



# Evaluación Preliminar de la Moderación de Neutrones en un Generador D-D compacto de Alto Flujo

Lida Yulie Velásquez Sierra

Pontificia Universidad Javeriana  
Facultad de Ciencias, Departamento de Física  
Bogotá D.C., Colombia  
2019

# Evaluación Preliminar de la Moderación de Neutrones en un Generador D-D compacto de Alto Flujo

**Lida Yulie Velásquez Sierra**

Trabajo final presentado como requisito para optar al título de:  
**Magister en Física Medica**

Director:

Dr. José Antonio Sarta Fuentes

Codirector:

Dr. José Alfonso Leyva Rojas

Pontificia Universidad Javeriana  
Facultad de Ciencias, Departamento de Física  
Bogotá D.C., Colombia  
2019

## **ARTÍCULO 23, RESOLUCIÓN N° DE 1946**

La universidad no se hace responsable por los conceptos emitidos por sus alumnos en sus trabajos de tesis. Sólo velará porque no se publique nada contrario al dogma y a la moral católica y que por que las tesis no contengan ataques personales contra persona alguna, antes bien se vean en ellas el anhelo de buscar la verdad y la justicia.

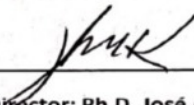
EVALUACIÓN PRELIMINAR DE LA MODERACIÓN DE NEUTRONES EN UN GENERADOR COMPACTO  
D-D DE ALTO FLUJO

NOTA DE ACEPTACIÓN:



---

Director: M.Sc. José Antonio Sarta Fuentes



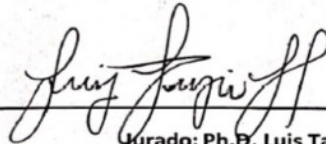
---

Co-Director: Ph.D. José Alfonso Leyva Rojas



---

Jurado: Ph.D. Egdar Galindo



---

Jurado: Ph.D. Luis Tapia



---

Jurado: Ph.D. Julián Andrés Salamanca

BOGOTÁ D.C, JULIO 2019

Dedicado a mis padres, quienes me han apoyado incondicionalmente, y a mis sobrinas, que me inspiran a ser mejor mujer cada día.

# Agradecimientos

Al doctor José Sarta por ser de los mejores docentes que tuve en la maestría, por el apoyo incondicional que mostro ante la tarea titánica de aplicar la física nuclear a la física médica, también por su búsqueda constante del avance científico en Colombia, sin importar los obstáculos en el camino. Al doctor Alfonso Leyva por esa mano amiga e incondicional, por la palabra oportuna en los momentos más difíciles de la maestría y por ser un docente excepcional.

A mi mamita Martha que sin entender una sola palabra de lo que estudiaba, solo le bastaba ver el amor que le profesaba a la física para apoyarme sin restricciones, a mi papito Alberto quien me sigue cuidando como si fuera una pequeña niña.

A mi hermanita Johanna, a mi tita Cecilia y mis sobrinas Sophia y Ana por tener fe en mí y darme fuerza cuando quería renunciar. A Jorge Cifuentes por ser mi compañero de maestría y un verdadero amigo, quien nunca me dejó sola, con quien siempre pude contar incondicionalmente sin importar lo difícil de los momentos vividos.

A Mourad Elkafhali quien me enseñó que la física médica puede unir pueblos con diferentes idiomas y creencias.

# Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Justificación</b>	<b>3</b>
<b>3. Planteamiento del problema</b>	<b>4</b>
<b>4. Objetivo</b>	<b>5</b>
4.1. General . . . . .	5
4.2. Específicos . . . . .	5
<b>5. Marco teórico</b>	<b>6</b>
5.1. Interacción de los neutrones con la materia . . . . .	6
5.1.1. Dispersión . . . . .	6
5.1.2. Absorción . . . . .	7
5.2. Sección eficaz . . . . .	8
5.3. Ecuación general de transporte . . . . .	8
5.3.1. Densidad y flujo de neutrones . . . . .	8
5.3.2. Ecuación de transporte de Boltzmann . . . . .	9
5.3.3. Dependencia espacial y energética . . . . .	10
5.4. Ecuación de difusión . . . . .	10
5.4.1. Ecuación a un grupo de energía . . . . .	10
5.4.2. Ecuación en multigrupos . . . . .	11
5.5. Dispersión elástica y pérdida de energía . . . . .	12
5.5.1. Introducción . . . . .	12
5.5.2. Colisión elástica . . . . .	13
5.5.3. Distribuciones isotrópicas, energética y angular . . . . .	14
5.5.4. Promedio del decremento de la energía . . . . .	15
5.5.5. Razón y potencia de moderación . . . . .	15
5.6. Moderación . . . . .	16
5.6.1. Introducción . . . . .	16
5.6.2. Densidad de colisión . . . . .	16
5.6.3. Densidad de moderación . . . . .	17
5.6.4. Letargia . . . . .	17
5.6.5. Medios pesados . . . . .	17

<b>6. Materiales y Métodos</b>	<b>20</b>
6.1. Estado del arte . . . . .	20
6.2. Bases de diseño . . . . .	23
6.3. Parámetros de moderación . . . . .	24
6.4. Dependencia espacial . . . . .	26
6.4.1. Grupos de Energía . . . . .	27
6.4.2. Solución a dos grupos de energía . . . . .	27
6.5. Dependencia energética . . . . .	29
6.5.1. Sección eficaz . . . . .	29
<b>7. Resultados y discusiones</b>	<b>34</b>
7.1. Flujo . . . . .	34
7.2. Espectro energético . . . . .	34
<b>8. Conclusiones y Proyecciones</b>	<b>36</b>
<b>A. Anexo 1: Parámetros de moderación</b>	<b>38</b>
<b>B. Anexo 2: Solución de las constantes en el primer grupo de energía</b>	<b>41</b>
<b>C. Anexo 3: Solución de las constantes en el segundo grupo de energía</b>	<b>42</b>
<b>D. Anexo 4: Código de cálculo</b>	<b>44</b>
<b>E. Anexo 5:Gráfica de comparación</b>	<b>46</b>



# Índice de figuras

5.1.	<i>Tipo interacción de los neutrones con un medio atenuador . . . . .</i>	7
5.2.	<i>Discretización del espectro de energía. . . . .</i>	12
5.3.	<i>Sistema coordinado de la colisión. . . . .</i>	13
5.4.	<i>Relación entre <math>v_a</math>, <math>v_m</math>, y <math>v_2</math>. . . . .</i>	13
5.5.	<i>Solución de Placzek para calcular la densidad de colisión en varios materiales moderadores [12]. . . . .</i>	18
6.1.	<i>Conformador del haz de neutrones CHN. . . . .</i>	20
6.2.	<i>Vista frontal del conformador de haz de neutrones del Lawrence Berkeley National Laboratory LBNL, tiene un limitador de polímero y litio, un reflector de plomo y un moderador de bismuto, hierro y Flumental<sup>TM</sup> [1, 2]. . . . .</i>	21
6.3.	<i>Vista frontal del conformador de haz de neutrones del INFN Legnaro en Italia, tiene blindaje de concreto, un reflector de níquel y un moderador de Flumental<sup>TM</sup> [3]. . . . .</i>	22
6.4.	<i>Vista frontal del conformador de haz de neutrones del ciclotrón Tsukuba en Japón, tiene blindaje de concreto, un reflector de plomo. El moderador está compuesto de láminas delgadas de hierro y cadmio rodeado de aluminio [4]. . . . .</i>	23
6.5.	<i>Neutrón incidiendo perpendicularmente en un medio semi-infinito . . . . .</i>	26
6.6.	<i>Sección eficaz macroscópica elástica del aluminio . . . . .</i>	30
6.7.	<i>Sección eficaz macroscópica elástica del flúor . . . . .</i>	30
6.8.	<i>Sección eficaz macroscópica elástica del flúor y del aluminio . . . . .</i>	31
6.9.	<i>Sección eficaz macroscópica elástica del Flumental<sup>TM</sup> . . . . .</i>	31
6.10.	<i>Sección eficaz macroscópica inelástica del aluminio . . . . .</i>	32
6.11.	<i>Sección eficaz macroscópica inelástica del flúor . . . . .</i>	32
6.12.	<i>Sección eficaz macroscópica inelástica del flúor y del aluminio . . . . .</i>	33
6.13.	<i>Sección eficaz macroscópica elástica e inelástica del Flumental<sup>TM</sup> . . . . .</i>	33
7.1.	<i>Flujo de neutrones en función de la profundidad en el Flumental<sup>TM</sup> . . . . .</i>	34

# Índice de tablas

6.1.	<i>Tipo de acelerador, lugar y reacción de las bases de aceleradores usados en terapia del cáncer por captura neutrónica en América [2] ..</i>	21
6.2.	<i>Tipo de acelerador, lugar y reacción de las bases de aceleradores usados en terapia del cáncer por captura neutrónica en Europa [1, 5] .</i>	22
6.3.	<i>Tipo de acelerador, lugar y reacción de las bases de aceleradores usados en terapia del cáncer por captura neutrónica en Asia [6, 4, 3].</i>	22
6.4.	<i>Parámetros de moderación de varios materiales para neutrones rápidos (Energía 2.5 MeV a 10 keV, Promedio 1.255 MeV).</i>	25
6.5.	<i>Parámetros de moderación de varios materiales para neutrones epitérmicos (Energía 10 keV a 0.5 eV. Promedio 5 keV).</i>	25
6.6.	<i>Grupos de energía usados en el TCN.</i>	27
6.7.	<i>Parámetros para la solución de la ecuación de difusión para dos grupos de energías.</i>	28
6.8.	<i>Secciones eficaces macroscópicas de algunos moderadores usados en TCN.</i>	28
A.1.	<i>Parámetros de moderación de varios materiales para neutrones rápidos (Energía 2.45 MeV a 10 KeV. Promedio 1.255 MeV).</i>	39
A.2.	<i>Parámetros de moderación de varios materiales para neutrones epitérmicos (Energía 10 keV a 0.5 eV. Promedio 5 keV).</i>	39
A.3.	<i>Parámetros de moderación de varios materiales para neutrones térmicos.</i>	40

# Capítulo 1

## Introducción

En 1938 Goldhaber y Peter Gerald Kruger inician experimentos en terapia de captura neutrónica con boro (BNCT en inglés) utilizando el ciclotrón de Ernest Orlando Lawrence en Berkeley [7]. En ese entonces se trataron tumores in vitro en ratones y poco tiempo después se propuso el tratamiento de tumores cerebrales [8]. La terapia por captura neutrónica (TCN) es un tipo de terapia que involucra concentraciones de portadores de  $^{10}\text{B}$  (p-boronofenilalanina, sodium borocaptate) [9] en el tumor a tratar y su posterior irradiación con un haz de neutrones epitérmico o térmicos, la reacción produce partículas alfa ( $^4\text{He}$ ), litio ( $^7\text{Li}$ ) y fotones gamma. El objetivo de TCN es destruir células cancerígenas de manera selectiva y proteger el tejido sano que rodea el tumor.

La investigación de la terapia por captura neutrónica tuvo sus inicios en los reactores nucleares de investigación, aunque hoy en día algunos reactores no continúan sus investigaciones en TCN, en la actualidad todavía existen algunas instalaciones que adelantan trabajos relacionados con TCN como lo es el Centro Atómico Bariloche o en The Ohio State University Nuclear Reactor Laboratory. El uso de aceleradores en clínicas se popularizó después de la segunda guerra mundial siendo el LINAC, por excelencia, el más difundido en la actualidad. El avance en el desarrollo tecnológico de los aceleradores ha permitido que en la actualidad la generación de neutrones a partir de la aceleración de partículas cargadas que interactúan contra átomos neutros localizados en blancos fijos o móviles. Independientemente de la tecnología empleada o el blanco usado para la producción de neutrones, las reacciones (de fisión o fusión) producen neutrones con energías entre los 2 MeV y los 14 MeV los cuales deben ser moderados para ser empleados clínicamente. El conformador del haz de neutrones CHN en un reactor o acelerador es el encargado de dirigir los neutrones desde la fuente de emisión hasta el paciente con la energía y el flujo adecuado para el tratamiento; consta de filtros absorben la radiación gamma y los neutrones de energías no adecuadas para el tratamiento, reflectores encargados de evitar la fuga de neutrones y el moderador que reduce la energía de los neutrones provenientes de la fuente y en la mayoría de los diseños es un cilindro compacto de grafito, aluminio, agua pesada o *Fluental*<sup>TM</sup>, por último el colimador dirige los neutrones a la ventana de salida del CHN.

El presente trabajo hace un estudio preliminar sobre la moderación de neutrones en *Fluental*<sup>TM</sup>, se estudiaron las sesiones eficaces elásticas, inelásticas, microscópicas y macroscópicas de los componentes del *Fluental*<sup>TM</sup> ( $\text{AlF}_3$  60%  $\text{Al}$  40%), para usarlas en la ecuación de difusión

y remoción para obtener el flujo neutrónico en función del espesor del *Fluental<sup>TM</sup>*. Al final se aplicó la solución de Placzek y aproximación de Wigner de la ecuación de transporte neutrónico para calcular en flujo neutrónico en función de la energía.

# Capítulo 2

## Justificación

En la actualidad la Terapia por Captura Neutrónica TCN en el contexto internacional se encuentra en fase de desarrollo y cuenta con algunas instalaciones de uso clínico en funcionamiento [1, 10]. Por sus múltiples beneficios se espera que esta técnica sea implementada en un futuro próximo [11]. En la Pontificia Universidad Javeriana, desde hace tres años, el grupo de investigación en Biofísica & Bioquímica Estructural BBE, está desarrollando la base técnico-científica para la implementación en el país de esta novedosa terapia.

Los neutrones emitidos desde la fuente tienen energías muy altas comparadas a la requeridas en el TCN, por lo tanto, los neutrones deben ser moderados a energías óptimas para su uso clínico. Con este fin se busca que los neutrones pierdan energía a través de colisiones elásticas con materiales que tengan una alta sección eficaz de dispersión y una baja sección eficaz de absorción para mantener un flujo neutrónico constante [10].

# Capítulo 3

## Planteamiento del problema

La producción de neutrones de uso clínico comenzó en reactores nucleares con procesos de fisión de átomos con alto número atómico  $Z$ . En la actualidad se emplean aceleradores a partir de la fusión de átomos de  $Z$  bajos. Independientemente del mecanismo empleado para la generación de neutrones, su energía se encuentra en el rango de los megaelectronvoltios la cual no resulta apta para el tratamiento clínico. El conformador de haz de neutrones (CHN) es la sección de los dispositivos de uso clínico encargada principalmente de moderar los neutrones de energías rápidas a energías epitérmicas.

Grupos de investigación en América, Asia y Europa han realizados estudios de los CHN con el fin de optimizar la geometría y materiales adecuados para el tratamiento de diferentes tipos de cáncer [12]. Con el propósito de diseñar y construir un CHN en el país, el grupo de investigación en Biofísica & Bioquímica Estructural BBE, a través de su línea de investigación Captura Neutrónica en el Tratamiento del Cáncer CNTC, se ha hecho la siguiente pregunta ¿Cuáles son los procesos mediante los cuales los neutrones en un CHN pierden su energía para llegar a ser útiles en tratamientos clínicos?

Al TNC un tema de investigación nuevo en el país, y al no contar con las herramientas (técnicas y tecnológicas) que sugieres la IAEA o los países que lideran la investigación del CNTC es un obstáculo para vencer el desarrollo de los cálculos teóricos para determinar los flujos neutrónicos y el espectro de neutrones.

