveis (possuem ao menos um par de lados opostos paralelos), exemplificado no item III da figura 4, e os não notáveis (não possuem nenhum par de lados opostos paralelos), exemplificado no item IV. (COSTA, 2016).

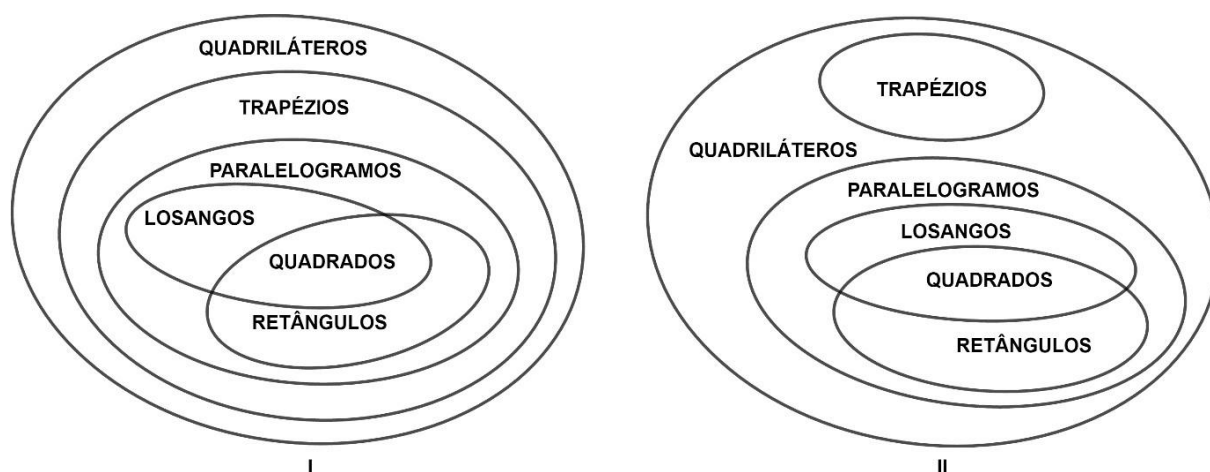
Figura 4 - Quadrilátero notável (III) e quadrilátero não notável (IV)



Fonte: autoria própria (2020)

Segundo Costa (2019), os quadriláteros notáveis são entes fundamentais para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Dentro desse conjunto podemos destacar dois subconjuntos importantes: os paralelogramos (quadriláteros cujos lados opostos são paralelos) e os trapézios (o qual possui duas definições, a depender do autor, as quais discutiremos a seguir). Alguns autores definem trapézio como quadrilátero com um par de lados opostos paralelos, enquanto outros autores o definem como quadrilátero que possui apenas um par de lados opostos paralelos. Ao adotarmos a primeira definição, estamos afirmando que o conjunto dos paralelogramos está contido no conjunto dos trapézios e, conseqüentemente, que o conjunto dos quadriláteros notáveis se resume ao conjunto dos trapézios. Já pela segunda definição, a qual utilizaremos para dar continuidade a classificação, temos trapézios e paralelogramos como dois conjuntos disjuntos (TINOCO, 2011a). Vejamos, na figura 5, os diagramas de representação das classes dos quadriláteros I e II, associados a primeira e a segunda definição, respectivamente.

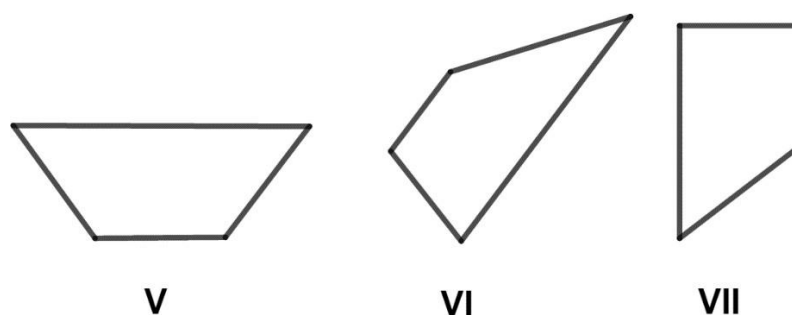
Figura 5 - Diagramas de representação das classes dos quadriláteros I e II



Fonte: autoria própria (2020)

O trapézio pode ser classificado em isósceles (quando há congruência entre os lados opostos não paralelos), ilustrado no item V da figura 6, escaleno (quando não há congruência entre os lados opostos não paralelos), como mostra o exemplo do item VI, e retângulo (quando dois de seus ângulos internos são retos), apresentado no item VII da figura 6. (COSTA, 2019). A partir destas definições, podemos obter que o conjunto dos trapézios escalenos contém os trapézios retângulos.

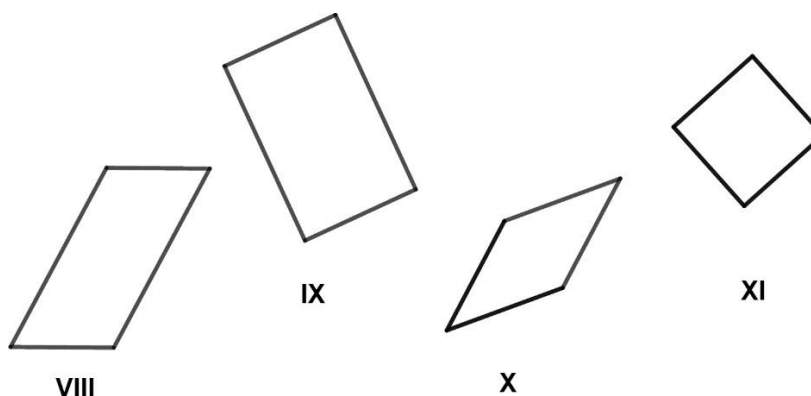
Figura 6 - Trapézio Isósceles (V), trapézio escaleno (VI) e trapézio retângulo (VII)



Fonte: autoria própria (2020)

No conjunto dos paralelogramos, exemplificado no item VIII da figura 7, temos os retângulos (cujos seus quatro ângulos internos são congruentes) e os losangos (caracterizados por serem paralelogramos com os quatro lados congruentes). (DOLCE; POMPEO, 2005). Os itens IX e X, da figura 7, nos apresentam exemplos de um retângulo e de um losango, respectivamente.

Figura 7 - Paralelogramo (VIII), retângulo (IX), losango (X) e quadrado (XI)



Fonte: autoria própria (2020)

Por fim, da interseção entre losangos e retângulos, nos deparamos com o quadrado, caracterizado por deter as propriedades de ambos os conjuntos. Portanto, o quadrado, apresentado no item XI da figura 7, possui os quatro lados e os quatro ângulos internos congruentes. (TINOCO, 2011a). Concluindo assim, a classificação dos polígonos de quatro lados.



## 5 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Destinamos este capítulo para a discussão dos aspectos metodológicos, a apresentação do campo de pesquisa, a apresentação dos discentes participantes e a discussão do instrumento de coleta de dados.

Na busca por respostas para o problema do nosso trabalho, realizamos uma pesquisa de campo, que se caracteriza como a “[...] modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece [...]” (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 106). No caso da presente pesquisa, o contato com o campo deu-se por meio da aplicação de um formulário online em um curso de Matemática – Licenciatura. Segundo Gil (2002), o formulário é um instrumento característico deste tipo de pesquisa, bem como a escala de observação, a entrevista e o questionário.

A utilização do formulário online como instrumento de coleta de dados conveio como a forma mais viável para suprir os interesses desta pesquisa, tendo em vista que a população do país estava em quarentena devido a pandemia. Por meio desse instrumento, poderíamos observar os métodos e procedimentos utilizados pelos discentes diante de determinados problemas geométricos. De acordo com Faleiros et al. (2016), o formulário online gera a

[...] possibilidade de captar participantes de diversas localizações geográficas com baixo custo; capacidade de imparcialidade e anonimato não expõem os participantes à influência da pessoa do pesquisador; possibilidade de comodidade aos participantes que respondem ao instrumento no momento que lhes é mais apropriado; facilidade do pesquisador em aplicar o instrumento a vários participantes [...]. (p. 5).

Afirmamos também que esta consiste numa pesquisa descritiva, que, segundo Gil (2002), possibilita caracterizar um problema mediante a aplicação de técnicas padronizadas de coleta de dados. O autor salienta ainda que "As pesquisas descritivas têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis." (GIL, 2002, p. 42).

O foco desse estudo não foi quantificar os resultados obtidos, mas avaliar e classificar, de acordo com a teoria do casal Van Hiele, os caminhos percorridos pelos discentes para resolver os problemas propostos. Desta forma, é importante ressaltar, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009), a natureza qualitativa desta pesquisa,

pois o problema investigado, os dados e a maneira como foram coletados, necessitaram desse tipo de análise.

Com o objetivo de identificar os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes envolvidos na pesquisa, elaboramos um formulário online com problemas sobre quadriláteros, baseado nos níveis do modelo Van Hiele. O formulário foi respondido por discentes de cinco períodos diferentes do curso.

O link para que os discentes tivessem acesso ao formulário online começou a ser divulgado no mês de setembro de 2020, início do semestre letivo 2020.3, para as turmas do 1º, 2º, 6º, 7º e 9º período do curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco - Centro Acadêmico do Agreste, situada no município de Caruaru. A escolha dessa instituição como campo de pesquisa ocorreu devido o acesso ao curso de interesse de nossa investigação e ao desejo de contribuir para a avanço dessa universidade. Devido a quarentena vivenciada pelo país, elegemos como alternativa para a coleta de dados, a utilização do formulário online.

Encontramos uma grande dificuldade para obter as respostas a serem analisadas.

