

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM AGRICULTURA E AMBIENTE

**Modelagem matemática da interação populacional  
entre *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) e o  
parasitoide *Cotesia flavipes* (Cameron, 1891)**

Programa de Pós-Graduação em Agricultura e Ambiente

Mestrando: Donavan Peres Rodero  
Orientador: Prof. Dr. Alexandre Colato

ARARAS  
SETEMBRO, 2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM AGRICULTURA E AMBIENTE

**Modelagem matemática da interação populacional  
entre *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) e o  
parasitoide *Cotesia flavipes* (Cameron, 1891)**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Agricultura e Ambiente (PPGAA) da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de mestre em Agricultura e Ambiente.

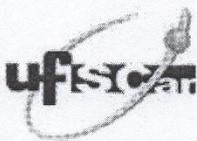
ARARAS  
SETEMBRO, 2016

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar  
Processamento Técnico  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

R688m      Rodero, Donavan Peres  
Modelagem matemática da interação populacional  
entre *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) e o  
parasitoide *Cotesia flavipes* (Cameron, 1891) /  
Donavan Peres Rodero. -- São Carlos : UFSCar, 2016.  
86 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de  
São Carlos, 2016.

1. Modelos matemáticos. 2. Broca da cana-de-  
açúcar. 3. Simulações. 4. Controle biológico. I. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

Centro de Ciências Agrárias  
Programa de Pós-Graduação em Agricultura e Ambiente

---

**Folha de Aprovação**

---

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Donavan Peres Rodero, realizada em 29/09/2016:

---

Prof. Dr. Alexandre Colato  
UFSCar

---

Prof. Dr. Ricardo Toshio Fujihara  
UFSCar

---

Profa. Dra. Claudia Pio Ferreira  
Unesp

## **Agradecimentos**

Agradeço ao Prof. Dr. Alexandre Colato por aceitar esse desafio e estar sempre se dedicando a ensinar e a ajudar.

Ao colega Ms. Rubens G. B. de Souza pelas horas de dedicação para que eu pudesse chegar a este momento.

Aos amigos Prof. Dr. Norberto Antonio Lavorenti, Vânia Maria de Oliveira e família, que me ajudaram a iniciar esta trajetória, pela receptividade e carinho.

Aos membros da banca examinadora pela disponibilidade de participar e pelas contribuições pessoais acerca da dissertação.

À minha esposa Camila e ao meu filho Noan, que está chegando por essas semanas, por me deixarem mais forte para continuar e não medirem esforços para me apoiar nos momentos difíceis dessa trajetória.

Aos meus pais, irmãs e familiares por sempre me proporcionarem o melhor.

Ao Prof. Dr. Éder Antônio Giglioti por ser o precursor e apoiador da minha trajetória empreendedora e acadêmica.

Aos colegas de turma pela amizade e por partilharem esta etapa de vida tornando-a agradável e especial.

Aos professores e todos os profissionais do Centro de Ciências Agrárias da UFSCar pelo simples fato de estarem dispostos a ensinar, ajudar e por contribuírem para a formação cidadãos melhores.

Enfim, a todos que de alguma forma tornaram este caminho mais fácil de ser percorrido.

## RESUMO

A broca da cana-de-açúcar, *Diatraea saccharalis*, é uma das mais importantes pragas no Brasil, pois causa grandes danos à cultura. Estudos estimam que para cada 1% de intensidade de infestação da broca, as perdas são de 1,14% na produtividade de colmos, 0,42% em açúcar e 0,21% em etanol. Desta forma, para o Brasil atender a crescente demanda por açúcar e etanol é de suma importância aperfeiçoar os programas de manejo dessa praga. Para isso, novas técnicas e ferramentas como a modelagem matemática surgem para auxiliar os produtores. Neste sentido, o presente estudo tem como objetivo descrever a interação populacional entre a *D. saccharalis* e um dos seus inimigos naturais, o parasitoide *Cotesia flavipes*, através de modelagem matemática e simulação computacional. A biologia e interação entre os dois insetos foram caracterizadas pelo levantamento bibliográfico, permitindo a elaboração do modelo de equações diferenciais presa-predador (Lotka-Volterra), que foi validado pela simulação computacional. A situação de equilíbrio e os cenários foram influenciados pelos parâmetros do modelo, assim como as variáveis consideradas na simulação computacional alteraram a dinâmica da interação, indicando a importância do ajuste dessas variáveis para a situação específica do produtor. O presente estudo permitiu um maior conhecimento da interação populacional entre *D. saccharalis* e *C. flavipes*, contribuindo para a definição de estratégias de controle da praga nos canaviais através da simulação de cenários.

**Palavras-chave:** modelos matemáticos; broca da cana-de-açúcar; simulações; controle biológico.

## ABSTRACT

The sugarcane borer, *Diatraea saccharalis*, is one of the major pests in Brazil causing great damage to the crop. Studies estimate that, for each 1% of sugarcane borer infestation, the yield losses will be 1.14%, the reduction in sugar content and ethanol production 0.42% and 0.21%, respectively. Thus, for Brazil meet the growing demand for sugar and ethanol is of paramount importance to enhance the management programs of this pest. For this, new techniques and tools such as mathematical modeling arise to assist producers. The present study aims to describe the interaction between population *Diatraea saccharalis* and one of its natural enemies, the parasitoid *Cotesia flavipes*, through mathematical modeling and computer simulation. The Biology and interaction between the two insects were characterized by literature, allowing the development of the model of the predator-prey differential equations (Lotka-Volterra), which was validated by computer simulation. The equilibrium situations and scenarios were influenced by the model coefficients, as well as the variables considered in computer simulation altered the dynamics of interaction, indicating the importance of adjustment for variables for the particular producer's situation. This study allowed a greater knowledge of the interaction between population *D. saccharalis* and *C. flavipes*, contributing by simulating scenarios for the definition of pest control strategies in the sugarcane fields.

**Keywords:** mathematical models; sugarcane borer; simulations; biological control.

## Sumário

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>4</b>
2.1. Cana-de-açúcar .....	4
2.2 Fatores influenciadores da produtividade .....	6
2.3. Pragas da cana-de-açúcar.....	7
2.3.1 A broca da cana-de-açúcar, <i>Diatraea saccharalis</i> (Fabricius, 1794) (Lepidoptera: Crambidae) .....	9
2.4 Métodos de Controle de <i>D. saccharalis</i> .....	15
2.4.1 Controle de <i>Diatraea saccharalis</i> (Fabricius, 1794) (Lepidoptera: Crambidae) por meio de <i>Cotesia flavipes</i> (Cameron, 1891) (Hymenoptera: Braconidae) .....	17
2.5 Definição de estratégias de controle.....	21
2.6. Modelos matemáticos .....	23
2.6.1 O modelo de populações interagentes .....	25
2.7. Modelos para auxiliar o controle de <i>Diatraea saccharalis</i> (Fabricius, 1794) (Lepidoptera: Crambidae).....	28
<b>3. OBJETIVOS</b> .....	<b>31</b>
3.1. Objetivo Geral.....	31
3.2. Objetivos Específicos .....	31
<b>CAPÍTULO I: Modelo de Equações Diferenciais</b> .....	<b>32</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>33</b>
<b>2. MATERIAL E MÉTODOS</b> .....	<b>33</b>
<b>3. RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>35</b>
<b>CAPÍTULO II: Sistemas Computacionais</b> .....	<b>51</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>52</b>

<b>2. MATERIAL E MÉTODOS .....</b>	<b>52</b>
<b>3. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>55</b>
<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>69</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>71</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A cana-de-açúcar (*Saccharum* spp.) é considerada uma das culturas mais importantes do mundo, sendo prevalente em regiões com climas tropicais e semitropicais. O acúmulo de sacarose no colmo, faz com que a grande maioria do açúcar fornecido no mercado internacional seja proveniente dessa cultura (GARCIA, 2015). Desta forma, é reconhecida mundialmente por servir de matéria-prima para a fabricação de açúcar e etanol (hidratado e anidro), sendo importante fonte de renda, geração de empregos e desenvolvimento (OLIVEIRA FILHO, 2014).

O Brasil é considerado um dos mais importantes produtores de açúcar e álcool, com uma produção no ano de 2016 de 726,7 milhões de toneladas cana-de-açúcar, com um decréscimo de 3,1% em relação ao ano anterior, fato este ocasionado devido à falta de chuvas ocorrida na região nordeste (IBGE, 2016). A região Sudeste é a maior produtora, detentora de aproximadamente 64% da produção nacional, tendo o estado de São Paulo como maior produtor, representando 51% da produção, com 390 milhões de toneladas de cana-de-açúcar no ano de 2016 (IBGE, 2016).

Estes valores poderiam ser ainda maiores se não fossem as perdas causadas pelos insetos-praga, que atacam as diferentes estruturas da cana-de-açúcar, danificando toletes, raízes, colo, colmo e folhas, causando significativas reduções na produtividade e afetando a sustentabilidade do setor (PARRA; BOTELHO; PINTO, 2010). Dentre estes, destaca-se *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) (Lepidoptera: Crambidae), popularmente conhecida como broca da cana-de-açúcar, um dos insetos-praga mais importantes na cultura da cana-de-açúcar e de ampla distribuição (GALLO et al., 2002).

A broca da cana-de-açúcar é conhecida por reduzir significativamente a produtividade em campo e a qualidade da matéria-prima (DINARDO-MIRANDA et al., 2013), causando uma série de danos econômicos aos produtores (PORTELA et al., 2011). Os danos diretos, relacionados a abertura de galerias no interior dos colmos, ocasionam perda de peso e provocam a morte das gemas, com consequentes falhas na germinação (PORTELA et al., 2010;

\* Esta dissertação baseou-se nas normas da ABNT (2012)

BOTELHO; MONTEIRO, 2011; JUNIOR; LEONELO; JESUS, 2011). Os danos indiretos, provocados pela entrada de microrganismos, como os fungos *Fusarium moniliforme* e *Colletotrichum falcatum*, causam a inversão da sacarose e afetam a qualidade da matéria-prima (GALLO et al., 2002; PARRA; BOTELHO; 2010; CONCEIÇÃO; SILVA, 2011).

Estudos realizados na Coopersucar, envolvendo algumas variedades em cultivo, foram apresentados por Arrigoni (2002) e revelaram que a cada 1% de intensidade de infestação da broca, as perdas podem chegar a 1,14% na produtividade de colmos, 0,42% em açúcar e 0,21% em etanol. Estes dados servem para designar a importância da praga para a cultura.

Uma das alternativas para aumentar a produtividade, a qualidade do produto final e a rentabilidade financeira é o conhecimento das formas de manejo para o controle da praga e aperfeiçoamento dos programas de controle por meio de novas técnicas e ferramentas (FREIRE et al., 2005).

Neste sentido, a utilização da modelagem matemática aplicada à problemas ambientais e agrícolas vem se destacando nos últimos anos, permitindo uma avaliação qualitativa e quantitativa do controle das populações da praga através de seus inimigos naturais. Para Parra et al. (2002), os modelos de simulação parasitoide-praga, desenvolvidos em programas de computadores facilitam a adoção do controle biológico de pragas. Battel, Moral e Godoy (2012) afirmam que os modelos que buscam a descrição de interações entre espécies têm como meta capturar a essência dos processos biológicos e ecológicos envolvidos no sistema, utilizando para tanto modelagens matemáticas que incluem funções adequadas para explicitar a dimensão correta do comportamento das populações em sistemas dinâmicos.

A informatização de processos de suporte a decisões, em especial pelo emprego de modelos matemáticos, pode minimizar riscos ambientais, reduzir custos de produção e proporcionar maior sustentabilidade ao planejamento agrícola (SILVA; BERGAMASCO, 2001). Esses modelos têm contribuído para o melhor conhecimento biológico de diversas pragas, auxiliando assim, de forma positiva no aperfeiçoamento dos programas de controle biológico, diminuindo significativamente a intensidade de infestação das pragas e as perdas causadas na produtividade.

Neste particular, são poucos os modelos desenvolvidos para compreender a interação de *D. saccharalis* e seus inimigos naturais. Além disso, possuem limitações quanto a escolha dos modelos e falta um ajuste mais condizentes com a realidade dos parâmetros utilizados, por exemplo o subestimativa dos limites de capacidade do ambiente (K). Portanto, o presente estudo visa descrever a interação entre *D. saccharalis* e um dos seus inimigos naturais *C. flavipes* através de modelagem.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. Cana-de-açúcar

A biomassa da cana-de-açúcar é composta por um terço de folhas, um terço de fibras, que dão origem ao bagaço, e um terço de caldo, do qual obtém-se o açúcar e o etanol (VIEIRA, 2007). Seu produto comercial é a parte aérea, principalmente os colmos, ao passo que a subterrânea é formada por rizomas e raízes fasciculadas, das quais 60% estão localizadas nos primeiros 50 cm de profundidade (CAMARGO; MARQUES JÚNIOR; PEREIRA, 2010).

O desenvolvimento da cana ocorre em dois ciclos. O primeiro, chamado cana-planta, é iniciado após o plantio. O período de cultivo da cana-planta é influenciado pela variedade e época de plantio, podendo ser de 12 a 18 meses. Após o primeiro corte encerra-se o ciclo da cana-planta e se inicia o ciclo da cana-soca, com duração de 12 meses (CONAB, 2015). Por ser uma cultura semi-perene, seu sistema radicular é diferenciado, desenvolvendo-se em maior profundidade do que as culturas anuais (MOZAMBINI et al., 2006). Ao longo dos cortes se faz necessária a aplicação de maiores quantidades de insumos agrícolas para obter uma resposta da planta e evitar o rápido declínio de produtividade. Mesmo assim, é necessário realizar a renovação dos canaviais quando a produtividade está muito abaixo da esperada (CONAB, 2015).

As necessidades hídricas para o cultivo da cana-de-açúcar são em torno de 1.500 a 2.500 mm, necessitando de uma concentração maior nos primeiros meses do ciclo vegetativo. Já para a maturação, quando ocorre o acúmulo de sacarose nos colmos, um período seco entre 100 e 200 mm (CHAVES JUNIOR, 2011) e temperatura entre 10 a 20°C. Na fase anterior à maturação, de crescimento vegetativo, as temperaturas devem compreender entre 30 a 34°C, sendo que além deste patamar e abaixo de 21°C tendem a diminuir o ritmo de crescimento vegetativo (EMBRAPA, 2013). Estes aspectos comprovam a sua adequabilidade em boa parte do Brasil, cuja a produção e processamento é exclusivamente do setor privado.

O setor canavieiro é extremamente competitivo no mercado internacional, pois possui os menores custos de produção do mundo (GONÇALVES, 2005).

Esta competitividade estimulou a expansão de área plantada da cana-de-açúcar, saindo de cerca 4,8 milhões de hectares em 2000 para 11,1 milhões de hectares em 2015 (IBGE, 2015). Segundo os dados da Companhia Nacional de Abastecimento (CONAB, 2016) estima-se uma área colhida de 8.654,2 mil hectares na safra de 2015/2016, sendo somente para o Estado de São Paulo o equivalente a 4.498,3 mil hectares.

Dados recentes do MAPA (2015) mostram o panorama da produção do açúcar e do álcool no Brasil, sendo responsável por mais da metade do açúcar comercializado no mundo e a tendência é produzir 47,44 milhões de toneladas até 2018/2019. Destes, espera-se que 68,9% sejam destinados ao mercado internacional e 31,1% ao mercado interno. Quanto ao etanol, a demanda interna está cada vez maior e para atendê-la projeta-se que o país produzirá cerca de 58,8 bilhões de litros em 2019. Estima-se que o consumo nacional fique com 85% desta produção ou seja, 50 bilhões de litros, destinando-se apenas 8,8 bilhões para exportações (15%).

Para atender ao mercado, atualmente o Brasil possui 373 usinas produtoras de açúcar e álcool, sendo que, 157 (42,1%) estão localizadas no estado de São Paulo (NOVACANA, 2015). De acordo com Costa, Silva e Santos (2014) a expansão do agronegócio canavieiro está atrelada à busca por fontes de energias renováveis e ao desenvolvimento de motores capazes de trabalhar com mais de um tipo de combustível. Proque (2014) destaca que a expansão acelerada do setor sucroalcooleiro está diretamente relacionada ao crescimento dos mercados interno e externo de açúcar e etanol.

Neste panorama, a cana-de-açúcar se destaca como uma importante cultura no Brasil, tornando-o um dos países com elevados índices de produção de açúcar e etanol. Alguns fatores como entendimento da cultura, pesquisas no setor e busca por novas fontes de energia foram primordiais para a crescente expansão da cultura, proporcionando mudanças importantes no manejo com a cultura, métodos e formas de controle de pragas e introdução de novas metodologias.

## 2.2 Fatores influenciadores da produtividade

As perdas na produtividade da cultura de cana-de-açúcar estão associadas a diversos fatores. Alguns destes estão relacionados diretamente ou indiretamente ao crescimento e desenvolvimento da planta, dentre eles, a influência da temperatura, luz, radiação solar, umidade e fertilidade do solo, evapotranspiração e o balanço hídrico. Existem ainda os fatores externos, como tratamentos culturais, plantio, colheita, influência das épocas de plantio e colheita (MARCHIORI, 2004).

Em estudo realizado por Gouvêa (2008), é possível observar vários fatores condicionantes à produtividade da cana-de-açúcar, destacando-se os climáticos, edáficos e da cultura. Os fatores climáticos, como radiação, temperatura, disponibilidade hídrica, fotoperíodo e concentração de CO<sub>2</sub> na atmosfera são determinantes para o desenvolvimento da cultura. Os edáficos, que desempenham um importante papel para o suporte físico e o suprimento de água e nutrientes à cana, e os fatores da cultura, como crescimento, área foliar, sistema radicular e características varietais que determinam um bom desenvolvimento e aumento da produtividade. A autora ainda destaca a influência do clima na interação entre planta e patógenos (doenças) e pragas, que podem danificar as plantações, causando prejuízos sociais e econômicos difíceis de serem quantificados ou revertidos.

De acordo com Maule, Mazza e Martha Jr. (2001), o estudo da cultura em desenvolvimento que está sob a influência de diversos fatores que interferem na produção e qualidade da matéria prima como a interação edafoclimática, o manejo da cultura da cana e a variedade é de extrema importância para otimizar a produtividade agrícola. Neste sentido, Meneguetti, Mezaroba e Groff (2010), também ressaltam a importância do manejo da cana-de-açúcar de forma que atenda às exigências da planta, fazendo com que ela absorva todos os nutrientes necessários para a germinação, crescimento e maturação.

O manejo adequado é tão importante que, além de influenciar diretamente no desenvolvimento da cultura, reduz a disseminação de pragas e doenças que afetam drasticamente o rendimento produtivo e causam perdas significativas em canaviais (MENEGUETTI; MEZAROBA; GROFF, 2010). Os danos causados pelos insetos-praga são apontados por Gallo et al. (2002) e Silva (2013) como

sendo um fator muito importante que contribui na redução e limitação da produtividade da cana, fazendo com que suas perdas reflitam diretamente na produção agrícola e industrial.

No estudo de Alves e Carvalho (2014), um fator apontado que influencia diretamente no aumento da população de inimigos naturais e indiretamente na produtividade agrícola são as alterações que ocorrem no ambiente, como no caso da colheita mecanizada de cana crua, que possibilitou um novo cenário favorável para o desenvolvimento de pragas.

De maneira geral, a produtividade agrícola da cana-de-açúcar mostra-se de forma variada em relação aos diversos fatores detratores apresentados. Estes fatores integram os fenômenos biológicos e físicos que participam da complexa interação entre a planta, o solo, o ambiente e o homem.

### 2.3. Pragas da cana-de-açúcar

As pragas da cana-de-açúcar são consideradas como um dos fatores que mais afetam a produtividade, destacando-se os insetos-praga associados ao solo, os quais podem causar prejuízos significativos quando não controlados (MORAES; ÁVILA, 2014). Muitas são as pragas que atacam a cultura de cana-de-açúcar. Pinto, Botelho e Oliveira (2009), elaboraram um guia de campo com as principais pragas, dentre as que atacam o colmo da planta destacam-se a broca da cana-de-açúcar: *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) (Lepidoptera: Crambidae), broca gigante: *Telchin licus* (Drury, 1773) (Lepidoptera: Castniidae), broca peluda: *Hyponeuma taltula* (Schaus, 1904) (Lepidoptera, Noctuidae) e lagarta elasmó: *Elasmopalpus lignosellus* (Zeller, 1848) (Lepidoptera: Pyralidae); dentre as pragas que atacam a parte aérea destacam-se a lagarta desfolhadora: *Spodoptera frugiperda* (Smith, 1797) (Lepidoptera: Noctuidae) e a cigarrinha das folhas: *Mahanarva posticata* (Stal, 1855) (Hemiptera: Cercopidae); e que ataca a raiz a cigarrinha das raízes: *Mahanarva fimbriolata* (Stal, 1854) (Hemiptera: Cercopidae), dentre outras.

O estado de São Paulo, por possuir uma grande quantidade de áreas produtoras da cultura, acaba se destacando em relação às diversas pragas existentes. Uma delas é o bicudo-da-cana, *Sphenophorus levis* (Vaurie, 1978) (Coleoptera: Curculionidae), considerada uma espécie importante. Suas larvas

se alimentam das raízes da cana e abrem galerias nos primeiros entrenós, originando sintomas de amarelecimento das folhas e dos perfilhos (PINTO; BOTELHO; OLIVEIRA, 2009).

O besouro da raiz da cana-de-açúcar, *Migdolus fryanus* (Westwood, 1863) (Coleoptera: Cerambycidae), também conhecido por causar sérios danos à cultura. Em sua fase larval, se alimentando do sistema radicular e dos toletes da planta prejudicando o brotamento das gemas e, posteriormente, a destruição das touceiras até a altura do colo da planta, ocasionando a morte das mesmas e, consequentes falhas na cultura (MACHADO; HABIB, 2006). Existem também outros besouros conhecidos como corós ou pão-de-galinha, como por exemplo, *Diloboderus abderus* (Sturm, 1826) (Coleoptera: Melolonthidae), *Eutheola humilis* (Burmeister, 1847) (Coleoptera: Scarabaeidae) e *Dyscinetus dubius* (Olivier, 1789) (Coleoptera: Melolonthidae) que causam danos que vão desde o amarelecimento das folhas, afetando o desenvolvimento, até a morte das plantas (LAINETTI et al., 2003).

Outra praga muito importante é a cigarrinha-das-raízes, *Mahanarva fimbriolata*, considerada um dos principais problemas da cultura no estado de São Paulo (MORAES; ÁVILA, 2014). As ninfas de *M. fimbriolata* se alimentam dos vasos do xilema e floema, interrompendo assim, o fluxo de água e nutrientes, causando redução na produtividade, encurtamento dos entrenós, rachadura, brotações laterais, murchamento dos colmos e, consequentemente, a morte da planta. Esta praga afeta tanto a produtividade quanto a qualidade da cana, reduzindo de forma significativa seu teor de açúcar, além de favorecer a contaminação com microrganismos em seu caldo (PANNUTI et al., 2015).

Os cupins subterrâneos também são pragas conhecidas e causam prejuízos econômicos. Pertencem a ordem Isoptera e há cerca de 80 espécies que causam injúrias e reduzem a produtividade, pois atacam os toletes de cana, danificando as gemas e sua brotação (PINTO; BOTELHO; OLIVEIRA, 2009).

De todas as pragas descritas, a mais importante e que se destaca, não só no estado de São Paulo, mas em diversas regiões do Brasil, é a *D. saccharalis*, a broca da cana-de-açúcar, conhecida por causar danos irreparáveis e queda significativa na produtividade da cultura. Para Dinardo-Miranda et al. (2012) é uma das mais importantes pragas de cana-de-açúcar no Brasil e é amplamente distribuída em todo o país.

### 2.3.1 A broca da cana-de-açúcar, *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) (Lepidoptera: Crambidae)

A *D. saccharalis*, pode causar severos danos às plantas e, conseqüentemente, reduzir drasticamente sua produtividade, principalmente em áreas com índice de infestação elevado (MORAES; ÁVILA, 2014). Arruda et al. (2014) também destacam a broca como uma das principais pragas na cana, causando prejuízos de aproximadamente 500 milhões de dólares por ano no Brasil.

A broca teve sua origem no hemisfério ocidental e se disseminou pela América, principalmente nas áreas mais quentes. Atualmente é uma importante praga com ocorrência em todo o território nacional (ALMEIDA; STINGEL, 2005; PORTELA, 2008). Possui metamorfose completa durante seu desenvolvimento, e desta forma é considerada um inseto holometábolo, começando pela fase de ovo e, posteriormente, lagarta, pupa e mariposa (DINARDO-MIRANDA, 2008).

Os ovos de *D. saccharalis* são achatados e ovais, medindo aproximadamente 1,16 mm de comprimento e 0,75 mm de largura. São depositados em folhas da cana-de-açúcar e ficam agrupados, alguns até sobrepostos, se assemelhando como escamas de um peixe. Um agrupamento de ovo pode conter de dois a cinquenta ovos (CRUZ, 2007). De acordo com Gallo et al. (2002), a massa de ovos possui cor branca a amarelo claro e ao final da incubação vão atingindo uma coloração marrom-escura (Figura 1), ocorrendo posteriormente a eclosão dos ovos, aproximadamente entre quatro e nove dias após a oviposição. A fecundidade de cada fêmea pode variar de 300 a 600 ovos (TERÁN; SÁNCHEZ; PRECETTI, 1988).



Figura 1. A) Ovos recém ovipositados de *Diatraea saccharalis*; B) Ovos ao final da incubação de *D. saccharalis*. Fonte: Cruz (2016).

As lagartinhas originadas de uma mesma massa de ovos eclodem quase ao mesmo tempo, ou pelo menos dentro de algumas horas (CRUZ, 2007). Após a eclosão, já começam a se alimentar, e atingem diferentes estágios de desenvolvimento denominados de instares. No primeiro instar a lagarta atinge de 2 a 4 mm, no segundo instar de 6 a 9 mm, no terceiro instar de 10 a 15 mm, no quarto instar de 15 a 20 mm, no quinto instar de 20 a 30 mm e no sexto instar acima de 30 mm. Possuem a cor amarelo-claro com pontos escuros ao longo do corpo segmentado e, na cabeça, a coloração amarela a marrom, três pares de pernas torácicas e cinco pares de falsas pernas abdominais (BOTELHO; MACEDO, 2002; CRUZ, 2008) (Figura 2). As lagartas de 1º instar se alimentam do parênquima foliar, e posteriormente, quando atingem o 2º e 3º instar, penetram no colmo da cana, na região do entrenó, abrindo galerias longitudinais e transversais até atingirem seu completo desenvolvimento, que ocorre a 35 dias em média, iniciando-se assim a fase de pupa (NASCIMENTO, 2015).



Figura 2. A) Lagarta de *D. saccharalis* de 6º instar; B) Cabeça de *D. saccharalis*; e C) Corpo segmentado de *D. saccharalis*. Fonte: A) Agrolink (2016); B e C) Parada; Ebratt; Benavides (2007).