# Capítulo 4

## Objetivo

### 4.1. General

Obtener la distribución espacio-energética de un haz de neutrones monoenergéticos de 2.45 MeV que han sido sometidos a la acción de un conformador de haz empleado en la Terapia por Captura Neutrónica TCN.

### 4.2. Específicos

- Realizar un estudio del estado del arte relacionado con los conformadores de haz de neutrones (CHN).
- Determinar la geometría y material empleadas en el conformador.
- Establecer los parámetros de difusión y remoción necesarios para ser incorporados en la ecuación de difusión y remoción unidimensional.
- Construir la estructura de grupos de energía que va a ser empleada en el estudio.
- Obtener el flujo neutrónico solucionando la ecuación unidimensional de difusión y remoción.
- Obtener el espectro energético epitérmico de los neutrones generados en la reacción de fusión nuclear D-D y que han sido moderados en un CHN empleado en CTN.

# Capítulo 5

## Marco teórico

### 5.1. Interacción de los neutrones con la materia

Los neutrones por tener carga neutra no interactúan de forma similar como lo hacen las partículas cargadas, ellos tienen la capacidad de atravesar la nube electrónica de un átomo e interactuar directamente con el núcleo. Los neutrones rápidos (energía mayor a 10 keV) o epitérmicos (con energía menor a los 10 keV, hasta 0.5 eV) interactúan con los núcleos atómicos a través de colisiones elásticas o inelásticas. Los neutrones térmicos (con energía menor a 0.5 eV) cuando interactúan con los núcleos pueden ser capturados y el núcleo genera radiación gamma y emitir partículas cargadas.

En la figura 1., se ilustran los diferentes procesos de interacción que experimenta un neutrón con la materia. En la dispersión elástica, un neutrón colisiona con un núcleo que retrocede con un ángulo con respecto a la dirección de movimiento inicial del neutrón, en el proceso la energía cinética y el momento se conservan en la interacción. En la dispersión inelástica el neutrón es capturado primero por el núcleo y luego reemitido como neutrón con una energía más baja y en una dirección que es diferente de la dirección del neutrón incidente, el núcleo queda excitado y para regresar a su estado base de energía, emitirá fotones gamma. En la absorción, los neutrones tienen energías térmicas y la interacción tiene la capacidad de fisurar el núcleo blanco emitiendo otras partículas o fotones gamma. En la transferencia, el neutrón incidente puede desprender protones, más neutrones y estimular la producción de fotones gamma.

#### 5.1.1. Dispersión

En una reacción de dispersión de neutrones ocurre cuando un núcleo blanco emite un único neutrón después de una interacción neutrón-núcleo. En una reacción de dispersión elástica entre un neutrón y el blanco, no se transfiere energía al núcleo.

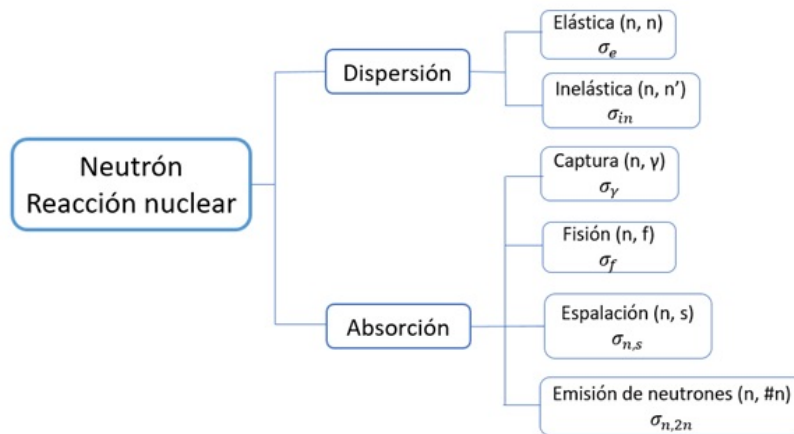
En la dispersión inelástica ( $n, n'$ ) el neutrón colisiona con el núcleo atómico transfiriendo parte de su energía. En esta interacción el núcleo queda excitado y regresa a su estado base emitiendo un fotón gamma, en consecuencia, la energía cinética no se conserva en la interacción inelástica, aunque la energía total sí se conserva.



### 5.1.2. Absorción

Captura ( $n, \gamma$ ) comúnmente se produce en reactores nucleares y como producto de la absorción del neutrón se produce un fotón gamma y el núcleo blanco queda radiactivo. La fisión se presenta cuando neutrones interactúan con un núcleo pesado fragmentándolo en diferentes nucleídos.

- Fisión: es la producción de neutrones por la fractura de núcleos pesados.
- Espalación ( $n, \alpha$ ): se produce la fragmentación del núcleo en partículas más pequeñas que el blanco, este fenómeno produce partículas alfa, protones y más neutrones.
- Emisión de neutrones ( $n, \#n$ ): es la producción de neutrones a partir de una fuente. Existe una variedad de fuente de neutrones que van desde fuentes pequeñas y encapsuladas a través de aceleradores de partículas y generadores de neutrones hasta reactores de fisión nuclear [13].



**Figura 5.1:** Tipo interacción de los neutrones con un medio atenuador

En el caso de los neutrones se usan para el tratamiento de cáncer por captura neutrónica, la energía de producción de los neutrones es del orden de los megaelectronvoltios lo que conlleva a que los neutrones interactúen con el medio a través de dispersiones; la investigación de terapia del cáncer por captura neutrónica comenzó en reactores nucleares de investigación y en la actualidad se producen aceleradores de partículas con diferentes diseños y flujos neutrónicos con el objetivo de tratar cada casos en particular.

## 5.2. Sección eficaz

La manera de cuantificar la forma que los neutrones (o cualquier otra partícula) interactúa con un medio se le conoce como sección eficaz, la cual es la probabilidad de que algún tipo de radiación interactúe con el medio, esta propiedad depende del tipo de medio en el que se encuentra la radiación y su energía. Cuando se habla de la interacción neutrón-núcleo se le llama sección eficaz microscópica  $\sigma$ , sus unidades son  $cm^2/\text{átomo}$ ,  $m^2/\text{átomo}$  y barns por átomo (b/átomo)., si se tiene en cuenta el número total de núcleos del medio se le conoce como sección eficaz macroscópica  $\Sigma$ , sus unidades son  $cm^{-1}$  o  $m^{-1}$ .

Para obtener la sección macroscópica  $\Sigma$  de un medio, se obtiene multiplicando la sección eficaz microscópica  $\sigma$  con la densidad volumétrica del núcleo blanco  $N$

$$\Sigma = N\sigma \quad (5.1)$$

$$N = \frac{\rho}{A}N_A \quad (5.2)$$

donde

$\rho$ : densidad de medio

$A$ : el número masico atómico

$N_A$ : el número de Avogadro.

Las secciones eficaces se clasifican según como los neutrones interactúan con el medio (figura 1), a altas energías la sección eficaz de dispersión se compone de la sección eficaz elástica e inelástica  $\sigma_s = \sigma_e + \sigma_{in}$ , o,  $\Sigma_s = \Sigma_e + \Sigma_{in}$ , mientras a bajas energías la sección eficaz de absorción es la suma de las secciones eficaces radiativas, de fisión, de producción neutrónica o de espalación  $\sigma_a = \sigma_\gamma + \sigma_f + \sigma_{n,2n} + \sigma_{n,p}$  o  $\Sigma_a = \Sigma_\gamma + \Sigma_f + \Sigma_{n,2n} + \Sigma_{n,p}$ , donde la suma de la sección eficaz de dispersión y absorción es la sección eficaz total de la interacción  $\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a$  o  $\Sigma_t = \Sigma_s + \Sigma_a$ .

Cuando el medio está compuesto por una mezcla de varios elementos  $\Sigma$  se calcula a partir de las contribuciones de cada uno de los elementos [13]

$$\Sigma = \sum_i N_i \sigma_i \quad (5.3)$$

## 5.3. Ecuación general de transporte

### 5.3.1. Densidad y flujo de neutrones

El campo de difusión neutrónica se puede caracterizar por la distribución espacial, energética y temporal que los neutrones tienen en un medio dispersor. La densidad neutrónica se representa por  $n(\mathbf{r}, \Omega, E)$  y esta expresada en ( $cm^{-3} \text{sterradian}^{-1} eV^{-1}$ ), siendo  $\mathbf{r}$  la posición en

la que se encuentra el diferencial de volumen  $dV$ ,  $\Omega$  es la dirección de vuelo del neutrón y  $E$  es su energía. La densidad neutrónica  $n(\mathbf{r})$  en un punto  $\mathbf{r}$  expresada en  $(cm^{-3})$ , se encuentra dada por:

$$n(\mathbf{r}) dV = \int_{4\pi} \int_0^{\infty} n(\mathbf{r}, \Omega, E) dV d\Omega dE \quad (5.4)$$

El diferencial de flujo neutrónico se define como el número de neutrones en el punto  $\mathbf{r}$  con energías entre  $E$  y  $E + dE$  y las direcciones de vuelo del diferencial del ángulo sólido  $d\Omega$  alrededor de  $\Omega$  que penetran en una superficie de  $1 cm^2$  perpendicular a la dirección  $\Omega$  en un segundo:

$$F(\mathbf{r}, \Omega, E) d\Omega dE = n(\mathbf{r}, \Omega, E) v d\Omega dE \quad (5.5)$$

Mediante la integración del flujo diferencial  $F(\mathbf{r}, \Omega, E)$  ( $cm^{-2}sec^{-1}steradian^{-1}eV^{-1}$ ) sobre la energía, se obtiene el vector flujo  $F(\mathbf{r}, \Omega)$ , es el número de neutrones que penetra una superficie de  $1 cm^2$  perpendicular a la dirección  $\Omega$  a través del diferencial del ángulo sólido  $d\Omega$  por segundo. Como el flujo neutrónico ( $cm^{-2}seg^{-1}$ ) está definido por el producto entre la velocidad que tienen los neutrones y el número de neutrones que pasa por una sección transversal de  $1cm^2$  en un punto  $\mathbf{r}$ , a partir de la ecuación cinco, el flujo se puede reescribir como

$$\Phi(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} F(\mathbf{r}, \Omega) d\Omega = n(\mathbf{r})\bar{v} \quad (5.6)$$

### 5.3.2. Ecuación de transporte de Boltzmann

El comportamiento espacial y temporal de los neutrones en un medio se puede establecer como un balance de neutrones a partir de considerar que el número de neutrones  $n(\mathbf{r}, \Omega, E) dV d\Omega dE$  en un volumen  $dV$  con direcciones de vuelo en el ángulo sólido  $d\Omega$  y energías en el intervalo  $dE$  cambia debido a:

- El número de neutrones que llegan de la fuente S:

$$S(\mathbf{r}, \Omega, E) dV d\Omega dE$$

- Los neutrones que se fugan de la región de interés:

$$div(\Omega F(\mathbf{r}, \Omega, E)) dV d\Omega dE = \Omega \cdot grad F(\mathbf{r}, \Omega, E) dV d\Omega dE$$

- Los neutrones que se pierden por absorción o dispersión de la región de interés:

$$\Sigma_t F(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E) dV d\boldsymbol{\Omega} dE; \quad \Sigma_t = \Sigma_a + \Sigma_s$$

Los neutrones que llegan a la región de interés, considerando de provienen de regiones adyacentes:

$$\int_{4\pi} \int_0^\infty \Sigma_s(\boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, E' \rightarrow E) F(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', E') d\boldsymbol{\Omega}' dE' dV d\boldsymbol{\Omega} dE$$

Al considerar todas las contribuciones da como resultado el cambio total por unidad de tiempo del número de neutrones en la región de interés, siendo igual a la diferencia entre la rapidez de ganancias y la de pérdidas

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E)}{\partial t} = & - \boldsymbol{\Omega} \cdot \text{grad} F(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E) \\ & - \Sigma_t(E) F(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E) \\ & + \int_{4\pi} \int_0^\infty \Sigma_s(\boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, E' \rightarrow E) F(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', E') d\boldsymbol{\Omega}' dE \\ & + S(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E) \end{aligned} \quad (5.7)$$

La ecuación integro diferencial 5.7 es llamada ecuación de transporte o de Boltzmann. El primer término es el llamado término de fugas, involucra al coeficiente de difusión y al gradiente del flujo, el segundo término describe la reacción y es igual al producto entre la sección eficaz macroscópica total y el flujo, el tercer término es la fuente de neutrones debido a dispersiones provenientes de otras energías, y se obtiene de integrar la sección eficaz de dispersión que indica la probabilidad de que un neutrón de una energía determinada quede con una otra energía luego de una colisión y finalmente, el último término representa la fuente de neutrones [2].

### 5.3.3. Dependencia espacial y energética

La ecuación 5.7 en situación estacionaria y considerando simetría plana, con fuentes isotrópicas y dispersiones isotrópicas en el sistema del laboratorio se tiene:

$$- \frac{1}{3\Sigma_t(E)} \nabla^2 \Phi(x, E) + \Sigma_t(E) \Phi(x, E) = S(x, E) + \int_0^\infty \Sigma_s(E' \rightarrow E) \Phi(x, E') dE' \quad (5.8)$$

donde

$$\Phi(x, E) = \Phi(x) \Phi(E)$$

## 5.4. Ecuación de difusión

### 5.4.1. Ecuación a un grupo de energía

Aplicando el teorema de Gauss y la ley de Fick al primer término en el lado derecho de la igualdad en la ecuación 5.5, resolviendo las integrales del tercer término y considerando la

contribución de las secciones eficaces total y de dispersión en la ecuación, la expresión cinco se reduce a [14]

$$\frac{\partial n(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E)}{\partial t} = -D\nabla^2\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E) - \Sigma_a\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E) + S(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E) \quad (5.9)$$

donde:

$n$ : número de neutrones por unidad de volumen ( $cm^{-3}$ )

$S$ : fuente de neutrones ( $cm^{-3} s^{-1}$ )

$\Sigma_a$ : sección eficaz macroscópica de absorción ( $cm^{-1}$ )

$\Phi$ : flujo de neutrones ( $cm^{-2} s^{-1}$ )

$\nabla^2$ : laplaciano

En la ecuación 5.8  $D$  (cm) corresponde con el coeficiente de difusión y nace de la solución de la ley de Fick,  $D$  es equivalente a  $1/3\Sigma_s$  y está asociado con el vector densidad de corriente neutrónica  $J$  ( $cm^{-2} s^{-1}$ ) y el flujo de neutrones  $\Phi$ , a través de la ley de Fick:

$$J = -D\nabla\Phi$$

Para situaciones estacionarias, con dispersión isotrópica de los neutrones, independencia energética y simetría plana, la ecuación 5.8 se transforma en la ecuación de difusión:

$$-D\frac{d^2\Phi}{dx^2} + \Sigma_a\Phi = S \quad (5.10)$$

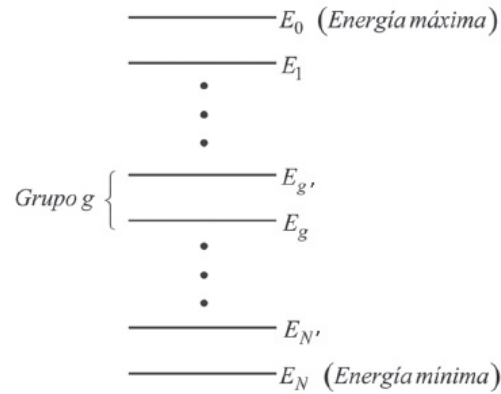
### 5.4.2. Ecuación en multigrupos

Los neutrones pueden ser emitidos con una energía  $E_0$  (figura 2) y llegar a tener una energía mínima  $E_N$  donde  $N$  es el intervalo donde los neutrones se encuentran con mínima energía. El grupo  $g$  de neutrones comprende todos los neutrones que tiene una determinada energía de interés donde se consideran como monoenergéticos.