Mesmo disponibilizando um período de 30 dias para resposta do formulário, só conseguimos dezoito participantes. Por fim, conseguimos na coleta de dados a colaboração de sete estudantes do 1º período, um estudante do 2º período, um estudante do 6º período, um estudante do 7º período e oito estudantes do 9º período.

A escolha dos períodos em que aplicamos o questionário foi intrínseca aos objetivos da investigação. Pois, ao aplicarmos no 1º e 2º período do curso, coletamos informações de como os estudantes ingressantes estavam situados diante do conteúdo abordado. Nessa mesma perspectiva, as resoluções dos discentes do 6º e 7º período apresentaram aspectos do pensamento geométrico destes após cursarem a disciplina Fundamentos da Geometria Plana, a qual, além discutir a respeito dos quadriláteros, apresenta um carácter demonstrativo. Já as informações obtidas no 9º período nos revelaram características dos níveis de pensamento geométrico dos discentes prestes a ingressar na sala de aula, tendo em vista que durante o intervalo entre o período anterior avaliado e este, os licenciandos cursaram outras disciplinas de cunho demonstrativo.

Tendo como base os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico do modelo Van Hiele, analisamos os procedimentos realizados pelos discentes e os classificamos. Com as informações obtidas por meio da avaliação das respostas do

formulário online, pudemos realizar um comparativo entre os níveis de pensamento geométrico dos estudantes ingressantes e concluintes diante das questões propostas.

### 5.1 O INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS

Para alcançarmos o nosso objetivo de investigar o nível de pensamento geométrico desenvolvido pelos discentes ao longo do curso de Matemática – Licenciatura, tendo como foco os quadriláteros, elaboramos um formulário online e enviamos o link para os discentes do curso. Introduzimos, nesse formulário, dez questões a respeito dos quadriláteros. Essas questões foram desenvolvidas, com base em alguns estudos realizados sobre a teoria do casal Van Hiele (LOPES; NASSER, 1996; NASSER; TINOCO, 2004a, 2004b; NASSER; SANT'ANNA, 2010), com o intuito de verificar os procedimentos apresentados pelos discentes durante a resolução e identificar os níveis de pensamento geométrico em que participantes se encontram em cada uma das delas. A seguir, discutimos as características dessas questões.

Figura 8 - Questão 1 do formulário online

1) Observe os quadriláteros a seguir. Indique aqueles que são losangos, retângulos e quadrados. \*

	A	B	C	D	E	F	G	H
Losango	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Retângulo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Quadrado	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fonte: autoria própria (2020)

A elaboração da Questão 1 foi baseada no nível de Visualização, porém, dependendo do tipo de resposta, poderíamos identificar outros níveis de pensamento, além do destinado. Por meio dessa questão, seria possível identificar características do nível de Dedução Informal e antecessores. O objetivo dessa questão era observar se os discentes reconheciam os quadriláteros apenas pela sua aparência ou se faziam uso de suas propriedades para classificá-los.

Figura 9 - Questão 2 do formulário online

2) Observe os quadriláteros abaixo. Qual/Quais deles é/são trapézio/trapézios? Justifique. \*

Sua resposta

Fonte: autoria própria (2020)

Na Questão 2 buscamos identificar respostas dos níveis de Visualização, Análise e Dedução Informal, embora tenha sido elaborada para a nível de Visualização. O intuito dessa questão era observar quais figuras os discentes considerariam como trapézio (se eles escolheriam figuras prototípicas, se identificariam pela sua aparência global ou se utilizariam as propriedades do trapézio) e quais seriam as justificativas tomadas. Essa é a primeira questão do formulário que proporciona a reflexão dos participantes a respeito da definição de trapézio, tendo em vista que existem duas definições, ambas apresentadas no capítulo “OS QUADRILÁTEROS”.

Figura 10 - Questão 3 do formulário online

	Sim	Não
3) Tenho 4 lados congruentes, 2 ângulos obtusos e 2 ângulos agudos. Qual quadrilátero eu posso ser? *		
Trapézio	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Paralelogramo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Retângulo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Losango	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Quadrado	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Fonte: autoria própria (2020)

A Questão 3 apresenta algumas características de um quadrilátero e pede para que os estudantes marquem, dentre os quadriláteros listados, “sim” para aqueles que se adequam a essas características e “não” para os demais. Com essa questão poderíamos identificar respostas ao nível de Análise, para aqueles que identificassem apenas um quadrilátero, pois conseguiram fazer a relação entre as propriedades e o quadrilátero, e ao nível de Dedução Informal, para os que identificassem mais de um, mostrando a capacidade de relacionar as mesmas características em quadriláteros diferentes.

Figura 11 - Questão 4 do formulário online

4) Paulo, todas as manhãs, corre pelo seu bairro, realizando o seguinte trajeto: ao se alongar em frente à sua casa (lugar indicado pelo ponto A), ele inicia a sua corrida indo no sentido indicado pela seta. Ao chegar à primeira entrada, a sua direita, ele realiza um movimento de  $90^\circ$ , e continua correndo até chegar à Rua Euclides, na qual realiza outro movimento de  $90^\circ$ , entrando a sua direita. Ao correr pela Rua Euclides, ele passa a primeira entrada da rua e vira na segunda entrada, a sua direita, realizando mais um movimento de  $90^\circ$ . Paulo segue correndo, entra em sua rua, passa pela frente de sua casa e completa uma volta. Para finalizar a sua atividade física, ele realiza mais algumas voltas pelo mesmo percurso. Observe que o trajeto realizado por Paulo, possui a forma de um quadrilátero. Como pode ser chamado esse quadrilátero?



	Sim	Não
Trapézio isósceles	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Trapézio escaleno	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Trapézio retângulo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Paralelogramo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Losango	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Retângulo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Quadrado	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Fonte: autoria própria (2020)

Com relação a Questão 4, elaborada para a sondagem do nível de Análise, o nosso intuito era observar os tipos de respostas apresentadas em uma questão que necessitava da interpretação de texto. Após identificar as propriedades do quadrilátero mencionado ao longo do enunciado, os discentes a responderia da mesma forma que a questão anterior e, de igual modo, identificaríamos os níveis das respostas.

Figura 12 - Questão 5 do formulário online

5) Pode-se afirmar que o quadrado é um trapézio retângulo? Justifique. \*

Sua resposta

---

Fonte: autoria própria (2020)

A Questão 5 não foi elaborada para um nível específico, pois o foco dessa questão era gerar uma discussão a respeito das duas definições adotadas para o trapézio e observar se o discente seguiria uma mesma definição para este, até o final do formulário, não se contradizendo durante as respostas de outras questões. Ao afirmar que o quadrado é um trapézio retângulo, o discente estaria utilizando a seguinte definição para o trapézio: quadrilátero que possui um par de lados opostos paralelos, já ao negar, ele estaria fazendo uso da outra definição: quadrilátero que possui apenas um par de lados opostos paralelos.

Figura 13 - Questão 6 do formulário online

6) Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais. Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado? Por quê? \*

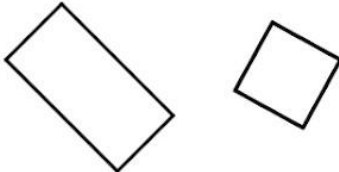
Sua resposta

Fonte: autoria própria (2020)

A Questão 6 foi retirada do livro “Curso Básico de Geometria – Enfoque Didático – Módulo I” de Nasser e Tinoco (2004a). De acordo com as autoras, essa é uma pergunta que pode ser usada em um teste do nível de Dedução Informal. Com essa questão, poderíamos observar se o discente sentia a necessidade de outra propriedade (quatro lados congruentes) para afirmar que ABCD é um quadrado, podendo apenas afirmar que ABCD é um retângulo.

Figura 14 - Questão 7 do formulário online

7) Observe os quadriláteros abaixo e descreva as propriedades que eles possuem em comum. \*

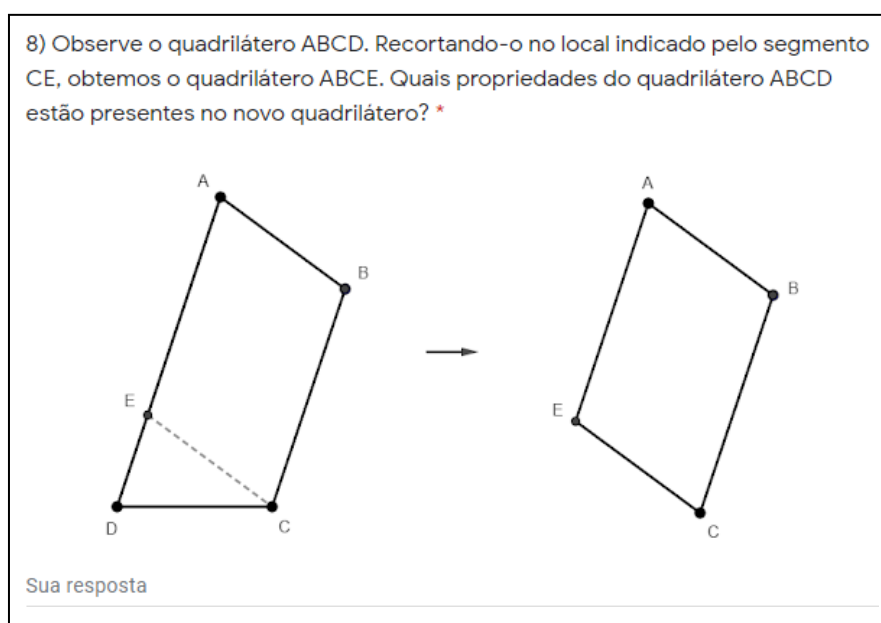


Sua resposta

Fonte: autoria própria (2020)

Na Questão 7, temos uma comparação entre as propriedades de dois quadriláteros, algo típico da Dedução Informal, pois, de acordo com Elias (2016), estabelecer inter-relações de propriedades entre quadriláteros, é uma das habilidades presentes nesse nível. Nossa curiosidade estava em saber quais propriedades eles descreveriam e se questionariam a ausência de símbolos geométricos para indicar certas características de cada um dos quadriláteros.