A transformação em pupa acontece no interior da cana-de-açúcar, em um túnel criado pela lagarta. A lagarta limpa e amplia o túnel antes da transformação, deixando somente uma fina camada de tecido de planta que é removido pela mariposa em sua saída (CRUZ, 2007). A pupa é alongada e fina, de cor marrom e medindo aproximadamente de 16 a 20 mm de comprimento; possui tubérculos pontudos e proeminentes nos segmentos distais e dura em média 14 dias (CAPINERA, 2013).



Figura 3. Pupas de *D. saccharalis*. Fonte: Cruz (2010).

Os adultos de *D. saccharalis* são mariposas de coloração amarelo-palha, com envergadura entre 18 e 28 mm, em machos, e 27 a 39 mm, em fêmeas (CRUZ, 2007). As asas anteriores são de coloração amarelo-parda e apresentam duas linhas transversais escuras. As fêmeas possuem as asas anteriores mais claras que as dos machos e as posteriores são esbranquiçadas em ambos os sexos. Outra diferença é o abdome da fêmea que se apresenta mais volumoso do que o do macho, porém este possui uma característica ausente nas fêmeas, uma concentração de cerdas no último par de pernas. São insetos de hábito noturno e as fêmeas iniciam a oviposição ao entardecer. As fêmeas podem ovipositar por até quatro dias. A longevidade dos adultos é de dois a nove dias (NASCIMENTO, 2015). A duração do ciclo biológico completo da broca varia de 53 a 60 dias (Figura 4), dependendo das condições climáticas (GALLO et al., 2002).



Figura 3. Mariposas de *D. saccharalis*. Fonte: Waquil; Mendes; Viana (2012).

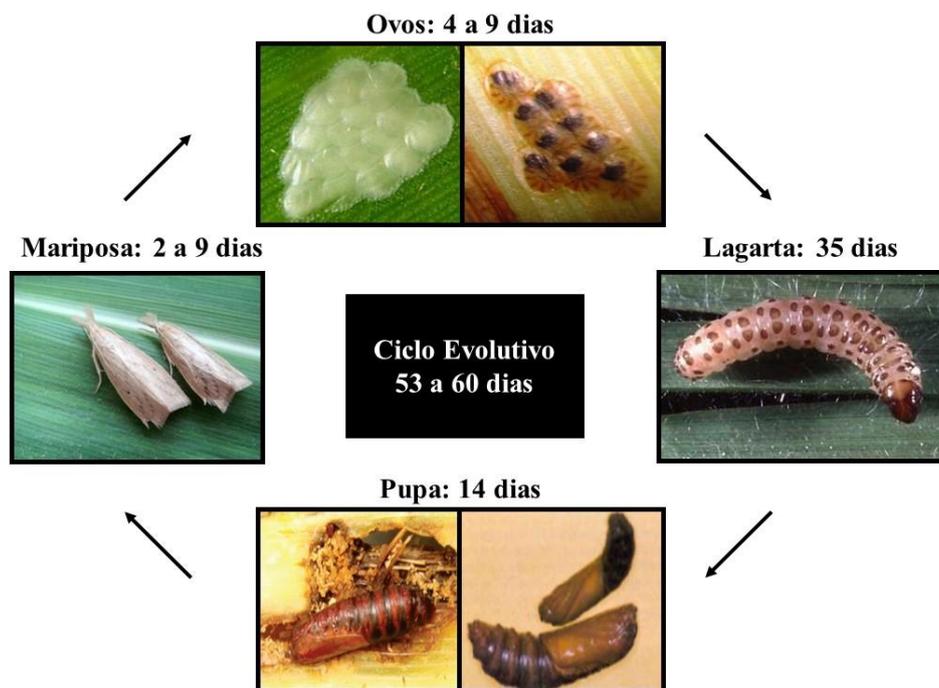


Figura 4. Ciclo evolutivo de *D. saccharalis*.

A fêmea libera feromônios, substâncias químicas secretadas por glândulas exógenas e eliminadas por poros presentes no abdome, atraindo os machos para o acoplamento e a cópula (BOTELHO; MACEDO, 2002; SILVA, 2012). A mariposa possui uma capacidade de voo de aproximadamente 200 a 300 metros, podendo chegar a 700 metros com auxílio do vento (PORTELA, 2008).

Planalsucar (1982), Gallo et al. (2002), Botelho e Macedo (2002) e Svedese (2012) descrevem os danos causados pelas lagartas de *D. saccharalis*, e os classificam como sendo diretos e indiretos. Os danos diretos estão relacionados à alimentação do inseto nos tecidos da planta e se caracterizam por abertura de galerias, que inicialmente vão em direção ao palmito e, posteriormente, são transversais e verticais, causando falhas na germinação, morte da gema apical (coração morto) ou a morte dos verticilos internos das folhas, que adquirem coloração amarelada, tombamento dos colmos, encurtamento do entrenó, perda de peso, enraizamento aéreo e germinação das gemas laterais. Além destes, pode afetar também a germinação e a diminuição do açúcar disponível. Os danos indiretos causados por *D. saccharalis* são caracterizados pelo complexo broca-podridões, relacionados com a entrada de microrganismos oportunistas, principalmente dos fungos *Fusarium moniliforme*

Sheldon e/ou *Colletotrichum falcatum* Went que degradam a sacarose, diminuindo assim a pureza e a qualidade do caldo, acarretando um menor rendimento de álcool e açúcar (GALLO et al., 2002).

Para Dinardo-Miranda et al. (2012), o índice mais utilizado para representar o dano que a broca causa à cana é a intensidade de infestação, dado pela porcentagem de entrenós brocados. De acordo com Macedo e Lavorenti (2004) o índice da intensidade de infestação determina a porcentagem de entrenós brocados (ton/ha) e do teor de sacarose ocasionados pela broca. Desta forma, é possível avaliar a situação de ataque da praga no canavial, além de permitir ao produtor desenvolver programas de controle.

Muitos trabalhos já foram realizados para determinar os prejuízos provocados por esta praga. Segundo Sandoval e Senô (2010) as perdas relacionadas à broca-da-cana podem chegar a 35 kg de açúcar/ha e a 30 litros de álcool/ha com apenas 1% de colmos broqueados. Os estudos de Gallo et al. (2002) e de Campos e Macedo (2004) demonstram que a cada 1% de intensidade de infestação da praga ocorrem prejuízos de 0,25% de açúcar, 0,20% de álcool e 0,77% de peso.

Estudos realizados na Copersucar, com algumas variedades em cultivo no fim da década de 1990, revelaram que a cada 1% de intensidade de infestação da broca, as perdas podem chegar a 1,14% na produtividade de colmos, tonelada de cana por hectare (TCH), 0,42% em açúcar total recuperável (ATR) e 0,21% em etanol (ARRIGONI, 2002).

De acordo com Gitahy et al. (2006), a broca da cana-de-açúcar provoca um decréscimo de 10 a 20% de sacarose e apenas a podridão vermelha gera prejuízos na ordem de US\$ 100 milhões por ano apenas no estado de São Paulo, considerando-se uma infestação de 10% dos colmos.

A magnitude dos danos e prejuízos causados por esta praga aos canaviais e às indústrias sucroalcooleiras têm contribuído para o desenvolvimento de novos parâmetros de avaliações e diferentes métodos para o manejo.

## 2.4 Métodos de Controle de *D. saccharalis*

Para a adoção do manejo adequado de *D. saccharalis*, torna-se importante o levantamento populacional e dos níveis de dano econômico (DINARDO-MIRANDA, 2008). De acordo com Benedini e Arrigoni (2008) o Nível de Dano Econômico (NDE) é a densidade populacional da praga que causa danos iguais ou superiores ao custo de controle. Só se sabe o NDE monitorando a área. Para Gallo et al. (2002), o nível de dano econômico é atingido quando o controle da praga se torna economicamente viável, causando o mínimo de perda possível. Além disso, o conhecimento dos hábitos e da biologia dos insetos permitem um melhor manejo e controle de suas populações.

Morales e Ávila (2014) ressaltam a importância de conhecer a ocorrência, incidência e flutuação populacional da broca de forma regional, levando em consideração os fatores edafoclimáticos e fitogeográficos. Além destas medidas, identificar as variedades resistentes, plantio em épocas desfavoráveis ao desenvolvimento da praga, limpeza de restos culturais e o controle químico e biológico podem auxiliar na diminuição da população (PINTO et. al., 2006).

O controle químico da broca da cana-de-açúcar geralmente é feito pela pulverização de inseticidas (GALLO et al., 2002), que são aplicados em lagartas de primeiro instar, agindo assim antes que estas entrem no interior do colmo. Para as lagartas que já se encontram dentro da cana, o controle químico torna-se mais difícil, podendo atingir somente àquelas que saem para retirar seus excrementos para fora do colmo (CRUZ, 2007).

Existem diferentes tipos de inseticidas registrados para o controle de *D. saccharalis*, inseticidas fisiológicos inibidores da síntese de quitina, cujo alvo de ação é o exoesqueleto do inseto, principalmente no estágio de larva, como por exemplo, o triflumuron (MENA, 2010). Há também os sistêmicos que danificam o sistema nervoso central do inseto, levando-os à morte, como exemplo, o tiametoxam (PEREIRA, 2010).

A desvantagem da utilização do controle químico é de não apresentar resultados práticos, uma vez que as lagartas ficam abrigadas no interior dos colmos (GALLO et al., 2002). Além da resistência que a praga pode adquirir aos inseticidas e os impactos gerados ao meio ambiente e à saúde dos produtores (MENA, 2010).

Uma alternativa ao controle químico é a utilização de bactérias, como *Bacillus thuringiensis* (Berliner, 1915) e os fungos entomopatogênicos, *Beauveria bassiana* (Vuillemin, 1912) (Balsamo) e *Metarhizium anisopliae* (Metschnikoff, 1879) Sorokin. Esta bactéria se caracteriza por ser considerada inofensiva ao meio ambiente, altamente eficaz, com baixo custo de produção e, principalmente, por ter a capacidade de produzir toxinas que provocam a morte de larvas de insetos-praga (SOUZA, 2013). Os fungos são amplamente utilizados como agentes de biocontrole para uma série de pragas. Possuem a capacidade de produzir enzimas degradadoras das cutículas de insetos, tais como proteases, quitinases e lipases, que atuam diretamente no processo de patogenicidade (SVEDESE et al., 2013).

Além da utilização de bactérias e fungos, existe o controle biológico realizado por meio de parasitoides. Os inimigos naturais *Agathis stigmaterus* (Cresson, 1865) (Hymenoptera: Braconidae) e *Lixophaga diatraea* (Townsend, 1916) (Diptera: Tachinidae) são reportados no estudo realizado por Mena (2010) com grande potencial de parasitismo, porém não são muito persistentes no campo. Botelho et al. (1995) ressaltam o controle biológico realizado por meio de *Trichogramma galloi* (Zucchi, 1988) (Hymenoptera: Trichogrammatidae) que se apresenta em abundância na fase de ovo de *D. saccharalis*. Este parasitoide é conhecido por atacar ovos das ordens Lepidoptera, Hemiptera e Coleoptera (GONÇALVES et al., 2003) além de ocorrer naturalmente no Brasil, chegando a causar parasitismo em ovos de *D. saccharalis* superior a 90% (PINTO; CANO; SANTOS, 2006). Gallo et al. (2002) identificam que o fator chave para evitar o crescimento populacional da broca é a eliminação dos seus ovos, por meio do uso de inimigos naturais. Recomenda-se que a liberação deste, seja feita na forma adulta, em 25 pontos/ha, num total de 200 mil parasitoides/ha em três liberações sucessivas, feitas à tarde e espaçadas de uma semana (GALLO et al., 2002).

No estudo realizado por Macedo (2000), observou-se que o parasitoide mais eficiente na diminuição da população de *D. saccharalis* é o microhimenóptero *Cotesia flavipes* (Cameron, 1891) (Hymenoptera: Braconidae). Este é facilmente produzido em larga escala pelas biofábricas e, além de apresentar baixo custo, é um dos importantes inimigos naturais da broca, alimentando-se dela em sua fase de lagarta (BOTELHO; MACEDO,

2002). De acordo com Santos e Mihsfeldt (2014), a alta eficácia destes organismos, aliada ao seu potencial biótico, os elegem como importantes componentes do manejo de pragas.

Diante do apresentado, a eficiência do controle biológico é comprovada por diversos autores (BOTELHO et al., 1995; MACEDO, 2000; BOTELHO; MACEDO, 2002; GITAHY et al., 2006; SANDOVAL; SENÔ, 2010) além de possuir como principal característica, não causar danos acumulativos à lavoura ou aos inimigos naturais do alvo controle. Os fungos, bactérias e parasitoides utilizados em ações de controle biológico atuam como reguladores das populações de insetos-praga e se destacam por agirem de forma eficiente e menos prejudicial ao meio ambiente (DALL'OGGIO et al., 2003). A conservação ou liberações através de parasitoides, principalmente por *C. flavipes*, é o tipo de controle biológico mais utilizado para manter as populações de insetos em equilíbrio abaixo do NDE (MILLS, 2009). Esses organismos se distribuem amplamente e com diferentes modos de vida, necessitando desta forma, estudos para otimizar as estratégias de controle, considerando a interação da praga com o parasitoide e suas relações com o meio ambiente (PENNACCHIO; STRAND, 2006).

#### **2.4.1 Controle de *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) (Lepidoptera: Crambidae) por meio de *Cotesia flavipes* (Cameron, 1891) (Hymenoptera: Braconidae)**

A vespa *C. flavipes* é um endoparasitoide gregário, ou seja, a fêmea deposita vários indivíduos dentro do mesmo hospedeiro (HENRIQUES, 2007) (Figura 5). Foi introduzida no Brasil no ano de 1974, para ser utilizada no controle de lagartas de *D. saccharalis*, principalmente quando elas já se encontram dentro dos colmos da cana-de-açúcar. Possui um ciclo de vida (ovo a adulto) de aproximadamente 20 dias (PARRA et al., 2002). Os ovos fertilizados dão origem às fêmeas e os machos originam-se por partenogênese arrenótoca, ou seja, de ovos não fertilizados.

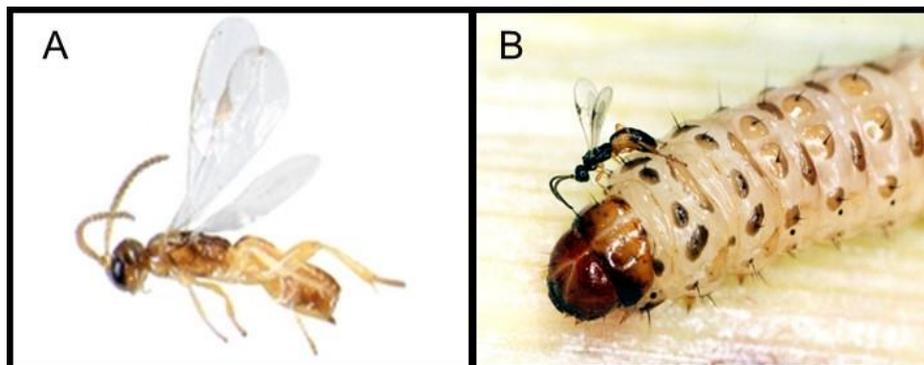


Figura 5. A) *C. flavipes* B) *C. flavipes* inserindo seu ovipositor em *D. saccharalis*. Fonte: A) WaspWeb (2016); B) CanaOline (2016).

Os ovos depositados no interior de lagartas de *D. saccharalis*, são alongados, medindo cerca de 0,09 mm de comprimento (PARRA et al., 2002). A quantidade de ovos depositados pelas fêmeas é variável, em torno de 50 a 65 (GALLO et al., 2002; MACEDO, 2000; RICKLEFS, 2003). De três a quatro dias após a oviposição, ocorre a eclosão das larvas que se alimentam da hemocele das lagartas e passam por três instares, em um período de doze a quatorze dias (PARRA, 2000; PARRA et al., 2002) (Figura 6). Desta forma, durante a exteriorização das larvas ocorre a perfuração do tegumento da lagarta e posteriormente a sua morte (CAMPOS-FARINHA, 1996; PINTO; GARCIA; BOTELHO, 2006; MACEDO; ARAÚJO, 2000). As larvas são esbranquiçadas, brilhantes, com corpo segmentado e fino nas extremidades e ficam próximas à lagarta de *D. saccharalis*, envoltas por fios de seda, que, em razão da proximidade, compõe uma massa de casulos (PINTO; GARCIA; BOTELHO, 2006). Próximo à emergência dos adultos, os casulos, que inicialmente apresentavam coloração branca, adquirem tons acinzentados devido ao desenvolvimento da pupa (BOTELHO; MACEDO, 2002).



Figura 6. Exteriorização de larvas de *C. flavipes*. Fonte: Garcia (2016).

Os adultos são pequenos, medindo de 2 a 3 mm de comprimento (PINTO; GARCIA; BOTELHO, 2006). Possuem corpo escuro, pernas marrom-amareladas e asas hialinas (Figura 5A). O dimorfismo sexual é caracterizado pelo tamanho das antenas, que nos machos se apresenta maior do que nas fêmeas, embora ambos tenham o mesmo número de antenômeros (BOTELHO; MACEDO, 2002). A fêmea quando entra em contato com a lagarta, curva seu ovipositor e insere os ovos em seu interior (RICKLEFS, 2003). Os adultos de *C. flavipes* vivem por aproximadamente 34 horas a 25°C, se alimentados (SANTOS, 2009).

Dos programas de controle biológico que alcançaram sucesso, a utilização de *C. flavipes* para controle de *D. saccharalis* em cana-de-açúcar pode ser considerado como o maior programa de controle biológico do mundo, considerando-se a extensão da área tratada (BOTELHO; MACEDO, 2002; VACARI et al., 2012).

A liberação é realizada quando o levantamento populacional de *D. saccharalis* atinge o mínimo de 800 a 1.000 lagartas por hectare (PARRA et al., 2002; SEGATO; MATTIUZ; MOZAMBANI, 2006). A amostragem populacional é realizada caminhando-se nas entrelinhas da cultura de maneira aleatória, abrindo-se o colmo da cana longitudinalmente à procura de lagartas. De acordo

com Pinto, Garcia e Botelho (2006), a liberação é feita sempre que a população atingir 10 lagartas maiores que 1,5 cm/hora homem de coleta.

A *C. flavipes* é comercializada em copos plásticos contendo 30 massas de pupas, totalizando aproximadamente 1.500 parasitoides (Figura 7). As pupas são mantidas em temperatura de 27°C e UR de 80% até a emergência dos parasitoides. Para a liberação é preciso aguardar a cópula das vespinhas e recomenda-se liberá-las após 12 horas do início da emergência dos parasitoides (PINTO; GARCIA; BOTELHO, 2006).



Figura 7. Copinhos com massas de *C. flavipes* abertos em campo.  
Fonte: Garcia (2016).

De acordo com metodologia de Botelho et al. (1980), as liberações para a dosagem de quatro copos por hectare são realizadas a partir do vértice do talhão, entrando 35 passos (aproximadamente 25 m) no interior do talhão, colocando o copo aberto na bainha das folhas de cana em pontos distando 70 passos, aproximadamente 50 metros, um do outro. Essa medição é baseada no perímetro de voo da vespa, que cobre mais de 25 metros, nas horas mais frescas do dia.

Após 15 dias, realiza-se o retorno nas áreas aplicadas para avaliar a eficiência da liberação, por meio de coletas de lagartas de *D. saccharalis* para a confirmação do parasitismo, por meio de avaliação visual das larvas e pupas de *C. flavipes* que saem das lagartas (PINTO; GARCIA; BOTELHO, 2006). Para realizar o cálculo do parasitismo (%) divide-se o número de lagartas pelo número

de pupas de *C. flavipes* formadas, multiplicado por 100. Porcentagens maiores que 20% configura-se como um bom controle; abaixo desse valor recomenda-se nova liberação inundativa dos parasitoides (PINTO; GARCIA; BOTELHO, 2006).

O custo de aquisição dos parasitoides é de aproximadamente R\$ 16,00 por hectare, que, somado aos custos para liberação (mão-de-obra e transporte), atingem cerca de R\$ 20,00 por hectare (SANTOS, 2015; MFRURAL, 2015). Para Volpe (2009) os custos com a utilização do controle biológico por meio de *C. flavipes* são acessíveis e causam mínimos impactos ambientais, além de proteger a cultura. Parra et al. (2002) ressaltam que a grande vantagem na utilização de parasitoides é o seu baixo custo e à sua eficiência na localização e na exploração de seus hospedeiros. Desta forma, a alta eficácia destes organismos, aliada ao seu potencial biótico e aos baixos custos de produção os elegem como importantes componentes do manejo de pragas (SANTOS; MIHSFELDT, 2014).

## 2.5 Definição de estratégias de controle

O uso de um produto para o controle de pragas agrícolas só compõe uma estratégia quando atrelado a um conjunto de ações como o monitoramento populacional, favorabilidade climática e controle biológico que permitam alcançar o objetivo. No entanto, os defensivos, em sua grande maioria, são utilizados de maneira indiscriminada e adotados como uma única medida de controle (MACHADO; HABIB, 2009). Para Mena (2010), a ação entre agentes de controle biológico e defensivos químicos seletivos pode proporcionar resultados interessantes para o controle de *D. saccharalis*.

Estratégias de utilização de vários agentes de controle, sejam eles químicos ou biológicos, têm estimulado uma série de discussões para a definição de técnicas mais racionais e ambientalmente corretas no manejo de pragas agrícolas. Desta forma, a utilização do Manejo Integrado de Pragas (MIP) consolidou-se ao longo dos anos. De acordo com a FAO (1968, s.p.):

Manejo Integrado de pragas (MIP) é o sistema de manejo que no contexto associa o ambiente e a dinâmica populacional da espécie, utiliza todas as técnicas apropriadas e métodos de forma tão

compatível quanto possível e mantém a população da praga em níveis abaixo daqueles capazes de causar dano econômico (FAO, 1968, s.p.).

Concomitante, surgem novas tecnologias para auxiliar o planejamento e o controle de pragas como o uso da modelagem matemática. Os modelos do tipo presa-predador permitem realizar simulações computacionais e incentivam o uso do controle biológico de pragas agrícolas (PARRA et al., 2002).

De acordo com Rafikov e Angelelli (2009), a modelagem matemática é uma ferramenta que permite a avaliação qualitativa e quantitativa da interação entre populações de pragas e inimigos naturais. Ainda, auxilia na resolução de problemas agrícolas, pois simulam a interação entre meio ambiente/praga/inimigos naturais, desta forma, obtendo informações mais completas para serem melhor compreendidas. Parra et al. (2002) ressaltam que o levantamento de fatores que interferem no modelo é essencial para analisar a interação praga/inimigos naturais. Esses compreendem informações gerais das espécies envolvidas, como por exemplo, sua taxa de crescimento, contaminação, dispersão, dentre outras informações sobre a cultura atacada.

A modelagem matemática quando aplicada ao controle de pragas em cultivos pode servir de ferramenta valiosa para o agricultor em termos de minimização de custos, visto que por meio de estudos desses modelos, é possível, com dados sobre as flutuações populacionais dos organismos externos às plantações (que podem ser ou não pragas), prever o momento em que essas flutuações atingem a faixa igual ou superior ao nível de controle, sendo imprescindível nesse momento uma intervenção, mesmo que estes organismos cheguem ao NDE (LIMEIRA, 2010).

Neste contexto, a utilização da modelagem matemática surge como uma ferramenta para auxiliar nas definições de estratégias para o MIP. Muitos trabalhos buscam estudar as interações da praga com seus inimigos naturais (FREIRE et al., 2005; NISHIWAKI; RAFIKOV, 2009; RAMON, 2009; BATTEL; MORAL; GODOY, 2012; ANGELOCCI, 2013; SILVEIRA, 2014) para definir estratégias de controle mais eficientes. Para Rafikov (2003), a modelagem matemática, além de simular sistemas do tipo presa-predador, possibilita a formulação de estratégias de controle permitindo realizar previsões, analisar a eficiência do controle biológico, minimizar custos e reduzir os impactos ambientais.

O desenvolvimento de modelos matemáticos que levam em considerações a interação praga-parasitoide e fatores externos estão servindo para entender melhor todo o processo e servir como ferramenta de auxílio às novas metodologias de manejo da praga

## 2.6. Modelos matemáticos

A modelagem é a ferramenta científica composta por um conjunto de relações matemáticas, logicamente ordenadas, para a representação simplificada de um sistema complexo ou não (CORRÊA et al., 2011). Existem diversos tipos de modelos matemáticos (Quadro 1) e a escolha entre eles depende, principalmente, das características do sistema que será representado. Vale ressaltar que os tipos de modelos destacados abaixo dependem do problema estudado e podem conter combinações entre essas classificações, como por exemplo, um modelo pode ser discreto e determinístico ou discreto e estocástico.

Quadro 1. Descrição dos modelos matemáticos.

Modelo	Fonte	Descrição
Empíricos	Silva; Bergamasco (2001)	Baseados em dados observados (experimentais), variáveis e constantes conhecidas cientificamente. Geralmente são realizados através de análises de regressões de um histórico de dados, descrevendo relações entre diversas situações.
Mecanísticos	Pautian; Parton; Persson (1992)	Modelos estruturados com os princípios físicos, químicos e biológicos que ocorrem, buscando o entendimento dos mecanismos do sistema real.
Determinísticos	Pautian; Parton; Persson (1992)	Não permitem aleatoriedade e funções de probabilidade em suas variáveis, ou seja, possuem comportamento determinado contendo relações exatas para entregar um resultado único.
Estocásticos	Pautian; Parton; Persson (1992)	Possuem um grau de probabilidade em seu resultado. Possuem uma ou mais de suas variáveis dada por uma função probabilística. Isso significa que os resultados do modelo tendem a variar estatisticamente a partir de uma mesma entrada de dados.
Estatísticos	Pessoa et al. (1997)	As variáveis do sistema não dependem da variação espaço-temporal. Normalmente são determinísticos e empíricos, pois são obtidos a partir de técnicas analíticas aplicadas em um conjunto de dados experimentais baseados em probabilidade.
Dinâmicos Discretos	Nosaki; Gouveia (2011); Aguirre (2007)	Possuem um valor de resposta para cada instante de tempo pré-definido (ano, mês) e geralmente baseia-se em um processo recursivo para a obtenção dos valores de saída.
Dinâmicos Contínuos	Nosaki; Gouveia (2011); Aguirre (2007)	Entregam um valor de resposta para momento de um intervalo de tempo, ou seja, representam o sistema continuamente no tempo.

Segundo Hoppensteadt e Peskin (1992), os modelos matemáticos podem prever as infestações de insetos-praga em lavouras por meio do estudo da distribuição geográfica de populações.

Desta forma, a modelagem matemática tem sido utilizada durante muito tempo para descrever a dinâmica das populações, sejam elas humanas, de insetos ou bacterianas, embora a maior parte desses usos remontam a Fibonacci, que em 1202, modelou o crescimento de uma população de coelhos por meio de uma sequência de números inteiros (HOPPENSTEADT, 1975).