Las ecuaciones específicas en cada grupo están acopladas, porque no solo hay fuentes reales que emiten en el grupo en cuestión, sino también las tasas de transferencia a este grupo de otros grupos; y además de las absorciones reales en este grupo.

Al establecer la ecuación de balance neutrónico de la misma manera que se hizo en la ecuación de transporte o en la ecuación general de difusión, en el caso la ecuación de difusión y remoción en multigrupos de energía unidimensional se puede obtener a partir de

$$-D_g\frac{d^2\Phi_g}{dx^2} = \sum_{g'=1}^{g-1} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}\Phi_{g'} + S_g \quad (5.11)$$



**Figura 5.2:** *Discretización del espectro de energía.*

donde:

$\Sigma_{R,g}$ : es la sección eficaz macroscópica de remoción en la cual se suman la probabilidad de absorción de neutrones y la probabilidad de dispersión y pérdida de neutrones dentro del grupo de energía  $g$  (1/cm)

$\Sigma_{s,g' \rightarrow g}$ : sección eficaz macroscópica de difusión del grupo de transferencia de los neutrones en un grupo  $g'$  podrían ser dispersados al grupo  $g$  (1/cm)

$\Phi_{g'}$ : flujo de neutrones que se encuentran dentro del grupo de energía  $g'$

$\Phi_g$ : flujo de neutrones que se encuentran dentro del grupo de energía  $g$

$S_g$ : es la fuente de neutrones emitiendo en el grupo de energía  $g$  de manera isotrópica

Los grupos de energía son discretizados como de muestra en la figura 5.2.

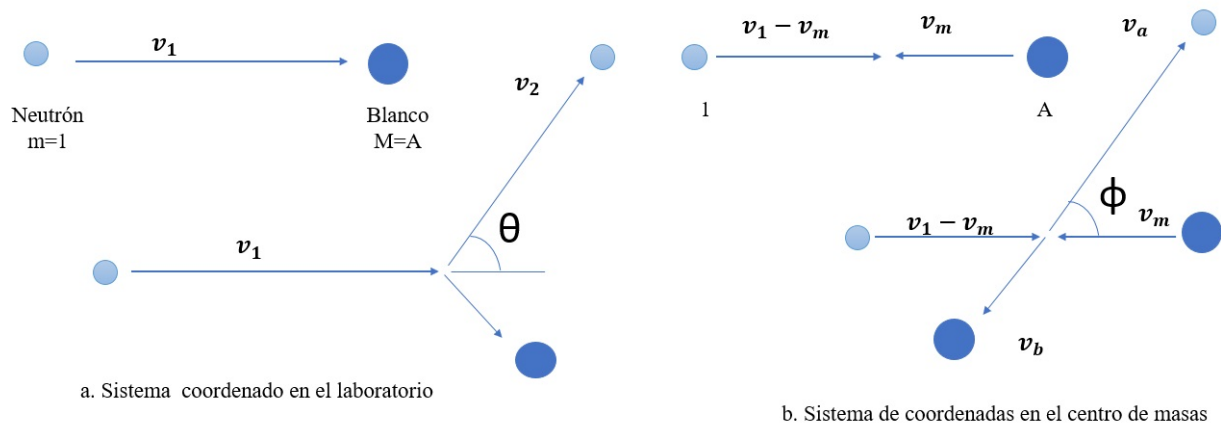
## 5.5. Dispersión elástica y pérdida de energía

### 5.5.1. Introducción

Cuando los neutrones de alta energía colisionan con átomos de un medio dispersor pierden energía simultáneamente con el proceso de difusión. La pérdida de energía se da por dispersiones elásticas e inelásticas con los núcleos atómicos del medio. Los átomos del medio se pueden considerar libre y en reposo antes de la colisión. El estudio de la pérdida de energía de los neutrones en un medio permite establecer la distribución espacial y energética del flujo neutrónico.

### 5.5.2. Colisión elástica

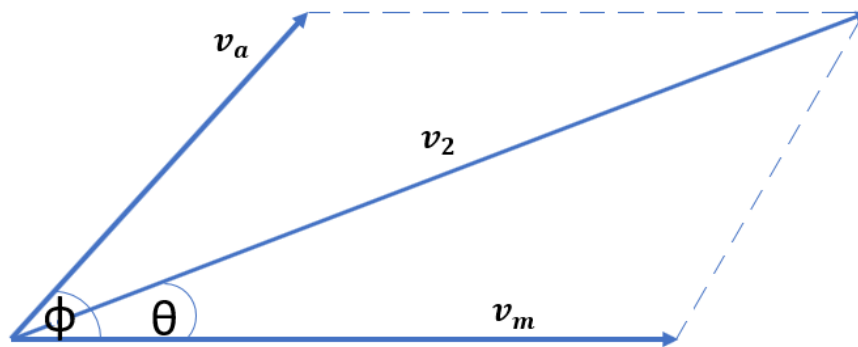
La pérdida de energía de los neutrones debida a colisiones elásticas se calcula a partir de las leyes de conservación de energía y momento de manera clásica ya que los neutrones no tienen energías necesarias para un tratamiento relativista [15]. En una colisión elástica al neutrón se le asocia una masa atómica de 1 uma con una velocidad incidente  $v_1$ , en tanto que el blanco posee una masa  $A$  en estado libre y en reposo. Después de la interacción el neutrón sale dispersado con un ángulo  $\theta$  y con velocidad  $v_2$  en el marco de referencia del laboratorio (figura 5.3 a).



**Figura 5.3:** Sistema coordinado de la colisión.

En la figura 5.3 b., se describe la colisión en el marco de referencia del centro de masas, donde:

- $v_m$ : velocidad del centro de masas
- $v_1 - v_m$ : velocidad del neutrón antes de la colisión
- $v_a$ : velocidad del neutrón después de la colisión
- $v_b$ : velocidad del núcleo en retroceso
- $\Phi$ : ángulo de dispersión



**Figura 5.4:** Relación entre  $v_a$ ,  $v_m$ , y  $v_2$ .

De la figura 5.4., se tiene:

$$v_2^2 = v_a^2 + v_m^2 + 2v_a v_m \cos\Phi \quad (5.12)$$

$$v_2 \cos\theta = v_a \cos\Phi + v_m \quad (5.13)$$

Aplicando el principio de la conservación de la energía y del momento, se puede deducir la velocidad del centro de masas  $v_m$  y la del neutrón antes  $v_1 - v_m$  de la colisión, donde el blanco y el neutrón debe tener direcciones opuestas.

$$v_m = \frac{v_1}{A + 1} \quad (5.14)$$

$$v_1 - v_m = \frac{A}{A + 1} v_1 \quad (5.15)$$

Teniendo en cuenta que  $E_1 = v_1^2/2$  y  $E_2 = v_2^2/2$ , son las energías del neutrón antes y después de la colisión, entonces a partir de la ecuación (5.12) con los respectivos valores de  $v_a$  y  $v_m$  dados por (5.14) y (5.15), se obtiene la siguiente expresión para la energía del neutrón después de la colisión en las coordenadas del laboratorio:

$$E_2 = E_1 \frac{A^2 + 2A \cos\Phi + 1}{(A + 1)^2} \quad (5.16)$$

A partir de la ecuación 5.15 y la suma de velocidades que se obtiene de los sistemas coordenados y asumiendo una colisión frontal ( $\Phi = 180^\circ$ ) se puede introducir una cantidad auxiliar llamada parámetro de impacto

$$\frac{E_2}{E_1} = \alpha = \left( \frac{A - 1}{A + 1} \right)^2 \quad (5.17)$$

Cuando un neutrón en una colisión con un núcleo de hidrógeno ( $A = 1$ ;  $\alpha = 0$ ) tendrá una pérdida de energía máxima después de un choque frontal, cuando el choque se genera con un núcleo grande ( $A \gg 1$ ;  $\alpha = 1$ ) la pérdida de energía es mínima.

Al establecer la relación entre  $E_2/E_1$  para determinar la energía que el neutrón le transfiere al blanco, se retoma la ecuación 5.16 y despejando A en la ecuación 5.17 se tiene

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2} [(1 + \alpha) + (1 - \alpha) \cos\Phi] \quad (5.18)$$

En el caso del átomo de hidrogeno donde  $\alpha = 0$  y en un choque frontal  $\Phi = 180^\circ$  la relación entre  $E_2/E_1$  es igual a cero.

### 5.5.3. Distribuciones isotrópicas, energética y angular

La probabilidad que un neutrón después de una colisión pase de un grupo de energía  $E_1$  a  $E_2$ , se expresa por  $g(E_1 \rightarrow E_2)dE_2$ , y su relación con el ángulo de dispersión está dada por:

$$g(E_1 \rightarrow E_2)dE_2 = p(\cos\Phi)d\cos\Phi \quad (5.19)$$



Donde  $p(\cos\Phi)d\cos\Phi$  representa la probabilidad que neutrón en el centro de masas sea dispersado entre  $\cos\Phi$  y  $(\cos\Phi + d\cos\Phi)$ . En el caso de moderadores ideales, los neutrones sufren dispersiones isotrópicas cuando sus energías se encuentran por debajo de 1 MeV y en este caso  $p(\cos\Phi) = 1/2$ . Entonces, en moderadores ideales y para energías menores de 1 MeV, aplicando las ecuaciones 5.18 y 5.19, se tiene:

$$g(E_1 \rightarrow E_2)dE_2 = \frac{1}{2} \frac{d\cos\Phi}{dE_2} = \frac{1}{(1-\alpha)E_1} \quad (5.20)$$

De la distribución angular de los neutrones dispersados isotrópicamente en el marco de referencia del centro de masa y en especial para el cálculo del transporte, a partir de la ecuación 5.16, se obtiene el siguiente valor para el promedio del  $\cos\theta$

$$\overline{\cos\theta} = \int_{-1}^{+1} \frac{A\cos\Phi + 1}{\sqrt{A^2 + 2A\cos\Phi + 1}} \cdot \frac{1}{2} d\cos\Phi = \frac{2}{3A} \quad (5.21)$$

Para núcleos ligeros en una colisión frontal es más fuerte; para núcleos pesados,  $2/3A \approx 0$  y la dispersión en el sistema de laboratorio es casi isotrópica.

#### 5.5.4. Promedio del decremento de la energía

Como el transporte y difusión de los neutrones cubre rangos de energías que van desde los MeV hasta los eV, resulta conveniente cambiar la escala lineal de energía a una logarítmica. Tal escala de energía es posible si se introduce una variable llamada decremento logarítmico de energía  $\xi$ , definida de la siguiente forma:

$$\xi = \ln E_1 - \overline{\ln E_2} = \overline{\ln \left( \frac{E_1}{E_2} \right)} = \int_{\alpha E_1}^{E_1} \ln \left( \frac{E_1}{E_2} \right) \frac{dE_2}{(1-\alpha)E_1} = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln \alpha \quad (5.22)$$

La anterior ecuación muestra que la letargia es independiente de la energía del neutrón (antes o después de la colisión) y solo es dependiente del número másico del blanco.

A partir de  $\xi$  es posible calcular, entre otros, el promedio del número  $n$  de colisiones necesarias para que un neutrón de energía  $E_Q$  alcance una energía  $E$ .

$$n = \frac{\ln(E_Q/E)}{\xi} \quad (5.23)$$

#### 5.5.5. Razón y potencia de moderación

Los moderadores son materiales que reducen la velocidad de neutrones que los atraviesa, en la evaluación de un material empleado como moderador de neutrones se debe tener en cuenta que los materiales que lo componen cuenten con secciones eficaces de dispersión altas mientras que las secciones eficaces de absorción sean lo más bajas posibles. La moderación de neutrones de un material se encuentra caracterizado por dos cantidades: el poder de moderación y la tasa de moderación.

El poder de moderación  $\xi\Sigma_s$  ( $cm^{-1}$ ) es la capacidad que tiene un material para dispersar los neutrones, a mayores sean los Z de los materiales de los materiales del moderador más pequeño es este parámetro, por lo tanto se busca que los materiales empleados posean una alta sección eficaz de dispersión; mientras la tasa de moderación,  $\xi\Sigma_s/\Sigma_a$  es la capacidad que tiene el material para dispersar los neutrones sin que sean absorbidos, entre mayor sea la tasa de moderación de un material mejor moderador será ya que los neutrones que interactúen con el material serán dispersados mas no será absorbidos.

## 5.6. Moderación

### 5.6.1. Introducción

La moderación consiste en disminuir la energía cinética de los neutrones emitidos por una fuente a la energía requerida mediante dispersiones, en particular la dispersión elástica. Las principales características de un buen moderador son:

- Alta perdida de energía por colisión.
- Alta sección eficaz elástica.
- Bajo peso atómico.
- Baja sección eficaz de absorción.
- La sección eficaz de absorción sea mucho menor a la sección eficaz de dispersión  $\alpha_a \ll \alpha_s$ .

### 5.6.2. Densidad de colisión

Se define como el número de neutrones que sufren dispersión o absorción por unidad de volumen por segundo  $(\Sigma_a + \Sigma_s)\Phi(E)$ . Teniendo en cuenta la dependencia energética de la ecuación 5.5

$$(\Sigma_a + \Sigma_s)\Phi(E) = \int_0^\infty \Sigma_s(E' \rightarrow E)\Phi(E')d(E') + S(E) \quad (5.24)$$

Describiendo la moderación en un medio infinito con distribución homogénea y considerando la probabilidad g que un neutrón que se encuentre en un grupo de energía  $E'$  pase a uno E mediante una dispersión expresada por  $\Sigma_s(E')g(E' \rightarrow E)$ , el flujo neutrónico en función de la energía se puede reescribir como:

$$\psi(E) = \int_E^{E/\alpha} \frac{\Sigma_s}{\Sigma_a + \Sigma_s} \psi(E')g(E' \rightarrow E)dE' + S(E) \quad (5.25)$$

### 5.6.3. Densidad de moderación

Se define como el número de neutrones que disminuyen su energía  $E$  por  $cm^3$  por segundo. La probabilidad que el flujo neutrónico que se encuentre en un grupo de energía  $E$  y pase al siguiente (menor) ya sea por dispersión o absorción se establece reescribiendo la ecuación 5.29, con la ayuda de la ecuación 5.24.

$$q(E) = \int_E^{E/\alpha} \frac{\Sigma_s}{\Sigma_a + \Sigma_s} \psi(E') \int_{\alpha E'}^E \frac{dE''}{(1-\alpha)E'} dE' \quad (5.26)$$

Los procesos de pérdida de energía de los neutrones se pueden describir también por una escala de energía logarítmica. El uso de tal escala se sugiere por la constancia de la pérdida de energía logarítmica promedio por colisión.

