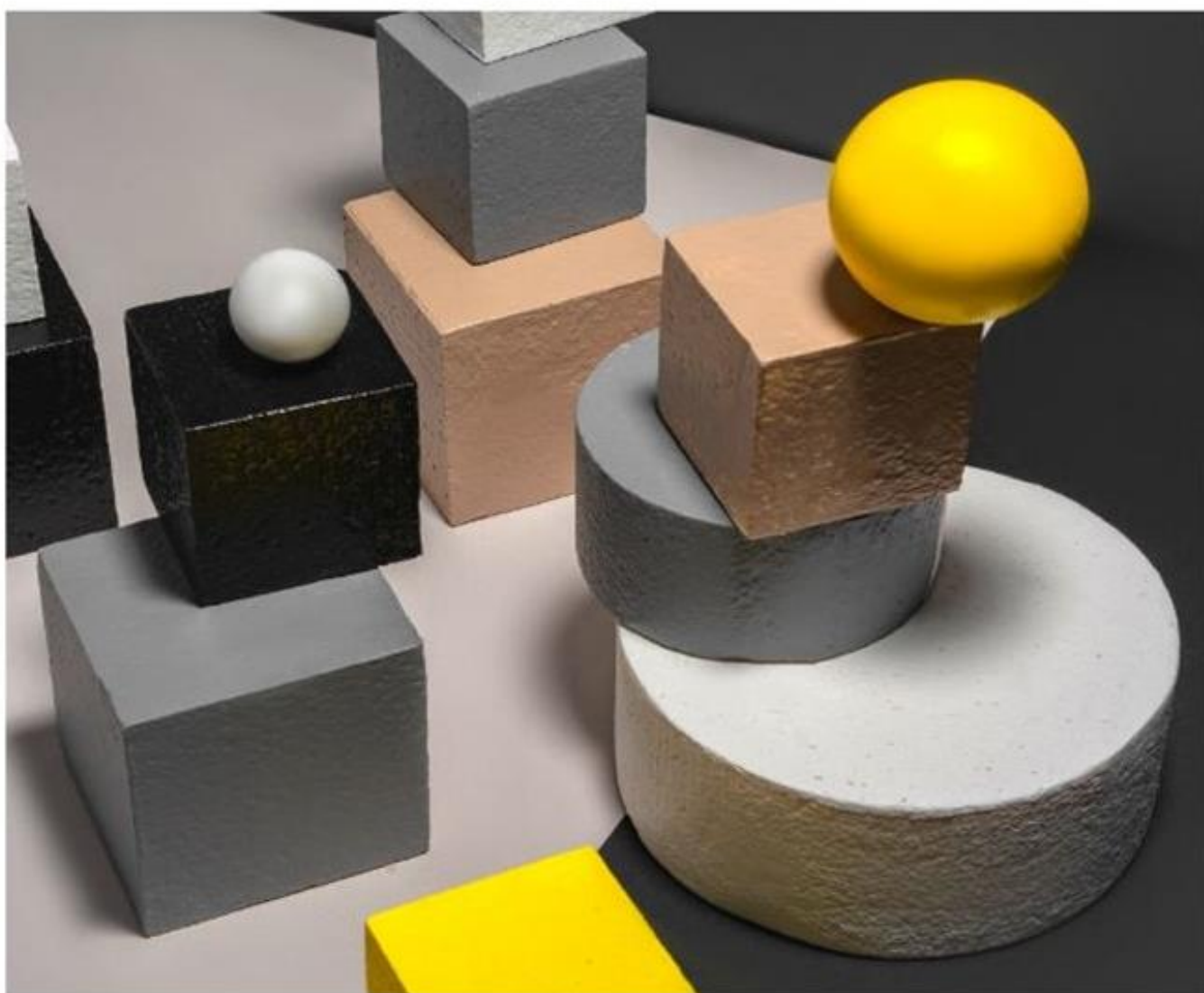


PENSAMENTO GEOMÉTRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: FORMAÇÃO DE PROFESSORES E TAREFAS EXPLORATÓRIAS



**MARILDA DELLI COLLI
ZENAIDE DE FÁTIMA D. CORREIA ROCHA
EMERSON TORTOLA**



UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

ppgmat PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENSINO
DE MATEMÁTICA