Figura 15 - Questão 8 do formulário online



Fonte: autoria própria (2020)

Temos, na Questão 8, um trapézio que, com um único recorte, se transformou em um paralelogramo. A tarefa dos participantes, nessa questão, era identificar as propriedades que foram preservadas após o recorte, portanto, do mesmo modo que discutimos a respeito dos níveis de pensamento geométrico na questão anterior, essa também se enquadra como uma questão do nível de Dedução Informal.



Figura 16 - Questão 9 do formulário online

9) Mostre que todo retângulo é paralelogramo. \*

Sua resposta

---

Caso sinta a necessidade de enviar um arquivo contendo a resposta, use este espaço.

[↑ Adicionar arquivo](#)

Fonte: autoria própria (2020)

A Questão 9, retirada do livro “Geometria Euclidiana Plana” de João Lucas Marques Barbosa (2012), pertence ao nível de Dedução Formal, pois necessita que o discente realize uma demonstração, o que requer um maior domínio desse conteúdo. Seria necessário, para resolvê-la, o conhecimento de axiomas e proposições da Geometria Plana. O nosso objetivo, para essa questão, era identificar os participantes que conseguiriam realizar essa demonstração e observar até que etapa chegariam os que não conseguissem. Para essa questão e para a Questão 10, disponibilizamos um espaço para que os discentes enviassem um arquivo, caso houvesse a necessidade, por ambas serem questões de demonstração.

Figura 17 - Questão 10 do formulário online

10) Mostre que ter dois pares de ângulos opostos congruentes é condição suficiente para um quadrilátero ser paralelogramo. \*

Sua resposta

---

Caso sinta a necessidade de enviar um arquivo contendo a resposta, use este espaço.

[↑ Adicionar arquivo](#)

Fonte: autoria própria (2020)

A última questão do formulário, a Questão 10, também necessita de uma demonstração para respondê-la. Ela foi retirada do livro “Geometria Euclidiana – Resolução de Problemas” de Lucia Tinoco (2011b). Assim como a questão anterior, ela também pertence ao nível de Dedução Formal e compartilha o mesmo objetivo.

No capítulo seguinte, apresentaremos a análise, discussão e comparação dos resultados das respostas dos participantes da pesquisa em relação às 10 questões aqui apresentadas.

## 6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para a realização da análise das respostas do formulário, separamos os discentes participantes em três grupos. No grupo A estão presentes os discentes do 1º e 2º período. No grupo B se encontram os discentes do 6º e 7º período. E no grupo C se encontram os discentes do 9º período. Para manter o anonimato dos participantes, chamamos os oito discentes do grupo A de A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7 e A8; os dois do grupo B de B1 e B2; e os oito do grupo C de C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7 e C8.

Por meio do modelo Van Hiele, analisamos as respostas dos discentes, classificando-as de acordo com os níveis e comparamos os resultados das respostas de cada questão. Para apresentar a análise das respostas, construímos um quadro para cada questão, indicando o nível da resposta de cada participante. Nos quadros, utilizamos um hífen para indicar que o discente não respondeu a referida questão. Outro ponto a ser destacado, diz respeito a pequena quantidade de participantes do 6º e 7º período, dificultando as comparações desse grupo em relação aos outros, porém esses discentes apresentaram respostas relevantes para a nossa discussão, o que justifica a não retirada desse grupo em nossa análise.

### 6.1 ANÁLISE DA QUESTÃO 1

A Questão 1, voltada para o nível de Visualização, apresentava figuras prototípicas e não prototípicas. Essa era uma questão que, por meio das escolhas feitas pelos participantes, poderíamos identificar o nível de pensamento utilizado para resolvê-la.

A seguir apresentamos, no Quadro 1, a classificação das respostas da Questão 1, segundo os níveis de pensamento geométrico sobre quadriláteros discutidos anteriormente. Nele, podemos observar que, no grupo A, as respostas de cinco discentes foram classificadas no nível de Visualização, duas no nível de Análise e uma no nível de Dedução Informal.

Quadro 1 - Classificação das respostas da Questão 1

QUESTÃO 1					
Grupo A		Grupo B		Grupo C	
Discente	Classificação	Discente	Classificação	Discente	Classificação
A1	Visualização	B1	Dedução Informal	C1	Dedução Informal
A2	Visualização	B2	Visualização	C2	Análise
A3	Visualização			C3	Análise
A4	Análise			C4	Dedução Informal
A5	Visualização			C5	Dedução Informal
A6	Análise			C6	Dedução Informal
A7	Dedução Informal			C7	Análise
A8	Visualização			C8	Análise

Fonte: autoria própria (2020)

Já no grupo B, tivemos uma resposta no nível de Dedução Informal e uma no nível de Análise. Já no grupo C, foram quatro respostas no nível de Análise e quatro no nível de Dedução Informal. A seguir apresentamos alguns exemplos das respostas retirados dos formulários para ilustrar essa discussão.

A critério de exemplo, na figura 18 (próxima página), temos a resposta do discente A8, classificada no nível de Visualização, pois não se atentou as propriedades para realizar a classificação dos quadriláteros, se baseando apenas em sua aparência global. Os outros cinco discentes que também tiveram suas respostas classificadas como Visualização, apresentaram respostas iguais ou semelhantes (diferenciando-se em apenas uma das figuras). Por exemplo, os discentes A2 e B2 indicaram que o quadrilátero F é um losango, cometendo um erro, enquanto os outros quadriláteros foram classificados por eles da mesma forma que o discente A8 classificou. Os únicos discentes que apresentaram uma resposta do nível de Visualização sem cometer nenhum erro foram os discentes A3 e A8.

Figura 18 - Resposta do discente A8 (Questão 1)

	A	B	C	D	E	F	G	H
Losango	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Retângulo	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Quadrado	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Na figura 19, temos o exemplo de uma resposta do nível de Análise, pois o discente conseguiu realizar algumas relações, afirmando que B e C, além de serem quadrados também são retângulos, porém não conseguiu estabelecer todas as relações presentes, tendo em vista que B e C também são losangos. Essas implicações mostram que o discente C8 foi além do nível de Visualização, mas não conseguiu atingir o nível de Dedução Informal, o que nos levou a classificar sua resposta como Análise.

Figura 19 - Resposta do discente C8 (Questão 1)

	A	B	C	D	E	F	G	H
Losango	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Retângulo	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Quadrado	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Os demais discentes cuja as respostas foram classificadas no nível de Análise também conseguiram estabelecer algumas relações. Por exemplo, o discente A4 que marcou que B e C são quadrados e também losangos, mas não marcou que eles também são retângulos. Para resumir as respostas classificadas como Análise, podemos dizer que foram todas as respostas que superaram o nível de Visualização, já que conseguiram estabelecer algumas relações para os quadriláteros B e C, porém

não realizaram todas, pois aqueles que conseguiram realizar todas elas tiveram suas respostas classificadas como Dedução Informal.

O outro tipo de resposta que tivemos, se classifica no nível de Dedução Informal, uma vez que o discente conseguiu estabelecer todas as relações presentes, diferenciando-se da resposta do discente C8, ao indicar que B e C também são losangos. Para exemplificar esse tipo de resposta, temos na figura 20, a resposta do discente C1.

Figura 20 - Resposta do discente C1 (Questão 1)

	A	B	C	D	E	F	G	H
Losango	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Retângulo	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Quadrado	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Ao observar o Quadro 1, podemos realizar uma comparação dos níveis de pensamento geométrico entre os três grupos. Enquanto os grupos A e B, apresentam respostas do nível de Visualização, o grupo C não apresenta nenhuma. A maior parte das respostas do grupo A se caracterizam como Visualização, enquanto o grupo C tem metade das respostas do nível de Dedução Informal, tendo em vista que esse era o maior nível que poderia ser observado nessa questão, e a outra metade no nível de Análise.

## 6.2 ANÁLISE DA QUESTÃO 2

Sabendo que os trapézios possuem duas definições, a Questão 2 poderia gerar uma discussão que transcendia o que iríamos analisar, pois poderíamos identificar quais das duas definições seriam mais utilizadas e se as respostas seriam condizentes com as definições apresentadas por eles. Do mesmo modo que a questão anterior, nessa questão, as escolhas dos discentes indicariam os níveis que estavam sendo trabalhados, com um diferencial de que tínhamos a possibilidade de analisar as justificativas.

A seguir apresentamos, no Quadro 2, a classificação das respostas da Questão 2, segundo os níveis de pensamento geométrico sobre quadriláteros discutidos anteriormente.

Quadro 2 - Classificação das respostas da Questão 2

QUESTÃO 2					
Grupo A		Grupo B		Grupo C	
Discente	Classificação	Discente	Classificação	Discente	Classificação
A1	Visualização	B1	Análise	C1	Análise
A2	Visualização	B2	Visualização	C2	Análise
A3	Visualização			C3	Análise
A4	Visualização			C4	Análise
A5	Visualização			C5	Análise
A6	Visualização			C6	Análise
A7	Visualização			C7	Análise
A8	Análise			C8	Análise

Fonte: autoria própria (2020)

Podemos observar, no Quadro 2, que houveram apenas dois níveis de respostas. Isso se deu, devido a essa questão trabalhar apenas com um tipo de quadrilátero, o que nos limita a investigar características de Visualização e de Análise, pois na Dedução Informal há a comparação entre as propriedades de dois, ou mais, quadriláteros, embora a Dedução Informal trabalhe com a relação entre as propriedades de um mesmo quadrilátero, algo que não ocorreu nas respostas dos discentes. No grupo A, foram sete respostas do nível de visualização e uma no nível de Análise. No grupo B, foi uma no nível de visualização e uma no nível de Análise. No grupo C, todas as oito respostas foram no nível de Análise.