### 5.6.4. Letargia

En el apartado 5.5.4 se definió el decremento logarítmico de energía también llamada letargia, ahora se definirá como

$$u = \ln \left( \frac{E_Q}{E} \right) \quad (5.27)$$

Donde  $E_Q$  es una energía arbitraria, por lo general la más alta del espectro neutrónico. Al definir el flujo neutrónico no en función de una energía cualquiera sino en función de la letargia  $\psi(u)$  se obtiene

$$\psi(u) = \int_{u-\ln(1/\alpha)}^u \frac{\Sigma_s}{\Sigma_a + \Sigma_s} \psi(u') g(u' \rightarrow u) du' + S(u') \quad (5.28)$$

También se puede definir la densidad de moderación definida en la ecuación 5.26 como una función de la letargia como

$$\frac{dq}{du} = -\frac{\Sigma_a}{\Sigma_a + \Sigma_s} \psi(u) + S(u) \quad (5.29)$$

Se debe tener en cuenta que para el flujo neutrónico y la densidad de moderación en función de la letargia  $u - \ln(1/\alpha) \leq u' \leq u$

### 5.6.5. Medios pesados

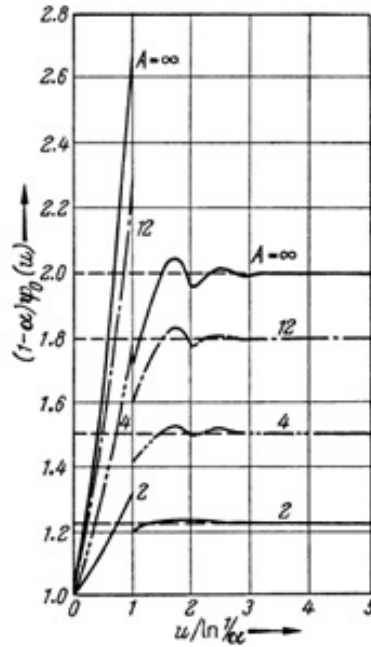
#### Medio no absorbente

Al calcular la moderación en medios con  $A > 1$  donde la energía de los neutrones emitidos es  $E_Q$  y la intensidad de la fuente  $S$  se normaliza a 1 la ecuación 5.26 se reescribe con las nuevas condiciones de la siguiente manera

$$\psi(E) = \int_E^{E/\alpha} \psi(E') \frac{dE'}{(1-\alpha)E'} + \delta(E - E_Q) \quad (5.30)$$

Al resolver ecuación diferencial 5.30 con  $A > 1$  se aplica la solución de Placzek [16] para  $\psi_0(u)$  donde la densidad de colisión exhibe asíntotas en valores iguales a  $1/\xi$  (figura 5.5), la discontinuidad ocurre cuando la densidad de colisión se encuentra en los rangos de energía  $E = \alpha E$  donde los neutrones emitidos desde la fuente pueden tener energía  $\alpha E$  en su primera colisión. En medios no absorbentes ( $\Sigma_a \rightarrow 0$ ) la densidad de moderación se calcula mediante

$$\begin{aligned}
 q &= \int_E^{E/\alpha} \psi(E') \frac{E - \alpha E'}{(1 - \alpha)E'} \\
 &= \frac{1}{\xi} \frac{E - \alpha E'}{(1 - \alpha)E'} \frac{dE'}{E'} \\
 &= \frac{1}{\xi} \left[ 1 + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln \alpha \right] = 1
 \end{aligned} \tag{5.31}$$



**Figura 5.5:** Solución de Placzek para calcular la densidad de colisión en varios materiales moderadores [12].

Retomando la densidad de colisión en un medio no absorbente está relacionada con  $q(E) = S$  y el flujo neutrónico  $\Phi(E)$  están conectados por

$$\Phi(E) = \frac{q}{\xi \Sigma_s E} \tag{5.32}$$

Ya que las secciones eficaces de dispersión de muchos materiales moderadores son constantes desde 1 eV hasta keV, el espectro del flujo neutrónico epitérmico está relacionado por

$$\Phi(E)dE = \Phi_{epi} \frac{dE}{E}$$

$$\Phi_{epi} = \frac{q}{\xi \Sigma_s} \quad (5.33)$$

### Medio absorbente

En un medio donde la sección eficaz de absorción es significativa y en donde se emplea la aproximación de Wigner [16] para medios absorbentes, la densidad de colisión en función de la letargia puede representarse como  $1 - p(u)$  y el número de neutrones absorbidos por  $cm^3$  por segundo es

$$\psi(u) = \frac{1}{\xi} - \frac{1 - p(u)}{\xi} = \frac{p(u)}{\xi} \quad (5.34)$$

Rescribiendo la ecuación 5.29 en términos de un medio absorbente se tiene

$$\frac{dp}{du} = -\frac{\Sigma_a}{\xi(\Sigma_a + \Sigma_s)} p(u) \quad (5.35)$$

De donde el flujo  $\Phi(E)$  obtenido para esta nueva condición, se puede expresar mediante la siguiente relación:

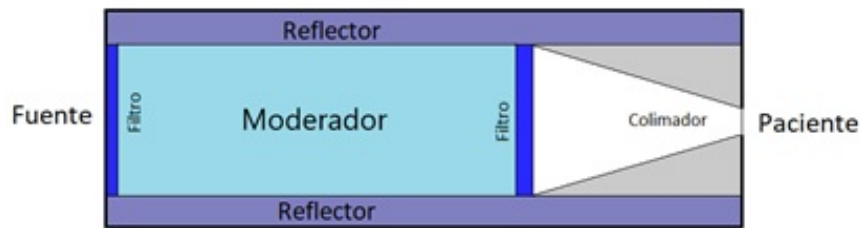
$$\Phi(E) = \frac{q(E)}{\xi(\Sigma_a + \Sigma_s)E} \quad (5.36)$$

# Capítulo 6

## Materiales y Métodos

### 6.1. Estado del arte

El conformador del haz de neutrones CHN en un reactor o acelerador es el encargado de dirigir los neutrones desde la fuente de emisión de los neutrones hasta el paciente, garantizando las condiciones adecuadas para un tratamiento clínico. Un CHN está compuesto de varios elementos los cuales se encuentran diseñados para cumplir funciones específicas (Figura 6.1). Cada componente del CHN es de material diferente y cuenta con una determinada geometría.



**Figura 6.1:** *Conformador del haz de neutrones CHN.*

En el CHN los filtros absorben la radiación gamma y los neutrones indeseables. Por lo general, son láminas de superpuestas de poco espesor y están localizadas a la salida de la fuente y a la entrada del colimador. El reflector es el segmento encargado de evitar la fuga de neutrones y en la mayoría de los casos es un casquete cilíndrico de plomo que rodea al moderador y al colimador. El moderador modifica la energía de los neutrones provenientes de la fuente y en la mayoría de los diseños es un cilindro compacto de grafito, aluminio, agua pesada o *Fluental<sup>TM</sup>* [17]. El colimador dirige los neutrones a la ventana de salida del CHN y en algunos casos es de forma cónica.

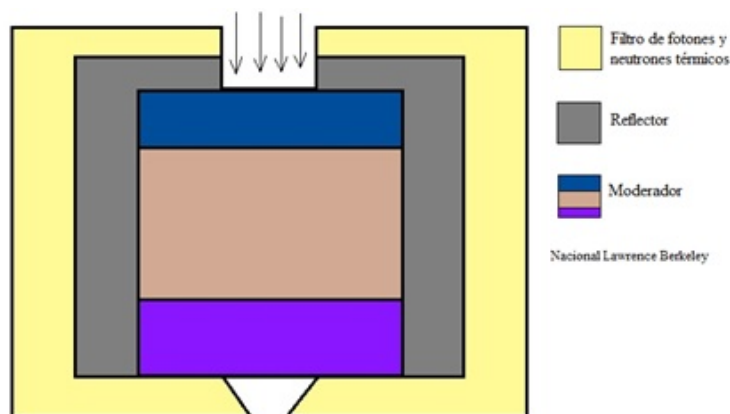
A continuación, se describe brevemente el estado del arte de los aceleradores que actualmente investigan con TCN en América, Europa y Asia. En especial se describe el CHN que se encuentra instalado en cada uno de los aceleradores. A partir de los años 90 el Lawrence Berkeley National Laboratory en USA, publicó sus primeros trabajos relacionados con el diseño de

Institución o universidad	Tipo de acelerador	Blanco y reacción
Nacional Lawrence Berkeley	Tandem ESQ (Funcionando)	$D(D, n)^3He$ ; $D(T, n)^4He$
Buenos Aires Argentina	Tandem ESQ (En construcción)	${}^7Li(p, n)$

**Tabla 6.1:** Tipo de acelerador, lugar y reacción de las bases de aceleradores usados en terapia del cáncer por captura neutrónica en América [2] ..

un generador compacto de neutrones para el tratamiento de pacientes. Actualmente Argentina construye un acelerador con aplicaciones específicas en NTC. En la tabla 6.1., se resumen los grupos de investigación que emplean aceleradores para la terapia con neutrones epitérmicos

En la figura 6.2., se muestra el conformador del haz de neutrones del Nacional Lawrence Berkeley en Estados Unidos, consta de un moderador de berilio, hierro y *Fluental*<sup>TM</sup> que se encuentra en la parte central, lo rodea un reflector de plomo y en la parte más externa se encuentra el polietileno con litio como filtro de fotones gamma y neutrones térmicos.



**Figura 6.2:** Vista frontal del conformador de haz de neutrones del Lawrence Berkeley National Laboratory LBNL, tiene un limitador de polímero y litio, un reflector de plomo y un moderador de bismuto, hierro y *Fluental*<sup>TM</sup> [1, 2].

Posterior a los aportes de la TCN en el Technical Research Centre TRC de Finlandia, varios grupos continuaron adelantando sus investigaciones empleando aceleradores para la generación de neutrones de uso clínico. En la tabla 6.2., se resumen los grupos que emplean aceleradores para la terapia con neutrones epitérmicos.

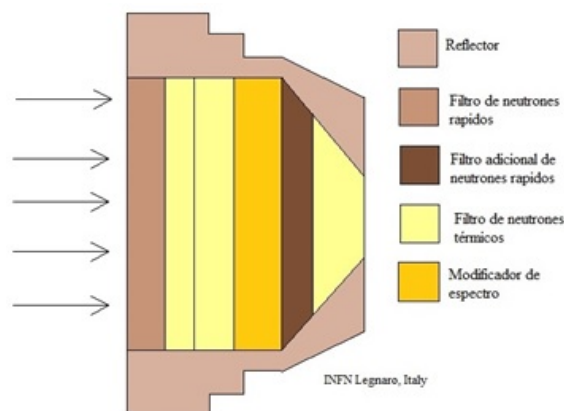
En la figura 6.3., se muestra el conformador de haz de neutrones del INFN. En este diseño no se cuenta con los materiales frecuentemente empleados en los CHN de otras instalaciones. En el INFN se emplea el níquel como reflector en toda la estructura, el hierro como filtro para los neutrones rápidos y el litio distribuido en varios sectores del diseño para absorber los neutrones térmicos. El moderador (modificador de espectro) utiliza *Fluental*<sup>TM</sup> y entre las capas de cada material se encuentran pequeñas capas de litio que cumple la función de filtrar fotones gamma y neutrones térmicos.

Institución o universidad	Tipo de acelerador	Blanco y reacción
Budker Institute Russia	Tandem al vacío (funcionando)	${}^7\text{Li}(p, n)$
Birmingham Univ. UK	Dynamitron (funcionamiento)	${}^7\text{Li}(p, n)$
INFN Legnaro Italy	RFQ (en construcción)	${}^9\text{Be}(p, n)$

**Tabla 6.2:** Tipo de acelerador, lugar y reacción de las bases de aceleradores usados en terapia del cáncer por captura neutrónica en Europa [1, 5] .

Institución o universidad	Tipo de acelerador	Blanco y reacción
KURRI Japan	Cyclotron (iniciando ensayos clínicos)	${}^9\text{Be}(p, n)$
Tsukuba Japan	RFQ (en construcción)	${}^9\text{Be}(p, n)$
Neuboron Medtech Ltd-China	n.d	${}^{10}\text{Be}(p, n){}^7\text{Li}$
Hanyang University Korea	Tandem al vacío (funcionando)	${}^7\text{Li}(p, \alpha){}^7\text{Be}$

**Tabla 6.3:** Tipo de acelerador, lugar y reacción de las bases de aceleradores usados en terapia del cáncer por captura neutrónica en Asia [6, 4, 3].

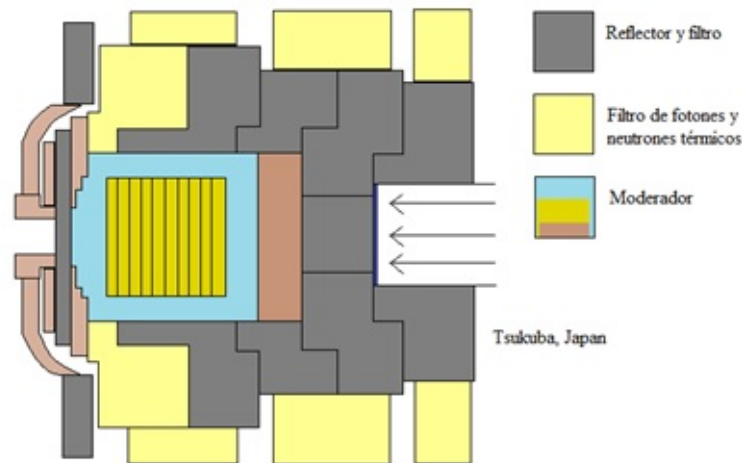


**Figura 6.3:** Vista frontal del conformador de haz de neutrones del INFN Legnaro en Italia, tiene blindaje de concreto, un reflector de níquel y un moderador de  $\text{Fluental}^{\text{TM}}$  [3].

En la actualidad Japón y China lideran la investigación y la aplicación clínica de la terapia del cáncer con neutrones. Recientemente la compañía americana TAE Life Sciences, anuncio su sociedad con la compañía China Neuboron Medtech, Ltda con el propósito de adelantar investigaciones conjuntas relacionadas con la TCN. En la tabla 6.3., se resumen los grupos que emplean aceleradores para la terapia con neutrones epitérmicos.

En la figura 6.4 se muestra el CHN de Tsukuba





**Figura 6.4:** Vista frontal del conformador de haz de neutrones del ciclotrón Tsukuba en Japón, tiene blindaje de concreto, un reflector de plomo. El moderador está compuesto de láminas delgadas de hierro y cadmio rodeado de aluminio [4].

## 6.2. Bases de diseño

Las recomendaciones del Organismo Internacional de Energía Atómica OIEA relacionadas con los parámetros de diseño de un CHN, se encuentran establecidas en el TECDOC 1223 [17]. Las cantidades importantes a tener en cuenta en el diseño de un CHN son: el espectro energético de los neutrones, las dosis, los materiales, los flujos térmicos y epitérmicos:

- El espectro de energía de los neutrones epitérmicos es de 0.5 eV a 10 keV.
- El espectro de neutrones rápidos comienza  $> 10$  keV.
- Flujo mínimo del haz  $10^9 n cm^2 s^{-1}$ .
- En el caso de glioblastoma a 8 cm de profundidad la relación entre  $\frac{\phi_{th}}{\phi_{ep}} < 0.05$
- Materiales para el moderador: Aluminio (Al), grafito (C), Azufre (S), *Fluental<sup>TM</sup>* ( $Al_2O_3$ ,  $AlF_3$ ), agua pesada ( $D_2O$ ).
- $\phi_{epi} = 1.1 \times 10^9 n/cm^2 s$ .
- $D_{fast}/n_{epi} = 7.5 cGy cm^2/n_{epi}$
- $D_{\gamma}/n_{epi} = 3.0 cGy cm^2/n_{epi}$ .