O primeiro estudo importante para descrever o crescimento de uma população surgiu em 1798, do economista e demógrafo Thomas Robert Malthus, com uma publicação de um artigo que previa o crescimento populacional e como isso afetaria os meios para a sobrevivência dessa população, se a mesma não fosse controlada (MALTHUS, 1798). Sugerida muito antes por Euler (MURRAY, 2002), Malthus propôs um sistema determinístico (não aleatório) fechado, onde não tem migração e a taxa de crescimento natural da população é constante no tempo (Equação 1). Descrito como:

$$\frac{dN(t)}{dt} = bN - dN, \quad (1)$$

onde,  $b$  é a taxa de nascimento per capita,  $d$  a taxa de morte per capita e  $N$  é o tamanho da população. Definindo o crescimento líquido per capita (Equação 2) como:

$$a = b - d, \quad (2)$$

a equação (1) é reescrita como:

$$\frac{dN(t)}{dt} = aN(t).$$

Tendo como solução (Equação 3):

$$N(t) = N_0 e^{at} \quad (3)$$

Para o melhor entendimento desse modelo observa-se que no instante inicial, onde  $t = 0$ ,  $N(0) = N_0$ , conforme o tempo passa, se a taxa de crescimento for positiva,  $a > 0$ , a população cresce exponencialmente, e  $t \rightarrow \infty$ ,  $N \rightarrow \infty$ ,  $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = +\infty$ . Caso  $a = 0$ ,  $\frac{dN(t)}{dt} = 0$ ,  $N(t) = N_0$ , não existe alteração no tamanho da população. Sendo a taxa de crescimento líquido negativa,  $a < 0$ , a equação nos diz que em  $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = 0$ ,  $t \rightarrow \infty$ ,  $N \rightarrow 0$ .

Esse modelo simples apresenta uma série de limitações, pois não considera a influência do ambiente no crescimento da população, as alterações nas taxas de nascimento e morte, a diferença etária dos indivíduos, a interação entre populações e considera que os indivíduos se reproduzem de forma contínua, o que não acontece em todas as espécies. No entanto, esse modelo teve um efeito profundo em vários ramos das Ciências Biológicas e Econômicas, influenciando e servindo como ponto de partida para uma enorme quantidade de pesquisas e análises de populações, como os trabalhos de seleção natural de Darwin (HOPPENSTEADT; PESKIN, 1992).

Em 1838, aumentava a preocupação com relação às limitações dos recursos decorrentes ao crescimento populacional, surgindo assim o estudo realizado por Pierre Verhulst, na formação de um modelo que apresentasse a equação do crescimento populacional juntamente com essa limitação, que ficou conhecido como o modelo de Verhulst (VERHULST, 1838).

### 2.6.1 O modelo de populações interagentes

Por apresentar aplicações econômicas, sistemas de interações entre populações começaram a ser criados e estudados. Assim, a dinâmica populacional ganhou novo destaque na década de 1920, por meio do químico Lotka e o matemático Volterra que representaram a interação entre duas espécies do tipo presa-predador, e que foi empregado em agroecossistemas (LOTKA, 1925; VOLTERRA, 1926).

No modelo proposto por eles, a primeira espécie (presa) dispõe de alimento em abundância, ou seja, cresce exponencialmente na ausência de predadores. A segunda espécie (predador) alimenta-se da primeira e na

ausência de presas tem sua população diminuída de forma exponencial. Este modelo do tipo presa-predador (Equações 4 e 5) se apresenta na seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN}{dt} = aN - \alpha NP \quad (4) \\ \frac{dP}{dt} = -bP + \beta NP \quad (5) \end{array} \right.$$

Onde  $N$  e  $P$  representam as populações de presas e predadores, respectivamente;  $a$  representa a taxa de crescimento líquida das presas (mortes subtraídas dos nascimentos),  $b$  a taxa de mortalidade dos predadores,  $\alpha$  a taxa de predação e  $\beta$  representa o fator de aproveitamento, ou seja, a taxa de presas mortas por predadores, que permite o aumento desta população.

Mesmo este modelo desconsidera muitos aspectos importantes na interação entre duas populações, como a capacidade do ambiente em suportar uma quantidade limitada de indivíduos de uma ou mais populações. Neste caso, é possível alterar o modelo presa-predador, transformando-o em um modelo logístico uma vez que a população não crescerá infinitamente.

No modelo de Malthus, dado na equação 1, as taxas per capita de natalidade e mortalidade são constantes, ou seja, não há limite pela capacidade do meio. Partindo desse modelo e considerando agora a taxa de nascimento per capita,  $b' = b(N)$ , e taxa de morte per capita,  $d' = d(N)$ , dependentes do tamanho populacional, obtemos a equação 1 reescrita como:

$$\frac{dN}{dt} = (b' - d')N \quad (6)$$

Quando uma população atinge um elevado índice de densidade populacional espera-se que os recursos disponíveis não sejam mais suficientes para suprir as necessidades de cada indivíduo. Desta forma, ocorre uma competição maior pelos recursos e conseqüentemente há uma tendência de aumento na taxa de mortalidade e uma diminuição da taxa de natalidade. A fórmula mais simples para representar a diminuição na taxa de nascimento é uma linha reta (Equação 7):

$$b' = b - sN \quad (7)$$

Na expressão anterior,  $N$  é o tamanho da população,  $b'$  é a taxa de nascimento per capita que é reduzida com o aumento da densidade populacional, e  $b$  e  $s$  são constantes. Assim, quanto maior o valor de  $N$ , menor a taxa de nascimento ( $b'$ ). Por outro lado, se a população é pequena, e  $N$  está perto de zero,  $b'$  é próximo de  $b$ . A constante  $b$  é a taxa de nascimento que seria alcançada em uma situação ideal (com baixa densidade populacional). A constante  $s$  representa o efeito do superpovoamento sobre a taxa de nascimento, ou seja, a competição intraespecífica.

O mesmo pode ser feito para representar o aumento da taxa de mortalidade  $d'$  como aumento da densidade populacional (Equação 8):

$$d' = d + zN \quad (8)$$

A constante  $d$  é a taxa de morte quando a população é pequena (baixa densidade populacional). A constante  $z$  mede quanto a taxa de mortalidade é aumentada quando o superpovoamento acontece.

Caso a população estudada tenha um comportamento diferente, ou seja, ela se beneficie de situações de alta densidade populacional (efeito de aliados), basta realizar a troca dos sinais das constantes  $a$  e  $c$  para representar a nova situação.

Para descrever o crescimento logístico devemos então substituir as equações 7 e 8 na equação 6 e obter (Equação 9):

$$\frac{dN}{dt} = [(b - sN) - (d + zN)]N \quad (9)$$

e considerando  $(b - d) = a$ , e  $(b - d) / (s + z) = K$ , obtemos por manipulações (Equação 10):

$$\frac{dN}{dt} = aN \left(1 - \frac{N}{K}\right), \quad (10)$$

cuja solução é (Equação 11):

$$N_t = \frac{K}{1 + [(K - N_0)/N_0]e^{-at}}. \quad (11)$$

Podemos notar que se  $K = N_0$ , população atinge o limite de capacidade do ambiente, ela entra em equilíbrio e não altera mais seu tamanho, o mesmo acontece se  $a = 0$ . Para encontrar o ponto de equilíbrio, caso  $a > 0$ , fazemos  $t \rightarrow \infty$  e a solução nos mostra que  $N \rightarrow K$ . Sendo  $a < 0$ , o equilíbrio alcançado em  $t \rightarrow \infty$  é  $N \rightarrow 0$ .

## 2.7. Modelos para auxiliar o controle de *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) (Lepidoptera: Crambidae)

A *D. saccharalis* vem sendo controlada no Brasil desde a década de 70 com a liberação inundativa da vespa parasitoide *C. flavipes* (BOTELHO; MACEDO, 2002). Muitos autores se propuseram a estudar a dinâmica populacional da broca da cana-de-açúcar, possibilitando o conhecimento de seus hábitos, biologia e sua dinâmica na presença de seus inimigos naturais (ARRIGONI, 2002; BOTELHO; MACEDO, 2002; PORTELA et al., 2010; PORTELA et al., 2011; BOIÇA JUNIOR; LEONELO; JESUS, 2011; DINARDO-MIRANDA et al., 2013).

Com o conhecimento do comportamento da praga, a modelagem matemática passou a ser desenvolvida, principalmente voltada para o controle biológico, e aplicada para a teoria de controle ótimo. Neste sentido, Tusset, Rafikov e Paula Filho (2004) descrevem que o controle biológico realizado por meio da liberação de um inimigo natural tende a reduzir rapidamente a população da praga, levando a níveis baixos de danos econômicos, além de manter o sistema na faixa entre o nível de dano e o nível de equilíbrio, considerado como nível de controle. Ainda de acordo com os pesquisadores, o inimigo natural não pode evitar todo o dano causado pela praga, uma vez que suas relações tendem a evoluir para o ponto em que ambos sobrevivam e que nenhuma população seja reduzida a zero.

Muitos estudos foram realizados para demonstrar a importância do controle biológico como regulador da dinâmica populacional de insetos-praga em diferentes agroecossistemas, enfatizando a teoria do controle ótimo (GOH; LEITMANN; VINCENT, 1974; YOSIDA, 1982; APREUTESEI, 2009; ATHITHAN; GHOSH, 2015). Desta forma, a modelagem matemática passou a ser estudada de forma a auxiliar na recomendação de estratégias para o controle biológico de pragas.

No estudo de Ambrosiano et al. (1996), pode-se observar a influência da temperatura na taxa de fecundidade da praga, aplicando-se um modelo de interação praga-parasitoide.

Em estudo de Nishiwaki e Rafikov (2009), a utilização de modelos contínuos da interação entre *D. saccharalis* e seus parasitoides possibilitaram definir estratégias de controle. O estudo dos modelos biomatemáticos do controle de pragas em geral, e controle da broca-da-cana, em particular, consideraram a dinâmica do ecossistema em torno dos pontos de equilíbrio e definiram como elaborar as sugestões de estratégias do controle biológico.

Tusset (2004) apresentou resultados que permitiram manter a densidade populacional da praga abaixo do nível de dano econômico com a aplicação de teorias de controle ótimo para a *D. saccharalis* na presença da *C. flavipes*.

Limeira (2010) propôs um novo modelo matemático baseado em pontos de equilíbrio do sistema e simulações de cenários de controle inundativo por meio da introdução do parasitoide no sistema. O objetivo foi descrever a interação entre a praga com um de seus inimigos naturais (*T. galloi*) visando o controle de infestações na cultura da cana-de-açúcar. As simulações numéricas realizadas apresentaram boa aproximação qualitativa às interações que acontecem em sistemas reais. Esse modelo serve como base de informação e subsídio para a disseminação de técnicas de controle biológico em cana-de-açúcar como forma alternativa de redução nos custos de manutenção desse cultivo, o que por consequência, aumenta e/ou garante a oferta de matéria prima para produção do etanol brasileiro.

No estudo conduzido por Cruz, Cardoso e Takahashi (2007), a interação entre presa-predador foi simulada por meio do modelo do sistema não-linear, que demonstrou resultados satisfatórios, minimizando os custos com a inserção de predadores e com os prejuízos causados pela praga.

Battel, Moral e Godoy (2012), utilizaram um modelo presa-predador em agroecossistemas, similar aos desenvolvidos por Lotka e Volterra. Neste contexto, os autores também fazem a integração do modelo de Hassel para avaliar o efeito da aplicação de inseticidas. Com a aplicação deste modelo pode-se observar que a modelagem identifica momentos ótimos para o uso dos defensivos agrícolas, minimizando assim, as perdas causadas pelas pragas.

### **3. OBJETIVOS**

#### **3.1. Objetivo Geral**

O presente estudo tem por objetivo descrever a interação populacional entre a *Diatraea saccharalis* e um dos seus inimigos naturais, o parasitoide *Cotesia flavipes*, através de modelagem matemática e simulação computacional.

#### **3.2. Objetivos Específicos**

1. Caracterizar as diversas interações ecológicas entre o parasitoide *Cotesia flavipes* e a praga *Diatraea saccharalis*;
2. Estudar e elaborar um modelo matemático que descreva a interação populacional entre *Diatraea saccharalis* e *Cotesia flavipes*;
3. Validar o modelo por meio de simulação computacional e comparar os resultados com outros trabalhos já desenvolvidos com a praga.

## **CAPÍTULO I**

**“Modelo de Equações Diferenciais”**

## 1. INTRODUÇÃO

Segundo Murray (2002) modelos que envolvem duas populações são classificados em três principais interações: presa-predador – se a taxa de crescimento de uma população diminui e da outra aumenta; competição – se há diminuição na taxa de crescimento das duas populações; e mutualismo ou simbiose – se há um aumento na taxa de crescimento de ambas. Seguindo este conceito a relação entre *D. saccharalis* e *C. flavipes* se enquadra em uma interação presa-predador.

Os modelos aplicados ao controle de pragas agrícolas podem desempenhar um papel descritivo ou de previsão. Modelos descritivos geram novas ideias para o sistema que são necessários para desenvolver e validar modelos de previsões confiáveis (PLANT; MANGEL, 1987). Além disso, permitem domínio sobre os resultados e conseqüentemente análises mais concisas das variáveis envolvidas para descrever o comportamento populacional.

Desta forma, o modelo matemático desenvolvido no presente trabalho foi baseado no modelo presa-predador proposto por Lotka-Volterra e possui caráter descritivo com intuito de traçar relações comportamentais importantes entre as populações de *D. saccharalis* e *C. flavipes* relevantes para o controle da praga e também para orientar o desenvolvimento de modelos de compostos, descritivos e de previsão.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

O modelo matemático de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO's) de Lotka-Volterra está apresentado nas equações 12 e 13. Citado anteriormente no item 3.6.1.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN}{dt} = rN - \alpha NC \quad (12) \\ \frac{dC}{dt} = -dC + \beta NC \quad (13) \end{array} \right.$$

Onde  $N$  é a população de *D. saccharalis*;  $C$  representa a população de *C. flavipes*;  $r$  é a taxa de crescimento líquida da praga;  $d$  é a taxa de mortalidade dos parasitoides,  $\alpha$  é o fator de captura de pragas ou taxa de parasitismo e  $\beta$  representa o fator de aproveitamento, ou seja, a taxa de *D. saccharalis* mortas por parasitoides, que proporcionaram a multiplicação desta população.

Para resolver as EDO's foi utilizado método de resolução e análise de sistemas e os resultados numéricos foram obtidos através do método Runge-Kutta de quarta ordem por ser o mais eficiente (SILVA, 2016). O algoritmo de Runge-Kutta foi implementado em uma rotina desenvolvida em linguagem de programação C++.

Para a obtenção dos parâmetros do modelo, equações 12 e 13, foram considerados os dados encontrados nas bibliografias que se referem ao comportamento biológico de *D. saccharalis* e *C. flavipes* (Tabela 1).

Tabela 1. Premissas consideradas para a obtenção dos parâmetros do modelo de equações diferenciais.

Parâmetro	Valor	Unidade	Fonte
Ciclo de vida ( <i>D. saccharalis</i> )	70	dias	Dinardo-Mirando (2008)
Prole/Fêmea (indivíduos gerados por fêmea de <i>D. saccharalis</i> )	60*	indivíduos	Arrigoni (1989); Botelho e Macedo (2002); Dinardo-Mirando (2008); Pinto et al. (2009)
Razão Sexual ( <i>D. saccharalis</i> )	50%	%	Lopes et al. (2015)
Taxa de sobrevivência ( <i>D. saccharalis</i> )	11%	%	
Taxa de Captura (Parasitismo)	40%	%	Weidenmann e Smith (1993)
Ciclo de Vida ( <i>C. flavipes</i> )	24	dias	Lv et al. (2011)
Prole/Fêmea (indivíduos gerados por fêmea de <i>C. flavipes</i> )	28	indivíduos	Lv et al. (2011)
Razão Sexual ( <i>C. flavipes</i> )	32%	%	Lv et al. (2011)
Taxa de sobrevivência ( <i>C. flavipes</i> )	5%	%	

\* Calculado de acordo com a Figura 21.

Poucos trabalhos relatam sobre a taxa de sobrevivência desses insetos até a fase adulta. Ambrosano et al. (1996) aborda a alta taxas de mortalidade para *D. saccharalis*, sendo na fase de ovo (70%), lagarta (90%) e pupa (35%). Desta forma, para o presente estudo foi escolhido uma taxa de sobrevivência de 11%, um pouco mais alta do que o relatado no estudo acima, já que apenas as fêmeas se reproduzem. Considerando que a *C. flavipes* é um inseto mais frágil a taxa de sobrevivência escolhida foi de 5%.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O modelo proposto não delimita uma área de atuação, mas as variáveis  $N$  e  $C$  das simulações foram configuradas, de acordo com alguns pesquisadores, como Araújo et al. (1984) que recomenda uma população de 6.000 indivíduos de *C. flavipes* para controlar 2.500 brocas em um hectare. Desta forma, os resultados apresentados para as populações também podem ser interpretados nesta unidade (indivíduos/hectare).

A obtenção dos parâmetros do modelo  $r$ ,  $\alpha$ ,  $d$  e  $\beta$  foi realizada através da resolução das seguintes equações:

- Retirando o parasitoide da equação 12 encontra-se a taxa  $r$ :

$$\frac{dN}{dt} = rN$$

- A praga leva  $t = 70$  dias em média para multiplicar a população. Cada fêmea de broca, que são 50% da população, gera em média 60 indivíduos. Desta forma, os indivíduos gerados em  $T_2$  são  $60 \times 0,5$ ,  $T_2 = 30$ . Então usando a solução da equação anterior:

$$N(t) = RN_0 = N_0 e^{rt}$$

- Considerando  $R = 30$  e uma taxa de sobrevivência de 11%:

$$30(0,11N_0) = N_0 e^{r70}$$

$$r = \frac{\ln(3,3)}{70}$$

$$r = 0,017$$

A taxa de captura ou parasitismo  $\alpha$  é obtida considerando que 6.000 indivíduos de *C. flavipes* é capaz de reduzir, em 19 dias ( $T_1 = 19$ ), a população da praga em 40%,  $f = 0,4$ :

$$\alpha = \frac{-\ln f + rT_1}{CT_1}$$

$$\alpha = \frac{-\ln 0,4 + 0,017 * 19}{6000 * 19}$$

$$\alpha = 0,000011$$

A taxa de mortalidade dos parasitoides pode ser encontrada assumindo que, após 24 dias, tempo do ciclo de vida, a população se reduziu à uma fração  $g = 0,05$  do seu tamanho inicial. Considerando que, nesse período não existe a possibilidade de surgirem novos indivíduos, a equação 13 se reduz ao modelo de crescimento exponencial. Assim:

$$\begin{aligned} C(24) &= 0,05C_0 = C_0e^{-24d}, \\ 0,05 &= e^{-24d}, \\ d &= 0,1248, \end{aligned}$$

Para descobrir o valor da taxa de conversão de pragas em parasitoides  $\beta$ , que é dependente do tamanho da população da broca, considerou-se que cada fêmea de *C. flavipes*, que são 68% da população, pode gerar 28 indivíduos que chegarão a deixar descendentes. Sendo assim, após a oviposição, os indivíduos liberados em  $T_2$  são  $28*0,68$ ,  $T_2 = 16,32$ . Considerando que, a broca até esse instante tem sua população constante e inalterada, então:

$$\frac{dC}{dt} = C(\beta N_0 - d)$$

que tem como solução:

$$C(24) = 16,32C_0 = C_0e^{(\beta N_0 - 0,1248)24},$$

se inicialmente  $N_0 = 2.500$ :

$$\begin{aligned} 16,32C_0 &= C_0e^{(\beta 2500 - 0,1248)24}, \\ \beta &= \frac{\left(\frac{\ln 16,32}{24} + 0,1248\right)}{2500}, \\ \beta &= 0,000096 \end{aligned}$$

Sendo assim, as equações para representar a interação entre a população de *D. saccharalis* e *C. flavipes* ficam:

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{dN}{dt} = rN - \alpha NC \quad \frac{dN}{dt} = 0,017N - 0,000012NC \\ \frac{dC}{dt} = -dC + \beta NC \quad \frac{dC}{dt} = -0,1248C + 0,000096NC \end{array} \right.$$

Além da solução com populações interagentes considera-se que na ausência do parasitoide *C. flavipes*,  $C(t)=0$ , a população da praga aumentará sem obstáculo com o termo  $[rN(t)]$ , onde  $r$  é um constante positiva. Por outro lado a ausência de *D. saccharalis*,  $N(t)=0$ , promoverá a extinção do parasitoides da forma  $[-dC(t)]$ , na qual  $d$  também é uma constante positiva.

As soluções das equações 12 e 13 fornecem dois pontos de equilíbrio  $(0,0)$  e  $(\frac{d}{\beta}, \frac{r}{\alpha})$  que é encontrado igualando a zero as equações 12 e 13. A análise de estabilidade por linearização do sistema presa-predador realizada por Lotka (1920) e Sobrinho et. al. (2010) conclui que, para populações  $N=0$  e  $C=0$ , o ponto de equilíbrio é instável do tipo sela e o ponto  $(\frac{d}{\beta}, \frac{r}{\alpha})$  é estável do tipo centro.

Para o presente trabalho obtém-se,

$$C = \frac{r}{\alpha} = 1.417$$

$$N = \frac{d}{\beta} = 1.300$$

Assim, o ponto de equilíbrio do sistema é encontrado quando a população de *D. saccharalis*  $N$  é igual a 1.300 indivíduos e a dos parasitoides  $C$  é igual a 1.417 indivíduos (Figura 8). Esse ponto é alterado quando os parâmetros do modelo são modificados, sendo  $N$  maior caso aumente a taxa de morte dos parasitoides  $d$  ou diminua o parâmetro de conversão  $\beta$  e  $C$  maior em situações de aumento da taxa crescimento da praga  $r$  e diminuição do parasitismo  $\alpha$ .

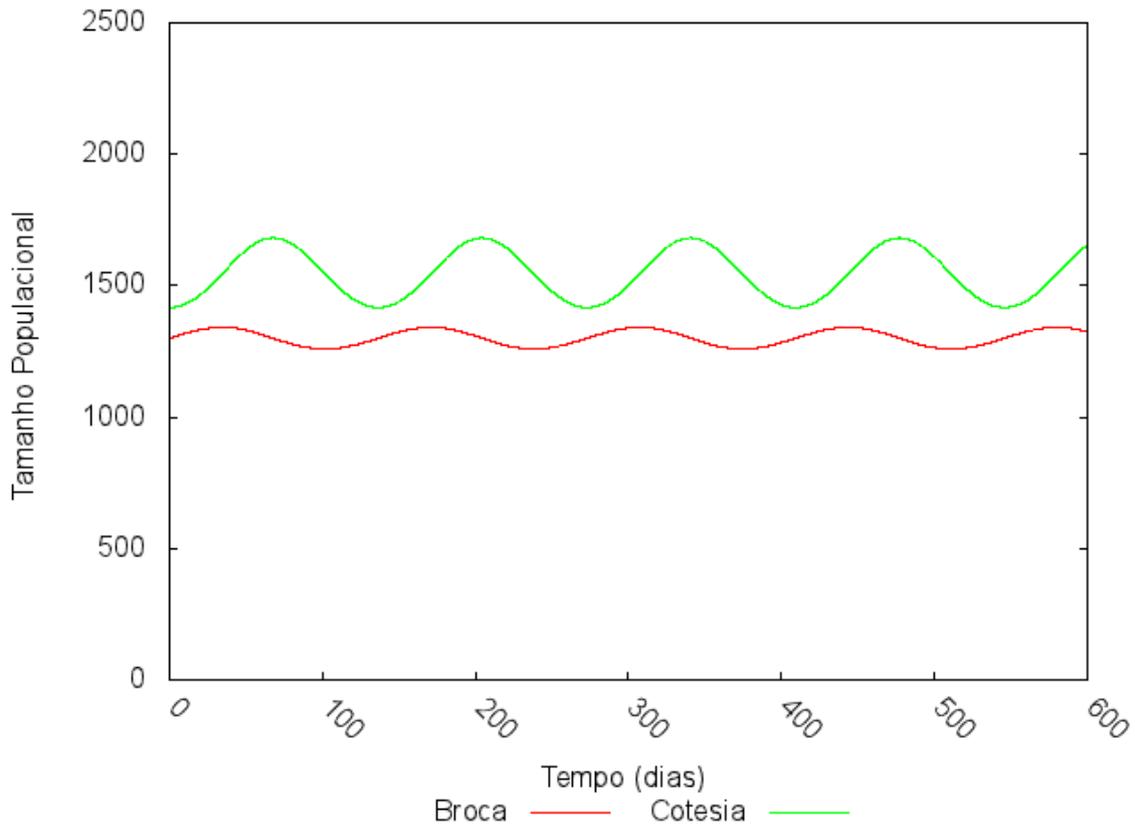


Figura 8. Simulação da evolução temporal das condições do ponto de equilíbrio das populações calculado no modelo ( $N= 1.300$  e  $C= 1.417$ ).

Para esse ponto de equilíbrio,  $(\frac{d}{\beta}, \frac{r}{\alpha})$ , é possível encontrar o período de oscilação do sistema ( $T$ ), indicando o tempo em dias necessário para que ocorra um ciclo completo de interação entre as duas populações no sistema. De acordo com Lotka (1920) e Bessa (2011)  $T$  dado por

$$T = \frac{2\pi}{f}$$

Onde  $f$  é a frequência das oscilações ( $f$ ) dada por

$$f = \sqrt{d * r}$$

assim

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{d * r}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{0,1248 * 0,017}}$$

$$T \cong 136$$

O período de oscilações de aproximadamente 136 dias pode ser observado na figura 8 observando o tempo de um pico a outro ou de vale a vale das linhas que indicam as populações da praga ou do parasitoide.

Com os parâmetros do modelo determinados (Tabela 2), as únicas variáveis do modelo que podem ser alteradas são  $N$  e  $C$ , que representam a população inicial de *D. saccharalis* e *C. flavipes*, respectivamente. Sendo assim, foram criados cenários com diferentes parametrizações para essas variáveis.

Tabela 2. Valores encontrados para os parâmetros do modelo.

Parâmetros	Sigla	Valor
Crescimento líquido da praga	$r$	0,017
Decrescimo de praga devido a interação com o parasitoide	$\alpha$	0,000011
Mortalidade dos parasitoides	$d$	0,1248
Aumento de parasitoide devido a interação com a praga	$\beta$	0,000096

Os dois primeiros cenários foram criados com o intuito de demonstrar que as características intrínsecas do modelo estão presentes. Desta forma, a figura 9 apresenta a dinâmica populacional de *D. saccharalis* na ausência do parasitoide e a figura 10 a população de *C. flavipes* sem a presença da praga. Na Figura 9, a população de broca, considerando  $N = 2.500$  indivíduos, cresce exponencialmente ao longo do tempo conforme esperado pela característica do modelo. Já a população de *C. flavipes*, simulada na Figura 10, morre em curto espaço de tempo, pois sua sobrevivência depende exclusivamente da presença praga.