Figura 21 - Resposta do discente A3 (Questão 2)

C, D, F, G, H, J por serem quadriláteros com uma base maior e outra menor

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Na figura 21, temos um exemplo de resposta do nível de Visualização, pois, semelhante as outras respostas desse nível, não acertou todos os trapézios e apresentou falhas em sua justificativa. O discente A3, acertou quase todos os trapézios, com exceção do J. A sua justificativa não leva em consideração os lados paralelos, o que poderia explicar o fato dele ter apontado o J como trapézio.

Para atingir o nível de Análise, o participante precisaria identificar todos os trapézios e apresentar uma justificativa plausível. Para exemplificar esse tipo de resposta, apresentaremos a resolução do discente C2.

Figura 22 - Resposta do discente C2 (Questão 2)

C, D, F, G, H pois possuem somente um par de lados paralelos entre si.

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

O discente C2, em sua justificativa, optou pela definição em que o trapézio possui “apenas um par de lados opostos paralelos”. Essa definição foi adotada por quase todos os participantes, com exceção dos dois discentes do grupo B. Ambos justificaram por meio da definição que trata o trapézio como o “quadrilátero com um par de lados opostos paralelos”. É importante ressaltar que essa é a definição adotada pelo livro “Geometria Euclidiana Plana”, de João Lucas Marques Barbosa (2012), utilizado pelo curso durante a disciplina Fundamentos da Geometria Plana e que os discentes do grupo B concluíram essa disciplina há pouco tempo, algo que poderia ter influenciado a escolha dessa definição de trapézio. Vejamos, na figura 23, a resposta do discente B1.

Figura 23 - Resposta do discente B1 (Questão 2)

Todos, exceto o J. Aceitando a definição de trapézio como uma figura geométrica que possui dois lados paralelos, todo quadrilátero será paralelo, assim como D,C,F,G e H também.

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

A resposta do discente B1 foi diferente da resposta do C2, porém ambas foram classificadas no nível de Análise, pois a justificativa do B1 é coerente com os quadriláteros que ele apontou como trapézio, sem contar que, ambas as definições



de trapézio, adotadas por B1 e C2, existem. Na análise das próximas questões, discutiremos se os participantes seguiram com a definição de trapézio adotada por eles, durante essa questão.

Comparando os níveis das respostas, apresentados no Quadro 2, há um salto entre as respostas do grupo A e C, pois todos os discentes do grupo C alcançaram o nível de Análise (maior nível para a referida questão), enquanto apenas um, do grupo A, o alcançou.

### 6.3 ANÁLISE DA QUESTÃO 3

A proposta da Questão 3, construída para o nível de Análise, era de observar se os discentes conseguiriam associar determinadas propriedades a um quadrilátero. Caso o mesmo discente conseguisse as associar a mais de um quadrilátero, teríamos um caso de resposta do nível de Dedução Informal, pois ele estaria identificando relações entre diferentes quadriláteros. Vejamos o resultado da classificação das respostas dos discentes no Quadro 3.

Ao analisar as respostas da Questão 3, classificamos quatro no nível de Análise e quatro no nível de Dedução Informal, no grupo A; uma de Análise e uma de Dedução Informal, no grupo B; e duas de Análise e seis de Dedução Informal, no grupo C.

Quadro 3 - Classificação das respostas da Questão 3

QUESTÃO 3					
Grupo A		Grupo B		Grupo C	
Discente	Classificação	Discente	Classificação	Discente	Classificação
A1	Dedução Informal	B1	Dedução Informal	C1	Dedução Informal
A2	Análise	B2	Análise	C2	Dedução Informal
A3	Dedução Informal			C3	Dedução Informal
A4	Análise			C4	Dedução Informal
A5	Análise			C5	Dedução Informal
A6	Dedução Informal			C6	Análise
A7	Dedução Informal			C7	Dedução Informal

A8	Análise			C8	Análise
----	---------	--	--	----	---------

Fonte: autoria própria (2020)

O discente A8 associou as propriedades a apenas um quadrilátero, algo característico do nível de Análise, pois nesse nível não são trabalhadas as relações e inter-relações entre quadriláteros.

Figura 24 - Resposta do discente A8 (Questão 3)

	Sim	Não
Trapézio	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Paralelogramo	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Retângulo	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Losango	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Quadrado	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Alguns discentes que classificamos as suas respostas no nível de Análise, marcaram “sim” para trapézio e paralelogramo, ou trapézio e losango, como podemos observar na figura 25, a resposta do discente A4. Para esses casos, classificamos como Análise, pois eles conseguiram identificar corretamente o um dos quadriláteros.

Figura 25 - Resposta do discente A4 (Questão 3)

	Sim	Não
Trapézio	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Paralelogramo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Retângulo	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Losango	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Quadrado	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

A escolha do trapézio seria válida somente se eles tivessem optado pela definição de “quadrilátero com um par de lados opostos paralelos” na Questão 2, como fez o discente B1. Na resolução mostrada na figura 26, o discente B1 assinalou “sim” para trapézio, losango e paralelogramo; mostrando que continua seguindo a mesma linha de raciocínio da definição de trapézio adotada por ele durante a Questão 2.

Figura 26 - Resposta do discente B1 (Questão 3)

	Sim	Não
Trapézio	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Paralelogramo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Retângulo	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Losango	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Quadrado	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

O outro tipo de resposta classificado como Dedução Informal, foi dos participantes que marcaram “sim” apenas para paralelogramo e losango. Como exemplo, temos a resposta do discente C3, na figura 27.

Figura 27 - Resposta do discente C3 (Questão 3)

	Sim	Não
Trapézio	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Paralelogramo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Retângulo	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Losango	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Quadrado	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Nessa questão não houve tanta diferença entre os níveis das respostas dos grupos A e C, tendo em vista que o grupo C teve apenas duas respostas a mais do nível de Dedução Informal.

#### 6.4 ANÁLISE DA QUESTÃO 4

Na Questão 4, procuramos trabalhar com a interpretação de texto, buscando identificar as dificuldades encontradas pelos participantes. Essa questão foi elaborada para o nível de Análise, pois o discente identificaria certas propriedades no enunciado e as associaria a um dos quadriláteros apresentados como opção. A resposta do participante poderia atingir o nível de Dedução Informal, caso ele conseguisse associar essas propriedades a outros quadriláteros trazidos pela questão. Vejamos, abaixo, no Quadro 4, o resultado da classificação das respostas dessa questão, segundo os níveis de pensamento geométrico sobre quadriláteros.

O grupo A teve sete respostas do nível de Análise e uma de Dedução Informal, O grupo B teve uma de Análise e uma de Dedução Informal, e o grupo C teve duas de Análise e seis de Dedução Informal.

Quadro 4 - Classificação das respostas da Questão 4

<b>QUESTÃO 4</b>					
<b>Grupo A</b>		<b>Grupo B</b>		<b>Grupo C</b>	
<b>Discente</b>	<b>Classificação</b>	<b>Discente</b>	<b>Classificação</b>	<b>Discente</b>	<b>Classificação</b>
A1	Análise	B1	Dedução Informal	C1	Dedução Informal
A2	Análise	B2	Análise	C2	Dedução Informal
A3	Análise			C3	Dedução Informal
A4	Análise			C4	Dedução Informal
A5	Análise			C5	Dedução Informal
A6	Análise			C6	Dedução Informal
A7	Dedução Informal			C7	Análise

A8	Análise			C8	Análise
----	---------	--	--	----	---------

Fonte: autoria própria (2020)

Nessa questão vemos uma diferença entre os níveis das respostas dos discentes do início do curso e os discentes que estão no último período, pois, diferente dos discentes do início do curso, a maioria dos concluintes conseguiram atingir o nível mais elevado dessa questão. A figura 28 mostra a resposta do discente A1, na qual ele marcou “sim” apenas para o quadrado, portanto classificamos a sua resposta como Análise.

Figura 28 - Resposta do discente A1 (Questão 4)

	Sim	Não
Trapézio isósceles	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Trapézio escaleno	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Trapézio retângulo	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Paralelogramo	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Losango	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Retângulo	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Quadrado	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

O restante dos discentes que ficaram no nível de Análise, também marcaram corretamente apenas um quadrilátero. Para os discentes que ficaram no nível de Dedução Informal, tivemos três tipos de resposta. Para explicar o primeiro caso, temos na figura 29, a resposta do discente C5, que identificou que o trajeto percorrido por Paulo possuía a forma de um quadrado. Consequentemente, identificou que a forma do trajeto também poderia ser retângulo, losango e paralelogramo.

Figura 29 - Resposta do discente C5 (Questão 4)

	Sim	Não
Trapézio isósceles	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Trapézio escaleno	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Trapézio retângulo	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Paralelogramo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Losango	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Retângulo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Quadrado	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

O segundo caso, diz respeito aos discentes A7, C4 e C6. Todos eles afirmaram que o trajeto percorrido por Paulo possuía a forma de retângulo e paralelogramo, como mostrado na figura 30.

Figura 30 - Resposta do discente C4 (Questão 4)

	Sim	Não
Trapézio isósceles	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Trapézio escaleno	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Trapézio retângulo	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Paralelogramo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Losango	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Retângulo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Quadrado	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Esses participantes não tinham certeza de que os lados do quadrilátero formado eram congruentes, diferente dos discentes do primeiro caso, pois não havia nenhuma informação concretizando isso, apenas a observação do mapa do bairro. Portanto, esses discentes conseguiram estabelecer as relações tratadas no nível de Dedução Informal com as propriedades encontradas por eles.