2022

PENSAMENTO GEOMÉTRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: FORMAÇÃO DE PROFESSORES E TAREFAS EXPLORATÓRIAS

GEOMETRIC THINKING IN THE EARLY YEARS OF ELEMENTARY SCHOOL: TEACHER TRAINING AND EXPLORATORY TASKS

**MARILDA DELLI COLLI
ZENAIDE DE FÁTIMA D. CORREIA ROCHA
EMERSON TORTOLA**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina



MARILDA DELLI COLLI

O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL A PARTIR DA TEORIA DE VAN HIELE: CONTRIBUIÇÕES DE UM CURSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 24 de Março de 2022

Dra. Zenaide De Fatima Dante Correia Rocha, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Linlya Natassia Sachs Camerlengo De Barbosa, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Mariana Moran Barroso, Doutorado - Universidade Estadual de Maringá (Uem)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 11/05/2022.

Sumário

APRESENTAÇÃO	1
INTRODUÇÃO	2
PARTE 01	4
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE ACORDO COM A TEORIA DE VAN HIELE.....	5
AS CARACTERÍSTICAS DA TEORIA DE VAN HIELE.....	5
OS NÍVEIS DE VAN HIELE	6
AS FASES DE APRENDIZAGEM DO MODELO DE VAN HIELE	13
FORMAÇÃO CONTINUADA - UMA PROPOSTA DE ENSINO DE GEOMETRIA EMBASADA NA TEORIA DE VAN HIELE	14
OS ENCONTROS DE FORMAÇÃO CONTINUADA	16
PARTE 02.....	22
Considerações Finais.....	58
Referências	59
APÊNDICES.....	61
Apêndice A – Slides 2º Encontro	62
Apêndice B – Tarefas 2º Encontro.....	63
Apêndice C – Slides 3º Encontro: Teoria de Van Hiele	64
ANEXOS	65

APRESENTAÇÃO

Caro(a) Colega Professor(a)

Este Produto Educacional foi elaborado a partir da Dissertação de mestrado de Marilda Delli Colli, desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-graduação em Ensino da Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, *Campi* Cornélio Procópio/Londrina. A dissertação intitulada “O desenvolvimento do pensamento geométrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da Teoria de Van Hiele: contribuições de um curso de formação de professores” nos levou a elaborar um material que fosse capaz de atender às expectativas no que diz respeito à fundamentação teórica à luz da Teoria de Van Hiele, e servisse como fonte de apoio para pesquisa de tarefas que auxiliam o desenvolvimento do pensamento geométrico. Essas tarefas, que compõem o produto educacional, foram elaboradas durante o curso de formação continuada e aplicadas a alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Elas apresentam as instruções para aplicação, as indicações dos níveis de Van Hiele, e estão organizadas de forma sequencial, podendo ser adaptadas e ou/modificadas para atender às particularidades de cada turma. O objetivo do trabalho com essas tarefas é promover o desenvolvimento do pensamento geométrico, evitando sobreposições ou ultrapassagem de níveis, e respeitando as fases de aprendizagem pelo aluno. Sendo assim, nosso intuito é oferecer a você, professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental, um material para complementar a sua prática pedagógica e uma alternativa capaz de contribuir para o ensino de geometria, desenvolvendo no aluno o raciocínio geométrico. Pensamos em um material capaz de facilitar o ato de ensinar, utilizando-se de material didático manipulável como recurso pedagógico, e que, acima de tudo, atendesse aos nossos pressupostos teóricos, fosse criativo, de fácil leitura, compreensão e manuseio.

Um grande abraço!