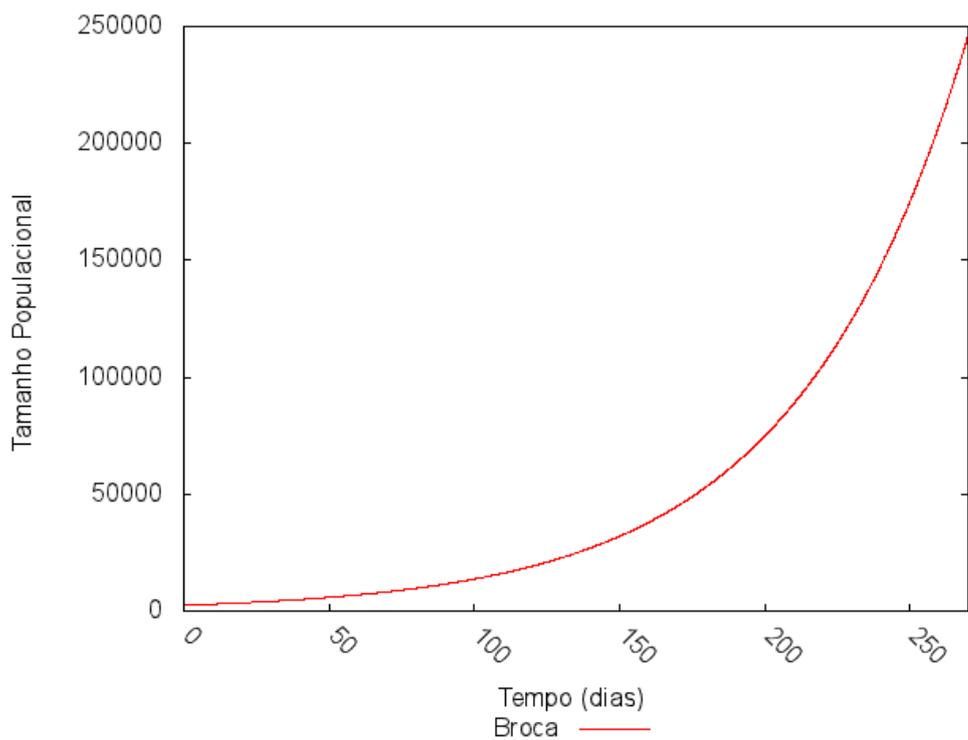


Figura 9. Crescimento populacional de *D. saccharalis* simulado pelo modelo considerando  $N= 2.500$  indivíduos e ausência de *C. flavipes*.

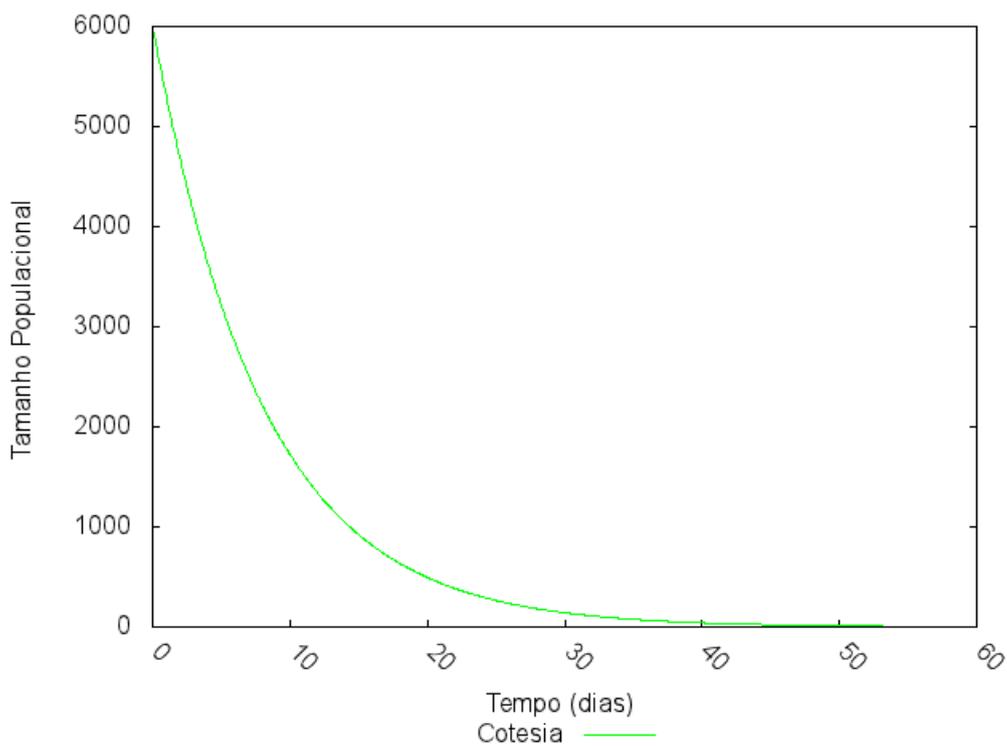


Figura 10. Crescimento populacional de *C. flavipes* simulado pelo modelo considerando  $C= 6.000$  indivíduos e ausência de *D. saccharalis*.

A interação entre as populações (Figura 11) foi simulada partindo de uma população de 2.500 indivíduos de *D. saccharalis* e 6.000 de *C. flavipes*, conforme recomendação de controle de Araújo et al. (1984). Nesta situação, é possível observar que o parasitoide foi capaz de conter o crescimento exponencial da praga já no início da interação. A broca só volta a aumentar, significativamente, após o quinquagésimo dia da soltura do parasitoide, atingindo picos populacionais maiores que a população inicial apenas 170 dias depois. Considerando que o ciclo da cana-de-açúcar é em sua maioria de 12 meses, uma nova soltura do parasitoide poderia ser realizada para evitar que a praga fique acima do limiar econômico de 2.500 lagartas/ha (PARRA et al., 2002) ou do nível de controle de 1.000 lagartas/ha proposto por Arrigoni (2005).

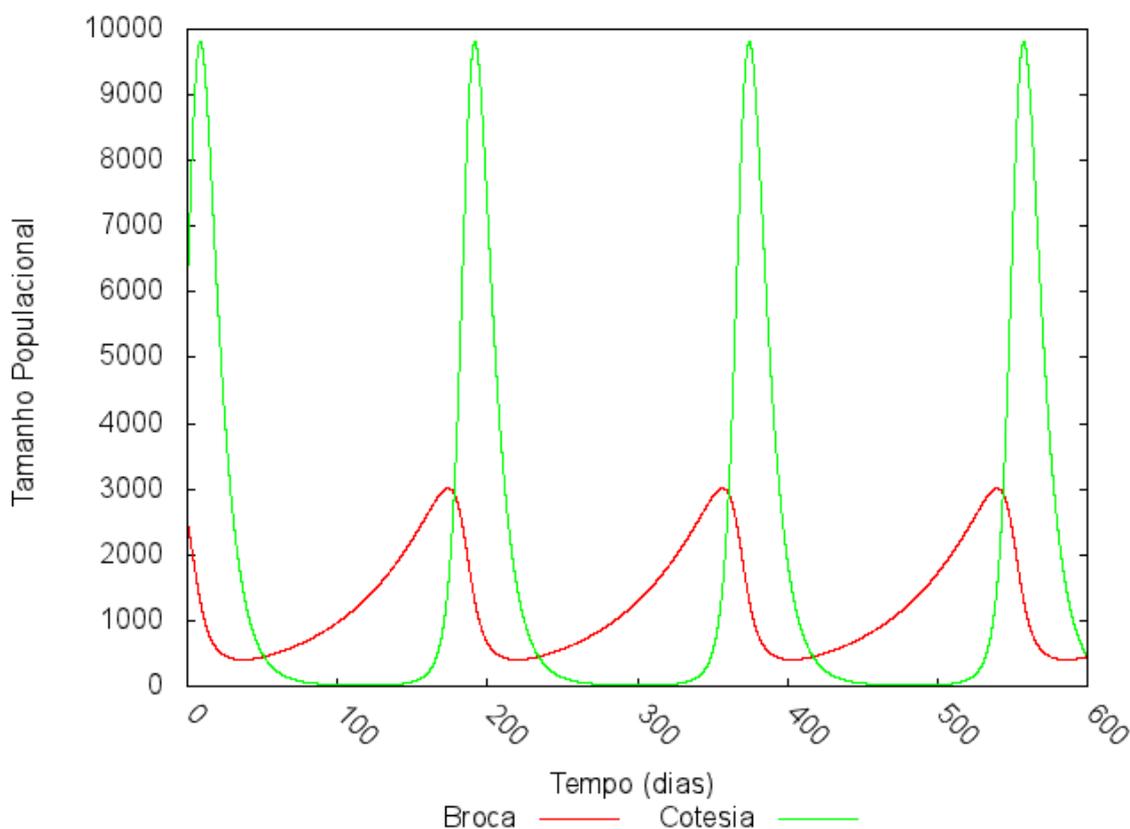


Figura 11. Interação populacional entre *D. saccharalis* e *C. flavipes* simulada pelo modelo considerando  $N= 2.500$  e  $C= 6.000$ .

De forma a obter uma visão diferenciada da dinâmica populacional entre a broca e seu inimigo natural, foi utilizado um diagrama de fase. Neste tipo de

representação a variação temporal é descartada e os eixos  $x$  e  $y$  são compostos pela população da praga e do inimigo natural, respectivamente.

Essa representação permite observar que o controle de uma determinada população da broca poderia ser realizado por duas quantidades diferentes de *C. flavipes* ou a mesma quantidade de inimigos naturais poderia ser liberada para duas quantidades diferentes da praga e, ainda assim, seria obtida a mesma eficiência. Essas observações não são válidas apenas para o ponto de equilíbrio entre duas populações, onde não há oscilação, e para o caso em que uma das populações entre em extinção.

Analisando o cenário da Figura 11 ( $N= 2.500$  e  $C= 6.000$ ) através do diagrama de fase apresentado na Figura 12, seria possível obter o mesmo ciclo estável com a soltura de apenas 135 indivíduos de *C. flavipes* e ainda que a liberação de 6.000 parasitoides poderia ocorrer para uma população de 564 indivíduos da broca. Por tanto, qualquer situação que esteja em cima da linha vermelha terá o mesmo comportamento de variação e a mesma eficiência de controle.

Obviamente o ambiente simulado é totalmente controlado, mas em situação real, por mais que o modelo esteja ajustado ou validado, a soltura de uma quantidade muito baixa do parasitoide seria um risco, pois qualquer variação do ambiente pode, por exemplo, causar a morte desses inimigos naturais, fazendo com que a população da broca volte a crescer exponencialmente. Por este motivo, o uso de modelos, seja descritivo ou de previsão, para auxiliar a tomada de decisão em culturas agrícolas, deve ter constantemente os parâmetros ajustados para a situação específica do produtor.

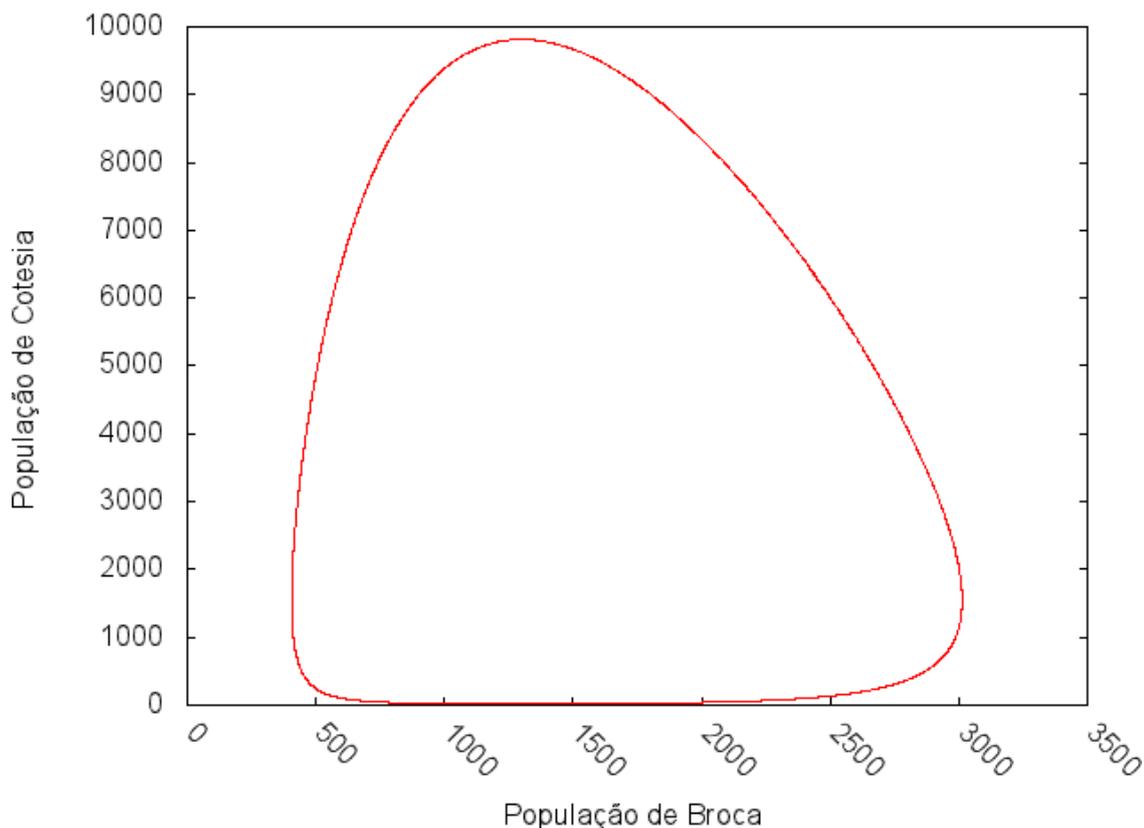


Figura 12. Diagrama de fase da interação populacional entre *D. saccharalis* e *C. flavipes* simulada pelo modelo considerando  $N= 2.500$  e  $C= 6.000$ .

Mantida a população inicial do parasitoide em 6.000 indivíduos, foram simulados dois novos cenários, um para  $N= 1.000$  (Figura 13) e outro com  $N= 5.000$  (Figura 14). Comparando eles com a situação anterior com  $N= 2.500$  e  $C= 6.000$  (Figura 11), observa-se que a curto prazo, 100 a 150 dias, há uma redução da praga mesmo com o aumento da população inicial ( $N$ ). Além disso, houve um aumento no tempo entre os picos populacionais, indicando que 6.000 parasitoides são mais eficientes para controlar 5.000 brocas do que 1.000. Porém, a longo prazo a população da praga atinge picos mais altos para casos em que o  $N$  é maior. Isso ocorre, pois, o sistema se estabiliza em um ciclo de maior amplitude populacional (Figura 15).

Apesar deste comportamento ser um pouco contraditório e diferir do encontrado na simulação computacional (Figura 30), ele é intrínseco do modelo pelo termo  $-\alpha NC$ , que indica um parasitismo mais eficiente quanto maior forem as populações. Neste caso específico, o aumento da população inicial de *D.*

*saccharalis* resulta em uma facilidade maior para que *C. flavipes* encontre a praga e promova o parasitismo.

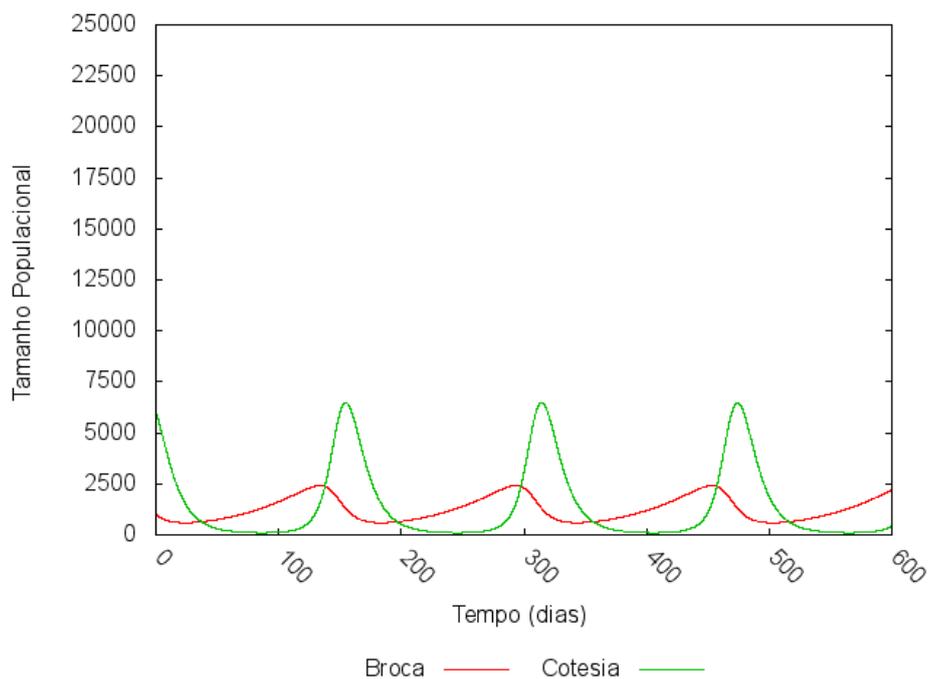


Figura 13. Simulação da interação entre *C. flavipes* e diferentes populações de *D. saccharalis*,  $N=1.000$ .

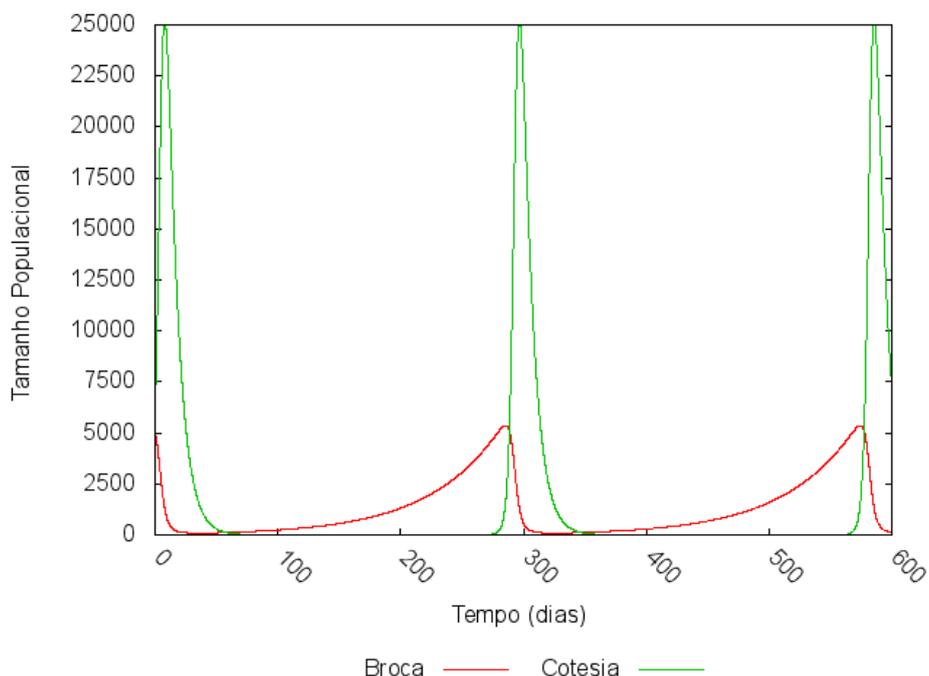


Figura 14. Simulação da interação entre *C. flavipes* e diferentes populações de *D. saccharalis*,  $N=5.000$ .

Os diagramas de fase desses cenários representados na Figura 15 indicam um ciclo estável de maior oscilação, quanto maior a quantidade inicial praga, maiores são as amplitudes populacionais. Outras situações para  $N$  e  $C$  poderiam apresentar o mesmo ciclo estável.

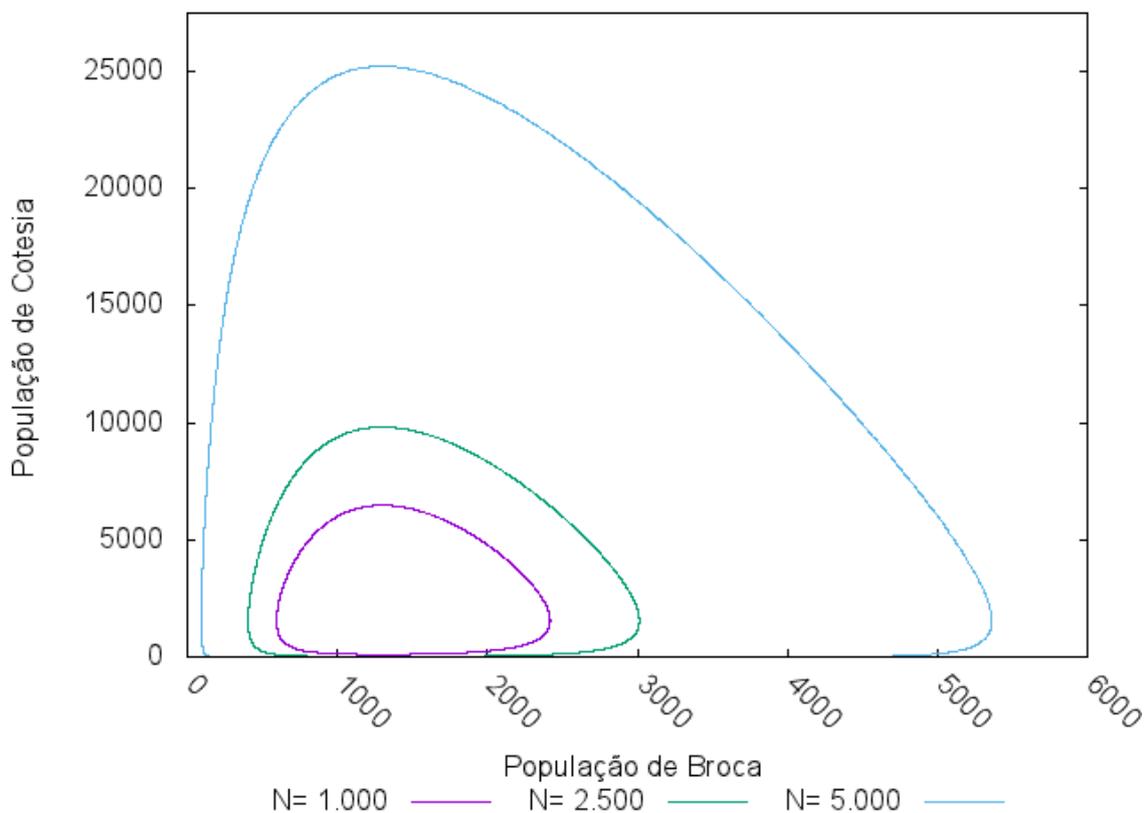


Figura 15. Diagrama de fase dos cenários  $N= 1.000$ ,  $2.500$  e  $5.000$  fixando  $C= 6000$ .

A variação da população inicial da praga no modelo, fixando a interação com 6.000 parasitoides, não contribuiu para o aumento populacional de *D. saccharalis*, diferentemente dos resultados das simulações computacionais (Figura 30) que indicam uma relação entre a população inicial e o tamanho da população ao longo do tempo, mesmo com a presença do inimigo natural.

A variação da população inicial da praga no modelo possui relação com o tamanho populacional quando não há presença de parasitoides para promover o controle (Figura 16).

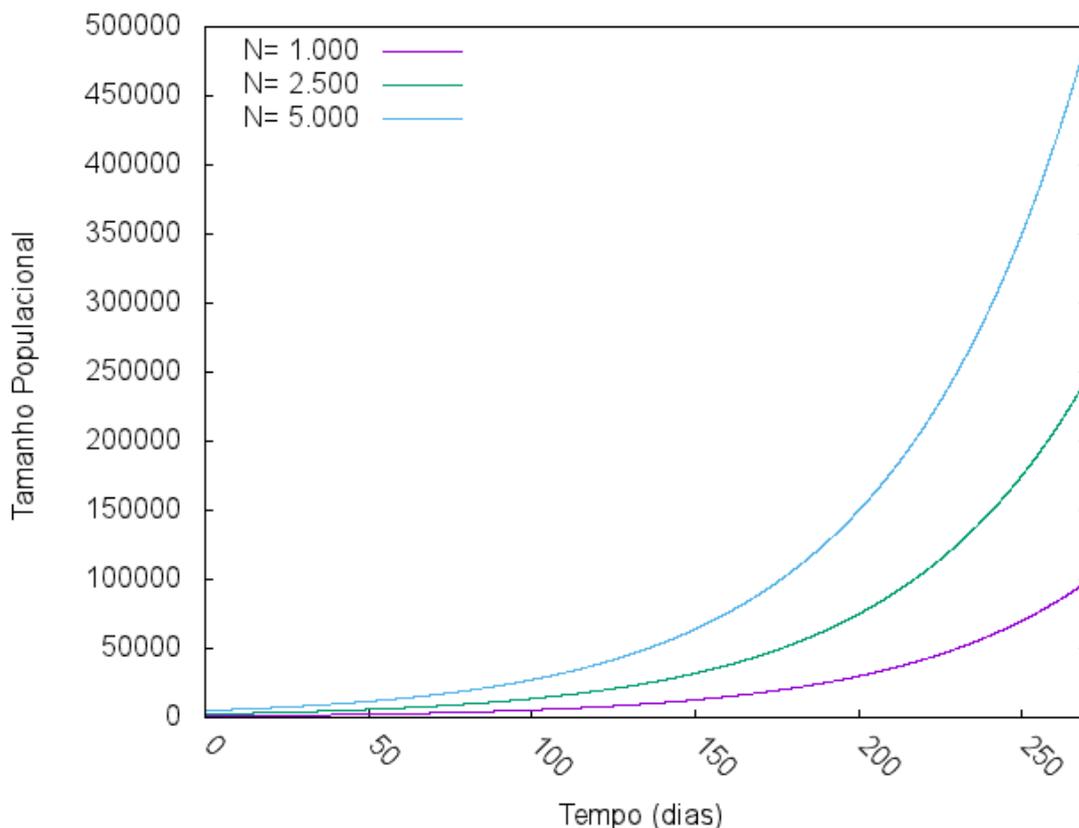


Figura 16. Crescimento populacional de *D. saccharalis* com diferentes populações iniciais e na ausência de parasitoides.

Agora fixando  $N$  em 2.500 indivíduos de *D. saccharalis* as simulações foram realizadas alterando a população inicial de *C. flavipes* ( $C$ ) para 6.000, 12.000 e 18.000 parasitoides, Figuras 17, 18 e 19, respectivamente. De acordo com a evolução temporal desses cenários, observa-se a redução da população da praga nos primeiros 200 dias de interação, indicando 18 mil parasitoides são mais eficientes para reduzir a população de 2.500 indivíduos da praga. No entanto, deve-se levar em consideração que as liberações são inundativa, pois a *C. flavipes* não se mantém naturalmente no ambiente com a mesma eficiência de parasitismo. De acordo com Santos e Mihsfeldt (2014) as melhores taxas de parasitismos ocorrem nas primeiras 120 horas após a soltura.