O último caso retorna ao discente B1, um dos discentes que utilizou a definição de trapézio menos adotada pelos participantes da pesquisa. A sua resposta, apresentada na figura 31, nos mostra que B1 continua seguindo a mesma definição. Para essa definição adotada, a resposta, dada por ele para a Questão 4, é coerente e se classifica como Dedução Informal. Vale ressaltar que assim como os discentes do segundo caso, B1 não considerou que o quadrilátero possuía os quatro lados congruentes.

Figura 31 - Resposta do discente B1 (Questão 4)

	Sim	Não
Trapézio isósceles	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Trapézio escaleno	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Trapézio retângulo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Paralelogramo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Losango	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Retângulo	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Quadrado	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

O discente B2 também continua respondendo de acordo com a definição de trapézio adotada por B1, porém não conseguiu relacionar as propriedades encontradas com todos os quadriláteros necessários. B2 marcou “sim” para trapézio retângulo, paralelogramo, retângulo e quadrado, mas deveria ter marcado, também, losango e trapézio isósceles, pois ele considerou que o quadrilátero formado possuía seus lados congruentes, como os discentes do primeiro caso.

## 6.5 ANÁLISE DA QUESTÃO 5

A Questão 5, que não foi desenvolvida para um nível específico, trazia uma discussão a respeito das definições de trapézio, pois, ao concordar, o discente deveria

se justificar baseando-se em uma definição e, ao discordar, o discente precisaria justificar por meio da outra definição.

Nessa questão, encontramos respostas dos níveis de Análise e Dedução Informal, como mostrado no Quadro 5, o qual apresenta a classificação das respostas da questão 5 de acordo com o modelo Van Hiele.

Quadro 5 - Classificação das respostas da Questão 5

QUESTÃO 5					
Grupo A		Grupo B		Grupo C	
Discente	Classificação	Discente	Classificação	Discente	Classificação
A1	Análise	B1	Dedução Informal	C1	Análise
A2	Análise	B2	Análise	C2	-
A3	Análise			C3	Dedução Informal
A4	Análise			C4	Dedução Informal
A5	Análise			C5	Dedução Informal
A6	Dedução Informal			C6	Dedução Informal
A7	Dedução Informal			C7	Análise
A8	Dedução Informal			C8	Dedução Informal

Fonte: autoria própria (2020)

Notamos uma diferença entre as respostas do grupo A e do grupo C, tendo em vista que, enquanto o grupo A teve cinco respostas do nível de Análise, o grupo C teve cinco respostas no nível de Dedução Informal, o que indica um possível desenvolvimento do pensamento geométrico, ao decorrer do curso, em relação aos conceitos propostos por essa questão, dos discentes do grupo C. O grupo B teve uma resposta do nível de Análise e uma do nível de Dedução Informal.

Os discentes que ficaram no nível de Análise, discutiram apenas sobre as propriedades de um único quadrilátero. Na figura 32, o discente A1 citou duas propriedades do quadrado, mas não discutiu a respeito da relação entre essas e o trapézio retângulo, similar as outras respostas desse nível.



Figura 32 - Resposta do discente A1 (Questão 5)

Não. O quadrado possui 4 lados iguais e 4 ângulos retos.

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Para alcançar o nível de Dedução Informal, era necessária uma justificativa mais elaborada, na qual o participante descreveria algumas propriedades dos dois quadriláteros em questão e as associaria para mostrar que a sua afirmação, ou negação, estaria correta, como fez o discente C4, na figura 33.

Figura 33 - Resposta do discente C4 (Questão 5)

Não, pois o trapézio é constituído por um par de lados paralelos e um não paralelo. Já o quadrado tem dois pares de lados paralelos.

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Como já era previsto, apenas os discentes B1 e B2 responderam de forma afirmativa. A critério de exemplo, temos, na figura 34, a resposta do discente B1, classificada como Dedução Informal.

Figura 34 - Resposta do discente B1 (Questão 5)

Sim, assumindo um trapézio retângulo como aquele que possui pelo menos dois lados paralelos e pelo menos dois ângulos retos, temos que o quadrado se encaixa nessa definição por possuir 2 pares de lados paralelos e 4 ângulos retos.

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Como levantado durante a análise da Questão 2, observamos, até aqui, se as respostas dos discentes B1 e B2 seguiram a definição de trapézio adotada por eles na Questão 2. Como resultado, identificamos que eles mantiveram a sua concepção, sem se perderem durante as respostas das outras questões.

## 6.6 ANÁLISE DA QUESTÃO 6

Com a Questão 6, poderíamos investigar se os participantes conheciam as propriedades do quadrado. Para responder essa questão, era preciso dizer que não

era possível afirmar que ABCD é um quadrado e justificar por meio da ausência de uma propriedade do quadrado: os quatro lados congruentes. Aqueles que responderam corretamente, suas respostas foram classificadas no nível de Análise, pois houve o reconhecimento das propriedades de um quadrilátero. Abaixo, no quadro 6, temos a classificação, por meio do modelo Van Hiele, das respostas da questão 6.

Quadro 6 - Classificação das respostas da Questão 6

QUESTÃO 6					
Grupo A		Grupo B		Grupo C	
Discente	Classificação	Discente	Classificação	Discente	Classificação
A1	Análise	B1	Análise	C1	Análise
A2	Análise	B2	Análise	C2	Análise
A3	Visualização			C3	Análise
A4	Análise			C4	Análise
A5	Análise			C5	Análise
A6	Análise			C6	Análise
A7	Análise			C7	Análise
A8	Visualização			C8	Análise

Fonte: autoria própria (2020)

Pelo Quadro 6, podemos observar que apenas A3 e A8 não responderam corretamente. Ambos responderam que ABCD é um quadrado, como mostrado, na figura 35, a resposta do A3. Suas respostas foram classificadas como Visualização, devido não possuírem o domínio das propriedades do quadrado, embora tenham apresentado algumas como uma tentativa para justificar a afirmação.

Figura 35 - Resposta do discente A3 (Questão 6)

acredito que sim, pois o quadrado possui 4 lados paralelos sendo todos congruentes, portanto 4 ângulos iguais idem.

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Como exemplo de resposta do nível de Análise, temos, na figura 36, a resposta do discente C4, o qual comentou que a informação é insuficiente para afirmar que ABCD é um quadrado, pois não foi dito que os lados de ABCD são congruentes. Todos

os outros discentes que ficaram no nível de Análise também fizeram uso dessa mesma justificativa.

Figura 36 - Resposta do discente C4 (Questão 6)

Não. Pois a informação dada é insuficiente, uma vez que para ser quadrado, os ângulos devem ser retos e os lados devem ser congruentes.

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Com exceção dos discentes A3 e A8, todo o restante atingiu o maior nível de pensamento geométrico que poderia ser sondado por meio dessa questão. Embora a diferença seja pouca, entre os grupos A e C, os discentes do 9º período se sobressaíram, pois todos responderam no nível de Análise.

#### 6.7 ANÁLISE DA QUESTÃO 7

A questão da qual discutiremos agora, foi elaborada para o nível de Dedução Informal, visto que a sua resolução se trata de uma comparação de propriedades entre dois quadriláteros. Nessa questão, classificamos as respostas em dois níveis: Análise e Dedução Informal. Vejamos como ficou a classificação das respostas da Questão 7 no Quadro 7.

Quadro 7 - Classificação das respostas da Questão 7

QUESTÃO 7					
Grupo A		Grupo B		Grupo C	
Discente	Classificação	Discente	Classificação	Discente	Classificação
A1	Dedução Informal	B1	Dedução Informal	C1	Análise
A2	Dedução Informal	B2	Dedução Informal	C2	Análise
A3	Dedução Informal			C3	Dedução Informal
A4	Análise			C4	Análise
A5	Análise			C5	Dedução Informal
A6	Dedução Informal			C6	Dedução Informal

A7	Dedução Informal			C7	Dedução Informal
A8	Dedução Informal			C8	Dedução Informal

Fonte: autoria própria (2020)

A resposta do discente C5, mostrada na figura 37, foi classificada como Dedução Informal, pois ele e a maioria das outras respostas classificadas nesse nível, citaram duas propriedades.

Figura 37 - Resposta do discente C5 (Questão 7)

Aparentemente, ambos possuem os 4 ângulos retos e dois pares de lados paralelos.

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

As respostas dos discentes A4, A5, C1 e C2, possuíam apenas uma propriedade, sendo classificadas como Análise, pois, como mostrado na figura 38, a resposta do discente A5, poderiam ter discutido mais a respeito do que foi pedido pela questão.

Figura 38 - Resposta do discente A5 (Questão 7)

4 ângulos de 90°

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Um ponto a ser destacado, foi o de alguns discentes, das respostas classificadas como Dedução Informal, terem citado as propriedades sem a certeza de que elas valiam, pois, as figuras não traziam nenhuma marcação geométrica para indicar alguma característica. O discente C5 foi um dos casos que respondeu dessa forma, deixando explícito a sua inquietação quando digitou “aparentemente”.

Os dois discentes do grupo B tiveram suas respostas classificadas como Dedução Informal, enquanto os grupos A e C tiveram seis respostas do Nível de Dedução Informal e duas de Análise. Esse resultado nos mostra que, nessa questão, não houve disparidade entre os níveis de pensamento geométrico dos discentes do 1º e 2º período em relação aos do 9º período.