Marilda Delli Colli
Zenaide de Fátima D. C. Rocha
Emerson Tortola

INTRODUÇÃO

No processo de formação, o professor se prepara para desempenhar um conjunto de atividades pressupostas ao seu campo profissional, voltado para o desenvolvimento de uma ação educativa capaz de preparar seus alunos para a compreensão e a aplicação da prática de conceitos científicos trabalhados em sala de aula. A prática docente se desenvolve ao longo de toda a carreira dos professores e requer a mobilização dos saberes teóricos e práticos, capazes de propiciar o desenvolvimento de conhecimento-base, e, a partir delas, constituir os seus saberes em um processo contínuo de aprendizagem. Além da mobilização desses saberes, ele ainda se depara com o desafio de uma sala de aula com alunos individualmente diferentes, com ritmos e estilos de cognição distintos e motivações diversas, ocasionando percursos de ensino e de aprendizagem particularizados.

Nesse contexto, os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental muitas vezes não se sentem preparados para ensinar matemática, já que sua formação inicial (Formação de Docentes ou Pedagogia), normalmente não preconiza o aprofundamento necessário em determinados conteúdos, fazendo com que o professor, em sua ação, acabe por reproduzir tais saberes da forma como lhe foram apresentados.

Com o intuito de dar suporte teórico e pedagógico aos professores que atuam nesses segmentos, pensamos em um produto educacional que visa o desenvolvimento de uma formação continuada, proporcionando aos professores a oportunidade de vivenciarem o compartilhamento de experiências e de práticas pedagógicas, possibilitando a inovação de metodologias de ensino de matemática, em específico no que diz respeito ao conteúdo de geometria.

Neste produto educacional, propomos o estudo da Teoria de Van Hiele, um modelo que considera a existência de diferentes níveis de pensamento e fases de aprendizagem no estudo de geometria, que possibilitará aos docentes compreenderem como os alunos desenvolvem o pensamento geométrico e entenderem por que, em uma sala de aula, há estudantes que apresentam níveis diferentes de interpretação.

Apresentamos, então, modelos de tarefas de geometria plana e espacial, elaboradas por professores, em um curso de formação continuada, com indicações dos níveis do pensamento geométrico e que favorecem o desenvolvimento de determinadas habilidades e competências, levando os alunos a avançarem de um nível para o

seguinte, sempre em consonância com as fases de aprendizagem propostas na Teoria de Van Hiele.

Este produto educacional destina-se tanto para professores que intentam conhecer a Teoria de Van Hiele e utilizá-la em sua prática pedagógica, como também para formadores de professores, inicial ou continuada.



PARTE 01

**PENSAMENTO
GEOMÉTRICO**

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE ACORDO COM A TEORIA DE VAN HIELE

A Teoria de Van Hiele, que também pode ser considerada como um modelo de ensino e de aprendizagem, teve origem no final dos anos 1950, através dos trabalhos de pesquisa para as teses de doutorado do casal holandês Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele Geldof. Eles analisaram as dificuldades apresentadas pelos seus alunos em tarefas que envolviam o desenvolvimento e a utilização de habilidades geométricas. No decorrer dessas pesquisas, observaram que os estudantes apresentavam níveis de pensamentos diferentes sobre os conceitos geométricos, assim, com base nessas observações, criaram uma teoria na qual consideram a existência de diferentes níveis de pensamentos e fases de aprendizagem ao estudar geometria.

O aspecto mais proeminente do modelo é uma hierarquia de cinco níveis dos modos de compreensão de ideias espaciais. Cada um dos cinco níveis descreve os processos de pensamento usados em contextos geométricos. Os níveis descrevem como pensamos e quais os tipos de ideias geométricas sobre as quais pensamos mais do que a quantidade de conhecimento ou de informação que temos a cada nível. Uma diferença significativa de um nível ao seguinte são os objetos de pensamento – sobre os quais somos capazes de pensar [operar] geometricamente (VAN DE WALLE, 2009, p. 440).

Os estudos de Van Hiele contribuíram para a compreensão do porquê os alunos apresentam problemas ao aprender geometria e como auxiliá-los para desenvolverem o pensamento geométrico.