Respecto de los materiales sugeridos por el OIEA [17] para los moderadores, estos deben poseer las siguientes características:

- Alta sección eficaz de dispersión de neutrones rápidos a epitérmicos.

- Baja sección eficaz de absorción de neutrones epitérmicos.
- La relación entre sección eficaz de dispersión de neutrones rápidos a epitérmicos/sección eficaz de absorción de neutrones epitérmicos debe ser lo más alta posible  $\Sigma_{s_{fast \rightarrow epi}}/\Sigma_{a_{epi}}$ .

Entre los materiales que el OIEA sugeridos en el TECDOC 1223 se encuentran el aluminio (Al), grafito (C), azufre (S), oxido de aluminio ( $Al_2O_3$ ), fluoruro de aluminio ( $AlF_3$ ), agua pesada ( $D_2O$ ) y el *Fluental<sup>TM</sup>* ( $AlF_3Al$ ).

El moderador seleccionado para el estudio fue el *Fluental<sup>TM</sup>* con una concentración de 40 % de Al y 60 % de  $AlF_3$  y una densidad de  $3g/cm^3$  [18].

### 6.3. Parámetros de moderación

Los parámetros de moderación tales como: coseno promedio del ángulo de dispersión, letargia, parámetro de impacto y número de colisiones necesarias para moderar los neutrones fueron calculados empleando las ecuaciones (2, 3, 17, 22 y 23). Para el cálculo del poder y la tasa de moderación se utilizó la definición de sección macroscópica dada en la ecuación 3 junto a las secciones eficaces microscópicas obtenidas por el *National Nuclear Data Center, Evaluated Nuclear (reaction) Data File ENDF* (<https://www.nndc.bnl.gov/>). Los anteriores datos obtenidos para materiales que frecuentemente son utilizados como moderadores de neutrones se muestran en las tablas 6.4 y 6.5. La desviación estándar para todos los cálculos no supero el 0.02. En el Anexo 1., se relacionan parámetros de moderación para otros materiales que fueron calculados en el presente trabajo.

Al comparan los resultados obtenidos entre los neutrones rápidos y los epitérmicos de los diferentes materiales se encuentra que el plomo tiene la tasa de moderación más baja para ambos grupos de energía mientras el hidrogene presenta la más alta tasa y el *Fluental<sup>TM</sup>* presenta un valor medio para ambos grupos de energías, lo que indica que los neutrones depositen menos energía en el *Fluental<sup>TM</sup>* que en otros materiales, lo que permite que la moderación sea mejor controlada cuando la fuente emite neutrones de energías bajas comparadas con los neutrones producidos en reactores. El deuterio presenta el menor poder de moderación en ambos grupos de energía mientras el aluminio presenta el mayor poder de moderación para los neutrones rápidos mientras el agua presenta el mayor poder de moderación en los neutrones epitérmicos, igual que en la tasa de moderación el *Fluental<sup>TM</sup>* presenta un valor medio para ambos grupos de energías, lo cual permite que la moderación de neutrones sea más controlada en este material. Por lo tanto, el moderador seleccionado para el estudio fue el *Fluental<sup>TM</sup>* con una concentración de 40 % de Al y 60 % de  $AlF_3$  y una densidad de  $3g/cm_3$  [18].

Blanco	A (NIST)	Sección eficaz microscópica TOT ENDF/B-VIII.0 (barns)	Sección eficaz microscópica S ENDF/B-VIII.0 (barns)	Sección eficaz microscópica AB ENDF/B-VIII.0 (barns)	Densidad volumétrica N ( $10^{26}$ atm/cm <sup>3</sup> )	Sección eficaz macroscópica (S) (cm <sup>-1</sup> )	Parametro de impacto $\alpha$	Promedio logaritmica de energía perdida (letargia) $\xi$	Numero de colisiones $n$	Poder de moderación $\xi\Sigma_s$ (cm <sup>-1</sup> )	Tasa de moderación $\xi(\Sigma_s/\Sigma_a)$
H	1.01E+00	3.77E+00	3.77E+00	3.00E-05	4.99E-05	1.88E-04	1.52E-05	1.00E+00	5.50E+00	1.88E-04	1.26E+05
D	2.01E+00	2.80E+00	2.80E+00	5.00E-06	2.49E-05	6.98E-05	1.13E-01	7.22E-01	7.62E+00	5.04E-05	4.04E+05
O <sup>16</sup>	1.60E+01	2.76E+00	2.76E+00	2.00E-05	5.00E-05	1.38E-04	7.78E-01	1.20E-01	4.59E+01	1.65E-05	1.65E+04
H <sub>2</sub> O	1.80E+01	1.03E+01	1.03E+01	8.00E-05	3.33E-02	3.43E-01	8.01E-01	1.07E-01	5.14E+01	3.67E-02	1.38E+04
D <sub>2</sub> O	2.00E+01	8.36E+00	8.36E+00	3.00E-05	3.33E-02	2.78E-01	8.19E-01	9.66E-02	5.69E+01	2.69E-02	2.69E+04
Pb <sup>207</sup>	2.07E+02	4.83E+00	4.06E+00	7.70E-01	3.29E-02	1.34E-01	9.81E-01	9.63E-03	5.71E+02	1.29E-03	5.08E-02
F <sup>19</sup>	1.90E+01	4.48E+00	3.29E+00	1.19E+00	4.99E-05	1.64E-04	8.10E-01	1.02E-01	5.41E+01	1.67E-02	2.80E-01
Al <sup>27</sup>	2.70E+01	3.81E+00	3.60E+00	2.12E-01	6.00E-02	2.16E-01	8.62E-01	7.23E-02	7.61E+01	1.56E-02	1.23E+00
AlF <sub>3</sub>	8.40E+01	1.72E+01	1.35E+01	3.79E+00	2.06E-02	2.77E-01	9.53E-01	2.36E-02	2.33E+02	6.54E-03	8.40E-02
Fluental <sup>TM</sup>	6.12E+01	1.19E+01	9.52E+00	2.36E+00	2.69E-02	2.56E-01	9.37E-01	3.23E-02	1.70E+02	8.28E-03	1.31E-01

Tabla 6.4: Parámetros de moderación de varios materiales para neutrones rápidos (Energía 2.5 MeV a 10 keV, Promedio 1.255 MeV).

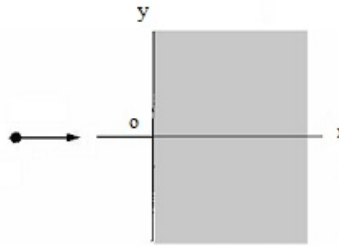
Blanco	A (NIST)	Sección eficaz microscópica TOT ENDF/B-VIII.0 (barns)	Sección eficaz microscópica S ENDF/B-VIII.0 (barns)	Sección eficaz microscópica AB ENDF/B-VIII.0 (barns)	Densidad volumétrica N ( $10^{26}$ atm/cm <sup>3</sup> )	Sección eficaz macroscópica (S) (cm <sup>-1</sup> )	Parametro de impacto $\alpha$	Promedio logaritmica de energía perdida (letargia) $\xi$	Numero de colisiones $n$	Poder de moderación $\xi\Sigma_s$ (cm <sup>-1</sup> )	Tasa de moderación $\xi(\Sigma_s/\Sigma_a)$
H	1.01E+00	1.98E+01	1.98E+01	7.44E-04	4.99E-05	9.88E-04	1.52E-05	1.00E+00	9.91E+00	9.88E-04	2.66E+04
D	2.01E+00	3.39E+00	3.39E+00	4.10E-06	2.49E-05	8.45E-05	1.13E-01	7.22E-01	1.37E+01	6.10E-05	5.96E+05
O <sup>16</sup>	1.60E+01	3.78E+00	3.78E+00	7.90E-06	5.00E-05	1.89E-04	7.78E-01	1.20E-01	8.25E+01	2.27E-05	5.75E+04
H <sub>2</sub> O	1.80E+01	4.34E+01	4.34E+01	1.50E-03	3.33E-02	1.45E+00	8.01E-01	1.07E-01	9.25E+01	1.55E-01	3.11E+03
D <sub>2</sub> O	2.00E+01	1.06E+01	1.06E+01	1.61E-05	3.33E-02	3.51E-01	8.19E-01	9.66E-02	1.02E+02	3.39E-02	6.34E+04
Pb <sup>207</sup>	2.07E+02	1.06E+01	1.06E+01	1.59E-03	3.29E-02	3.48E-01	9.81E-01	9.63E-03	1.03E+03	3.35E-03	6.38E+01
F <sup>19</sup>	1.90E+01	3.62E+00	3.62E+00	3.68E-05	4.99E-05	1.81E-04	8.10E-01	1.02E-01	9.74E+01	1.84E-05	1.00E+04
Al <sup>27</sup>	2.70E+01	1.21E+00	1.21E+00	7.61E-04	6.00E-02	7.29E-02	8.62E-01	7.23E-02	1.37E+02	5.27E-03	1.15E+02
AlF <sub>3</sub>	8.40E+01	1.21E+01	1.21E+01	8.71E-04	2.06E-02	2.48E-01	9.53E-01	2.36E-02	4.19E+02	5.87E-03	3.27E+02
Fluental <sup>TM</sup>	6.12E+01	7.73E+00	7.73E+00	8.27E-04	2.69E-02	2.08E-01	9.37E-01	3.23E-02	3.06E+02	6.73E-03	3.02E+02

Tabla 6.5: Parámetros de moderación de varios materiales para neutrones epitérmicos (Energía 10 keV a 0.5 eV. Promedio 5 keV).

Diferentes estudios han demostrado que le *Fluental<sup>TM</sup>* desarrollado en Finlandia, es un buen moderador para fuentes de neutrones basadas en aceleradores para TCN ya que la relación entre la sección eficaz de dispersión de los neutrones rápidos y la sección eficaz de remoción de los neutrones epitérmicos es lo suficientemente alta para mantener el flujo neutrónico utilizado en el TCN [19].

## 6.4. Dependencia espacial

El modelo empleado en el desarrollo del presente trabajo considera un haz de neutrones generados en un acelerador compacto de alto flujo con una fuente de Deuterio-Deuterio emitiendo neutrones unidireccionalmente con energía promedio de 2.45 MeV, he incidiendo perpendicularmente sobre un moderador semi-infinito.



**Figura 6.5:** *Neutrón incidiendo perpendicularmente en un medio semi-infinito*

En estas condiciones el término fuente  $S_g$  en la ecuación de difusión se encuentra dado por:

$$S_g = \sum_{g'=1}^g P_{s,g' \rightarrow g} I_g e^{-P_{t,g'} X} \quad (6.1)$$

donde:

$P_{s,g' \rightarrow g}$ : sección eficaz macroscópica de dispersión de neutrones no colisionados del grupo  $g'$  para convertirse en neutrones colisionados en el grupo de energía  $g$  ( $cm^{-1}$ ).

$I_g$ : flujo de neutrones incidentes no colisionados en el grupo de energía  $g$  ( $cm^{-2}s^{-1}$ ).

$P_{t,g'}$ : Sección eficaz macroscópica total para neutrones no colisionados en el grupo de energía  $g'$  ( $cm^{-1}$ ).

Con las anteriores consideraciones, la ecuación de difusión en multigrupos se expresa:

$$-D_g \frac{d^2 \Phi_g}{dx^2} + \Sigma_{R,g} \Phi_g = \sum_g^{g-1} \Sigma_{s,g' \rightarrow g} \Phi_{g'} + \sum_{g'=1}^g P_{s,g' \rightarrow g} I_g e^{-P_{t,g'} X} \quad (6.2)$$

### 6.4.1. Grupos de Energía

Al seguir las recomendaciones del OIAE [17] las energías de los neutrones usados para TCN se dividen en dos grupos: neutrones epitérmicos, que se encuentran en un rango de energías de los 0.5 eV hasta los 10 keV y los neutrones rápidos, con energías mayores a los 10 keV.

Grupo de energía	$E_{baja}$ (eV)	$E_{alta}$ (eV)	$E_{prom}$ (eV)
1	$10^4$	$2.45 \times 10^6$	$1.01 \times 10^5$
2	0.5	$10^4$	$10^3$

**Tabla 6.6:** Grupos de energía usados en el TCN.

El promedio de energía se calculó a partir de la siguiente ecuación:

$$E_{prom} = \frac{\int_{E_{baja}}^{E_{alta}} E(1/E)dE}{\int_{baja}^{alta}(1/E)dE} = \frac{E_{alta} - E_{baja}}{\ln\left(\frac{E_{alta}}{E_{baja}}\right)} \quad (6.3)$$

### 6.4.2. Solución a dos grupos de energía

Retomado la ecuación de difusión en multigrupos ecuación 5.11 la cual es una ecuación diferencial de segundo orden no homogénea y aplicando el método de diferencias finitas [20], las ecuaciones para dos grupos de energía se expresan:

$$-D_1 \frac{d^2\Phi_1}{x^2} + \Sigma_{R,1}\Phi_1 = I_1 P_{s,1-1} e^{-P_{t,1}X} \quad (6.4)$$

$$-D_2 \frac{d^2\Phi_2}{x^2} + \Sigma_{R,2}\Phi_2 = \Sigma_{s,1-2}\Phi_1 + I_2 P_{s,2-2} e^{-P_{t,2}X} + I_1 P_{s,1-1} e^{-P_{t,1}X} \quad (6.5)$$

Donde  $D_1$  y  $D_2$  (cm) son los coeficientes de difusión para cada grupo de energía,  $\Sigma_{R,1}$  y  $\Sigma_{R,2}$  ( $cm^{-1}$ ) son las secciones eficaces de remoción en cada uno de los grupos de energía,  $P_{t,1}$  ( $cm^{-1}$ ) es la sección eficaz macroscópica total del grupo 1 de energía  $P_{s,1-1}$ ,  $P_{s,1-2}$  y  $P_{s,2-2}$  ( $cm^{-1}$ ) son las sesiones macroscópicas de dispersión en cada uno de los grupos de energía (ecuación 6.6),  $I_1$  e  $I_2$  ( $n\,cm^{-2}\,s^{-1}$ ) (ecuación 6.7), es el flujo de neutrones en cada grupo de energía.

$$P_{e,g} = \frac{\int_{baja,g}^{alta,g}(1/E)dE}{\int_{min}^{max}(1/E)dE} = \frac{\ln\left(\frac{E_{alta,g}}{E_{baja,g}}\right)}{\ln\left(\frac{E_{max}}{E_{min}}\right)} \quad (6.6)$$

$$I_g = I_{0,g} e^{-P_{t,g}d} \quad (6.7)$$

Los valores de cada una de las cantidades son en el *Fluental<sup>TM</sup>* se muestran en la tabla 6.7, donde  $P_{t,1}$ ,  $P_{t,2}$ ,  $P_{s,1-1}$ ,  $P_{s,1-2}$ ,  $P_{s,2-2}$  se calcularon a partir de la ecuación 6.7, el coeficiente de difusión  $D$  se calculó como  $1/3\cos\theta$ . La sección eficaz de remoción se calculó sumando la sección eficaz de absorción en el grupo de energía estudiado y la sección eficaz de dispersión

$P_{t,1}$	$P_{t,1}$	$P_{s,1 \rightarrow 1}$	$P_{s,1 \rightarrow 2}$	$P_{s,2 \rightarrow 2}$	$D_1$	$D_2$	$\Sigma_{R,1}$	$\Sigma_{R,2}$	$\Sigma_{s,1-2}$	$I_1$	$I_2$
0.18	0.07	0.16	0.02	0.06	2.11	4.59	0.05	$2.9 \times 10^{-5}$	0.05	0.35	0.64

**Tabla 6.7:** *Parámetros para la solución de la ecuación de difusión para dos grupos de energías.*

del grupo  $g' \rightarrow g$  y por último el flujo en cada grupo de energía se calculó por medio de la ecuación 6.7.