## 6.8 ANÁLISE DA QUESTÃO 8

A Questão 8 possui as mesmas finalidades da questão anterior e foi elaborada para o mesmo nível. Porém, os quadriláteros a serem comparados são diferentes. Nessa questão, os participantes precisavam identificar as propriedades comuns em um trapézio e um paralelogramo. Utilizamos o mesmo critério de classificação da Questão 7, aqueles que identificaram apenas uma propriedade correta, tiveram suas respostas classificadas como Análise, já aqueles que conseguiram identificar mais de uma propriedade, classificamos suas respostas como Dedução Informal, pois possuem um domínio maior das relações entre os quadriláteros. A seguir, no quadro 8, temos a classificação das respostas da Questão 8 mediante os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico.

Quadro 8 - Classificação das respostas da Questão 8

QUESTÃO 8					
Grupo A		Grupo B		Grupo C	
Discente	Classificação	Discente	Classificação	Discente	Classificação
A1	Dedução Informal	B1	Dedução Informal	C1	Análise
A2	Dedução Informal	B2	Análise	C2	Dedução Informal
A3	Dedução Informal			C3	Análise
A4	-			C4	Dedução Informal
A5	-			C5	Dedução Informal
A6	Dedução Informal			C6	Análise
A7	Dedução Informal			C7	Análise
A8	Dedução Informal			C8	Dedução Informal

Fonte: autoria própria (2020)

No Quadro 8, podemos observar seis respostas do nível de Dedução Informal, do grupo A, uma resposta do nível de Análise e uma de Dedução Informal, do grupo B, e quatro respostas do nível de Análise e quatro do nível de Dedução Informal, do

grupo C. Mesmo com dois participantes que não responderam a questão, podemos notar que houve um melhor desempenho do grupo A, em relação ao grupo C.

Figura 39 - Resposta do discente C7 (Questão 8)

soma dos ângulos internos igual

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Figura 40 - Resposta do discente C2 (Questão 8)

O comprimento dos segmentos AB e BC, e os ângulos  $\angle DAB = \angle EAB$  e  $\angle ABC$

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Na figura 39, temos um exemplo de uma resposta do nível de Análise, na qual o discente C7 comentou apenas sobre a soma dos ângulos internos. Enquanto a figura 40, nos apresenta um exemplo de uma questão do nível de Dedução Informal, pois o discente C2 discute sobre a permanência de alguns segmentos e ângulos, além de possuir o domínio da escrita.

## 6.9 ANÁLISE DA QUESTÃO 9

A Questão 9 requer uma demonstração para solucioná-la, assim poderíamos identificar se os discentes conseguiriam alcançar o nível de Dedução Formal em suas respostas. Vejamos, no Quadro 9, o resultado na análise das repostas dos participantes.

Quadro 9 - Classificação das respostas da Questão 9

QUESTÃO 9					
Grupo A		Grupo B		Grupo C	
Discente	Classificação	Discente	Classificação	Discente	Classificação
A1	Análise	B1	Dedução Formal	C1	Análise
A2	Análise	B2	Análise	C2	Dedução Formal
A3	Análise			C3	Dedução Formal

A4	-			C4	Dedução Informal
A5	-			C5	Dedução Formal
A6	Dedução Informal			C6	Dedução Formal
A7	Análise			C7	Dedução Informal
A8	Dedução Informal			C8	Dedução Informal

Fonte: autoria própria (2020)

Observando os resultados, podemos notar que ninguém do grupo A conseguiu atingir o nível de Dedução Formal, algo que poderia acontecer, pois os discentes desse grupo acabaram de sair da Educação Básica e não estão familiarizados com problemas desse tipo, tiveram dois deles que optaram por não responder, diferente dos grupos A e B, pois tivemos um discente do grupo B e quatro do grupo C que alcançaram o nível de Dedução Formal. Referente as outras respostas, tivemos apenas uma de Análise no grupo C, enquanto o grupo A teve quatro, e três de Dedução Informal, enquanto o A teve duas. Portanto, nessa questão, vemos que há uma diferença de pensamento geométrico entre os ingressantes e os concluintes.

Figura 41 - Resposta do discente A1 (Questão 9)

Sim. Pois os lados paralelos opostos são iguais e a soma dos ângulos de dentro é igual a  $360^\circ$ .

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Na figura 41, temos um exemplo de resposta do nível de Análise. O discente A1 apenas afirmou que o retângulo é um paralelogramo e justificou a sua afirmação por meio de propriedades do retângulo.

Figura 42 - Resposta do discente C8 (Questão 9)

Seja o paralelogramo um quadrilátero com lados opostos paralelos e ângulos opostos congruentes, podemos afirmar que todo retângulo é um paralelogramo, pois possuem dois pares de lados opostos paralelos e ângulos opostos congruentes.

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Para exemplificar as respostas do nível de Dedução Informal, temos, na figura 42, a resposta do discente C8. Diferente do discente A1, esse discente apresentou propriedades do paralelogramo, e do retângulo, e as comparou; algo que é característico do nível de Dedução Informal.

Figura 43 - Resposta do discente C6 (Questão 9)

Seja ABCD um retângulo qualquer. Segue da definição de retângulo que  $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$ . Daí, os lados AD e BC são paralelos, pois duas retas perpendiculares a uma terceira são paralelas. Da mesma forma, AB e CD são paralelos. Portanto, ABCD é um paralelogramo.

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Para finalizar a análise da Questão 9, temos a resposta do discente C6<sup>1</sup>, na figura 43. A resposta do discente C6 atingiu o nível de Dedução Formal, pois, além de apresentar domínio da escrita, conseguiu demonstrar o que foi pedido no enunciado.

## 6.10 ANÁLISE DA QUESTÃO 10

A última questão do formulário também foi escolhida para o nível de Dedução Formal. Uma questão para compararmos seus resultados com os da questão anterior. Assim como a Questão 9, era necessário realizar uma demonstração para alcançar o nível de Dedução Formal. No Quadro 10 podemos observar o resultado da análise das respostas dessa questão mediante o modelo Van Hiele.

Quadro 10 - Classificação das respostas da Questão 10

QUESTÃO 10					
Grupo A		Grupo B		Grupo C	
Discente	Classificação	Discente	Classificação	Discente	Classificação
A1	Análise	B1	Dedução Formal	C1	Dedução Informal
A2	Análise	B2	-	C2	Dedução Formal
A3	Análise			C3	Dedução Informal

<sup>1</sup> A fonte do discente C6, na Questão 9, é diferente da fonte utilizada pelo formulário do Google, porque ele utilizou o espaço destinado para o envio de arquivo e enviou a sua resposta em um arquivo no formato PDF.



A4	-			C4	Dedução Formal
A5	-			C5	Dedução Formal
A6	Análise			C6	Dedução Formal
A7	Análise			C7	-
A8	Análise			C8	Dedução Informal

Fonte: autoria própria (2020)

Os discentes A4 e A5, que não haviam respondido a questão anterior, também não responderam essa. Dessa vez, tivemos mais dois participantes que optaram por não responder, os discentes B2 e C7. É importante ressaltar que quase todos os discentes que alcançaram o nível de Dedução Formal na questão anterior, também realizaram o mesmo feito nessa questão, com exceção do discente C3. As respostas dos discentes do grupo A foram classificadas no nível de Análise, inclusive as respostas dos discentes que ficaram em Dedução Informal na Questão 9. Os discentes do grupo C que ficaram em Dedução Informal na Questão 9, permaneceram no mesmo nível na Questão 10, com exceção do discente C4, que atingiu o nível de Dedução Formal, e o discente C1, que ficou em Análise na questão anterior, alcançou o nível de Dedução Informal nessa.

Figura 44 - Resposta do discente A1 (Questão 10)

Isso acontece no retângulo, no losango e no quadrado. Somando-se esses ângulos opostos e congruentes se obtém 360°.

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Na figura 44, temos a resposta do discente A1, na qual realizou apenas um comentário e apresentou uma propriedade, sendo classificada como Análise. As outras respostas desse nível apresentaram respostas semelhantes a essa, comentando uma ou outra propriedade.

Figura 45 - Resposta do discente C1 (Questão 10)

Os ângulos são proporcionais aos lados. Se o quadrilátero tem dois pares de ângulos opostos congruentes, então ele possui dois pares de lados opostos de mesma medida. Logo são paralelos.

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Na resposta do discente C1, mostrada na figura 45, temos uma inter-relação de propriedades de um quadrilátero, um pensamento geométrico do nível de Dedução Informal.

Figura 46 - Resposta do discente C2 (Questão 10)

Seja ABCD um quadrilátero com diagonais AC e BD. Seja E pertencente a reta AB tal que E esteja mais perto de A do que de B, mas não está entre A e B.  
 Segue que  $\widehat{D\hat{A}E} = 180 - \widehat{D\hat{A}B}$ .  
 Além disso, sabemos que  $\widehat{D\hat{A}B} + \widehat{A\hat{D}C} = 360/2 = 180$ .  
 Combinando estes dois resultados, tem-se que  $\widehat{D\hat{A}E} = \widehat{A\hat{D}C}$ . Logo são alternos e internos, e com isso AB e CD são paralelos.  
 Analogamente mostrasse que AD e BC também são.  
 Portanto, ABCD é um paralelograma.

Fonte: acervo da pesquisa (2020)

Por fim, na figura 46, temos o exemplo de uma resposta do nível de Dedução Formal, na qual o discente C2 conseguiu realizar a demonstração e apresentou domínio da escrita.

## 6.11 ANÁLISE GERAL DOS RESULTADOS

No Quadro 11, temos uma visão geral da classificação das respostas de todos os discentes. Como anteriormente, os espaços preenchidos por hífen indicam a ausência da resposta por parte do discente.

Vale salientar, para todos os resultados apresentados e discutidos aqui, que os discentes A4 e A5, responderam um total de sete questões; e os discentes B2, C2 e C7 responderam um total de 9 questões; dentre as dez questões propostas pelo formulário. Portanto, não podemos afirmar nada a respeito dessas questões ausentes.