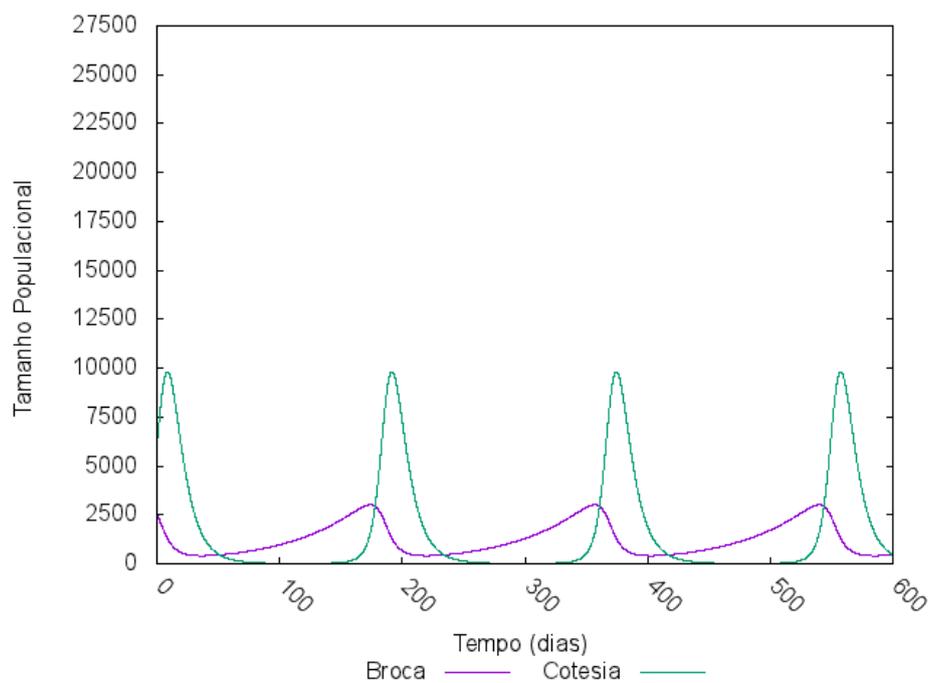


Figura 17. Simulação da interação entre *D. saccharalis* e diferentes populações de *C. flavipes*,  $C=6000$ .

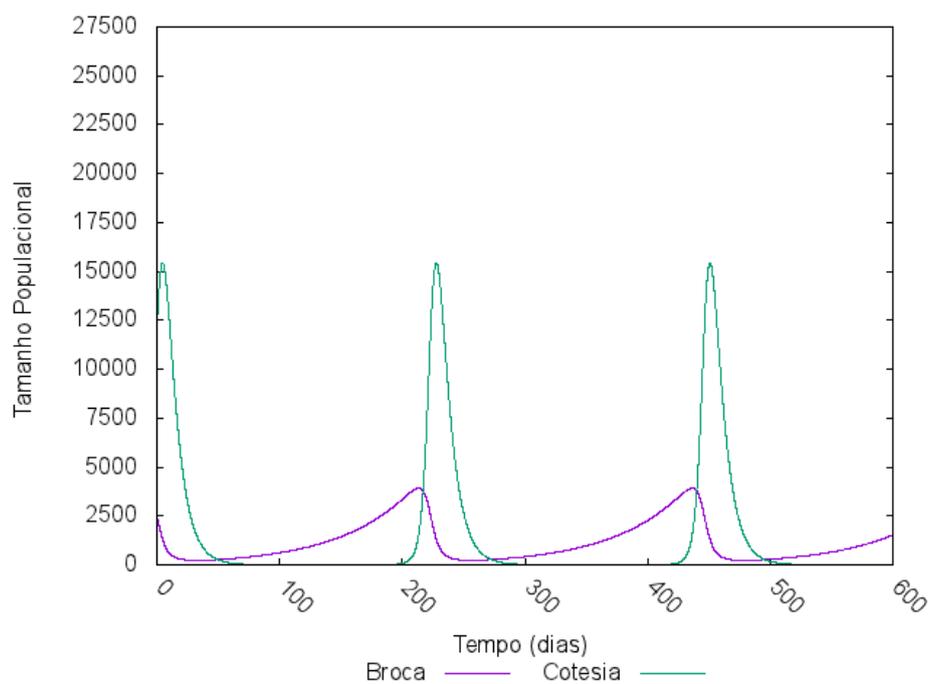


Figura 18. Simulação da interação entre *D. saccharalis* e diferentes populações de *C. flavipes*,  $C=12.000$ .

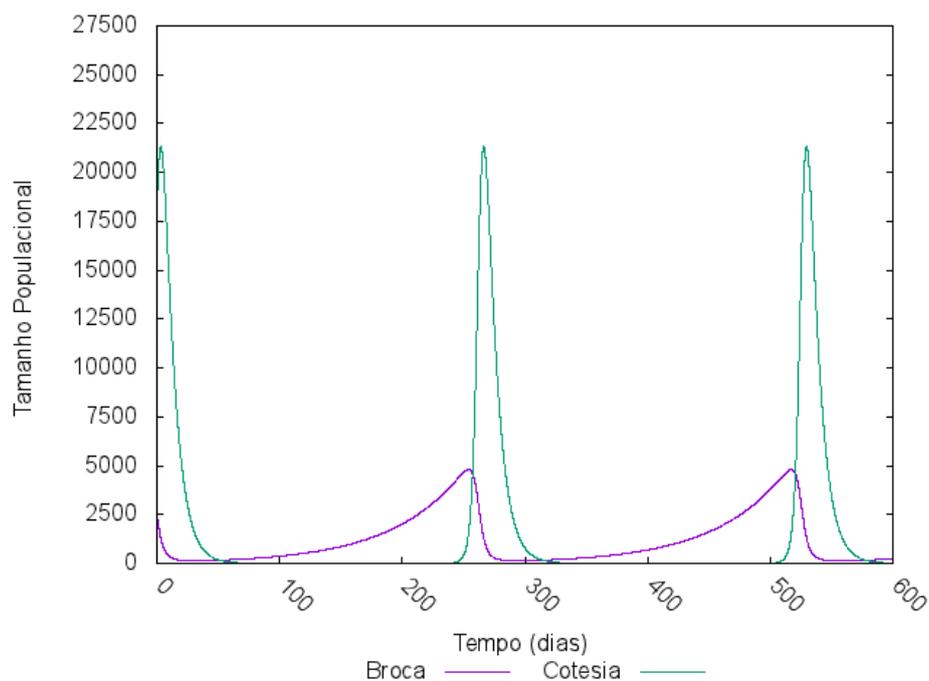


Figura 19. Simulação da interação entre *D. saccharalis* e diferentes populações de *C. flavipes*,  $C= 18.000$ .

No entanto, o ciclo de estabilidade dessas simulações (Figura 20) demonstra uma maior amplitude quando  $C= 18.000$ , acarretando em picos populacionais maiores e, conseqüentemente, a presença de maior número de indivíduos da praga presente com o passar do tempo.

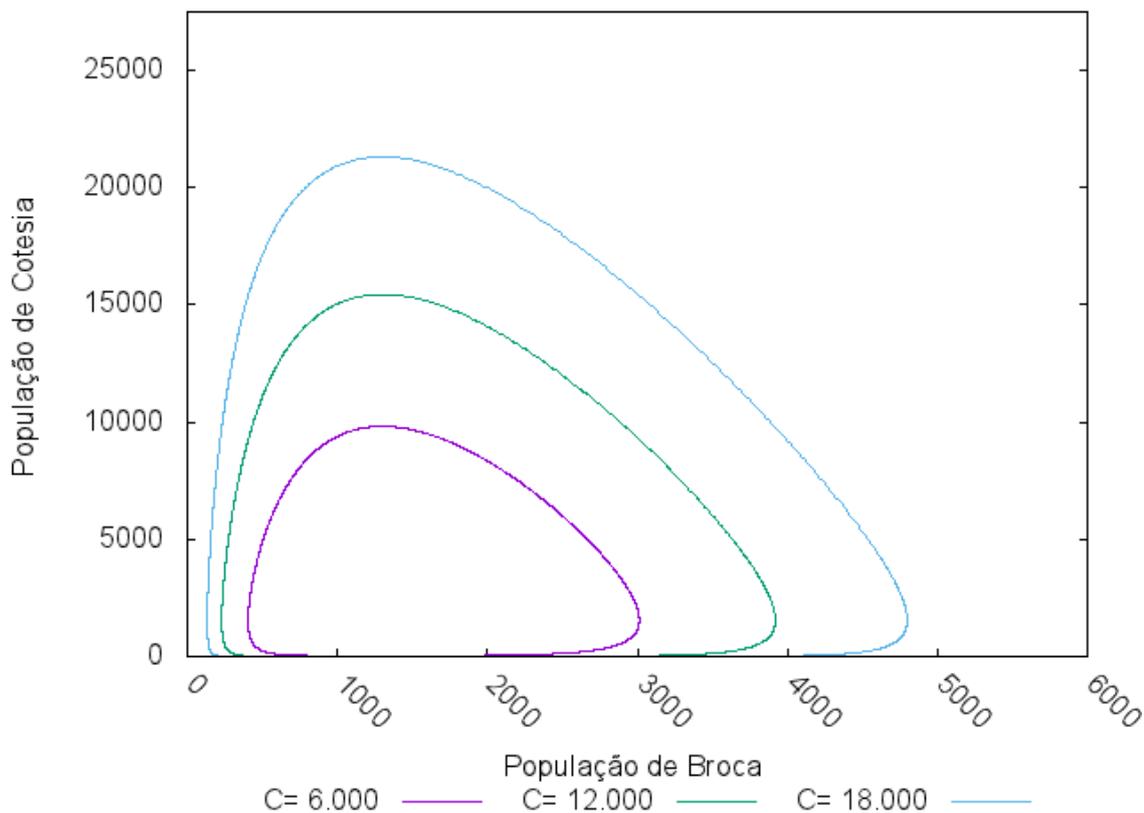


Figura 20. Diagrama de fase dos cenários  $C= 6.000$ ,  $12.000$  e  $18.000$  fixando  $N= 2.500$ .

Considerando que:

- 1) A broca só ataca a cultura da cana-de-açúcar após o aparecimento do primeiro entrenó, que ocorre em média após 90 dias do plantio ou colheita. Desta forma, considerando o ciclo de desenvolvimento da cultura de 365 dias, o período máximo de interação entre as populações será de aproximadamente 270 dias.
- 2) Os indivíduos de *D. saccharalis* se alimentam diariamente de uma fração da cana-de-açúcar que representa as perdas ocasionadas pela praga. Então, a somatória dos indivíduos presentes ao longo do tempo está diretamente relacionada com perda.

As interações das Figuras 17, 18 e 19 foram analisadas pela somatória dos indivíduos da broca presentes em cada dia até o ducentésimo septuagésimo ( $270^{\circ}$ ) dia, resultando em 5.975.603, 6.282.527 e 7.029.061 indivíduos para as Figuras 17, 18 e 19, respectivamente. Fazendo a proporção da diferença, a

interação representada pela Figura 17 tem 5,14% menos perdas do que a Figura 18 e 17,63% menos que a Figura 19. Desta forma, essa análise indica que a longo prazo as perdas são maiores para a situação em que houve soltura de 18.000 parasitoides em relação as outras com  $C= 6.000$  e  $C= 12.000$ .

Com essa forma de analisar os resultados do modelo é possível concluir que se os 2.500 indivíduos de *D. saccharalis* for encontrado no início do desenvolvimento da cultura, no qual haverá mais de 250 dias até a colheita, a soltura de 6.000 parasitoides seria a melhor estratégia para evitar uma maior oscilação do sistema e, conseqüentemente, reduzir as perdas. Possivelmente, uma segunda soltura com o passar do tempo ajudaria a aumentar a eficiência do controle. Caso contrário, se a mesma quantidade da broca for encontrada do meio para o final do ciclo da cultura, a melhor estratégia de controle seria a liberação de 18.000 parasitoides, pois promoverá uma maior diminuição da população da praga e não haverá tempo suficiente para que haja outro pico populacional.

## **CAPÍTULO II**

### **“Simulações Computacionais”**

## 1. INTRODUÇÃO

Os modelos computacionais podem ser desenvolvidos sem limitações de variáveis e interações promovendo um controle maior sobre tempo e os indivíduos de cada população. Com isso os modelos desenvolvidos permitem resultados mais semelhantes com os encontrados em situações reais ou ambientes controlados.

Como desvantagens exigem um nível de conhecimento maior sobre o problema estudado e demandam um maior tempo de processamento para obtenção de resultados, o que pode, por muitas vezes, inviabilizar as simulações de diferentes cenários.

Conforme destacado anteriormente o modelo de populações proposto por Lotka e Volterra, apesar de contribuir para compreender a interação populacional, possui uma série de limitações. Desta forma, visando melhorar o entendimento da interação entre *D. saccharalis* e *C. flavipes* foi desenvolvido um modelo computacional.

Este capítulo abordará as simulações computacionais da evolução populacional para permitir a geração de cenários a partir de condições controladas e normatizadas, diferentemente do que ocorre em condições de campo, com intuito de descrever os comportamentos populacionais e comparar com os resultados obtidos pelo modelo de equações diferenciais.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

Foi desenvolvido um software, para realizar as simulações, utilizando a linguagem de programação C++ e o software Visual Studio 2015 por conter, principalmente, a biblioteca "random.h" que permite a geração de números aleatórios a partir de diferentes distribuições de probabilidade. Devido ao fator de probabilidade inserido em algumas variáveis, os cenários simulados foram executados 200 vezes, sendo assim, todas as simulações apresentam dados médios de 200 repetições.

A lógica para o desenvolvimento das simulações foi construída por meio de informações e conceitos encontrados em levantamentos bibliográficos sobre a biologia de cada inseto, ciclo de vida e interação entre as duas populações.

Os parâmetros considerados para a simulação da dinâmica populacional de *D. saccharalis* foram: população inicial, duração do ciclo de vida, quantidade de prole/fêmea, razão sexual, fertilidade e taxa de morte aleatória.

Para a *duração do ciclo de vida* da broca foi considerado 70 dias, de acordo com o trabalho da pesquisadora Dinardo-Miranda (2008). Na variável *prole/fêmea* foi utilizado um número de 60 indivíduos com desvio padrão de 20, ou seja, podendo variar de 40 a 80. Alguns estudos (PINTO et al., 2009; BOTELHO; MACEDO, 2002; DINARDO-MIRANDA, 2008) indicam que uma fêmea coloca de 300 a 600 ovos durante seu ciclo de vida. De acordo com Arrigoni (1989) estes ovos possuem 87% de viabilidade. Dinardo-Miranda (2008) ainda ressalta que 80% dos ovos sofrem um controle natural e para Botelho e Macedo (2002), 20% das lagartas recém-eclodidas também sofrem um controle natural. Desta forma, o esquema a seguir (Figura 21) ilustra como foi considerado o número de 60 indivíduos (DESVPAD 20) na variável *prole/fêmea*.

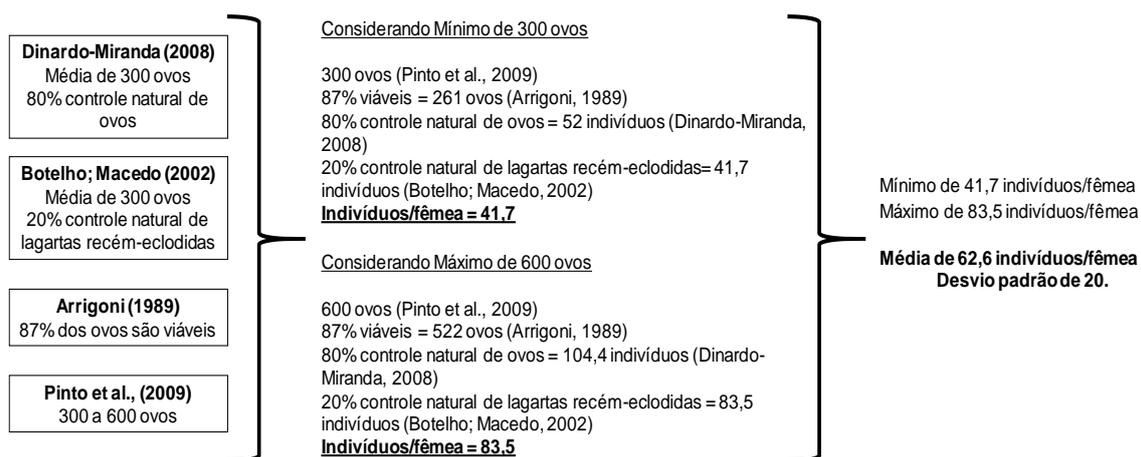


Figura 21. Memória de cálculo para o número de indivíduos considerados na variável *prole/fêmea*.

Para a determinação do *ciclo de vida de cada indivíduo* e da *prole/fêmea* foi inserido na simulação uma função de probabilidade de distribuição normal para proporcionar um fator de casualidade, permitindo, em um mesmo instante, indivíduos com diferentes expectativas de vida e quantidade de prole.

Os valores considerados foram: *razão sexual* 50% (LOPES et al., 2015), *fertilidade das fêmeas* de 100% (LIMA, 2011) e *taxa de morte aleatória* 3% ao dia, a escolha foi realizada por sorteio, através de uma distribuição uniforme.

O fluxograma apresentado na Figura 22 foi construído para exemplificar o processo de simulação do crescimento populacional de *D. saccharalis*. Partindo de um indivíduo da população inicial  $P(t)$  em  $t = 0$  dado em dias. Observa-se que há condições fundamentais para que ocorra a continuação do ciclo de reprodução da espécie, neste caso o indivíduo da *D. saccharalis* precisa necessariamente ser fêmea, fértil e estar em seu último dia de vida.

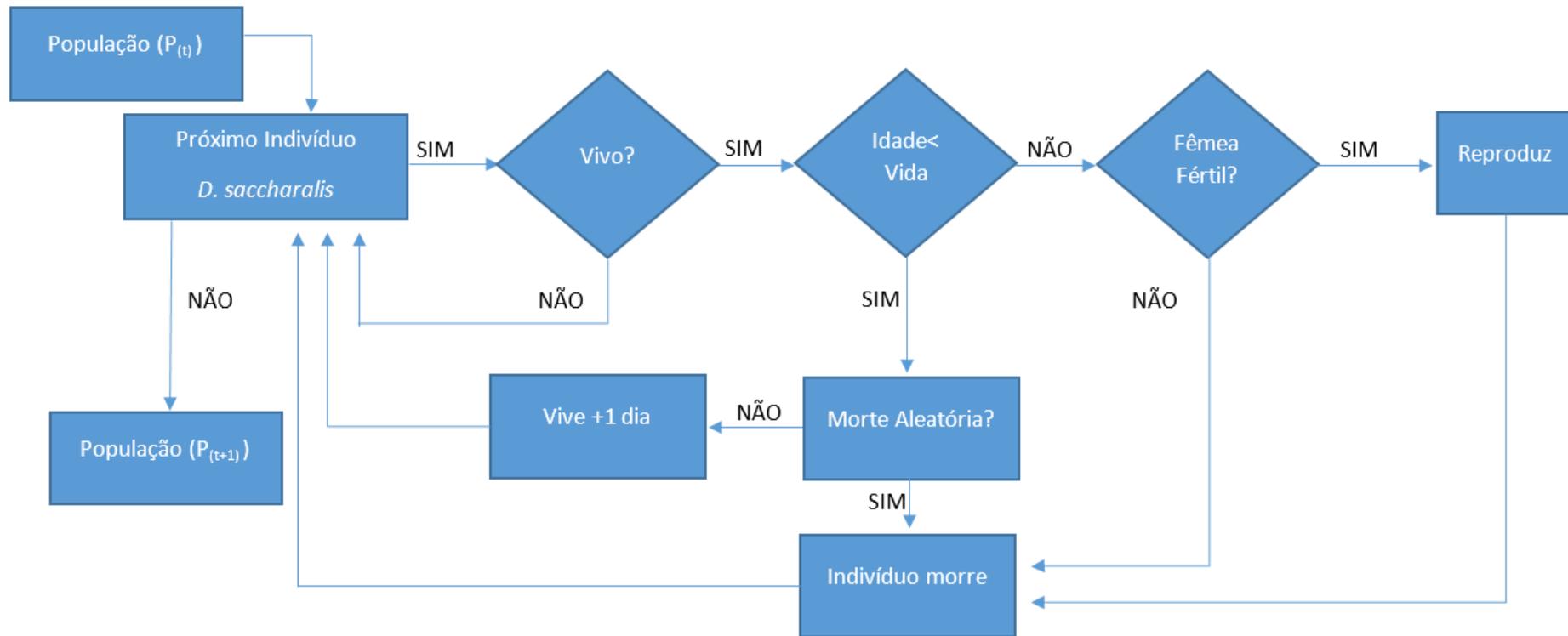


Figura 22. Fluxograma da lógica para a simulação da dinâmica populacional de *D. saccharalis* em um instante de tempo  $t$ .

Os mesmos parâmetros (*população inicial; duração do ciclo de vida; quantidade de prole/fêmea; razão sexual; fertilidade; e taxa de morte aleatória*) foram considerados para a simulação da dinâmica populacional de *C. flavipes*.

Para a *duração do ciclo de vida* foi considerado 24 dias com desvio padrão de 4, ou seja, variando de 20 a 28 dias (DINARDO-MIRANDA, 2008). Na variável *prole/fêmea* foi utilizado um número de 28 indivíduos com desvio padrão de 19, ou seja, podendo variar de 9 a 47 (LV et al., 2011).

Igualmente à população da praga, a determinação da variável *ciclo de vida* de cada indivíduo e *prole/fêmea* de *C. flavipes* foi dada pela função de probabilidade de distribuição normal. Já a *razão sexual* de 32% (LV et al., 2011), *fertilidade das fêmeas* de 99% e *taxa de morte aleatória* 5% ao dia foram atribuídas através de sorteio por distribuição uniforme.

Além desses parâmetros, a presença de *D. saccharalis* e o encontro das duas espécies é determinante para que haja o parasitismo e a continuação do ciclo de reprodução do parasitoide. A taxa de parasitismo considerada foi realizada de acordo com a metodologia de Wiedenmann e Smith (1993), a qual dependente da relação de proporção entre as populações, representada pela fórmula  $P_p = P_f * D/C$ , onde  $P_p$  é a taxa de parasitismo proporcional;  $P_f$  é taxa de parasitismo fixo ou de quando as populações são iguais;  $C$  é a população de *C. flavipes* e  $D$  é a população de *D. saccharalis*. Desta forma, quanto maior a população da praga em relação à população do inimigo natural, maior será a taxa de parasitismo.

Também foi considerado que uma fêmea de *C. flavipes* é capaz de parasitar apenas um indivíduo de *D. saccharalis*, dando origem a novos parasitoides, conseqüentemente os indivíduos não parasitados darão continuidade ao ciclo de vida da praga.

As interações para a simulação do crescimento populacional de *C. flavipes* foram exemplificadas em forma de fluxograma (Figura 23). Partindo de um indivíduo da população inicial  $P(t)$  em  $t=0$  dado em dias. Para *C. flavipes* a condição fundamental para a continuação do ciclo da espécie é o encontro com um indivíduo *D. saccharalis* (taxa de parasitismo). Atendida essa condição, o indivíduo de *C. flavipes* ainda precisa ser fêmea, fértil e estar em seu último dia de vida. Desta forma, cada indivíduo de *D. saccharalis* parasitada dará origem a mais indivíduos de *C. flavipes*.

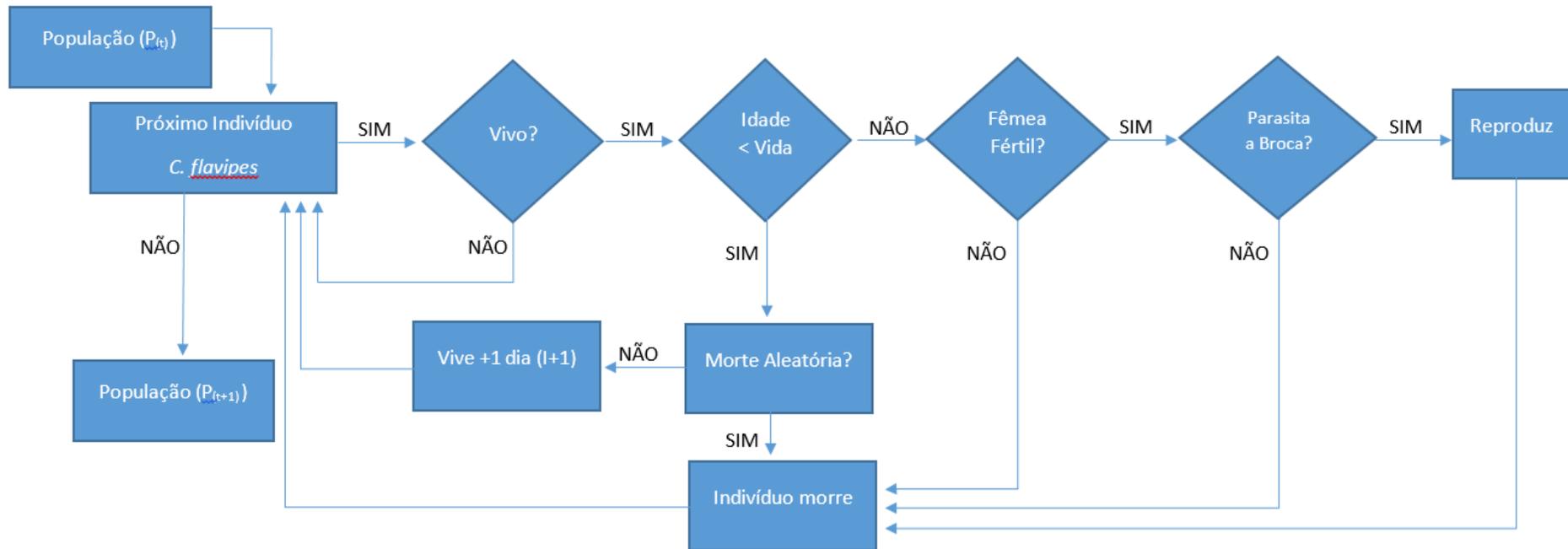


Figura 23. Fluxograma da lógica para a simulação da dinâmica populacional de *C. flavipes* em um instante de tempo  $t$ .

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir da programação para simulação do crescimento populacional<sup>1</sup>, foi possível avaliar o comportamento populacional de ambas as populações e sua interação através de diferentes cenários, ou seja, parametrizando as características tais como, a taxa de morte aleatória, população inicial, taxa de parasitismo, expectativa de vida, prole etc.