Se debe tener en cuenta que para el cálculo se normalizo el flujo total de neutrones emitidos por una fuente D-D a 1

Las secciones eficaces para los diferentes materiales sugeridos por OIEA en los diferentes grupos de energía se encuentran en la tabla 6.8 [10].

Material	Al/AlF <sub>3</sub> *	AlF <sub>3</sub>	<sup>7</sup> LiF	Al	D <sub>2</sub> O	Pb
$\Sigma_{s,fast}$	0.247	0.340	0.325	0.112	0.259	0.2720
$\Sigma_{s,epi}$	0.186	0.268	0.278	0.080	0.322	0.3720
$\Sigma_{s,fast \rightarrow epi}$	0.012	0.012	0.021	0.002	0.038	0.0007
$\Sigma_{s,epi \rightarrow th}$	0.003	0.005	0.006	0.001	0.032	0.0007
$\Sigma_{s,fast}$	0.012	0.013	0.013	0.002	0.039	0.0008
$\Sigma_{s,epi}$	0.004	0.005	0.006	0.001	0.032	0.0007
$\Sigma_{s,fast \rightarrow epi} / \Sigma_{s,epi}$	3.227	2.296	1.940	1.560	1.183	1.0500

**Tabla 6.8:** *Secciones eficaces macroscópicas de algunos moderadores usados en TCN.*

### Primer grupo de energía

Para encontrar el flujo en el primer grupo de energías se solucionó la ecuación 40 por el método de coeficientes indeterminados

$$\phi_1 = A e^{-P_{t,1}X} + B e^{-X/L_1} \tag{6.8}$$

Donde la longitud de difusión  $L_1 = \sqrt{D_1/\Sigma_{R,1}}$  (cm) y las constantes A y B están expresadas por (Anexo 2)

$$A = -\frac{I_1 P_{s,1 \rightarrow 1}}{D_1 P_{t,1}^2 - \Sigma_{R,1}} = -2.80 cm^2 s^{-1}$$

$$B = -A \frac{C_1 + D_1 P_{t,1}}{C_1 + D_1/L_1} = 2.80 cm^2 s^{-1}$$

Donde  $C_1$  es la constante de la solución de la ecuación de transporte. El flujo en el primer grupo de energía está determinado por:

$$\phi_1 = -2,80 cm^2 s^{-1} e^{-0.18 cm^{-1} X} + 2,80 cm^2 s^{-1} e^{-X/6.37 cm}$$

## Segundo grupo de energía

Para encontrar el flujo en el segundo grupo de energías se solucionó la ecuación 6.5 por el método de coeficientes indeterminados

$$\phi_2 = E e^{-P_{t,1}X} + F e^{-X/L_1} + G e^{-P_{t,2}X} + H e^{-X/L_2} \quad (6.9)$$

Donde la longitud de difusión  $L_2 = \sqrt{D_2/\Sigma_{R,2}}$  (cm) y las constantes E, F, G y H están expresadas por (Anexo 3)

$$E = \frac{-(A\Sigma_{s,1\rightarrow 2} + I_1P_{s,1\rightarrow 2})}{D_2P_{t,1}^2 - \Sigma_{R,2}} = 0.87 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$F = \frac{-B\Sigma_{s,1\rightarrow 2}}{\frac{D_2}{D_1}\Sigma_{R,1} - \Sigma_{R,2}} = -1.31 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$G = -\frac{I_2P_{s,2\rightarrow 2}}{D_2P_{t,1}^2 - \Sigma_{R,2}} = -1.98 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$H = \frac{-C_2(E + F + G) - d_2(EP_{t,1} + GP_{t,2} + F/L_1)}{C_2 + D_2/L_2} = 3.07 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

El flujo en el segundo grupo está determinado por:

$$\phi_2 = 0.82 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} e^{-0.18 \text{ cm}^{-1}X} - 1.31 e^{-X/6.37 \text{ cm}} - 1.98 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} e^{-0.07 \text{ cm}^{-1}X} + 3.07 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} e^{-X/397.44 \text{ cm}}$$

## 6.5. Dependencia energética

### 6.5.1. Sección eficaz

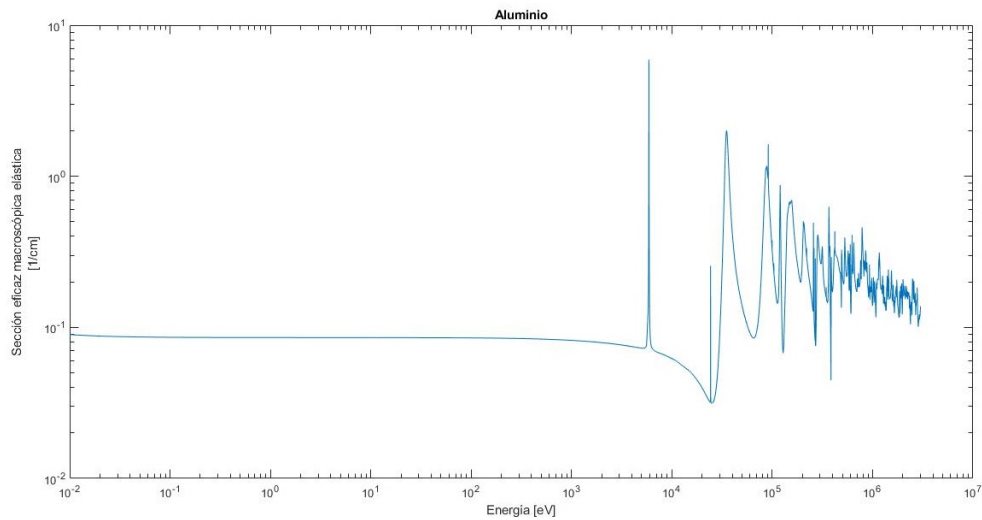
Las secciones macroscópicas del aluminio (Al), el flúor (F), el fluoruro de aluminio ( $AlF_3$ ) y el *Fluental<sup>TM</sup>* ( $AlF_3, Al$ ) se calcularon usando las ecuaciones 1, 2 y 3, las secciones eficaces microscópicas obtenidas a partir de la base de datos del *National Nuclear Data Center, Evaluated Nuclear (reaction) Data File ENDF* (<https://www.nndc.bnl.gov/>). En el cálculo de la sección eficaz macroscópica del aluminio se usaron 4162 datos desde una energía de 0.01 eV hasta 3 MeV, para el flúor se usaron 1294 datos y para calcular la sección eficaz del *Fluental<sup>TM</sup>* se usó una mezcla de fluoruro de aluminio al 60% y de aluminio al 40% ( $AlF_3$ 60%,  $Al$ 40%) [5] con una densidad de  $3 \text{ g/cm}^3$ , se aplicó la ecuación tres para calcular la sección eficaz del compuesto y se emplearon 3882 para el cálculo, para realizar las gráficas se usó MATLAB R2019a [21].

### Macroscópica elástica

Se analizo la sección eficaz macroscópica elástica del aluminio, del flúor y del *Fluental<sup>TM</sup>* con el fin de caracterizar el material como moderadores utilizados en el TCN.

### Aluminio

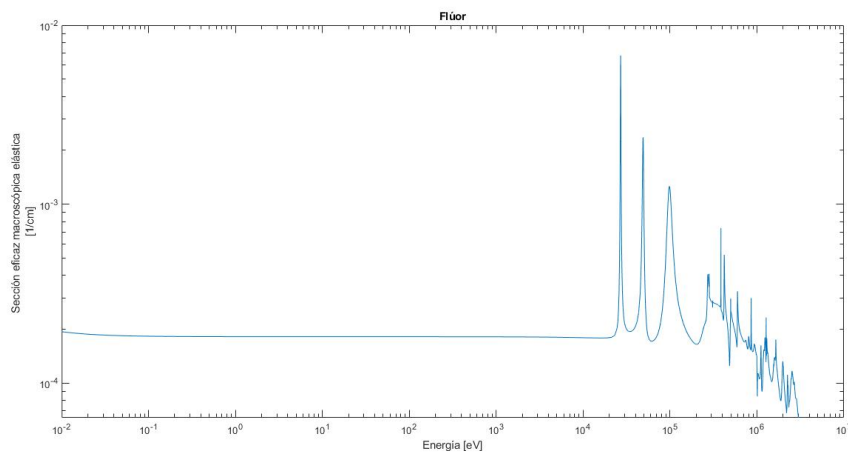
A continuación, se presenta la sección eficaz macroscópica elástica del aluminio construida con las ecuaciones 1 y 2



**Figura 6.6:** *Sección eficaz macroscópica elástica del aluminio*

### Flúor

A continuación, se presenta la sección eficaz macroscópica elástica del flúor construida con las ecuaciones 1 y 2

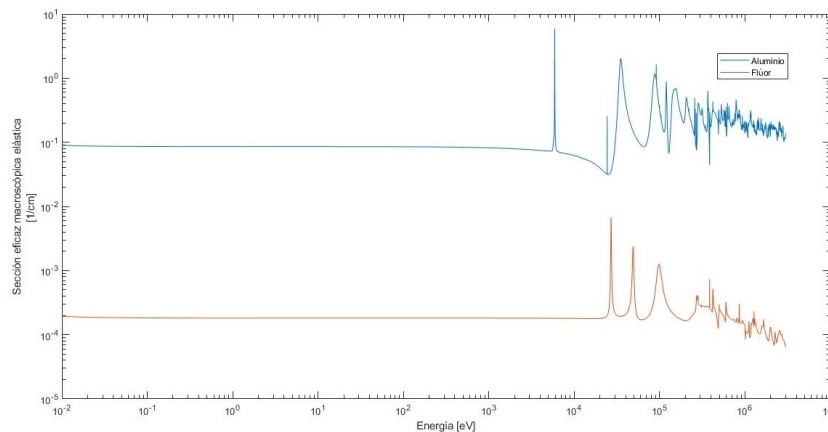


**Figura 6.7:** *Sección eficaz macroscópica elástica del flúor*

### Aluminio y flúor

A continuación, se presenta la sección eficaz macroscópica elástica del flúor y el aluminio

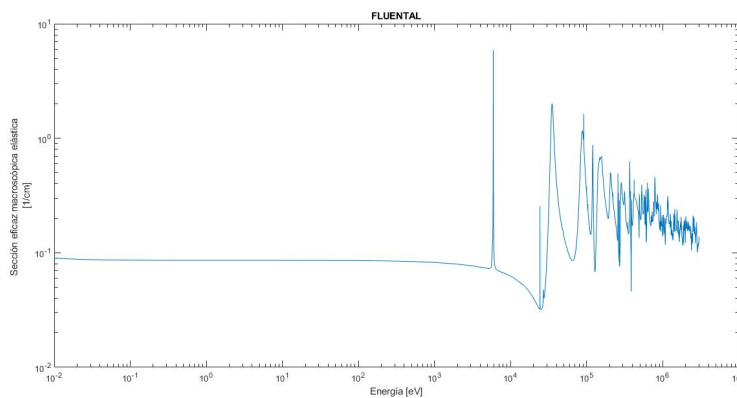




**Figura 6.8:** Sección eficaz macroscópica elástica del flúor y del aluminio

*Fluental<sup>TM</sup>*

A continuación, se presenta la sección eficaz macroscópica elástica del *Fluental<sup>TM</sup>* construida con las sesiones eficaces del flúor y el aluminio aplicando la ecuación 3



**Figura 6.9:** Sección eficaz macroscópica elástica del *Fluental<sup>TM</sup>*

**Macroscópicas inelásticas**

Se analizo la sección eficaz macroscópica inelástica del aluminio, del flúor y del *Fluental<sup>TM</sup>* con el fin de caracterizar el material como moderadores utilizados en el TCN.

**Aluminio**

A continuación, se presenta la sección eficaz macroscópica inelástica del aluminio construida con las ecuaciones 1 y 2

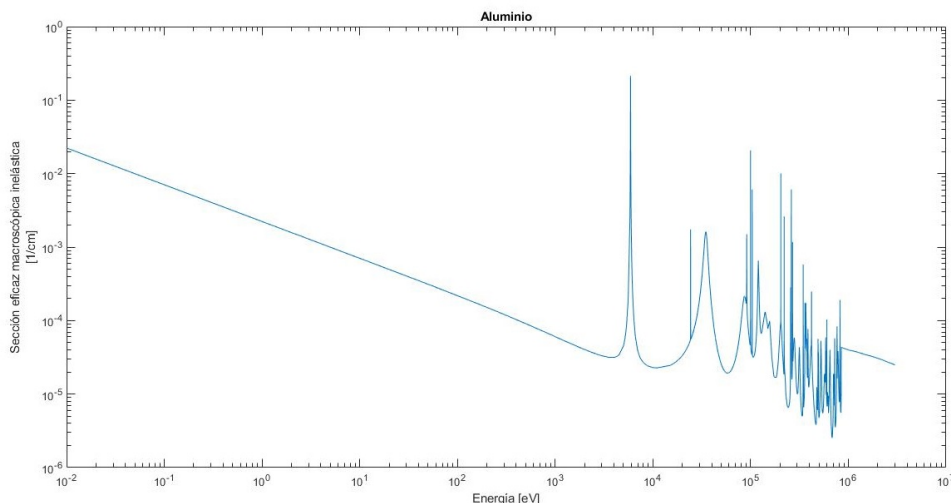


Figura 6.10: Sección eficaz macroscópica inelástica del aluminio

### Flúor

A continuación, se presenta la sección eficaz macroscópica inelástica del flúor construida con las ecuaciones 1 y 2

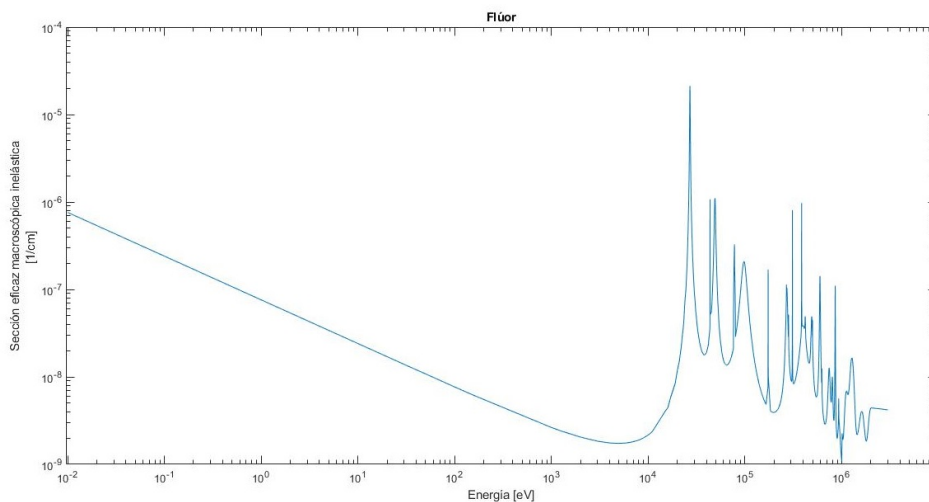
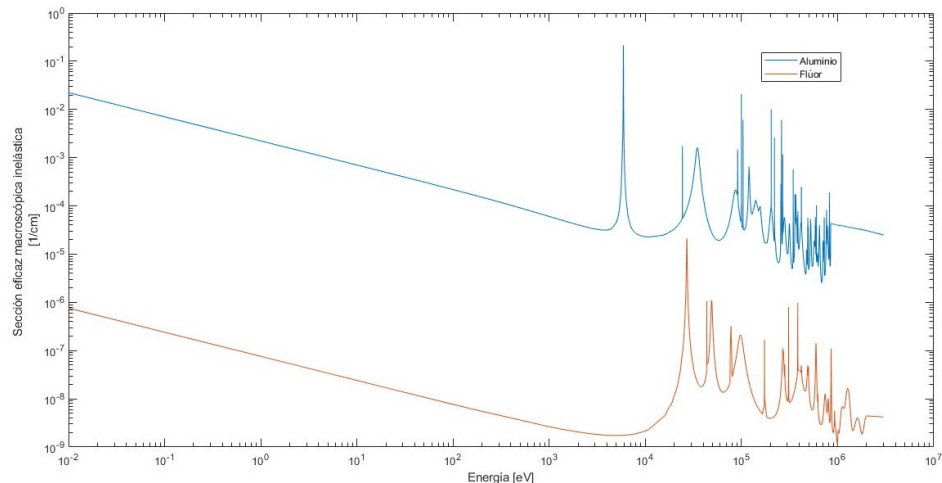


Figura 6.11: Sección eficaz macroscópica inelástica del flúor

### Aluminio y flúor

A continuación, se presenta la sección eficaz macroscópica inelástica del flúor y el aluminio en la cual se puede evidenciar que la sección eficaz inelástica del aluminio es mucho mayor a la del flúor.