Observando o Quadro 11, podemos identificar os discentes cuja maioria de suas respostas foram classificadas nos níveis mais básicos. Destacando os discentes e a quantidade de respostas desses níveis, temos: o discente A2 com oito respostas;

os discentes A3 e B2 com sete respostas; os discentes A1 e A5 com seis respostas; A4 e A8 com cinco respostas; o discente C1 com quatro respostas; A6, A7 e C7 com três respostas; os discentes C6 e C8 com duas respostas; os discentes C2 e C3 com uma resposta; e os discentes B1, C4 e C5 com nenhuma resposta. Por meio dessa observação, é visível que a maioria dos discentes do grupo A atingiram uma quantidade maior desse tipo de resposta. Em contrapartida, tivemos os discentes do grupo C com uma quantidade menor de respostas desse tipo, ressaltando que dois desses discentes não tiveram nenhuma.

Quadro 11 - Visão geral da classificação das respostas dos discentes

	Questões									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>A1</b>	V	V	DI	A	A	A	DI	DI	A	A
<b>A2</b>	V	V	A	A	A	A	DI	DI	A	A
<b>A3</b>	V	V	DI	A	A	V	DI	DI	A	A
<b>A4</b>	A	V	A	A	A	A	A	-	-	-
<b>A5</b>	V	V	A	A	A	A	A	-	-	-
<b>A6</b>	A	V	DI	A	DI	A	DI	DI	DI	A
<b>A7</b>	DI	V	DI	DI	DI	A	DI	DI	A	A
<b>A8</b>	V	A	A	A	DI	V	DI	DI	DI	A
<b>B1</b>	DI	A	DI	DI	DI	A	DI	DI	DF	DF
<b>B2</b>	V	V	A	A	A	A	DI	A	A	-
<b>C1</b>	DI	A	DI	DI	A	A	A	A	A	DI
<b>C2</b>	A	A	DI	DI	-	A	A	DI	DF	DF
<b>C3</b>	A	A	DI	DI	DI	A	DI	A	DF	DI
<b>C4</b>	DI	A	DI	DI	DI	A	DI	DI	DI	DF
<b>C5</b>	DI	A	DI	DI	DI	A	DI	DI	DF	DF
<b>C6</b>	DI	A	A	DI	DI	A	DI	A	DF	DF
<b>C7</b>	A	A	DI	A	A	A	DI	A	DI	-
<b>C8</b>	A	A	A	A	DI	A	DI	DI	DI	DI

Legenda: V = Visualização, A = Análise, DI = Dedução Informal e DF = Dedução Formal.

Fonte: autoria própria (2020)

Vejam, agora, em relação ao maior nível esperado para cada questão, a quantidade de respostas em que cada discente conseguiu atingir desses níveis. Apresentando o discente e quantidade de respostas que atingiram o maior nível, temos: Os discentes B1 e C5 com dez respostas; o discente C4 com nove respostas; o discente C6 com oito respostas; A7, C2 e C3 com sete respostas; os discentes A6, C1 e C8 com cinco respostas; A1, A8 e C7 com quatro respostas; o discente A3 com

três respostas; A2 e B2 com duas respostas; o discente A5 com uma resposta; e o discente A4 com nenhuma resposta. Podemos observar que grande parte dos discentes do grupo C teve um número maior de respostas dos níveis esperados, enquanto a maior parte dos discentes do grupo A teve um desempenho contrário. Vale destacar o discente A7, que teve um bom desempenho em relação aos demais do grupo A, ficando à frente de alguns discentes do grupo C. Outros dois participantes a serem destacados, são os discentes B1 e C5, pois conseguiram atingir os níveis desejados em todas as questões.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo da nossa pesquisa foi de investigar o nível de pensamento geométrico desenvolvido pelos discentes ao longo do curso de Matemática – Licenciatura, mediante o modelo Van Hiele, tendo como foco os quadriláteros. Para isso, verificamos os procedimentos dos discentes participantes apresentados na resolução de dez questões de quadriláteros; identificamos os níveis de pensamento geométrico, por meio do modelo Van Hiele, em que os discentes participantes da pesquisa se encontravam diante dos problemas propostos; e averiguamos as diferenças entre os níveis de pensamento geométrico apresentados por esses discentes em suas resoluções diante das questões propostas sobre quadriláteros.

Para a realização da nossa pesquisa, elaboramos um formulário online contendo 10 questões a respeito dos quadriláteros e divulgamos o link desse formulário para os discentes do curso de Matemática – Licenciatura. Como resultado, tivemos a participação de 18 estudantes do curso. As respostas desses discentes foram analisadas e classificadas de acordo com os níveis do modelo Van Hiele, para que assim pudéssemos alcançar o objetivo do nosso trabalho.

Diante dos resultados obtidos, observamos que alguns discentes concluintes não conseguiram alcançar níveis satisfatórios, em algumas de suas respostas, para o período que estão cursando na graduação, o que nos leva ao questionamento de quais seriam as possíveis causas desses resultados, algo que poderia ser observado em novas pesquisas.

Os discentes ingressantes, na maioria das respostas, não conseguiram alcançar os maiores níveis propostos pelas questões. Todavia, o fato deles estarem no início da vida acadêmica, nos leva a cogitar que esse seria o desempenho esperado, pois haviam aspectos cobrados no formulário online, em determinados momentos, que não são de interesse da Educação Básica, como a resolução das questões 9 e 10. O resultado das respostas dos estudantes do 1º e 2º período do curso foram essenciais para a nossa pesquisa, pois buscávamos equiparar o resultado desses discentes ao resultado dos discentes concluintes para averiguar a existência do desenvolvimento do pensamento geométrico ao decorrer do curso.

O grupo B, composto por apenas dois discentes, trouxe reflexões significativas, pois esses discentes foram os únicos a utilizarem a definição de trapézio adotada durante a disciplina Fundamentos da Geometria Plana. Por que os discentes do grupo

C, que também cursaram essa disciplina, não fizeram uso da mesma definição? Quais implicações levam os discentes a seguir certa definição de trapézio? Qual a importância de cada uma dessas definições para a Matemática e para o Ensino de Matemática? Qual dessas definições é apresentada na Educação Básica? E qual delas se deve discutir na Educação Básica? Ambas? Esses questionamentos fogem do foco da nossa pesquisa, mas seriam pontos de partida interessantes para futuras investigações. Além da reflexão a respeito da definição de trapézio e de identificar que B1 e B2 a utilizaram de forma coerente diante de todas as questões que a necessitavam, é importante destacarmos o desempenho do discente B1 ao responder todas as questões mediante os níveis mais elevados propostos por elas.

Refletindo sobre os resultados das análises de cada questão, notamos um melhor desempenho dos discentes concluintes, pois, de dez questões, se sobressaíram em oito delas, tendo como exceção as questões 7 e 8, ambas com perspectivas semelhantes. Na Questão 7, houve um desempenho similar entre os grupos A e C, já na Questão 8, o grupo A teve um melhor desempenho. No restante das questões, os discentes do grupo C abarcaram resultados melhores, principalmente nas questões 2, 4, 5, 9 e 10.

Em relação aos níveis alcançados pelos discentes em suas respostas, foram os discentes concluintes que tiveram os melhores resultados, se comparados aos ingressantes, pois grande parte dos discentes do grupo C conseguiram atingir níveis desejados na maioria de suas respostas, já boa parte das respostas dos discentes do grupo A foram classificadas nos níveis mais elementares propostos pelas questões.

Tendo em vista que estabelecemos uma relação em que os níveis de pensamento geométrico dos discentes do grupo C, quando iniciaram o curso, seriam similares aos dos discentes do grupo A, pudemos concluir que houve um desenvolvimento do pensamento geométrico ao longo do curso, pois encontramos uma diferença significativa entre as respostas dos discentes ingressantes e concluintes.

Para finalizar, esperamos que o nosso trabalho inspire novas pesquisas e gere reflexões para os cursos de formação de professores, a respeito do ensino e aprendizagem de Geometria.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, G. E. S. *Investigando o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico durante a disciplina fundamentos da geometria plana*. 2018. 75f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2018.
- BARBOSA, J. L. M. *Geometria Euclidiana Plana*. 11. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- COSTA, A. P. *A Construção de um Modelo de Níveis de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: o caso dos quadriláteros notáveis*. 2019. 402 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.
- COSTA, A. P. *A Construção do Conceito de Quadriláteros Notáveis no 6º Ano do Ensino Fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana*. 2016. 243 f. Dissertação (Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.
- COSTA, A. P.; CÂMARA DOS SANTOS, M. *Níveis de pensamento geométrico de alunos do ensino médio no estado de Pernambuco: um estudo sob o olhar vanhieliano*. Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 7, n. 3, p. 1-19, 2016.
- CROWLEY, M. L. *O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico*. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.) *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 1994. p. 1-20.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos de Matemática Elementar: geometria plana*. 7. ed. São Paulo: Atual, 2005.
- ELIAS, M. O. *Reflexões a respeito da contribuição da teoria de van Hiele para a formação do pedagogo*. 2016. 33f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Pedagogia) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2016.
- FALEIROS, F. et al. *Uso de questionário online e divulgação virtual como estratégia de coleta de dados em estudos científicos*. Texto Contexto - Enferm. v. 25, n. 4, p. 1-6, 2016.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigações em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3. Ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

LIMA, P. F.; CARVALHO, J. P. F. Geometria. In: CARVALHO, J. P. F. *Matemática: ensino fundamental (Coleção Explorando o ensino)*. vol. 17. Brasília: MEC/SEB, 2010.