AS CARACTERÍSTICAS DA TEORIA DE VAN HIELE

A Teoria de Van Hiele fundamentou-se em cinco níveis de pensamentos em relação à compreensão da geometria e apresenta quatro características resumidas segundo Usiskin (VILLIERS, 2010) e que favorecem a passagem dos níveis:

- **Ordem fixa:** os níveis obedecem a uma ordem, para o aluno atingir certo nível ele tem que ter adquirido as estratégias mentais do nível anterior. O avanço de nível depende mais dos conteúdos estudados e dos métodos de instrução recebidos do que da idade do aluno.
- **Adjacência:** em cada nível, o aluno tem conhecimentos que são intrínsecos e se tornarão extrínsecos no próximo nível.

- **Distinção:** cada nível possui uma linguagem, conjunto de símbolos e sistemas de relações próprios.
- **Separação:** não há entendimento entre dois alunos que estão em níveis diferentes.

OS NÍVEIS DE VAN HIELE

Ao trabalhar com o pensamento geométrico, segundo a Teoria de Van Hiele, são identificados cinco níveis¹ pelos quais os alunos passam para desenvolver esse pensamento. Cada nível tem uma estrutura que contribui para desenvolver o pensamento geométrico.

1º Nível - reconhecimento ou visualização:

Nesse nível a ênfase está nas formas que os alunos conseguem observar e explorar, em que aspectos elas são parecidas ou diferentes. Essas ideias são utilizadas para constituir ou reconhecer a que classes de formas pertencem.

O estudante opera em figuras geométricas, tais como triângulos e linhas paralelas através da identificação e atribuição de nomes e compará-los de acordo com sua aparência. A percepção é apenas visual. Um aluno que possui um raciocínio no nível 1 reconhece certas formas diferenciadas sem prestar atenção às suas partes componentes. Por exemplo, pode ser um retângulo reconhecido, porque parece "como uma porta" e não porque tem quatro lados retos e quatro ângulos retos como não há nenhuma apreciação dessas propriedades. Forma é importante e figuras podem ser identificadas pelo nome (VAN HIELE, 1986, p. 33).

O aluno reconhece as figuras pelo formato e faz relação com os objetos que encontra no seu dia a dia. É capaz de reconhecer a forma geométrica, mas não identifica ainda as suas propriedades. A passagem de um nível para o outro se dá com a aquisição de linguagem, envolvendo o reconhecimento de novas relações entre conceitos e a reconstrução de conceitos já existentes. Apresentamos no quadro 1 um exemplo de tarefa que poderá ser proposta para alunos que estão no nível de visualização.

¹ No modelo original de Van Hiele, o pensamento geométrico, de acordo com cinco níveis eram enumerados de 0 a 4. Atendendo às críticas dos pesquisadores americanos sobre a relevância do nível zero, Van Hiele escreveu, em 1986, o livro "*Structure e Insight*", propondo uma simplificação do modelo original, com os níveis enumerados de 1 a 5.

Quadro 1 - Orientação para a atividade “Grupo de formas”

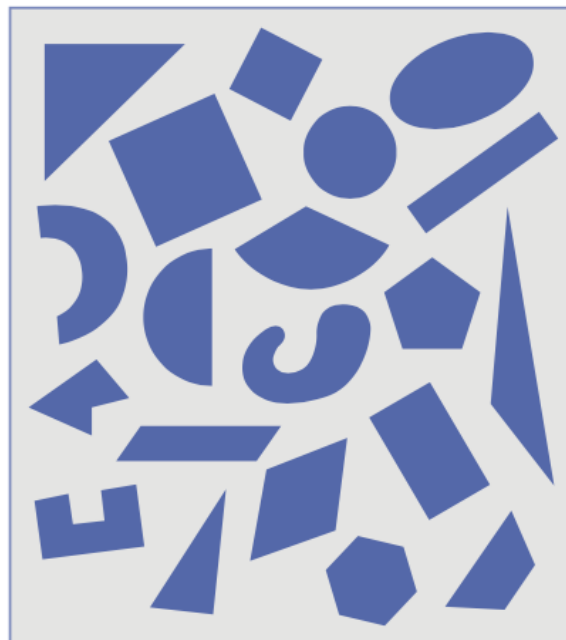
Grupos de formas

Organize os alunos para trabalhar em “quartetos aprendizes” com um conjunto de formas bidimensionais semelhantes àsquelas na Figura 1. Aqui, temos algumas atividades relacionadas que podem ser feitas na seguinte ordem:

- Cada estudante escolhe, ao acaso, uma das formas da coleção. Quando de sua vez, cada aluno conta para o grupo uma ou duas coisas interessantes que descobriu sobre suas formas. Não há respostas certas ou erradas.
- Cada aluno seleciona ao acaso duas formas. A tarefa é descobrir alguma coisa que seja semelhante sobre as duas formas escolhidas e alguma coisa que seja diferente. (Oriente-os para que escolham suas formas antes de saberem qual é a tarefa).
- O grupo seleciona uma forma ao acaso e a coloca no centro da mesa. Sua tarefa é descobrir todas as outras formas da coleção que são como a forma escolhida, sempre de acordo com a mesma regra. Por exemplo, se os alunos disserem “Essa figura é como a nossa forma porque possui um lado curvo e um lado reto”, então todas as outras formas colocadas na coleção devem ter essas propriedades. Desafie-os a fazer um segundo agrupamento com a mesma forma escolhida, mas usando uma propriedade diferente.
- Peça que os alunos compartilhem suas regras de agrupamento com toda a turma e mostrem exemplos. Todos eles devem desenhar uma nova forma que também irá se encaixar no grupo de acordo com a mesma regra. Eles devem escrever sobre as propriedades de sua nova forma e porque ela atende a regra.

Fonte: Van de Walle (2009, p. 440).

Figura 1 - Coleção de formas



Fonte: Van de Walle (2009, p. 440).

No quadro 2 descrevemos orientações para outras atividades que poderão ser desenvolvidas com os alunos nesse nível.

Quadro 2 - Atividades para o nível de visualização

As atividades educacionais em geometria apropriadas ao nível de visualização devem:

- Envolver muitos agrupamentos e classificações. Observar como as formas são parecidas e diferentes é o foco primário do Nível de visualização. Conforme os alunos aprendem mais conteúdos, os tipos de coisas que percebem vão se tornando mais sofisticados. Em estágio bem inicial, eles podem conversar sobre atributos da forma que pareçam não geométricos tais como “gordo” ou mesmo a cor das peças. Quando propriedades tais como simetria e quantidade de lados e “cantos” forem introduzidas, os alunos devem ser desafiados a usar esses aspectos para classificar as formas.
- Inclua uma variedade suficiente de exemplos das formas de modo que os aspectos irrelevantes não se tornem importantes. Os alunos precisam de amplas oportunidades para desenhar, construir, fazer, compor e decompor formas em ambos os espaços bi e tridimensionais. Essas atividades devem ser construídas em torno de características específicas ou propriedades, de modo que os alunos desenvolvam compreensão das propriedades geométricas e comecem a usá-las naturalmente.

Fonte: Van de Walle (2009, p. 444).

O avanço do nível de visualização para o nível de análise dependerá do domínio que o aluno apresentará dos conceitos geométricos estabelecidos, segundo Van de Walle (2009):

Para auxiliar os alunos a irem do Nível [1] ao Nível [2], eles devem ser desafiados a testar ideias sobre formas para uma variedade de exemplos de uma categoria particular. Diga-lhes, “Vejam se isso é verdade para outros retângulos”, ou “Você consegue desenhar um triângulo que não possua um ângulo reto?”. Em geral, os alunos devem ser desafiados a verificar se as observações feitas sobre uma forma particular se aplicam a outras formas de um tipo semelhante (VAN DE WALLE, 2009, p. 444).

2º Nível - análise:

No nível de análise os objetivos de pensamento são as classes de formas, ou seja, os estudantes são capazes de considerar todas as formas dentro de uma classe. Eles começam a observar que uma coleção de formas é formada devido às suas propriedades.