Al comparar la sección eficaz inelástica del analizar la sección eficaz inelástica del aluminio y del flúor se puede evidenciar que la sección eficaz macroscópica inelástica del aluminio que es mayor que la del flúor; al construir el *Fluental<sup>TM</sup>* donde hay mayor concentración de

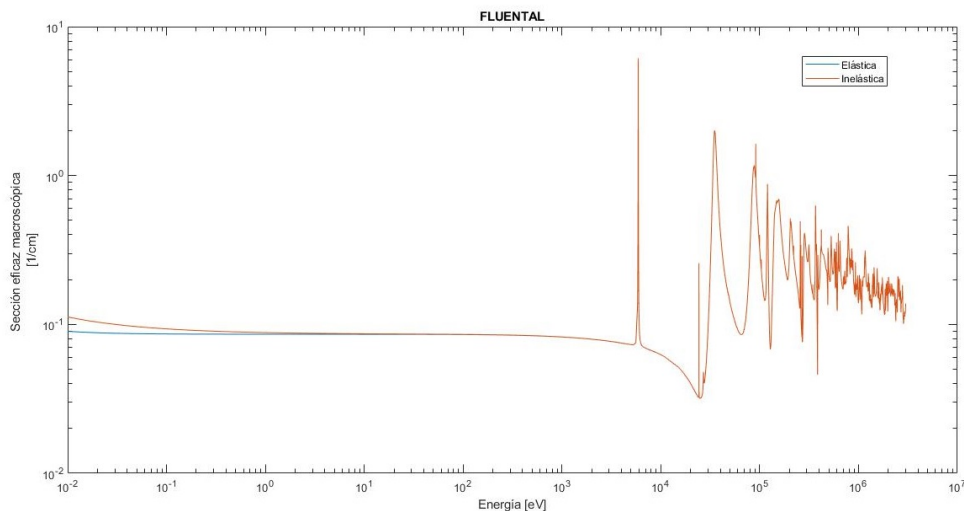


**Figura 6.12:** Sección eficaz macroscópica inelástica del flúor y del aluminio

aluminio se puede observar que la sección eficaz del *Fluental*<sup>TM</sup> es solo un poco mayor que la del aluminio (figura 6.12).

### Macroscópica elástica e inelástica

A continuación, se presenta la sección eficaz macroscópica elástica e inelástica del *Fluental*<sup>TM</sup>



**Figura 6.13:** Sección eficaz macroscópica elástica e inelástica del *Fluental*<sup>TM</sup>

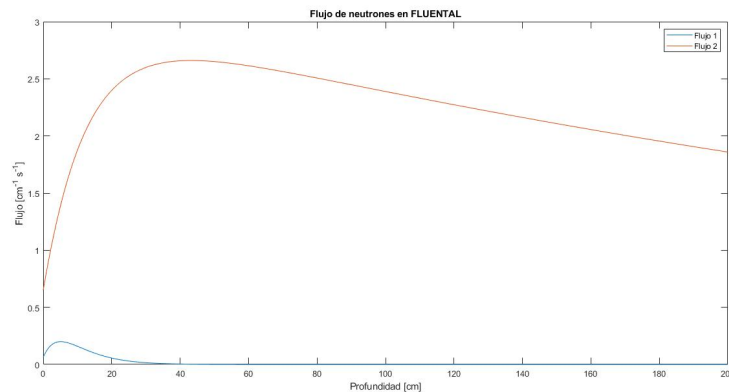
Al comparar las secciones eficaces macroscópicas elástica e inelástica del *Fluental*<sup>TM</sup> solo se muestra una pequeña diferencia a bajas energías, lo cual es una ventaja al moderar neutrones que proviene de aceleradores, además las resonancias existentes en el *Fluental*<sup>TM</sup> en energías mayores de 20 keV son ideales en la moderación. También la baja sección eficaz de absorción del flúor contenido en el *Fluental*<sup>TM</sup> permite cumplir con las bases de diseño del CHN sugeridas por el OIEA en el TECDOC 1223 (ver 6.2. Bases de Diseño).

# Capítulo 7

## Resultados y discusiones

### 7.1. Flujo

El flujo de neutrones en función de la profundidad se calculó usando las ecuaciones 6.4 y 6.5



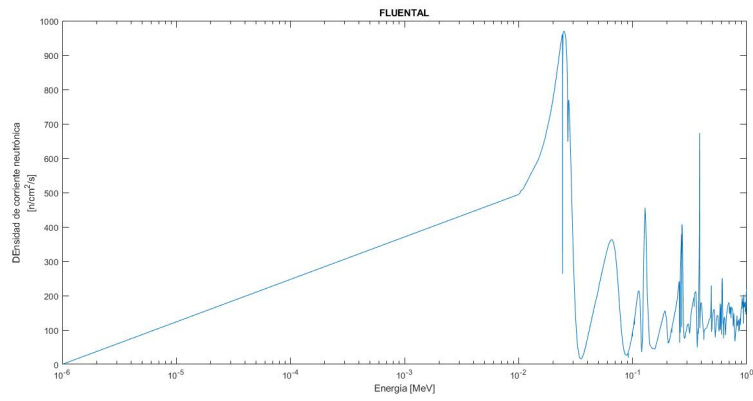
**Figura 7.1:** *Flujo de neutrones en función de la profundidad en el  $Fluential^{TM}$*

El máximo flujo de neutrones epitérmico (flujo 2) se encuentra a 38.2 cm de profundidad, también se puede observar que el flujo epitérmico es menor y constante para profundidades mayores, también permite estimar que el espesor ideal para un moderador de neutrones para un acelerador es de 38 cm aproximadamente. El flujo máximo de neutrones rápidos (flujo 1) se encuentra a 4.5 cm de profundidad y cae completamente a una profundidad de 32 cm, lo cual es ideal para TCN ya que se busca que al paciente solo lleguen neutrones epitérmicos.

### 7.2. Espectro energético

Para la obtención del flujo de neutrones en función de la energía del  $Fluential^{TM}$ , se emplearon las secciones eficaces macroscópicas totales (elástica e inelástica) calculadas. En la obtención del espectro energético de los neutrones en regiones comprendidas entre 0.05 eV y 10 keV se

usó la aproximación de la dependencia del flujo con el inverso de la energía y para las energías entre 10 keV y 3 MeV se emplearon los resultados obtenidos por Placzek y Wigner.



# Capítulo 8

## Conclusiones y Proyecciones

El TCN requiere de un grupo interdisciplinar para el desarrollo CHN (físicos nucleares, ingenieros nucleares y de materiales, físicos médicos, médicos radioterapeutas, químicos, etc.) y de conceptos de física nuclear aplicados a la física médica. En el caso del segmento correspondiente al moderador de neutrones en los inicios del del BNCT (Boron Neutron Capture Therapy) se probaron con materiales usados clásicamente en reactores nucleares de investigación (Al, C, Pb, S, etc.), actualmente se han desarrollado materiales moderadores exclusivos para fuentes de neutrones basadas en aceleradores que ha permitido cumplir con la calidad de haz de neutrones que se requiere para el uso clínico. El *Fluental<sup>TM</sup>* es uno de estos materiales que permite entregar un haz con las características y calidad clínica requerida para los diferentes tratamientos.

El en caso de la producción de neutrones por un acelerador compacto de alto flujo cuya fuente D-D emite neutrones con energía máxima de 2.45 MeV, se busca moderar los neutrones siguiendo las recomendaciones de la OIEA. En el presente trabajo se estudio el *Fluental<sup>TM</sup>* ya que es uno de los materiales recomendados por el organismo, y se estableció que su sección eficaz de dispersión es alta y mientras su sección eficaz de absorción es baja. A pesar de que los parámetros de moderación que fueron calculados aquí no muestran características especiales con relación a los moderadores usados en los reactores de investigación, al aplicar la ecuación de difusión y remoción con las secciones eficaces calculadas se muestra que el flujo de neutrones con energías mayores a 10 keV cae rápidamente, mientras los neutrones con menores energías (los epitérmicos) tiende a tener una máxima a 38 cm de profundidad del *Fluental<sup>TM</sup>* y mantenerse constantes, lo cual es ideal para TCN ya que si los neutrones rápidos interactuaran con el material altamente hidrogenado (como el tejido blando del paciente) puede depositar energía en lugares no deseados (como los son tejidos sanos). El mantener el flujo constante garantiza que las concentraciones de boro que se le aplican al paciente sean las adecuadas y los tiempos de tratamiento sean óptimos. Al establecer la profundidad donde el flujo de neutrones es máximo se puede establecer un espesor del material al momento de construirlo o de simularlo en algún código.

Para el calculo del espectro neutrónico se debieron construir las secciones eficaces macroscópicas de los cada uno de los componentes y del mismo *Fluental<sup>TM</sup>* con el fin de aplicar las soluciones de Placzek y de Wigner de la ecuación de transporte, esto permitió aplicar

concepto de física neutrónica que clásicamente estaban aplicados a reactores nucleares de investigación a problemas clínico con el fin de entregar un haz de neutrones clínicamente usable.

Este trabajo académico permitió construir una base teórica para futuros trabajos de sobre TCN como lo podría ser el estudio de un moderador muy parecido al *Fluental<sup>TM</sup>* como lo es el óxido de aluminio  $Al_2O_3$  y de filtros de neutrones térmicos, rápidos y fotones gammas el cual es el siguiente paso para la construcción de un conformador de haz de neutrones.

# Apéndice A

## Anexo 1: Parámetros de moderación

A continuación se muestran los parámetros de moderación para otros materiales usados en moderación de neutrones en reactores nucleares de investigación (Tabla A.1, Tabla A.2, Tabla A.3).



Blanco	A (NIST)	Sección eficaz microscópica TOT ENDF/B-VIII.0 (barns)	Sección eficaz microscópica S ENDF/B-VIII.0 (barns)	Sección eficaz microscópica AB ENDF/B-VIII.0 (barns)	Densidad volumétrica N ( $10^{26}$ atm/cm <sup>3</sup> )	Sección eficaz macroscópica (S) (cm <sup>-1</sup> )	Parametro de impacto $\alpha$	Promedio logaritmico de energía perdida (tetragia) $\xi$	Numero de colisiones n	Poder de moderación $\xi\Sigma_s$ (cm <sup>-1</sup> )	Tasa de moderación $\xi(\Sigma_s/\Sigma_0)$
	$L_i^6$	6.02E+00	9.98E-01	2.34E-01	5.33E-02	5.31E-02	5.11E-01	2.98E-01	1.84E+01	1.59E-02	1.27E+00
	$L_i^7$	7.02E+00	1.50E+00	2.07E-01	4.57E-02	6.86E-02	5.63E-01	2.60E-01	2.12E+01	1.78E-02	1.89E+00
	$C^{12}$	1.20E+01	2.31E+00	3.98E-05	8.50E-02	1.96E-01	7.16E-01	1.58E-01	3.49E+01	3.09E-02	9.14E+03
	$O^{16}$	1.60E+01	2.76E+00	2.00E-05	5.00E-05	1.38E-04	7.78E-01	1.20E-01	4.59E+01	1.65E-05	1.63E+04
	$Be^9$	9.01E+00	2.67E+00	5.70E-03	1.23E-01	3.29E-01	6.40E-01	2.06E-01	2.67E+01	6.78E-02	9.67E+01

**Tabla A.1:** tinyParámetros de moderación de varios materiales para neutrones rápidos (Energía 2.45 MeV a 10 KeV. Promedio 1.255 MeV).

Blanco	A (NIST)	Sección eficaz microscópica TOT ENDF/B-VIII.0 (barns)	Sección eficaz microscópica S ENDF/B-VIII.0 (barns)	Sección eficaz microscópica AB ENDF/B-VIII.0 (barns)	Densidad volumétrica N ( $10^{26}$ atm/cm <sup>3</sup> )	Sección eficaz macroscópica (S) (cm <sup>-1</sup> )	Parametro de impacto $\alpha$	Promedio logaritmico de energía perdida (tetragia) $\xi$	Numero de colisiones n	Poder de moderación $\xi\Sigma_s$ (cm <sup>-1</sup> )	Tasa de moderación $\xi(\Sigma_s/\Sigma_0)$
	$L_i^6$	6.02E+00	7.07E-01	2.10E+00	5.33E-02	3.77E-02	5.11E-01	2.98E-01	3.32E+01	1.12E-02	1.00E-01
	$L_i^7$	7.02E+00	1.06E+00	1.21E-04	4.57E-02	4.84E-02	5.63E-01	2.60E-01	3.81E+01	1.26E-02	2.28E+03
	$C^{12}$	1.20E+01	4.73E+00	1.14E-05	8.50E-02	4.02E-01	7.16E-01	1.58E-01	6.28E+01	6.35E-02	6.53E+04
	$O^{16}$	1.60E+01	3.78E+00	7.90E-06	5.00E-05	1.89E-04	7.78E-01	1.20E-01	8.25E+01	2.27E-05	5.73E+04
	$Be^9$	9.01E+00	6.11E+00	2.57E-05	1.23E-01	7.51E-01	6.40E-01	2.06E-01	4.80E+01	1.55E-01	4.90E+04

**Tabla A.2:** tinyParámetros de moderación de varios materiales para neutrones epitérmicos (Energía 10 keV a 0.5 eV. Promedio 5 keV).