Partindo de uma população inicial de 2.500 indivíduos de *D. saccharalis* e com uma taxa de morte aleatória de 3% ao dia, foi realizada a simulação da evolução populacional (Figura 24a). Nesta simulação destaca-se as oscilações ao longo do tempo. Elas ocorrem, pois, neste momento, próximo ao final do ciclo de desenvolvimento da praga há uma quantidade maior de indivíduos morrendo do que nascendo. O declínio no tamanho da população é interrompido quando os indivíduos adultos dão origem a uma nova geração.

As oscilações não são uma característica da dinâmica populacional de *D. saccharalis* feita pelo modelo matemático de equações diferenciais (Figura 24b). Essa diferença ocorre, pois, a simulação é discreta, ou seja, os resultados são apresentados diariamente (tempo pré-definido) e o modelo matemático é contínuo, apresentando, por exemplo, nascimento e morte parciais de indivíduos continuamente no tempo (AGUIRRE, 2007). Apesar dessa diferença, a simulação e o modelo matemático representam o crescimento exponencial da população da praga, indicando que o modelo proposto tem a capacidade de representar a evolução populacional de *D. saccharalis*.

<sup>1</sup> A programação da lógica para simulação do crescimento populacional foi desenvolvida pelo Ms. Rubens G. B. de Souza, doutorando do Programa de Física da UFSCar.

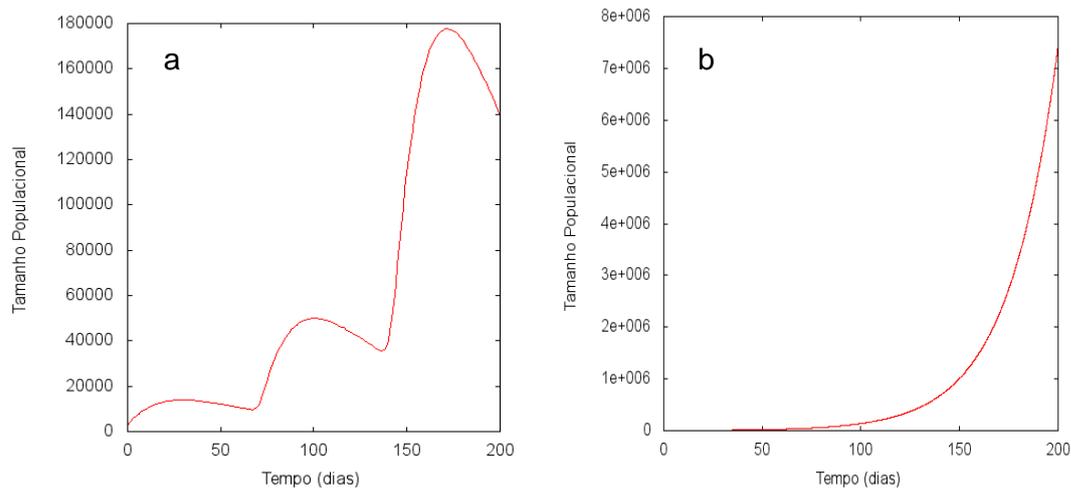


Figura 24. Representação da dinâmica populacional de *D. saccharalis* através de (a) simulação computacional e (b) modelo matemático de equações diferenciais.

Mesmo com essa relação entre simulação e modelo, ainda fica a dúvida quanto à capacidade das simulações em representar as mesmas tendências que ocorrem em áreas de cultivo de cana-de-açúcar.

Em experimento de campo realizado entre 2002 a 2003 por Conti (2012), foi avaliada a dinâmica populacional de *D. saccharalis* sem a interferência do controle da praga, seja ele por inserção de inimigos naturais ou aplicação de defensivos agrícolas. Os resultados apresentados pelo autor (Figura 25) foram separados por diferentes formas biológicas (adultos machos, lagartas pequenas, lagartas grandes e pupas), sendo que para cada uma dessas formas a metodologia de levantamento e amostragem são específicas. Fazendo a soma da quantidade de indivíduos presente no campo, independente da fase de vida, também será possível traçar uma tendência de crescimento exponencial da praga, validando o comportamento encontrado na simulação e no modelo matemático apresentados nas Figuras 24a e 24b, respectivamente.

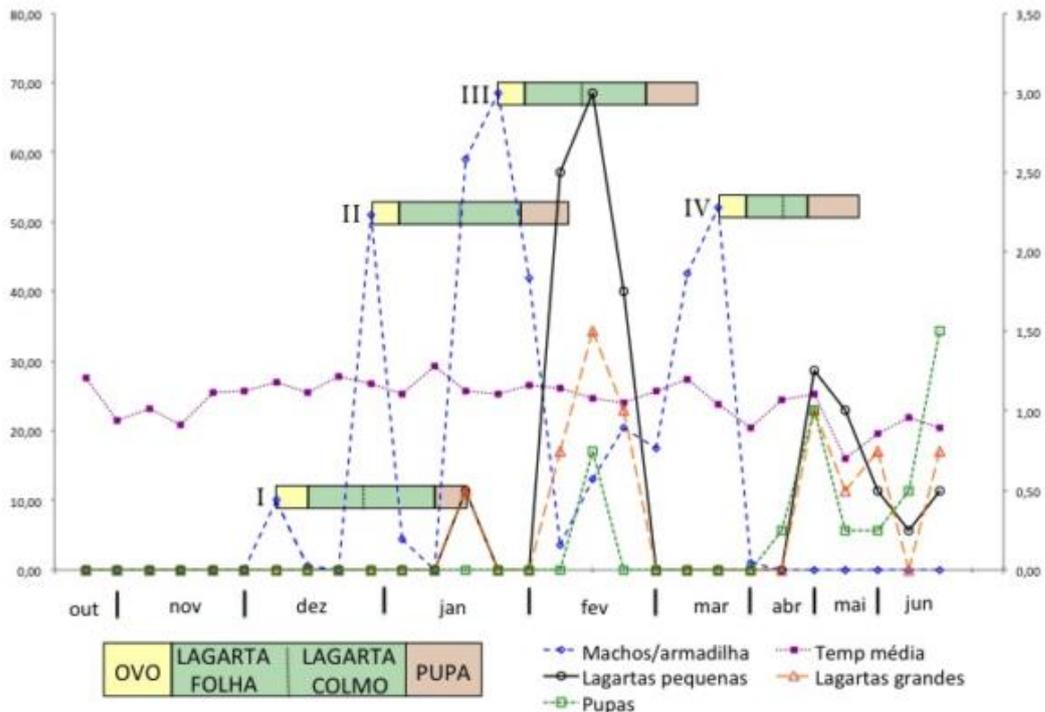


Figura 25. Dinâmica populacional e previsão de ocorrência de *D. saccharalis* em cana-de-açúcar no município de Rio Brillante (MS), no ano de 2002 e 2003, com base em exigências térmicas. Fonte: Conti (2012).

Outra forma encontrada para validar as simulações com os dados apresentados por Conti (2012), foi comparando a população de adultos, chamada por ele de machos. Neste caso, foi feita uma nova simulação com população inicial de 50 indivíduos de *D. saccharalis* sem interação com o parasitoide e a figura 26 representa apenas os indivíduos adultos presente.

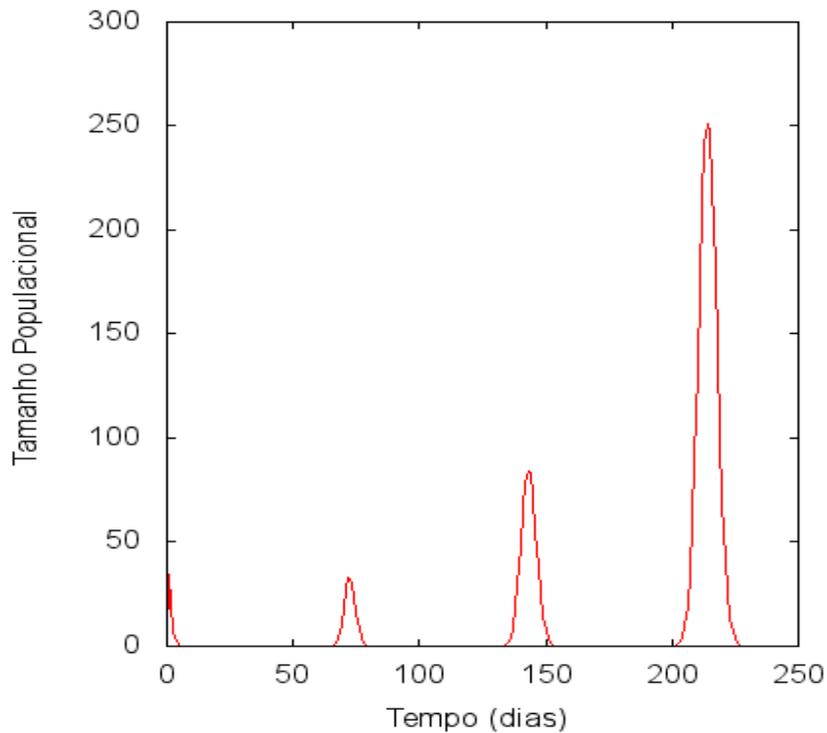


Figura 26. Simulação da dinâmica populacional de adultos de *D. saccharalis*, considerando uma população inicial de 50 indivíduos sem a presença do parasitoide.

Fazendo um comparativo entre os dados de campo e a simulação, nas Figuras 25 e 26 respectivamente, é notória a semelhança no aumento de adultos com o passar das gerações, na ocorrência dos picos de adultos em final e início de um novo ciclo populacional e também no aumento da base em cada um dos picos. Sendo assim, pode-se dizer que a simulação e o modelo proposto representam a evolução populacional de *D. saccharalis* podendo ser utilizado para análises comportamentais. No estudo de Ambrosano et al. (1996), foram realizadas simulações da dinâmica populacional de *D. saccharalis* nos diversos estágios de desenvolvimento. Os resultados indicaram que a tendência é ter picos mais elevados com o passar do tempo.

As relações entre a simulação e modelo matemático também são observadas nas Figuras 27a e 27b, que apresentam a evolução populacional de *C. flavipes* na ausência da praga através da simulação e do modelo matemático, respectivamente. Como a reprodução do

parasitoide é totalmente dependente da presença da praga para que ocorra o parasitismo, os comportamentos das Figuras 27a e 27b indicam que tanto a simulação quanto o modelo matemático, representam essa dependência e em ambos os casos, a população de *C. flavipes* inserida irá morrer em um curto período por não haver a presença de *D. saccharalis*.

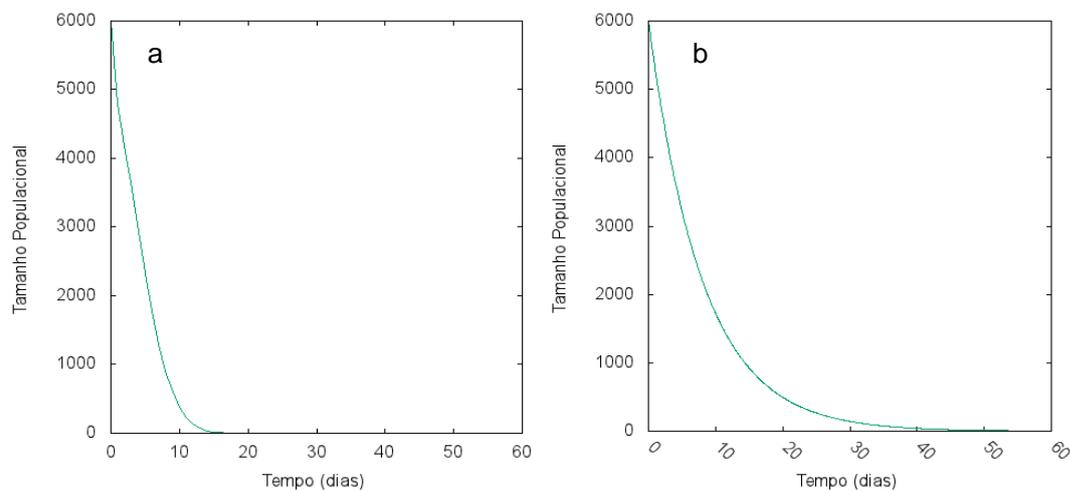


Figura 27. Evolução populacional de *C. flavipes* através de (a) simulação computacional e (b) modelo matemático de equações diferenciais.

Após a análise individual da evolução populacional dos dois insetos estudados pelo presente trabalho, o próximo passo foi analisar a interação entre elas. Uma das principais características é a dependência entre as populações intrínsecas no modelo Lotka-Volterra (Figura 29) que também pode ser observada na simulação (Figura 28), destacando que os picos e declínios populacionais de *C. flavipes* ocorrem logo após aos de *D. saccharalis*. Essa característica indica que o modelo está respondendo conforme o esperado para a interação entre as populações.

Após essa comparação entre a simulação computacional e o modelo matemático, indicando semelhantes resultados, pode-se afirmar que as simulações, além de validar o modelo proposto, também possuem uma relevante contribuição para descrever o comportamento populacional de *D. saccharalis* e sua interação como o inimigo natural *C. flavipes*.

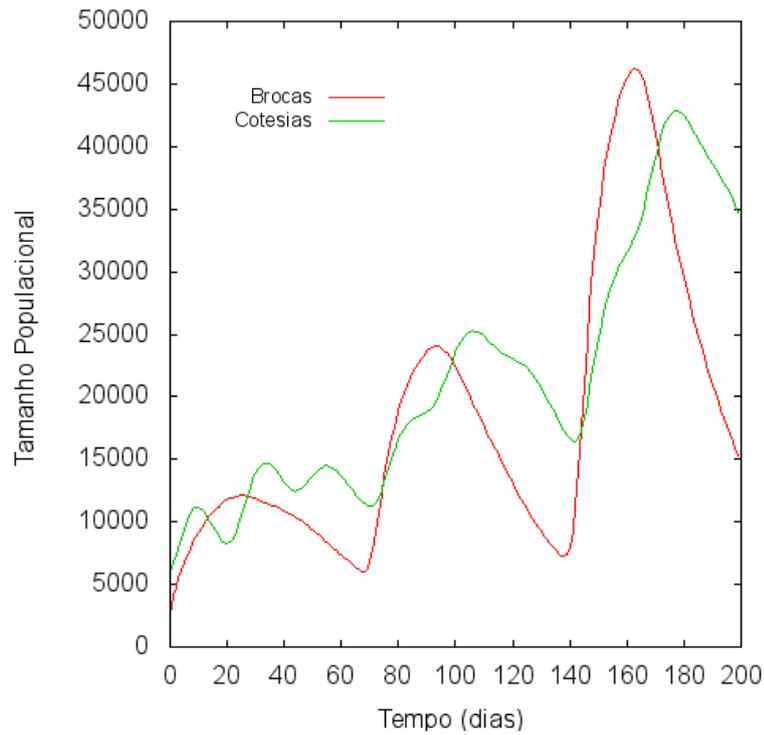


Figura 28. Interação entre as populações de *D. saccharalis* e *C. flavipes* desenvolvida pela simulação computacional.

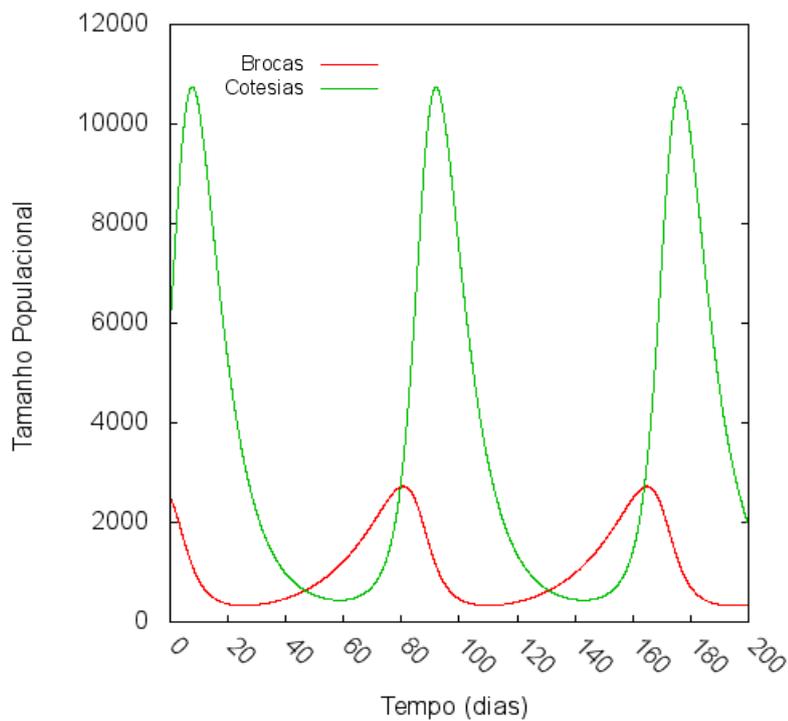


Figura 29. Interação entre populações de *D. saccharalis* e *C. flavipes* desenvolvida pelo modelo matemático de equações diferenciais.

O desvio padrão da média, gerada com 200 repetições, referente à figura 28 foi plotado na figura 30 e 31 para as populações de *D. saccharalis* e *C. flavipes*, respectivamente. É possível observar que para ambas as populações o desvio aumenta com o passar do tempo, uma vez que a função de probabilidade e dos desvios padrões inseridos nos parâmetros passam a influenciar mais fortemente os resultados. Vale ressaltar que em todas as repetições a proporção entre as duas populações foi mantida devido a especificidade do parasitoide, ou seja, dependência dele em relação à praga.

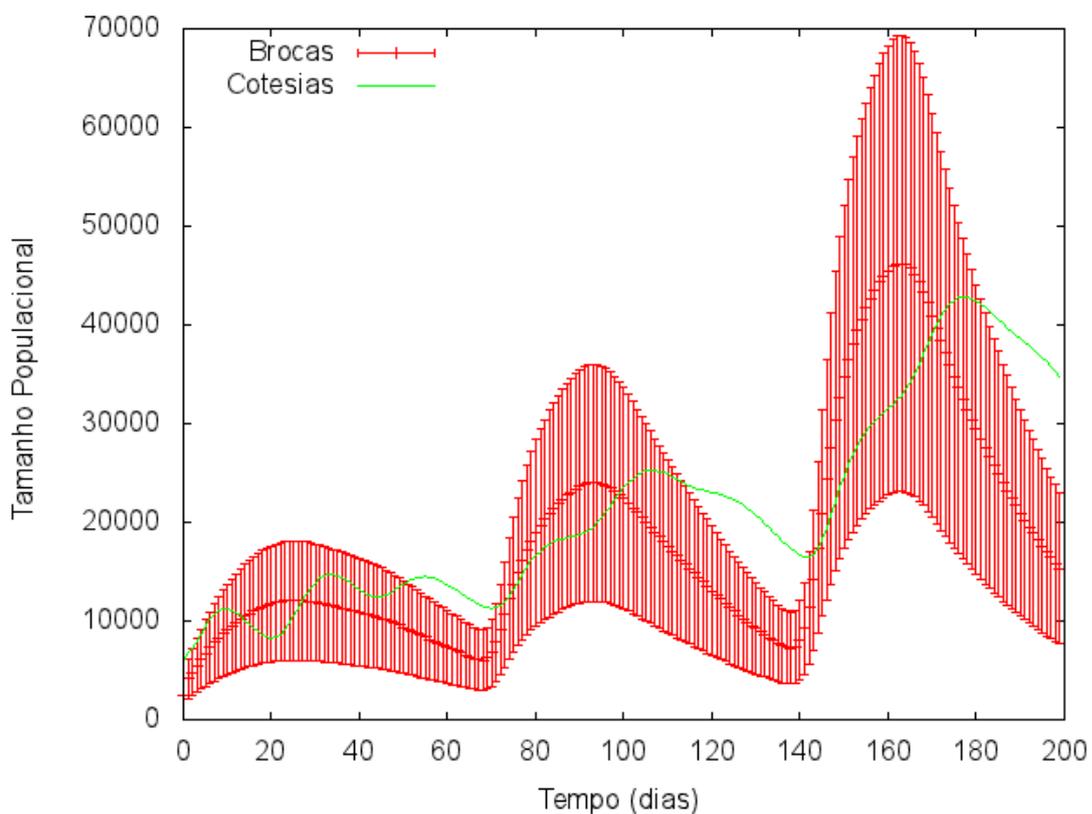


Figura 30. Desvio padrão da média da população de *D. saccharalis* em interação com a *C. flavipes*.

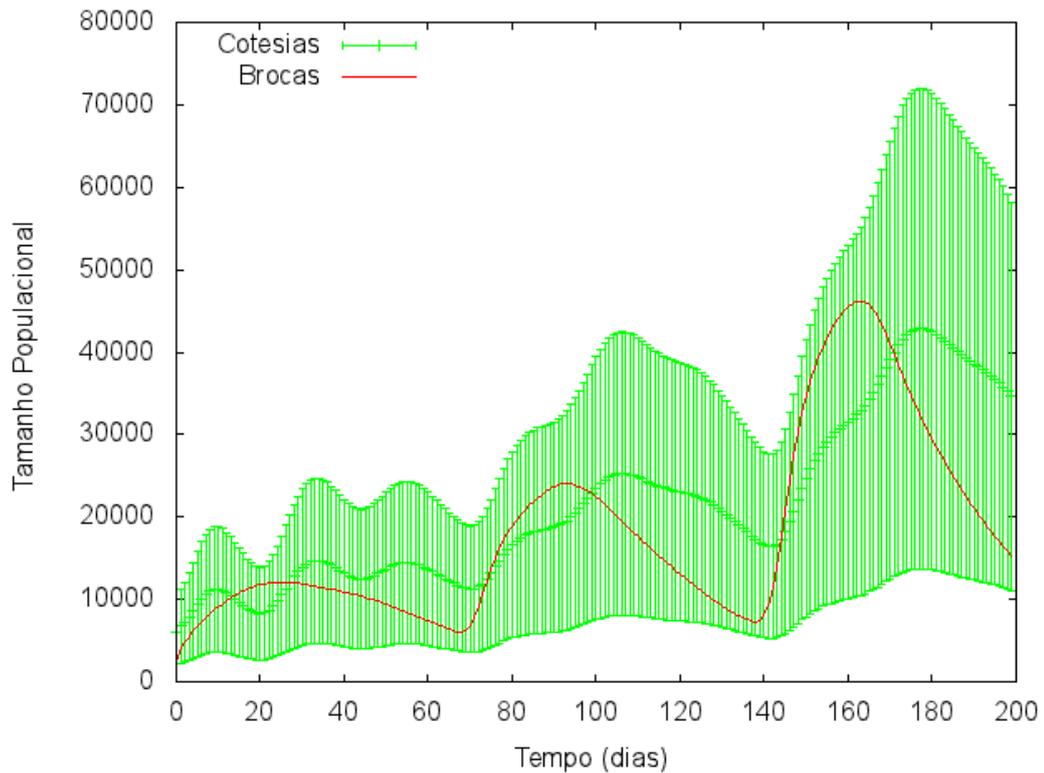


Figura 31. Desvio padrão da média da população de *C. flavipes* em interação com a *D. saccharalis*.

Partindo de uma simulação padrão (Figura 28) que considera as premissas descritas na metodologia e uma população inicial de 2.500 indivíduos da praga e 6.000 do parasitoide, taxa de morte ao dia 3% para *D. saccharalis* e 5% para *C. flavipes* e taxa de parasitismo proporcional em 25%, foram criados diferentes cenários para analisar a dinâmica populacional da praga.

Primeiramente, foi avaliado o efeito da população inicial na evolução de *D. saccharalis*. Para tanto, foram comparados os cenários para uma população inicial da praga de 1.000, 2.500, 4.500, 6.000 e 7.500 indivíduos, representados na Figura 32. Nesta situação, é possível ver o crescimento populacional diretamente relacionado com a quantidade de indivíduos no início do desenvolvimento da praga.

A média de indivíduos ao longo dos duzentos dias é de 6.821 e 58.264 para a população inicial de 1.000 e 7.500, respectivamente, atingindo neste último, um pico de mais de 140 mil, mesmo com a presença do parasitoide *C. flavipes*. Para os mesmos cenários, percebe-se um

aumento considerável na população do parasitoide, mas, insuficiente para conter consideravelmente o crescimento populacional da praga (Figura 33). Ainda vale ressaltar que para a população inicial de 1.000, nível de controle recomendado por Arrigoni (2005), os 6.000 indivíduos do parasitoide foram capazes de conter a explosão da praga.

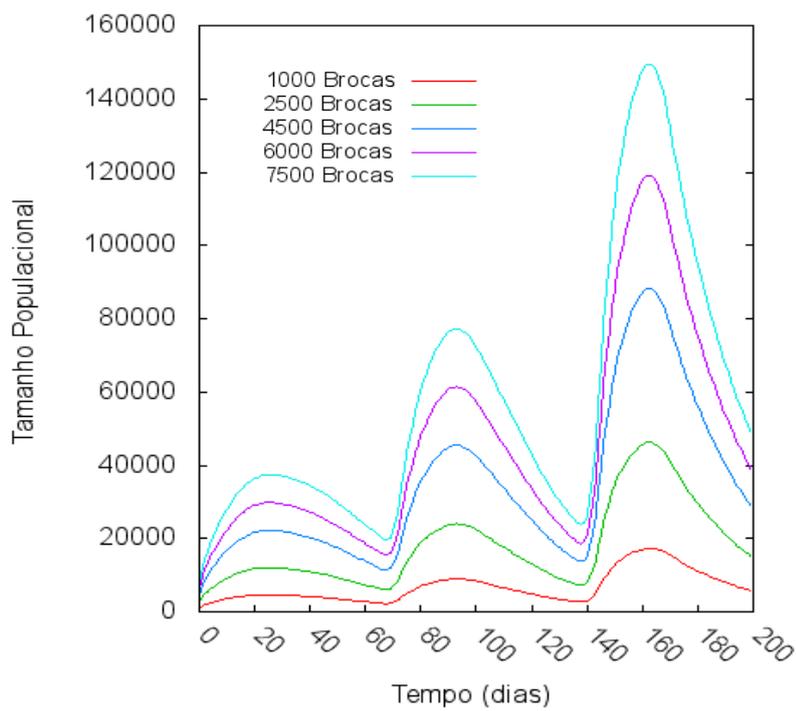


Figura 32. Comparativo da dinâmica populacional de *D. saccharalis* com população inicial de 1.000, 2.500, 4.500, 6.000 e 7.500 indivíduos.