O estudante descobre propriedades/regras de uma classe de formas empiricamente, tais como dobramento, medição, analisa figuras em termos de seus componentes e relacionamentos entre os componentes. A este nível, os componentes e seus atributos são usados para descrever e caracterizar as figuras. Por exemplo, um estudante que está raciocinando analiticamente diria que um quadrado tem quatro lados iguais “e” quatro cantos “quadrados”. O mesmo estudante, no entanto, não pode acreditar que uma figura pode pertencer a diversas classes gerais e tem vários nomes, por exemplo, o aluno não pode aceitar que um retângulo é um paralelogramo. A figura a este nível se apresenta como uma totalidade de suas propriedades. Um estudante pode ser capaz de afirmar uma definição, mas não terá entendimento (VAN HIELE, 1986, p. 33). capaz de afirmar uma definição, mas não terá entendimento (VAN HIELE, 1986, p. 33).

Nesse nível o aluno começa a comparar e analisar as figuras geométricas em termos de seus componentes, sendo capaz de reconhecer suas propriedades e fazer uso dessas propriedades para resolver problemas, porém ainda pode se deparar com a não aceitação de nomes diferentes para figuras de uma mesma classe, ou seja, que todo quadrado é um retângulo ou que todo retângulo é um paralelogramo.

Apresentamos no quadro 3, um exemplo de tarefa que poderá ser proposta para alunos que estão no nível de análise.

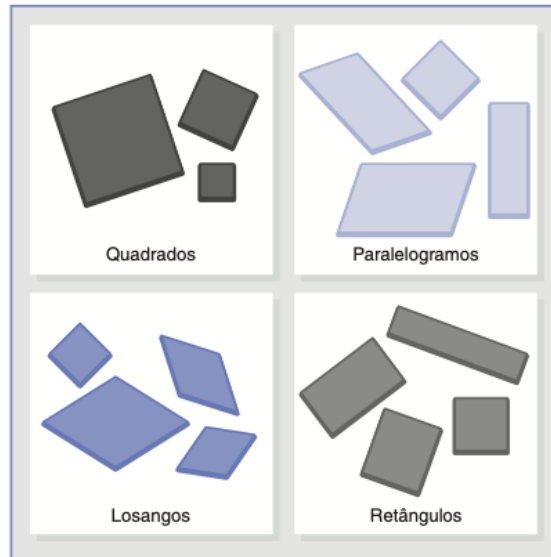
Quadro 3 - Orientação para a atividade “Listas de propriedades para quadriláteros”

Lista de propriedades para quadriláteros

Prepare as fichas de trabalho para paralelogramos, losangos, retângulos e quadrados. Em cada ficha de trabalho, há três ou quatro exemplos daquela categoria de forma. Exemplos são ilustrados na Figura 2. Organize os alunos para trabalharem em grupos de três (trios) ou de quatro (quartetos) para cada tipo de quadrilátero. A tarefa dos grupos é listar tantas propriedades quantas eles conseguirem. Cada propriedade listada deve ser aplicável a todas as formas em sua ficha de trabalho. Eles vão precisar de uma ficha de registro simples para: checar os ângulos retos, comparar os comprimentos dos lados e desenhar linhas retas. Espelhos (para checar linhas de simetria) e papel de transparência (para checar congruências de ângulos e simetrias rotacionais) também são instrumentos úteis. Encoraje os alunos a usar as palavras “pelo menos” ao descreverem a quantidade de alguma coisa, por exemplo, “retângulos têm pelo menos duas linhas de simetria” enquanto quadrados – incluídos nos retângulos – possuem quatro. Oriente os alunos a preparar suas listas de propriedades sob esses cabeçalhos: Lados, Ângulos, Diagonais e Simetrias. Os grupos deverão compartilhar suas listas com toda a turma e, eventualmente, [a partir das discussões], será desenvolvida uma lista coletiva da turma para cada forma.

Fonte: Van de Walle (2009, p. 441).

Figura 2 - Lista de propriedades dos quadriláteros



Fonte: Van de Walle (2009, p. 442).

No quadro 4, descrevemos orientações para outras atividades que poderão ser desenvolvidas com os alunos no nível de análise.