Blanco	A (NIST)	Sección eficaz microscópica TOT ENDF/B-VIII.0 (barns)	Sección eficaz microscópica S ENDF/B-VIII.0 (barns)	Sección eficaz microscópica AB ENDF/B-VIII.0 (barns)	Densidad volumétrica N ( $10^{26}$ atm/cm <sup>3</sup> )	Sección eficaz macroscópica (S) (cm <sup>-1</sup> )	Parametro de impacto $\alpha$	Promedio logaritmico de energía perdida (letarga) $\xi$	Numer de colisiones n	Poder de moderación $\xi\Sigma_s$ (cm <sup>-1</sup> )	Tasa de moderación $\xi(\Sigma_s/\Sigma_a)$
H	1.01E+00	2.16E+01	2.15E+01	1.06E-01	4.99E-05	1.07E-03	1.52E-05	1.00E+00	5.30E+00	1.07E-03	2.03E+02
D	2.01E+00	3.48E+00	3.48E+00	1.60E-04	2.49E-05	8.69E-05	1.13E-01	7.22E-01	7.34E+00	6.27E-05	1.57E+04
<i>L</i> <sup>6</sup>	6.02E+00	2.99E+02	7.23E-01	2.98E+02	5.33E-02	3.85E-02	5.11E-01	2.98E-01	1.78E+01	1.15E-02	7.24E-04
<i>L</i> <sup>7</sup>	7.02E+00	9.95E-01	9.80E-01	1.44E-02	4.57E-02	4.48E-02	5.63E-01	2.60E-01	2.04E+01	1.16E-02	1.76E+01
<i>C</i> <sup>12</sup>	1.20E+01	4.77E+00	4.77E+00	1.22E-03	8.50E-02	4.06E-01	7.16E-01	1.58E-01	3.36E+01	6.40E-02	6.15E+02
<i>O</i> <sup>16</sup>	1.60E+01	3.81E+00	3.81E+00	5.19E-05	5.00E-05	1.90E-04	7.78E-01	1.20E-01	4.42E+01	2.28E-05	8.80E+03
<i>F</i> <sup>19</sup>	1.90E+01	3.66E+00	3.65E+00	3.04E-03	4.99E-05	1.82E-04	8.10E-01	1.02E-01	5.21E+01	1.85E-05	1.22E+02
<i>Be</i> <sup>9</sup>	9.01E+00	6.19E+00	6.19E+00	3.19E-03	1.23E-01	7.62E-01	6.40E-01	2.06E-01	2.57E+01	1.57E-01	4.00E+02
<i>Al</i> <sup>27</sup>	2.70E+01	1.50E+00	1.43E+00	7.42E-02	6.00E-02	8.57E-02	8.62E-01	7.23E-02	7.33E+01	6.20E-03	1.39E+00
<i>Pb</i> <sup>207</sup>	2.07E+02	1.10E+01	1.08E+01	2.26E-01	3.29E-02	3.54E-01	9.81E-01	9.63E-03	5.50E+02	3.41E-03	4.58E-01
<i>Al/F</i> <sub>3</sub>	8.40E+01	1.25E+01	1.24E+01	8.33E-02	2.06E-02	2.55E-01	9.53E-01	2.36E-02	2.24E+02	6.02E-03	3.51E+00
<i>D</i> <sub>2</sub> <i>O</i>	2.00E+01	1.08E+01	1.08E+01	3.72E-04	3.33E-02	3.58E-01	8.19E-01	9.66E-02	5.48E+01	3.46E-02	2.80E+03
<i>F</i> luental <sup>TM</sup>	6.12E+01	8.09E+00	8.01E+00	7.97E-02	2.69E-02	2.15E-01	9.37E-01	3.23E-02	1.64E+02	6.97E-03	3.25E+00
<i>H</i> <sub>2</sub> <i>O</i>	1.80E+01	4.70E+01	4.68E+01	2.11E-01	3.33E-02	1.56E+00	8.01E-01	1.07E-01	4.95E+01	1.67E-01	2.37E+01

Tabla A.3: Parámetros de moderación de varios materiales para neutrones térmicos.

# Apéndice B

## Anexo 2: Solución de las constantes en el primer grupo de energía

Cálculo de las constantes A y B para el primer grupo, partiendo de la ecuación diferencial se tiene

$$\frac{d^2\phi_1}{dx^2} - \frac{\phi_1}{L_1^2} = \frac{-I_1 P_{s,1-1}}{D_1} \exp^{-P_{t,1}X}$$

la solución particular para esta ecuación es

$$\phi_{1,p} = A \exp^{-P_{t,1}X}$$

reemplazando  $\phi_1$  por A y despejando se tiene

$$A = \frac{-I_1 P_{s,1-1}}{D_1 P_{t,1}^2 \Sigma_{R,1}}$$

La solución general es

$$\phi_1 = A \exp^{-P_{t,1}X} + B \exp^{-X/L_1}$$

Si el flujo de neutrones no entra de nuevo al volumen, se tiene

$$\lim_{x \rightarrow 0} J_{1+} = \frac{C_1}{2} \phi_1 - \frac{D_1}{2} \frac{d\phi_1}{dx} = 0$$

Al evaluar el flujo en  $x = 0$  se tiene

$$C_1(A + B) + D_1(AP_{t,1} + B/L_1) = 0$$

Depejando B se tiene

$$B = -A \frac{C_1 + D_1 P_{t,1}}{C_1 + D_1/L_1}$$

# Apéndice C

## Anexo 3: Solución de las constantes en el segundo grupo de energía

Cálculo de las constantes E, F, G y H para el segundo grupo, partiendo de la ecuación diferencial se tiene

$$\frac{d^2\phi_2}{dx^2} - \frac{\phi_2}{L_2^2} = \frac{-(A\Sigma_{s,1-2} + I_1P_{s,1-2})}{D_2} \exp^{-P_{t,1}X} - \frac{B\Sigma_{s,1-2}}{D_2} \exp^{-X/L_1} - \frac{-I_2P_{s,1-2}}{D_2} \exp^{-P_{t,2}X}$$

$$\frac{d^2\phi_2}{dx^2} - \frac{\phi_2}{L_2^2} = T_1 + T_2 + T_3$$

La solución para  $T_1$  es

$$\phi_{T_1} = E \exp^{-P_{t,1}/X}$$

$$EP_{t,1}^2 - \frac{E}{L_2^2} = \frac{-(A\Sigma_{s,1-2} + I_1P_{s,1-2})}{D_2}$$

Despejando E se tiene

$$E = \frac{-(A\Sigma_{s,1-2} + I_1P_{s,1-2})}{D_2P_{t,1}^2 - \Sigma_{R,2}}$$

Ahora la solución particular para  $T_2$

$$\phi_{T_2} = F \exp^{-X/L_1}$$

$$\frac{1}{L_1^2}F - \frac{F}{L_2^2} = -\frac{B\Sigma_{s,1-2}}{D_2}$$

Despejando F se tiene

$$F = -\frac{B\Sigma_{s,1-2}}{\frac{D_2}{D_1}\Sigma_{R,1} - \Sigma_{R,2}}$$

Ahora la solución particular para  $T_3$

$$\phi_{T_3} = G \exp^{-P_{t,2}x}$$

$$P_{t,2}^2 G - \frac{G}{L_2^2} = -\frac{I_2 P_{s,2 \rightarrow 2}}{D_2}$$

Despejando G se tiene

$$G = -\frac{I_2 P_{s,2 \rightarrow 2}}{P_{t,2}^2 D_2 - \Sigma_{R,2}}$$

La ecuación diferencial para el segundo grupo de energías es

$$\phi_2 = E \exp^{-P_{t,1}x} + F \exp^{-\frac{x}{L_1}} + G \exp^{-P_{t,2}x} + H \exp^{-\frac{x}{L_2}}$$

Si el flujo de neutrones no entra de nuevo al volumen, se tiene

$$\lim_{x \rightarrow 0} J_{2+} = \frac{C_2}{2} \phi_2 - \frac{D_2}{2} \frac{d\phi_2}{dx} = 0$$

Al evaluar el flujo en  $x = 0$  se tiene

$$C_2(E + F + G + H) + D_2(EP_{t,1} + \frac{F}{L_1} + GP_{t,2} + \frac{H}{L_2}) = 0$$

Despejando H se tiene

$$H = -\frac{C_2(E + F + G) - D_2(EP_{t,1} + \frac{F}{L_1} + GP_{t,2})}{(C_2 + \frac{D_2}{L_2})}$$

# Apéndice D

## Anexo 4: Código de cálculo

Los cálculos de las constantes y las figura 7.1 se hicieron con MATLAB R2019a, el código de calculo es el siguiente

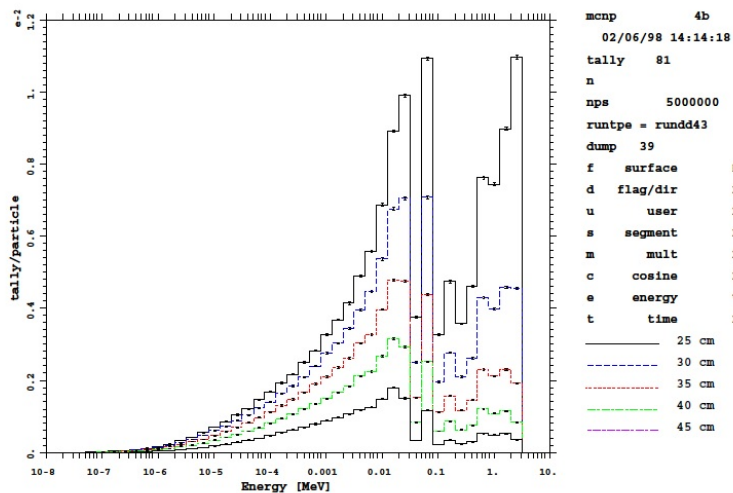
```
x = 0 : 0.1 : 200;
Pt1 = 0.1856;
Pt2 = 0.07;
Ps11 = 0.163;
Ps12 = 0.0194;
Ps22 = 0.06952;
D1 = 2.1054;
D2 = 4.591;
Wr1 = 0.05176;
Wr2 = 0.000029064;
Ws12 = 0.05176;
I1 = 0.357;
I2 = 0.642;
C1 = 2.46;
C2 = 1.24;
L1 = sqrt(D1/Wr1);
L2 = sqrt(D2/Wr2);
A = (-I1 * Ps11)/(D1 * Pt1(2) - Wr1);
B = (-A * (C1 + D1 * Pt1))/(C1 + D1/L1);
F1 = A * exp(-Pt1 * x) + B * exp(-x/L1);
E = -(A * Ws12 + I1 * Ps12)/(D2 * Pt1(2) - Wr2);
F = -(B * Ws12)/((D2/D1) * Wr1 - Wr2);
G = -(I2 * Ps22)/(D2 * Pt2(2) - Wr2);
H = (-C2 * (E + F + G) - D2 * (E * Pt1 + G * Pt2 + (F/L1)))/(C2 + (D2/L2))
F2 = E * exp(-Pt1 * x) + F * exp(-x/L1) + G * exp(-Pt2 * x) + H * exp(-x/L2);
plot(x, F1), holdon
plot(x, F2)
xlabel('Profundidad[cm]')
ylabel('Flujo[cm-1 s-1]')
title('FlujodeneutronesenFLUENTAL')
```

*legend('Flujo1', 'Flujo2')*

# Apéndice E

## Anexo 5: Gráfica de comparación

Lo datos obtenido por el análisis determinístico de la ecuación de difusión y remisión de neutrones en *Fluental<sup>TM</sup>* fueron comparados con la publicación *DESIGNING AN EPITHERMAL NEUTRON BEAM FOR BORON NEUTRON CAPTURE THERAPY FOR THE FUSION REACTIONS  $^2H(d;n)^3He$  AND  $^3H(d;n)^4He$* <sup>1</sup> con el fin de validar los datos obtenidos.



J.M. Verbeke, S.V. Costesa, D. Bleuela, J. Vujica and K.N. Leung (1998). DESIGNING AN EPITHERMAL NEUTRON BEAM FOR BORON NEUTRON CAPTURE THERAPY FOR THE FUSION REACTIONS  $^2H(d;n)^3He$  AND  $^3H(d;n)^4He$ <sup>1</sup>. University of California, Berkeley, Lawrence Berkeley National Laboratory. Berkeley, CA 94720



# Bibliografía

- [1] Y. Kasesaza; E. Bavarnegin and F.M. Wagnerb. Neutron beams implemented at nuclear research reactors for bnct. *IOP Publishing*, 2017.
- [2] G. Theler. *Difusión de neutrones en mallas no estructuradas: comparación entre volúmenes y elementos finitos*. PhD thesis, Facultad de Ingeniería Universidad Nacional de Buenos Aires, Argentina, 2013.
- [3] Soon Young Kim Kyung Kim, Sang Hoon Jung. Performance evaluation of a beam-shaping assembly for accelerated-bnct using the neutron generation experiment of  $^7\text{Li}(p,n)^7\text{Be}$  reaction. *Journal of Nuclear Science and Technology*, 45, 2008.
- [4] S. Masunaga H. Tanaka a, Y. Sakurai. Characteristics comparison between a cyclotron-based neutron source and kur-hwnif for boron neutron capture therapy. *Nuclear Instruments and Methods in Physics*, 2009.
- [5] G.G. Daquino N. Cerullo J. Esposito. Spectrum shaping assessment of accelerator-based fusion neutron sources to be used in bnct treatment. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, 2004.
- [6] Shen Feng. Ke Guotu, Sun Ziyong. The study of physics and thermal characteristics for in-hospital neutron irradiator (ihni). *Applied Radiation and Isotopes*, 2009.
- [7] Y. Kasesaza y Wagner E. Bavarnegin. Neutron beams implemented at nuclear research reactors. *IOP*, 2107.
- [8] Japanese Society of Neutron Capture Therapy. Therapy, japanese society of neutron capture. <http://www.jsnct.jp/e/index.html>, 2018.
- [9] Y. Nakagawa A.G. Sauerwein, A. W Raymond Moss. *Neutron Capture Therapy Principles and Applications*. Springer Heidelberg, 1 edition, 2018.
- [10] Jong-Kyung Kim and Kyung-O Kim. Current research on accelerator-based boron neutron capture therapy in korea. *Nuclear Engineering and Technology*, 2009.
- [11] Nami Morimoto Ryoichi Seki, Yushi Wakisaka. Physics of epi-thermal boron neutron capture therapy (epi-thermal bnct). *Radiol Phys Technol*, 2017.
- [12] S. Hamidi M. Monshizadeh, Y. Kasesaz. Mcnp design of thermal and epithermal neutron beam for bnct at the isfahan mnsr. *Progress in Nuclear Energy-83*, 2015.

- [13] Ervin B. Podgoršak. *Compendium to Radiation Physics for Medical Physicists*. Springer Heidelberg, 2 edition, 2014.
- [14] L. J. Hamilton J. J. Duderstadt. *Nuclear Reactor Analysis*. Jonh Wiley and Sons, 1 edition, 1976.
- [15] Rodolfo Vázquez Rodríguez Gilberto Espinosa-Paredes. *Física de reactores nucleares I: Un enfoque conceptual*. Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa, 1 edition, 2016.
- [16] K. H. Beckurts and K. Wirtz. *Neutron Physics*. Springer-Verlag, 1 edition, 1964.
- [17] International Atomic Energy Agency (IAEA). *IAEA-TECDOC-1223 Current status of neutron capture therapy*. Printed by the IAEA, 1 edition, 2001.
- [18] Marko Maucec. Design of epithermal neutron beam for clinical bnct treatment at slovenian triga research reactor. *INIS*, 1999.
- [19] Salehi M Salehi D, Sardari D. Evaluation of design neutron filters in bnct. *Scientificreports*, 2012.
- [20] J. Niemkiewicz. *A STUDY ON THE USE OF REMOVAL-DIFFUSION THEORY TO CALCULATE NEUTRON DISTRIBUTIONS FOR DOSE DETERMINATION IN BORON NEUTRON CAPTURE THERAPY*. PhD thesis, The Ohio State University, 1996.
- [21] MathWorks. Matlab r2019a. <https://www.mathworks.com/>, 2019.