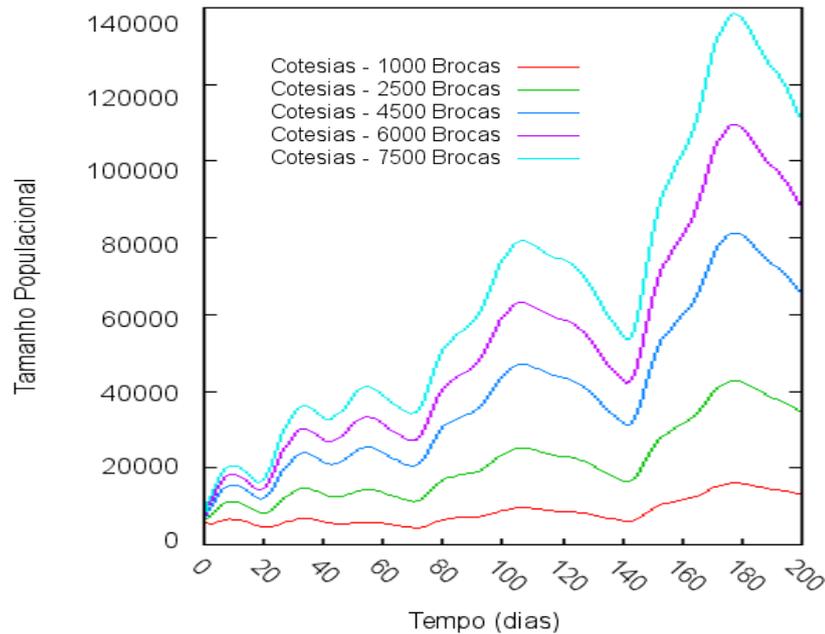


Figura 33. Comparativo da dinâmica populacional de *C. flavipes* com população inicial de *D. saccharalis* em 1.000, 2.500, 4.500, 6.000 e 7.500 indivíduos.

Outros cenários foram simulados mantendo a população inicial da praga em 1.000 indivíduos e alterando a população do parasitoide. A Figura 34 apresenta a dinâmica populacional de *D. saccharalis* nesses novos cenários, destacando o fato de não haver melhorias significativas no controle da praga, mesmo quadriplicando o número de parasitoides inseridos. Isso ocorre, principalmente, devido a taxa de parasitismo ser dependente da relação de proporção entre as populações e, neste caso, muitos indivíduos de *C. flavipes* ficarão sem parasitar já que a população da praga é baixa em relação aos 24.000 indivíduos.

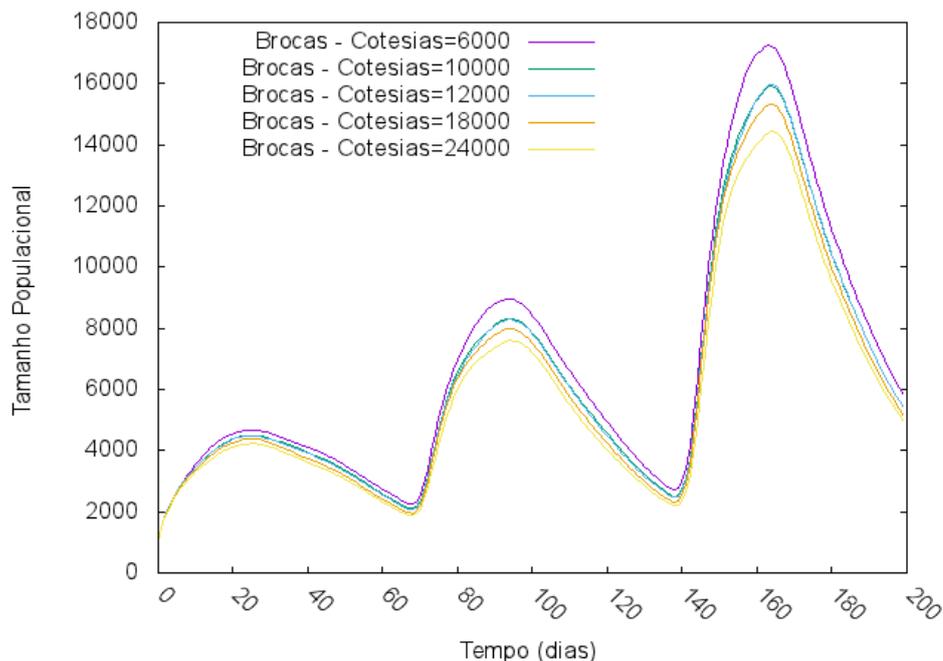


Figura 34. Comparativo da dinâmica populacional de *D. saccharalis* com população inicial de *C. flavipes* variando em 6.000, 10.000, 12.000, 18.000 e 24.000 indivíduos.

A taxa de morte por fatores aleatórios que pode ocorrer devido a condições ambientais desfavoráveis ao desenvolvimento dos insetos e também a presença de outros inimigos naturais presentes no ambiente foi um dos fatores mais sensíveis nas simulações. As Figura 35 e 36 retratam o crescimento populacional da praga em diferentes taxas de morte diária para população de *D. saccharalis* e de *C. flavipes*, respectivamente. Na Figura 35 observa-se que quanto maior a taxa de morte da broca por fatores aleatórios menor será o seu crescimento ao longo do tempo, indicando, que o ambiente e a presença de outros inimigos naturais influenciam no crescimento populacional de *D. saccharalis*. Alguns autores (MELO; PARRA, 1988; PORTELA et al., 2010) identificam as condições climáticas como um fator limitante ao desenvolvimento da praga. De acordo com Portela (2008), a temperatura é um dos fatores ambientais mais importantes que interfere no desenvolvimento dos insetos. Neste sentido, além do ambiente ser um fator de influência direta, a presença de outros inimigos também interfere nas simulações. Para Nakano et al. (2002), o

fator chave que evita o crescimento populacional da broca é a eliminação dos ovos de *D. saccharalis* por meio da principal espécie predadora, o parasitoide *T. galloi*. No estudo de Cruz (2007), muitos inimigos naturais influenciam no crescimento populacional da broca, dentre eles as formigas, particularmente do gênero *Solenopsis*, são relatadas como importantes predadores, por serem encontradas em maiores densidades na cultura de cana-de-açúcar.

Na Figura 36 é possível observar que o crescimento da praga é potencializado com o aumento da taxa de morte da *C. flavipes*, demonstrando que o sucesso no controle de *D. saccharalis* depende muito mais da qualidade do inimigo natural do que na quantidade de indivíduos liberados. Destaca-se então, a importância da procedência do parasitoide e também testes de qualidades para medir a taxa de morte do material.

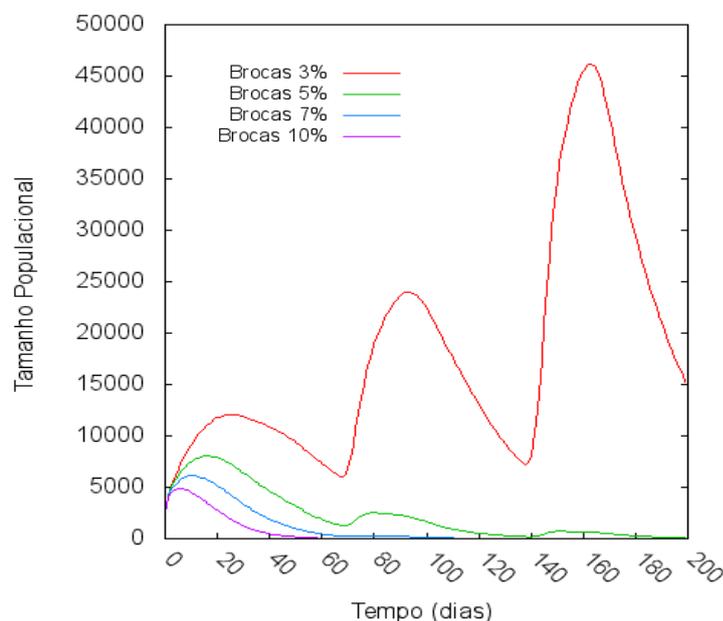


Figura 35. Comparativo da dinâmica populacional de *D. saccharalis* com taxas de morte aleatória de 3%, 5%, 7% e 10% ao dia.

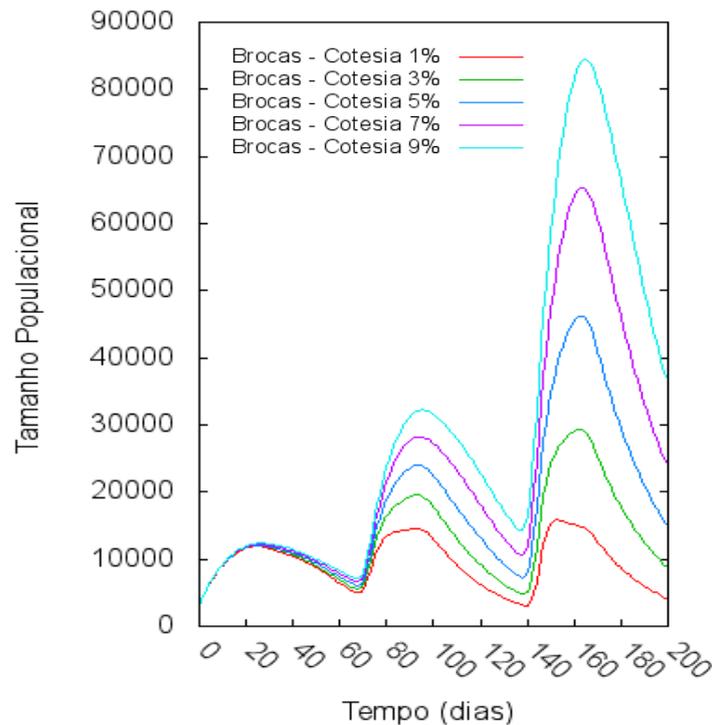


Figura 36. Comparativo da dinâmica populacional de *D. saccharalis* com taxas de morte aleatória dos indivíduos de *C. flavipes* de 1%, 3%, 5%, 7% e 9% ao dia.

Neste sentido, vale ressaltar que Van Lenteren (2002) escreveu um livro para abordar sobre o controle de qualidade de artrópodes criados massalmente. Esta obra resultou em uma série de diretrizes que compreenderam características relativamente fáceis de serem determinadas num laboratório como, por exemplo: emergência, razão sexual, longevidade, fecundidade, tamanho do adulto e taxa de predação/parasitismo. Para Vacari et al. (2012), a qualidade dos insetos produzidos em larga escala está relacionada à dieta de preferência do hospedeiro. Segundo Parra (2002), o controle de qualidade de *C. flavipes* deve ser feito, baseando-se no vigor e aspecto das massas (casulos), na agressividade (mobilidade) e razão sexual.

Em geral, a maioria dos laboratórios de criação massal monitora a qualidade dos insetos utilizando parâmetros biológicos, como fecundidade, viabilidade, emergência e razão sexual (VACARI et al., 2012).

Diferentes cenários também foram simulados alterando a taxa de parasitismo proporcional para comparar o efeito desse fator no comportamento populacional de *D. saccharalis*. Essas simulações estão representadas na Figura 37, indicando que o aumento da taxa de parasitismo diminui o crescimento populacional da broca. O parasitismo indica a eficiência da *C. flavipes* em encontrar e parasitar os indivíduos de *D. saccharalis* e, portanto, também está diretamente ligado a qualidade do parasitoide. Para Parra et al. (2002), um dos fatores que determinam a eficiência de um parasitoide é sua capacidade de busca e parasitismo em campo que, de acordo com Hohmann e Luck (2004), tem implicações importantes para o sucesso reprodutivo de seu hospedeiro.

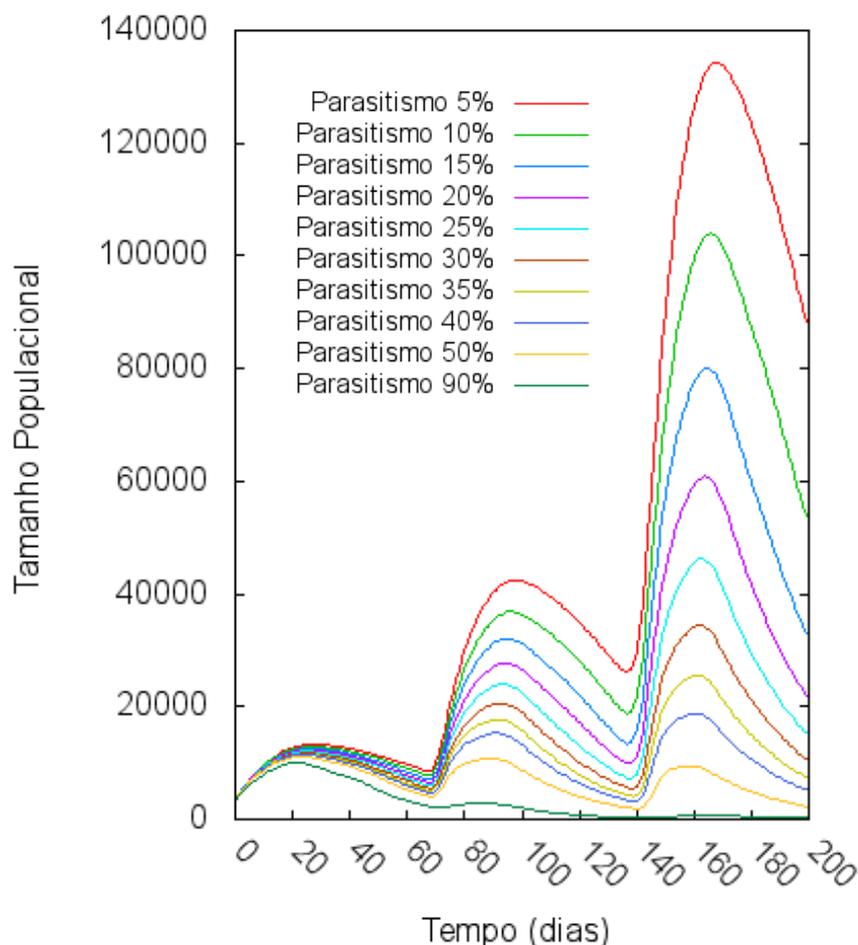


Figura 37. Comparativo da dinâmica populacional de *D. saccharalis* com taxas de parasitismo proporcional de 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, 30%, 35%, 40%, 50% e 90%.

## CONCLUSÃO

A soltura do parasitoide *C. flavipes* para o controle biológico da praga da cana-de-açúcar *D. saccharalis* é amplamente utilizado no Brasil por ser comprovadamente eficiente. Portanto, conhecer a dinâmica entre as duas populações através da modelagem matemática e simulações computacionais podem contribuir significativamente para o sucesso do controle da praga.

Essa dinâmica foi representada pelo modelo de interação populacional presa-predador proposto por Lotka-Volterra. O modelo, relativamente simplificado e composto por duas equações diferenciais, foi validado numericamente pela simulação computacional e descreveu as principais relações do crescimento populacional da praga e da interferência do inimigo natural. Desta forma, considerando os dados encontrados em levantamentos bibliográficos sobre o comportamento biológico e os métodos de resolução e análise de sistemas, foi obtido os parâmetros  $r$ ,  $\alpha$ ,  $d$  e  $\beta$  do modelo.

A simulação computacional desenvolvida indicou as variáveis *taxa de morte*, *parasitismo* e *população inicial da broca* como as principais influenciadoras da interação entre as populações. Por meio do modelo observou-se que o aumento da quantidade de parasitoides liberados (6.000, 12.000 e 18.000) promoveu uma maior redução populacional da praga a curto prazo, conseqüentemente, proporcionando redução das perdas quando a interação ocorrer no final do ciclo de desenvolvimento da cana-de-açúcar. Entretanto, em virtude do aumento da amplitude do ciclo de estabilidade do sistema, as perdas serão maiores caso essa soltura ocorra no início do desenvolvimento da cultura, indicando a necessidade de novas liberações do parasitoide nessa situação.

As situações de equilíbrio e os cenários são fortemente influenciados pelos coeficientes do modelo, assim como as variáveis consideradas na simulação computacional alteram a dinâmica da interação. Portanto, levando em consideração a variabilidade das informações bibliográficas é

de extrema importância que os coeficientes e variáveis sejam melhores estudados e ajustados para a situação específica do produtor.

A simulação computacional e o modelo matemático permitiram um maior entendimento da interação populacional entre *D. saccharalis* e *C. flavipes*, contribuindo para o manejo da praga nos canaviais através dos seguintes pontos:

1. As estratégias de controle devem ser montadas considerando a interação populacional em conjunto com o ciclo de desenvolvimento da cultura;
2. Uso de outras alternativas de controle como fungos entomopatogênicos, parasitoide de ovos e defensivos agrícolas, em conjunto com a *C. flavipes*, podem proporcionar maior eficiência de controle e menor custo em algumas situações;
3. Busca por outras alternativas que contribuam para a redução da taxa de reprodução da praga são importantes, como por exemplos uso armadilhas com intuito de controlar a população e não apenas amostragens e a tecnologia de machos estéreis seriam duas opções;
4. Permite determinar intervalos de solturas de parasitoides; e
5. Demonstra a importância do controle de qualidade do parasitoide que está sendo adquirido para o controle da praga.

## REFERÊNCIAS

AGROLINK. Broca da cana (*Diatraea saccharalis*). 2016. Disponível em: <[http://www.agrolink.com.br/culturas/arroz/broca-do-colmo\\_375.html](http://www.agrolink.com.br/culturas/arroz/broca-do-colmo_375.html)>.

Acesso em: 08 ago. 2016.

AGUIRRE, L.A. **Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais**. 3. ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2007, 730 p.

ALMEIDA, L.C.; STINGEL, E. **Curso de monitoramento e controle de pragas da cana-de-açúcar**. Piracicaba: Centro de Tecnologia Canavieira, 2005. 32 p.

ALVES, R.T.; CARVALHO, G.S. Primeiro registro das espécies de cigarrinhas-da-raiz da cana-de-açúcar *Mahanarva spectabilis* (Distant) e *Mahanarva liturata* (Le Peletier & Serville) atacando canaviais na região de Goianésia (GO), Brasil. **Arq. Inst. Biol.**, v. 81, n. 1, p. 83-85, 2014.

AMBROSANO, G.M.B., STIMAC, J.L., NETO, S.S. et al. Modelo matemático para simulação do controle biológico da broca-da-cana com o parasitoide *Trichogramma galloi*: I. Modelos conceituais. **Bragantia**, v. 55, n. 2, p. 371-382, 1996.

ANGELOCCI, L.V. **Modelos Matemáticos e Computacionais no Manejo Integrado de Pragas**. 2013. 29 f. Monografia (Bacharel em Física Médica). Instituto de Biociências da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Botucatu-SP, 2013.

APREUTESEI, N.C. An optimal control problem for a prey–predator system with a general functional response. **Applied Mathematics Letters**, v. 22, n. 1, p. 1062–1065, 2009.

ARAÚJO, J. R.; BOTELHO, P. S. M.; CAMPOS, H.; et al. Influência do número de *Apanteles flavipes* na eficiência de controle da broca da cana-de-açúcar, *Diatraea saccharalis*. **Cadernos Planalsucar**, v. 1, n. 1, p. 12-21, 1984.

ARRIGONI, E. de B. Broca da cana-de-açúcar: importância econômica e situação atual. In: ARRIGONI, E. de B.; DINARDO-MIRANDA, L.L.;

ROSSETO, R. **Pragas da cana-de-açúcar**: Importância econômica e enfoques atuais. Piracicaba: Stab, 2002, p. 1-4.

ARRIGONI, E. de B. Estudos sobre resistência da cana à broca em telado – V. **Boletim Técnico Copersucar**, v.48, n. 1, p.25-31, 1989.

ARRIGONI, E. de B. **Uso de defensivos agrícolas na cultura de cana-de-açúcar**. Relatório para a ÚNICA, Piracicaba, CTC, 2005.

ARRUDA, L.A. de, LEITE, R. da C.; TONQUELSKI, G.V. et al. Eficiência do parasitismo de três espécies de *Trichogramma* (*T. galloi*, *T. atopovirilia* e *T. bruni*) sobre ovos da praga *Diatraea saccharalis*. **Gl. Sci Technol**, v. 7, n. 3, p. 67-75, set/dez. 2014.

ATHITHAN, S.; GHOSH, M. Stability Analysis and Optimal Control of a Malaria Model with Larvivorous Fish as Biological Control Agent. **Appl. Math. Inf. Sci.**, v. 9, n. 4, p. 1893-1913, 2015.

BATTEL, A.P.M.B.; MORAL, R.A.; GODOY, W.A.C. Modelos matemáticos predador-presa e aplicações ao manejo integrado de pragas. **Oecol. Aust.**, v. 16, n. 1, p. 43-62, 2012.

BENEDINI, M.S.; ARRIGONI, E. de B. Manejo integrado de pragas de solo na cana-de-açúcar. **Revista Coplana**, v.1, n.1, p. 19-21, 2008.

BESSA, G.R. Teoria da estabilidade de equações diferenciais ordinárias e aplicações modelo presa-predador e competição entre espécies. 2011. 95 f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro-SP, 2011.

BOIÇA JUNIOR, A.L.B; LEONELO, A.F.; JESUS, F.G. de. Dietas artificiais incorporadas ou não a colmos triturados de variedades de cana-de-açúcar na biologia de *Diatraea saccharalis* (F.) (Lepidoptera: Crambidae). **Semina: Ciências Agrárias**, v. 32, n. 1, p. 39-48, 2011.

BOTELHO, A.A.A.; MONTEIRO, A.C. Sensibilidade de fungos entomopatogênicos a agroquímicos usados no manejo da cana-de-açúcar. **Bragantia**, v. 70, n. 2, p.361-369, 2011.

BOTELHO, P.S.M.; MACEDO, N. *Cotesia flavipes* para o controle de *Diatraea saccharalis*. In: PARRA, J.R.P.; BOTELHO, P.S.M.; CORRÊA-FERREIRA, B.S.; BENTO, J.M.S. **Controle biológico no Brasil: parasitóides e predadores**. [S.l.: s.n.]. Barueri: Manole, 2002. p. 409-425.

BOTELHO, P.S.M.; MACEDO, N.; MENDES, A.C. Aspects of the population dynamics of *Apanteles flavipes* (Cameron) and support capacity of its host *Diatraea saccharalis* (Fabr.). In: CONGRESS OF THE INTERNATIONAL SOCIETY OF SUGAR CANE TECHNOLOGISTS, 17., 1980, Manila, Philippines. **Anais...** Proceedings: ISSCT, 1980. p.1736-1745.

BOTELHO, P.S.M.; PARRA, J.R.P.; MAGRINI, E.A. et al. Efeito do número de liberações de *Trichogramma galloi* (Zucchi, 1988) no parasitismo de ovos de *Diatraea saccharalis* (Fabr., 1794). **Sci. Agric.**, v. 52, n. 1, p. 65-69, 1995.

CAMARGO, L.A.; MARQUES JÚNIOR, J.; PEREIRA, G.T. Spatial variability of physical attributes of an Alfisol under different hillslope curvatures. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, v. 34, n. 1, p. 617-630, 2010.

CAMPOS, M.B.S; MACEDO, N. Cana-de-açúcar - ampliando campo de ataque. **Cultivar: Grandes Culturas**, v. 6, n. 68, p. 23-26, 2004.

CAMPOS-FARINHA, A.E.C. **Biologia reprodutiva de *C. flavipes* (Hymenoptera: Braconidae)**. 1996. 97 f. Tese (Doutorado em Ciências Biológicas - Zoologia) - Instituto de Biociências, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1996.

CANAONLINE. **Consagrada no controle de pragas em cana, a *Cotesia* será tema de cases de sucesso no 12º Insectshow**. 2016. Disponível em: <<http://www.canaonline.com.br/conteudo/consagrada-no-controle-de-pragas-em-cana-a-cotesia-sera-tema-de-cases-de-sucesso-no12-insectshow.html#.V72d5pgrLIU>>. Acesso em: 25 ago. 2016.

CAPINERA, J.L. **Sugarcane Borer, *Diatraea saccharalis*** (Fabricius) (Insecta: Lepidoptera: Pyralidae). Florida: University of Florida, 2013. 5 p. Disponível em: <<http://edis.ifas.ufl.edu/>>. Acesso em: 14 fev. 2015.

CHAVES JUNIOR, G.T.C. **Influência do clima na produtividade da cana-de-açúcar**. 2011. 55 f. Monografia (Graduação em Tecnologia em

Biocombustíveis) - Faculdade de Tecnologia de Araçatuba, Araçatuba, 2011.

CONAB. Companhia Nacional de Abastecimento. **Acompanhamento da Safra Brasileira de Cana-de-Açúcar**. Safra 2014/2015. Primeiro Levantamento, Brasília, 2015. 28p.

CONAB. Companhia Nacional de Abastecimento. **Acompanhamento da Safra Brasileira de Cana-de-Açúcar**. Safra 2015/2016. Quarto Levantamento, Brasília, v.2, n.4, p. 1-71, 2016.

CONCEIÇÃO, L.L.; SILVA, C.M. da. O controle biológico e suas aplicações na cultura de cana-de-açúcar. **Campo Digital**, v. 6, n. 1, p. 14-25, 2011.

CONTI, B.F. de. **Exigências térmicas e monitoramento de *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) (Lepidoptera: Crambidae), como suporte ao seu controle biológico**. 2012. 120 f. Tese (Doutorado em Ciências). Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz". Piracicaba-SP. 2012.

CORRÊA, S.T.R.; DOURADO-NETO, D.; LORENCONI, R. et al. Aplicações e limitações da modelagem em agricultura - Revisão. **Revista de Agricultura**, v. 86, n. 1, p. 1-13, 2011.

COSTA, P.F.F. da; SILVA, M.S. da; SANTOS, S.L. dos. O desenvolvimento (in)sustentável do agronegócio canavieiro. **Ciênc. Saúde Coletiva**, v. 19, n. 10, p. 3971-3980, 2014.

CRUZ, I. **A Broca da Cana-de-Açúcar, *Diatraea saccharalis*, em Milho, no Brasil**. 2007. Disponível em: <[www.cnpms.embrapa.br/publicacoes/publica/2007/circular/Circ\\_90.pdf](http://www.cnpms.embrapa.br/publicacoes/publica/2007/circular/Circ_90.pdf)>. Acesso em: 18 ago. 2012.

CRUZ, I. **Lepidoptera como Pragas de Milho**. Documentos / Embrapa Milho e Sorgo, 23p, 2010. Disponível em: <<http://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/item/31231/1/doc-111.pdf>>. Acesso em: 08 ago. 2016.

CRUZ, I. **Manual de identificação de pragas do milho e de seus principais agentes de controle biológico**. Brasília, DF: Embrapa Informação Tecnológica, 2008, 192 p.

CRUZ, I. **Pragas do Colmo** - Broca da cana-de-açúcar, *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) (Lepidoptera, Pyralidae). 2016. Disponível em: <<http://panorama.cnpms.embrapa.br/insetos-praga/identificacao/pragas-do-colmo/pragas-do-colmo-broca-da-cana-de-acucar-diatraea-saccharalis-fabricius-1794-lepidoptera-pyralidae>>. Acesso em: 04 ago 2016.

DALL'OGGIO, O.T.; ZANUNCIO, J.C.; FREITAS, F.A. et al. Himenópteros parasitoides coletados em povoamentos de *Eucalyptus grandis* e mata nativa em Ipaba, Estado de Minas Gerais. **Ciência Florestal**, v. 13, n. 1, p. 123-129, 2003.

DINARDO-MIRANDA, L.L. Pragas. In: DINARDO-MIRANDA, L.L.; VASCONCELOS, A.C.M.; LANDELL, M.G.A. **Cana-de-açúcar**. Campinas: Instituto Biológico, 2008. p. 349-404.