LOPES, M. L. M. L.; NASSER, L. *Geometria na Era da Imagem e do Movimento*. Rio de Janeiro: UFRJ, 1996.

LORENZATO, S. *Por que não ensinar geometria?* Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, n. 4, p. 3-13, 1995.

NAGATA, R. S. *Os Níveis de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: o aprendizado do conteúdo de polígonos numa perspectiva do modelo Van Hiele*. 2016. 121 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

NASSER, L.; SAN'ANNA, N. F. P. *Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele*. 2. ed. Rio de Janeiro: UFRJ, 2010.

NASSER, L.; TINOCO, L. *Curso Básico de Geometria: enfoque didático: módulo I: formação de conceitos geométricos*. 3. ed. Rio de Janeiro: UFRJ, 2004a.

NASSER, L.; TINOCO, L. *Curso Básico de Geometria: enfoque didático: módulo II: visão dinâmica da congruência de figuras*. 3. ed. Rio de Janeiro: UFRJ, 2004b.

PAVANELLO, R. M.; ANDRADE, R. S. G. *Formar professores para ensinar geometria: um desafio para as licenciaturas em matemática*. Educação Matemática em Revista – Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. v. 9, n. 11, p. 78-87, 2002.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

SANTOS, C. A.; NACARATO, A. M. *Aprendizagem em Geometria na Educação Básica: a fotografia e a escrita na sala de aula*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

TINOCO, L. *Geometria euclidiana por meio da resolução de problemas*. 3. ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2011a.

TINOCO, L. *Geometria Euclidiana: resolução de problemas*. 2. ed. Rio de Janeiro: UFRJ, 2011b.



**APÊNDICE A – FORMULÁRIO**

---

**Estudante,**

**Ao responder o presente questionário, você estará contribuindo para a pesquisa do Trabalho de Conclusão de Curso de Fábio Júnio de Andrade, estudante do 9º período do curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco – Centro Acadêmico do Agreste, que objetiva pesquisar sobre “o nível de pensamento geométrico desenvolvido pelos discentes ao longo do curso de Matemática – Licenciatura mediante o modelo Van Hiele, tendo como foco os quadriláteros”.**

**Ressaltamos que as informações obtidas serão utilizadas, única e exclusivamente, para fins acadêmicos e que garantiremos o anonimato do participante.**

---

**Afirmo que aceitei participar por minha própria vontade, sem receber qualquer incentivo financeiro, ou ter qualquer ônus, e com a finalidade, exclusiva, de colaborar para o sucesso da pesquisa.**

**( ) Concordo.**

**Nome:** \_\_\_\_\_

**E-mail:** \_\_\_\_\_

**Instituição:** \_\_\_\_\_

**Campus:** \_\_\_\_\_

**Curso:** \_\_\_\_\_

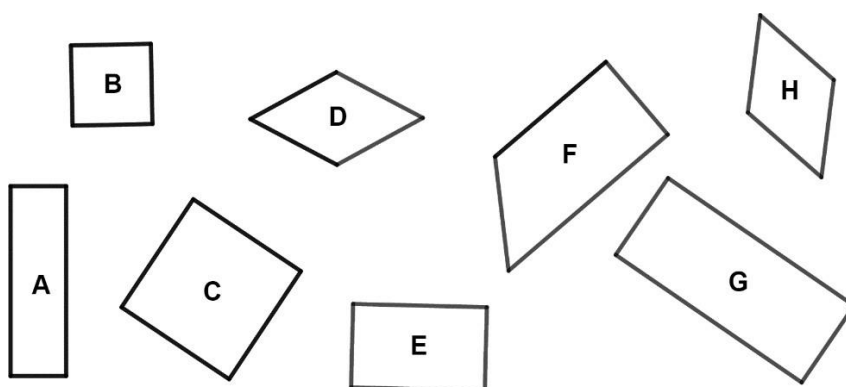
**Período:** \_\_\_\_\_

**Você já cursou quais disciplinas que possuem conteúdos de Geometria?**

--

Você possui alguma dificuldade referente ao estudo de conteúdos geométricos?

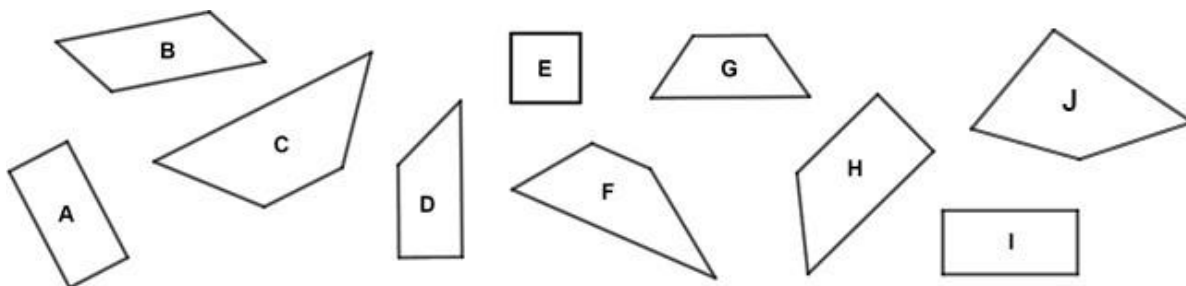
1) Observe os quadriláteros a seguir.



Indique aqueles que são losangos, retângulos e quadrados.

	A	B	C	D	E	F	G	H
Losango								
Retângulo								
Quadrado								

2) Observe os quadriláteros abaixo:



Qual/Quais deles é/são trapézio/trapézios? Justifique.

--

3) Tenho 4 lados congruentes, 2 ângulos obtusos e 2 ângulos agudos. Qual quadrilátero eu posso ser?

	Sim	Não
Trapézio		
Paralelogramo		
Retângulo		
Losango		
Quadrado		

4) Paulo, todas as manhãs, corre pelo seu bairro, realizando o seguinte trajeto: ao se alongar em frente à sua casa (lugar indicado pelo ponto A), ele inicia a sua corrida indo no sentido indicado pela seta. Ao chegar à primeira entrada, a sua direita, ele realiza um movimento de  $90^\circ$ , e continua correndo até chegar à Rua Euclides, na qual realiza outro movimento de  $90^\circ$ , entrando a sua direita. Ao correr pela Rua Euclides, ele passa a primeira entrada da rua e vira na segunda entrada, a sua direita, realizando mais um movimento de  $90^\circ$ . Paulo segue correndo, entra em sua rua, passa pela frente de sua casa e completa uma volta. Para finalizar a sua atividade física, ele realiza mais algumas voltas pelo mesmo percurso. Observe que o trajeto realizado por Paulo, possui a forma de um quadrilátero. Como pode ser chamado esse quadrilátero?

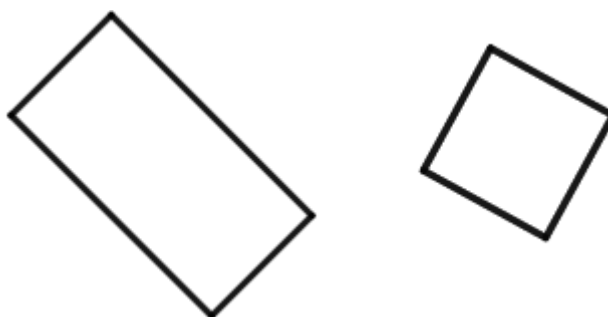


	Sim	Não
Trapézio isósceles		
Trapézio escaleno		
Trapézio retângulo		
Paralelogramo		
Losango		
Retângulo		
Quadrado		

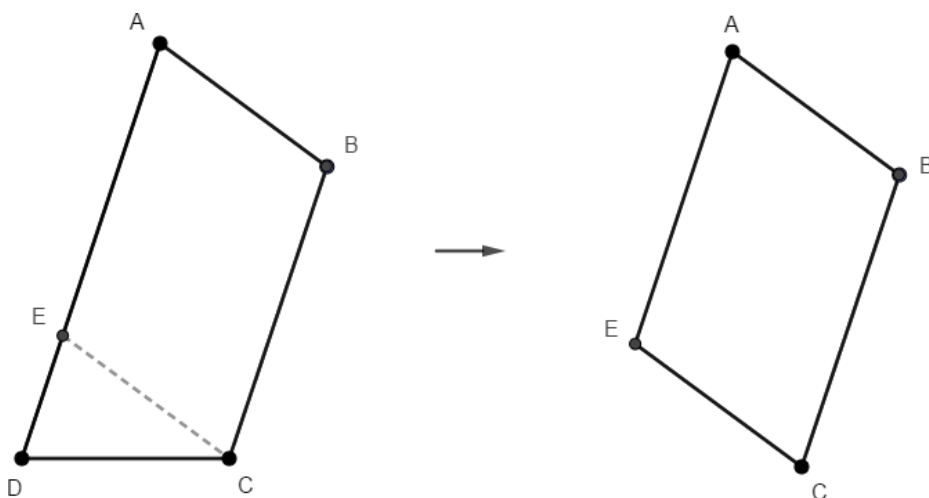
5) Pode-se afirmar que o quadrado é um trapézio retângulo? Justifique.

6) Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais. Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado? Por quê?

7) Observe os quadriláteros abaixo e descreva as propriedades que eles possuem em comum.



8) Observe o quadrilátero ABCD. Recortando-o no local indicado pelo segmento CE, obtemos o quadrilátero ABCE. Quais propriedades do quadrilátero ABCD estão presentes no novo quadrilátero?



9) Mostre que todo retângulo é paralelogramo.

**10) Mostre que ter dois pares de ângulos opostos congruentes é condição suficiente para um quadrilátero ser paralelogramo.**

**Quais diferenças você sente ao responder um formulário online e um questionário físico?**

**Utilize este espaço para realizar algum comentário a respeito deste formulário.**