Quadro 4 - Atividades para o nível de análise

As atividades educacionais em geometria apropriadas para o nível de análise devem:

Enfocar mais as propriedades das figuras do que a simples identificação das mesmas. Conforme outros conceitos geométricos forem aprendidos, a quantidade de propriedades que as figuras possuem pode ser expandida. Aplicar ideias a uma classe inteira de figuras (por exemplo, todos os retângulos..., todos os prismas...) em vez de aos modelos individuais. Analisar as classes de figuras para determinar novas propriedades. Por exemplo, encontrar maneiras de agrupar todos os possíveis triângulos em grupos. E a partir desses grupos, definir tipos de triângulos.

Fonte: Van de Walle (2009, p. 444).

A vivência, pelo aluno, com atividades cuidadosamente selecionadas pelo professor incentivará o desenvolvimento do pensamento geométrico. Van de Walle (2009), destaca que:

Para auxiliar os alunos a irem do Nível [2] ao Nível [3], desafie-os com questões do tipo “Por quê?” e aquelas que envolvem algum raciocínio. Por exemplo, “Se os lados de uma forma de quatro lados são todos congruentes, você sempre terá um quadrado?” e “Você consegue encontrar um contraexemplo?” (VAN DE WALLE, 2009, p. 445).

3º Nível – dedução informal:

Nesse nível os alunos começam a pensar sobre as propriedades e são capazes de desenvolver relações entre elas.

O estudante opera realizando as relações entre a representação figural com o que há dentro de uma figura e entre figuras relacionadas. Existem dois tipos de pensamento neste nível. Em primeiro lugar o aluno compreende as relações abstratas entre figuras, por exemplo, verifica as relações entre um retângulo e um paralelogramo, em segundo lugar o estudante pode usar dedução para justificar observações feitas no nível 2. O papel da definição das propriedades e da capacidade de construir provas formais não são compreendidas, embora nesse nível não é uma compreensão da essência da geometria (VAN HIELE, 1986, p. 34).

O aluno realiza a ordenação lógica das propriedades das figuras, consegue fazer as correlações entre as propriedades e distinguir o que difere nas figuras que possuem denominações diferentes com propriedades semelhantes. Ele é capaz de apresentar justificativas da resolução de um problema e demonstrar o processo de desenvolvimento do raciocínio geométrico utilizado.

No quadro 5, apresentamos a atividade Listas mínimas de definições, a ser desenvolvida com alunos que estão no nível de dedução informal:

Quadro 5 – Orientação para a atividade “Listas mínimas de definições”

LMD: Listas mínimas de definições

Esta atividade deve ser feita em sequência à atividade “Listas de propriedades”, descrita anteriormente.

Uma vez que as listas de propriedades para os paralelogramos, losangos, retângulos e quadrados (e possivelmente os “papagaios” (pipas) e os trapézios) tenham sido construídas coletivamente pela turma, exponha as listas em um painel ou reproduza-as para os alunos. Em pequenos grupos, a tarefa é criar “Listas mínimas de definição”, ou LMDs, para cada forma. Uma LMD é um subconjunto das propriedades de uma forma que pode ser usado para “defini-la” e é, ao mesmo tempo, “mínima” [suficiente e necessária]. “Definir”, aqui, significa que qualquer forma que tenha todas as propriedades da LMD deve ser daquela forma. Então, uma LMD para um quadrado vai garantir que você tenha um quadrado. “Mínima” significa que se qualquer propriedade simples for removida dessa lista, ela deixa de ser uma definição. Por exemplo, uma LMD para um quadrado é um quadrilátero com quatro lados congruentes e quatro ângulos retos. Os estudantes devem tentar descobrir pelo menos duas ou três LMDs para suas formas. Uma lista proposta pode ser contestada ou como “não mínima” ou como “não definidora”. Uma lista não é mínima se uma propriedade puder ser removida e a lista restante ainda definir a forma. Uma lista não é definidora se um contraexemplo – alguma outra forma diferente daquela que está sendo descrita – puder ser produzida usando apenas as propriedades na lista.