DINARDO-MIRANDA, L.L.; ANJOS, I.A. dos; COSTA, V.P. da et al. Resistance of sugarcane cultivars to *Diatraea saccharalis*. **Pesq. agropec. bras.**, v. 47, n. 1, p. 1-7, 2012 .

DINARDO-MIRANDA, L.L.; FRACASSO, J.V.; ANJOS, I.A. dos et al. Influência da infestação de *Diatraea saccharalis* (Fabr.) sobre parâmetros tecnológicos da cana-de-açúcar. **Bragantia**, v. 71, n. 3, p.342-345, 2012.

DINARDO-MIRANDA, L.L.; FRACASSO, J.V.; COSTA, V.P. da et al. Reação de cultivares de cana-de-açúcar à broca do colmo. **Bragantia**, v. 72, n. 1, p.29-34, 2013.

EMBRAPA. Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. **Bases do zoneamento de riscos climáticos da cana-de-açúcar no Brasil**. Campinas: Embrapa Cnptia, 2013. Disponível em: <<http://www.macroprograma1.cnptia.embrapa.br/etanol/projetos-componentes/pc4-zoneamento-e-modelagem/resultados/zoneamento-climatico/bases-do-zoneamento-de-riscos-climaticos-da-cana-de-acucar-no-brasil>>. Acesso em: 09 jul. 2015.

FAO. **Report of the first session of the FAO**. Panel of experts on integrated pest control. F.A.O. Meeting Report. No.PL/1967/M/7. Annals, Rome. 1968.

FREIRE, R.M.; PREGNOLATTO, S.; WALDER, J.M.M. et al. Modelagem matemática aplicada ao controle biológico de *Ceratitis capitata* Wiedemann (Diptera: Tephritidae) por *Diachasmimorpha longicaudata* Ashmed

(Hymenoptera: Braconidae) em Citrus. **Neotrop. Entomol.**, v. 34, n. 2, p. 281-289, 2005.

GALLO, D.; NAKANO, O.; WIENDL, F.M. et al. **Entomologia Agrícola**. [S.l.: s.n.]. Piracicaba: Agronômica Ceres. 2002. 920 p.

GARCIA, F.H.S. **Dinâmica temporal do estado fisiológico de cana-de-açúcar sob déficit hídrico**. 2015. 57 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia). Universidade Federal de Lavras. Lavras-MG. 2015.

GARCIA, J.F. **Manual de identificação de pragas**. 2016. Disponível em: <[https://www.fmcagricola.com.br/portal/manuais/pragas\\_cana/files/assets/common/downloads/publication.pdf](https://www.fmcagricola.com.br/portal/manuais/pragas_cana/files/assets/common/downloads/publication.pdf)>. Acesso em: 19 ago. 2016.

GITAHY, P. de M.; GALVÃO, P.G.; ARAÚJO, J.L.S.; BALDANI, J.I. Perspectivas biotecnológicas de *Bacillus thuringiensis* no controle biológico da broca da cana-de-açúcar *Diatraea saccharalis*. **Embrapa Agrobiologia**, v. 1, n. 1, 44p., 2006. Disponível em: <<http://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/CNPAB-2010/33986/1/doc214.pdf>>. Acesso em: 11 set. 2015.

GOH, B.S.; LEITMANN, G.; VINCENT, T.L. Optimal control of a prey-predator system. **Mathematical Biosciences**, v. 19, n.1, p. 263 – 286, 1974.

GONÇALVES, D.B. **Mar de canal, deserto verde?: dilemas do desenvolvimento sustentável na produção canavieira paulista**. 2005. 96 f. Tese (Doutorado Engenharia de Produção) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

GONÇALVES, J.R.; HOLTZ, A.M.; PRATISSOLI, D. et al. Avaliação da qualidade de *Trichogramma pretiosum* (Hymenoptera: Trichogrammatidae) em ovos de *Sitotroga cerealella* (Lepidoptera: Gelechiidae). **Acta Scientiarum**, v. 25, n. 1, p. 485-489, 2003.

GOUVÊA, J.R.F. **Mudanças climáticas e a expectativa de seus impactos na cultura da cana-de-açúcar na região de Piracicaba, SP**. 2008. 98 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia). Universidade de São Paulo. Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” Piracicaba-SP, 2008.

HENRIQUES, M.T. de M. **Produção e razão sexual de *Cotesia flavipes* (Hymenoptera: Braconidae) em lagartas de *Diatraea saccharalis* (Lepidoptera: Pyralidae) com diferentes temperaturas e alimentação.** 2007. 64 f. Dissertação (Mestrado em Meio Ambiente e Sustentabilidade) Centro Universitário de Caratinga-MG, 2007.

HOHMANN, C.L.; LUCK, R. Effect of host availability and egg load in *Trichogramma platneri* Nagarkatti (Hymenoptera: Trichogrammatidae) and its consequences on progeny quality. **Brazilian Archives of Biology and Technology**, v. 4, n. 1, p. 413- 422, 2004.

HOPPENSTEADT, F.C. **Mathematical Theories of Populations: Demographics, Genetics and Epidemics.** [S.l.: s.n.] New York University, New York, 1975.

HOPPENSTEADT, F.C.; PESKIN, C.S. **Mathematics in Medicine and the Life Science.** 2. ed. Spring-Verlage, New York, 1992. 252 p.

IBGE. **Levantamento sistemático da produção agrícola:** Pesquisa mensal de previsão e acompanhamento das safras agrícolas no ano civil. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Rio de Janeiro, v.29, n.6, p.1-79, 2016.

LAINETTI, D.O.; HABIB, M.; MACHADO, L.A. et al. **Controle de escarabeídeos rizófagos na cultura da cana-de-açúcar com nematóides entomopatogênicos.** IX Reunião itinerante de fitossanidade do Instituto Biológico. 2003.

LIMEIRA, E. de H. **Modelagem matemática aplicada ao controle da praga da cana-de-açúcar para a produção de etanol: estratégias ótimas de controle.** 2010. 97 f. Dissertação (Mestrado em Energia) Universidade Federal do ABC, Programa de Pós-graduação em Energia. Santo André-SP. 2010.

LIMA, A.A. de. **Comparação de dietas artificiais para criação de *Diatraea saccharalis* (Lepidoptera: Crambidae) e avaliação da qualidade de *Cotesia flavipes* (Hymenoptera: Braconidae) em criações massais.** 2011. 96 f. Dissertação (Mestrado em Sanidade Vegetal, Segurança Alimentar e o Ambiente). Instituto Biológico - São Paulo. 2011.

LOPES, G.P.; CRUZ, I.; FIGUEIREDO, M. de L.C. et al. Efeito da temperatura noturna sobre o desenvolvimento e biologia de *Diatraea*

*saccharalis*. IN: XII CONGRESSO DE ECOLOGIA DO BRASIL. 1., 2015, São Lourenço. **Anais...** São Lourenço: [S.l.: s.n.], 2015. p. 1-2.

LOTKA, A.J. **Elements of physical biology**. Baltimore: William and Wilkins, 1925.

LOTKA, A.J. Undamped oscillations derived from the law of mass action. **J. Am. Chem. Soc.**, v. 42, n. 8, p 1595–1599, 1920.

LV, J.; WILSON, L.T.; BEUZELIN, J.M. et al. Impact of *Cotesia flavipes* (Hymenoptera: Braconidae) as an augmentative biocontrol agent for the sugarcane borer (Lepidoptera: Crambidae) on rice. , v. 56, n. 2, p. 159-169, 2011.

MACEDO, D.; NAKANO, O.; SILVEIRA NETO, S. et al. **Entomologia agrícola**. [S.l.: s.n.]. Piracicaba: FEALQ, 2002. 920 p.

MACEDO, N. Método de criação do parasitoide *Cotesia flavipes* (Cameron, 1981). In: BUENO, V.H.P. **Controle biológico de pragas: produção massal e controle de qualidade**. [S.l.: s.n.]. Lavras: UFLA, 2000. p. 161-166.

MACEDO, N.; ARAÚJO, J.R. **Controle biológico da broca da cana-de-açúcar**. [S.l.: s.n.]. Piracicaba IAA/Planalsucar: 2000. 24p.

MACEDO, N.; LAVORENTI, N. Novo método de amostragem de intensidade de infestação da broca da cana-de-açúcar (*Diatraea saccharalis*). **STAB**, v.22, n.3, p.32-41, 2004.

MACHADO, L.A.; HABIB, M. *Migdolus Fryanus* (WESTWOOD, 1863) (COLEOPTERA: VESPERIDAE): praga da cultura de cana-de-açúcar. **Arq. Inst. Biol.**, v.73, n.3, p.375-381, 2006.

MACHADO, L.A.; HABIB, M. Perspectivas e impactos da cultura de cana-de-açúcar no Brasil. 2009. Disponível em: <[http://www.infobibos.com/Artigos/2009\\_2/Cana/index.htm](http://www.infobibos.com/Artigos/2009_2/Cana/index.htm)>. Acesso em: 27 jul. 2015.

MALTHUS, T.R. **An Essay on the principle of population as it affects the future improvement of society**. 1 ed. London: J. Johnson, in St. Paul's Church-yard, 1798, 98 p.

MAPA. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Cana-de-açúcar. Disponível em: <<http://www.agricultura.gov.br/vegetal/culturas/cana-de-acucar>>. Acesso em: 07 ago. 2015.

MARCHIORI, L.F.S. **Influência da época de plantio e corte na produtividade da cana-de-açúcar**. 2004. 275 f. Tese (Doutorado em Agronomia) Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” USP-Piracicaba-SP, 2004.

MAULE, R.F.; MAZZA, J.A.; MARTHA JR., G.B. Produtividade agrícola de cultivares de cana-de-açúcar em diferentes solos e épocas de colheita. **Sci. agric.**, v. 58, n. 2, p. 295-301, 2001.

MELO, A.B.P.; PARRA, J.R.P. Exigências térmicas e estimativas do número de gerações anuais de broca da cana-de-açúcar em quatro localidades canavieiras de São Paulo. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.23, n.7, p.691-695, 1988.

MENA, E.F.G. **Toxicidade de inseticidas a *Diatraea saccharalis* (Fabr., 1794) (Lepidoptera: Crambidae) e *Cotesia flavipes* (Cameron, 1891) (Hymenoptera: Braconidae)**. 2010. 61 f, Dissertação (Mestrado em Ciências), Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” – Piracicaba-SP, 2010.

MENEGUETTI, C.C.; MEZARROBA, S.; GROFF, A.M. Fatores relacionados ao cultivo da cana-de-açúcar. IN: ENCONTRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO AGROINDUSTRIAL. 4. 2010. Campo Mourão-PR. **Anais...** Paraná: universidade Estadual do Paraná. 2010. p. 1-7.

MFRURAL. Preços de *Cotesia flavipes*. 2015. Disponível em: <<http://www.mfrural.com.br/busca.aspx?palavras=cotesia+flavipes>>. Acesso em: 27 Set. 2015.

MILLS, N. Parasitoids. In: RESH, V.H.; CARDE, R.T. **Encyclopedia of Insects**. [S.l.: s.n.] Elsevier. Amsterdam. 2009. p. 748-751.

MORAES, G.C.; ÁVILA, C.J. **Insetos-praga associados ao solo na cultura da cana-de-açúcar, no Estado de Mato Grosso do Sul**. Boletim

de pesquisa e Desenvolvimento – Embrapa Agropecuária Oeste, 2014, 37p.

MOZAMBINI, A.E.; PINTO, A.S.; SEGATO, S.V. et al. História e morfologia da cana-de-açúcar. In: SEGATO, S.V.; PINTO, A.S.; JENDIROBA, E.; NÓBREGA, J.C.M. **Atualização em produção de cana-de-açúcar**. [S.l.: s.n.]. Piracicaba: Prol Editora Gráfica, 2006. p.11-18.

MURRAY, J.D. **Mathematical Biology**. 3 ed. Berlin: Springer-Verlag. 2002, p. 23-48.

NASCIMENTO, J.B. **Diversidade genética estrutura populacional de *Diatraea saccharalis* (Fabricius) (Lepidoptera: Crambidae) nas culturas do arroz (*Oryza sativa* L.) e cana-de-açúcar (*Saccharum officinarum* L.)**. 2015. 77 f. Tese (Doutorado em (Agronomia) Universidade Federal de Goiás, Goiás. 2015.

NISHIWAKI, T.A.; RAFIKOV, M. Modelagem matemática do controle biológico de pragas de cana-de-açúcar. IN: SIMPÓSIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC. 2. 2009. São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Federal do ABC. 2009. P. 5-39.

NOVACANA. As usinas de açúcar e etanol no Brasil. Disponível em: <<http://www.novacana.com/usinas-brasil/>>. Acesso em: 10 jul. 2015.

OLIVEIRA FILHO, F.X. de. **Análise espacial da compactação do solo em área cultivada com cana-de-açúcar**. 2014. 108 f. Tese (Doutorado em Agronomia: Fitotecnia) Universidade Federal Rural do Semi-Árido – Mossoró-RN. 2014.

PANNUTI, L.E. da R.; BALDIN, E.L.L.; GAVA, G.J. de C. et al. Efeitos da fertirrigação sobre a ocorrência e danos de *Mahanarva fimbriolata* (Stål) (Hemiptera: Cercopidae) em cana-de-açúcar. **Arq. Inst. Biol.**, v. 82, n. 1, p. 1-8, 2015.

PARADA, S.; EBRATT, E.; BENAVIDES, M.A. Diferenciación de especies *Diatraea* spp. que afectan los cultivo de caña en la región del Gualiva. **Revista Inventum**, v. 1, n. 3, p. 69-78, 2007.

PARRA, J.R.P. A biologia de insetos e o manejo de pragas: da criação em laboratório à aplicação em campo. In: GUEDES, J. C.; COSTA, I. D.;

CASTIGLIONI, E. **Bases técnicas do manejo de insetos**. 2. ed. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, 2000. p. 59-68.

PARRA, J.R.P.; BOTELHO, P.; CORRÊA-FERREIRA, B.S. et al. **Controle biológico no Brasil: Parasitoides e Predadores**. [S.l.: s.n.]. São Paulo: Manole, 2002, p. 1-586.

PARRA, J.R.P.; BOTELHO, P.S.M.; . Controle biológico de pragas como um componente-chave para a produção sustentável da cana-de-açúcar. In: Luís Augusto Barbosa Cortez. (Org.). **Bioetanol de cana-de-açúcar: P&D para produtividade e sustentabilidade**. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2010. p. 441-450.

PAUTIAN, K.; PARTON, W.J.; PERSSON, J. Modeling soil organic matter in organic-amended and nitrogen fertilized long-term plots. **Soil Science Society of America Journal**, v.56, n. 1, p.476- 488, 1992.

PENNACCHIO, F.; STRAND, M.R. Evolution of developmental strategies in parasitic Hymenoptera. **Annu. Rev. Entomol.**, v. 51, n 1., p. 233-58, 2006.

PEREIRA, M.A. **Tiametoxam em plantas de cana-de-açúcar, feijoeiro, soja, laranja e café: parâmetros de desenvolvimento e aspectos bioquímicos**. 2010. 124 f. Tese (Doutorado em Fitotecnia). Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz". Piracicaba-SP. 2010.

PESSOA, M.C.P.Y.; LUCHIARI JUNIOR, A.; FERNANDES, E.N. et al. **Principais modelos matemáticos e simuladores utilizados para a análise de impactos ambientais das atividades agrícolas**. Brasília, EMBRAPA, 1997, 44p.

PINTO, A. de S.; BOTELHO, P.S.M.; OLIVEIRA, H.N. de. **Guia de campo de pragas e insetos benéficos da cana-de-açúcar**. 2. ed. Piracicaba: CP, 2009. P. 1-160.

PINTO, A.S.; CANO, M.A.; SANTOS, E.M. A broca-da-cana, *Diatraea saccharalis*. **Boletim técnico Biocontrol**, v. 1, n. 2, p. 15-20, 2006.

PINTO, A.S.; GARCIA, J.F.; BOTELHO, B.S.M. Controle Biológico da cana de açúcar. In: PINTO, A. S.; NAVA, D. E.; ROSSI, M. M.; MALERBO-SOUZA, D. T. (Eds). **Controle Biológico de Pragas na Prática**. [S.l.: s.n.]. Piracicaba, 2006. p. 1-287.

PLANALSUCAR. **Guia**: Principais pragas da cana-de-açúcar no Brasil. Piracicaba, 1982. 28p.

PLANT, R.E.; MANGEL, M. Modeling and simulation in agricultural pest management. **SIAM Review**, v. 29, n. 2, p. 235-261, 1987.

PORTELA, G.L.F. **Dinâmica populacional de *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) e *Mahanarva fimbriolata* (Stal, 1854) e infestação de diferentes variedades de cana-de-açúcar por *Diatraea* spp. no Município de União – Piauí – Brasil**. 2008. 64 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia). Centro de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Piauí. 2008.

PORTELA, G.L.F.; PÁDUA, L.E. de M.; BRANCO, R.T.P.C. et al. Flutuação populacional de *Diatraea saccharalis* (Fabricius, 1794) (Lepidoptera - Crambidae) em cana-de-açúcar no município de União-PI. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, v. 5, n. 3, p. 303-307, 2010.

PORTELA, G.L.F.; PÁDUA, LE. de M.; BRANCO, R.T.P.C. et al. Infestação de *Diatraea* spp. em diferentes variedades de cana-de-açúcar em união - PI1. **Revista Caatinga**, v. 24, n. 1, p. 149-152, 2011.

PROQUE, A.L. Externalidades do setor sucroalcooleiro: inserção de centrais cogeneradoras a bagaço de cana. **Revista Meio Ambiente e Sustentabilidade**, v. 6, n.3, p. 446-468, 2014.

RAFIKOV, M. Controle Ótimo de Sistemas Populacionais. In: BEVILACQUA, J. da S.; RAFIKOF, M.; GUEDES, C. de L.C. **Modelagem em biomatemática**. [S.l.: s.n.]. São Carlos, SP: SBMAC. 2003. p. 31-60.

RAFIKOV, M.; ANGELELLI, T. Optimization of biological pest control of Sugarcane borer. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL APPLICATIONS PARTO F 2009 IEEE MULTI-CONFERENCE ON SYSTEMS AND CONTROL. 18. 2009. Saint Peterburg. **Anais...** Saint Peterburg: INSPEC. 2009. p. 1254-1258.

RAMON, R. **Modelagem matemática da *Grapholita molesta* e sua aplicação no controle desta praga**. 2009. 97 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática). Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS. 2009.

RICKLEFS, R.E. **A economia da natureza**. 5. ed. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Koogan. 2003. p. 24-49.

SANDOVAL, ; SENÔ, K.C.A. Comportamento e controle da *Diatraea saccharalis* na cultura da cana-de-açúcar. **Revista Nucleus**, v. 7, n. 1, p. 1-16, 2010.

SANTOS, D.M. **Produção em massa de agentes biológicos para controle de *Diatraea saccharalis* em cana-de-açúcar**. 2009. 37 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia) - Faculdade de Ciências Exatas e da Terra, Dourados, 2009.

SANTOS, L.A.O; MIHSFELDT, L.H. Capacidade de Busca e de Parasitismo de *Cotesia flavipes* Cameron (Hymenoptera: Braconidae) em Lagartas de *Diatraea saccharalis* (Fabricius) (Lepidoptera: Crambidae). **EntomoBrasilis**, v. 7, n. 2, p. 106-109, 2014.

SANTOS, R.F. dos. **Desenvolvimento de nova embalagem para comercialização, transporte e liberação do parasitoide *Cotesia flavipes* (Cameron, 1891) (Hymenoptera: Braconidae)**. 2015. 74 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia: Entomologia Agrícola) Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias - Unesp, Campus de Jaboticabal. 2015.

SEGATO, S.V.; MATTIUZ, C.F.M.; MOZAMBANI, A.E. Aspectos fenológicos da cana-de-açúcar. In: SEGATO, S.V.; PINTO, A.S.; JENDIROBA, E. **Atualização em produção de cana-de-açúcar**. [S.l.: s.n.]. Piracicaba: Livrocere, 2006. p.19-36.

SILVA, C.C.M. da. **Associação de *Cotesia flavipes* (CAM.) com *Metarhizium anisopliae* (METSCH.) Sorok. e *Beauveria bassiana* (BALS.) Vuill no controle da Broca da cana-de-açúcar *Diatraea flavipennella* (BOX) (LEPIDOPTERA: CRAMBIDAE)**. 2013. 51 f. Tese (Doutorado em Entomologia Agrícola) Universidade Federal Rural de Pernambuco-RE. 2013.

SILVA, E.S. da. **Métodos numéricos para resolução de equações diferenciais ordinárias (Métodos de Euler e Runge-Kutta)**. 2016. 24 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Matemática). Universidade Federal do Amapá. 2016.

SILVA, F.B.; BERGAMASCO, A.F. Levantamento de modelos matemáticos descritos para a cultura de cana-de-açúcar. **Revista Biociências**, v.1, n.1, p. 7-14, 2001.

SILVA, M.G.M.F. da. **Substituição do formaldeído na dieta artificial para criação de *Diatraea saccharalis* (Lepidoptera: Crambidae): efeito na biologia do hospedeiro e de seu parasitoide *Cotesia flavipes* (Hymenoptera: Braconidae)**. 2012. 82 f. Dissertação (Mestrado em Sanidade, Segurança Alimentar e Ambiental no Agronegócio). Instituto Biológico - São Paulo. 2012.

SILVEIRA, P.A. de. **Explorando modelos matemáticos para o manejo integrado de pragas (MIP) incluindo otimização**. 2014. 112 f. Tese (Doutorado em Matemática Aplicada). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Rio Grande do Sul. 2014.

SOBRINHO, A.S. de O.; OLIVEIRA, C.F. de; KITA, C.M. et al. Modelagem Matemática e Estabilidade de Sistemas Predador-Presa. 2010. Disponível em: <<https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1504/1504.06244.pdf>>. Acesso em: 23 nov. 2016.

SOUZA, D.S. de O. **Suscetibilidade de *Diatraea saccharalis* (Fabricius) (Lepidoptera: Crambidae) à proteína inseticida Cry1F de *Bacillus thuringiensis* Berliner no Brasil**. 2013. 65 f. Dissertação (Mestrado em Ciências). Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” – Piracicaba-SP. 2013.

SVEDESE, V.M. **Processo de infecção de *Beauveria bassiana* sobre a broca da cana-de-açúcar *Diatraea saccharalis* (Lepidoptera: Crambidae)**. 2012. 123 f. Tese (Doutorado em Ciências Biológicas). Universidade Federal de Pernambuco. Pernambuco. 2012.

SVEDESE, V.M.; TIAGO, P.V.; BEZERRA, J.D.P. et al. Pathogenicity of *Beauveria bassiana* and production of cuticle-degrading enzymes in the presence of *Diatraea saccharalis* cuticle. **African Journal of Biotechnology**, v. 12, n. 46, p. 6491-6497, 2013.

TERÁN, F.O.; SÁNCHEZ, A.G.; PRECETTI, A.A.C.M.. **Estudos sobre resistência da cana à broca em telado – III**. Boletim Técnico Copersucar, v.34, p.53-60, 1986.

TUSSET, A.M. **Aplicação da teoria do controle ótimo no controle biológico de pragas para modelos linearizados minimizando o funcional quadrático**. 2004. 107 f. Dissertação (Modelagem Matemática) - Universidade Ijuí. Ijuí-RS. 2004.

TUSSET, A.M.; RAFIKOV, M.; PAULA FILHO, P.L. de. Aplicação da teoria do controle ótimo e simulações computacionais no controle biológico de pragas. IN: XXIV ENCONTRO NAC. DE ENG. DE PRODUÇÃO. 2004. Florianópolis-SC. **Anais...** Florianópolis: ABEPRO. 2004. p. 3054-3061.

VACARI, A.M.; DE BORTOLI, S.A.; BORBA, D.F. et al. Quality of *Cotesia flavipes* (Hymenoptera: Braconidae) reared at different host densities and the estimated cost of its commercial production. **Biological Control**, v. 63, n. 2, p. 102-106, 2012.

VACARI, A.M.; GENOVEZ, G. de S.; LAURENTIS, V.L. de et al. Fonte proteica na criação de *Diatraea saccharalis* e seu reflexo na produção e no controle de qualidade de *Cotesia flavipes*. **Bragantia**, v. 71, n. 3, p. 355-361, 2012.

VAN LENTEREN, J.C. Controle de qualidade de agentes de controle biológico produzidos massalmente: conhecimento, desenvolvimento e diretrizes. In: BUENO, Vanda Helena Paes. **Controle biológico de pragas: produção massal e controle de qualidade**. 2. ed. Lavras: UFLA, 2002. p. 21-45.

VERHULST, P.F. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. **Correspondances Mathematiques et Physiques**, v. 10, n. 1, p. 113-121, 1838.

VIEIRA, M.C.A. Setor Sucroalcooleiro Brasileiro: Evolução e Perspectivas. 2007. Disponível em: <[http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/export/sites/default/bndes\\_pt/Galerias/Arquivos/conhecimento/liv\\_perspectivas/07.pdf](http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/export/sites/default/bndes_pt/Galerias/Arquivos/conhecimento/liv_perspectivas/07.pdf)>. Acesso em: 28 jul. 2015.

VOLPE, H.X.L. **Distribuição espacial do parasitismo de *Cotesia flavipes* (Cameron, 1891) (Hymenoptera: Braconidae) em cana-de-açúcar**. 2009. 67 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia: Entomologia Agrícola) Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias. Jaboticabal-SP. 2009.

VOLTERRA, V. Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically. **Nature**, v. 118, n. 1, p. 558-560, 1926.

WAQUIL, J. M.; MENDES, S.M.; VIANA, P.A. **Manejo de pragas na cultura do sorgo**. Embrapa Milho e Sorgo. Sistema de Produção, v. 2, 8<sup>o</sup> edição, 2012. Disponível em: <[http://www.cnpms.embrapa.br/publicacoes/sorgo\\_8\\_ed/pragas.htm](http://www.cnpms.embrapa.br/publicacoes/sorgo_8_ed/pragas.htm)>. Acesso em: 08 Ago 2016.

WASPWEB. *Cotesia flavipes* Cameron. 2016. Disponível em: <[http://www.waspweb.org/Ichneumonoidea/Braconidae/Microgastrinae/Cotesia/Cotesia\\_flavipes.htm](http://www.waspweb.org/Ichneumonoidea/Braconidae/Microgastrinae/Cotesia/Cotesia_flavipes.htm)>. Acesso em: 14 Ago. 2016.

WIEDENMANN, R.N.; SMITH, J.W.JR. Functional Response of the Parasite *Cotesia flavipes* (Hymenoptera: Braconidae) at Low Densities of the Host *Diatraea saccharalis* (Lepidoptera: Pyralidae). **Environmental Entomology**, v. 22, n. 4, p. 849-858, 1993.

YOSIDA, S. An Optimal Control Problem of the Prey-Predator System. **Funkcialaj Ekvacioj**, v. 25, n. 1, p. 283-293, 1982.