Fonte: Van de Walle (2009, p. 442).

Espera-se que ao final da Educação Básica os alunos apresentem um nível de pensamento em consonância com o 3º nível de Van Hiele.

Por isso, optamos por descrever com mais detalhes, inclusive sugerindo atividades e apresentando orientações, os três primeiros níveis de Van Hiele. A título de informação, descrevemos na sequência, de forma sucinta, os outros dois níveis.

4º Nível - dedução formal:

Nesse nível os estudantes já conseguem fazer análises em um nível que vai além de pensar e relacionar propriedades.

O estudante prova teoremas deduzindo e estabelecendo inter-relações entre redes de teoremas. O aluno pode manipular as relações desenvolvidas no nível 3. A necessidade de justificar os relacionamentos é compreendida e usada em definições suficientes que podem ser desenvolvidas. O raciocínio neste nível inclui o estudo da geometria como uma forma de sistema matemático ao invés de uma coleção de formas (VAN HIELE, 1986, p. 34).

O aluno, nessa fase, consegue desenvolver a resolução de problemas, compreendendo as propriedades das figuras e relacionando-as, entendendo a significação da dedução, o papel dos axiomas², teoremas e provas.

5º Nível - rigor:

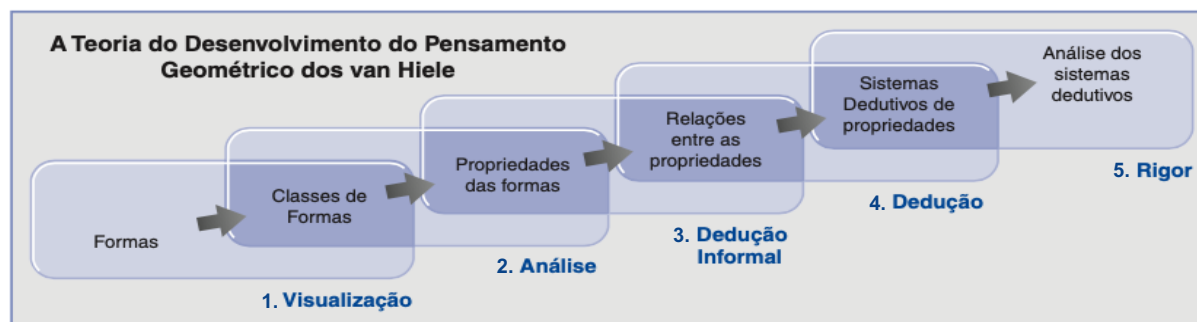
Nesse nível, o aluno torna-se capaz de entender e relacionar conceitos abstratos. Consegue entender axiomas e, mesmo na ausência de modelos concretos, tem domínio das propriedades, realiza a demonstração delas e as entende e as compara com rigor.

O aluno estabelece teoremas em diferentes sistemas de postulados e análises e compara estes sistemas. O estudo da geometria no nível 5 é altamente abstrato e não envolve necessariamente modelos concretos ou pictóricos. A este nível, os postulados ou axiomas tornam-se objeto de intenso escrutínio rigoroso. A abstração é primordial (VAN HIELE, 1986, p. 35).

Segundo Van de Walle (2009), o produto de pensamento em cada nível são os objetos de pensamento do nível seguinte, como ilustra o quadro 6.

² Axioma ou postulado é uma sentença que não é provada ou demonstrada e é considerada como óbvia ou como um consenso inicial necessário para a construção ou aceitação da teoria.

Quadro 6 - Relação entre objeto-produto entre os níveis da Teoria de Van Hiele



Fonte: Adaptado de Van de Walle (2009, p. 443).

AS FASES DE APRENDIZAGEM DO MODELO DE VAN HIELE

Apresentaremos no quadro 7, as cinco fases de aprendizagem que devem ser vivenciadas pelos alunos para que possam avançar de um nível para outro. Em cada uma são apresentadas indicações de como o professor pode auxiliá-los nesse processo. O quadro 7 indica essas fases e suas características.

Quadro 7: Fases de Aprendizagem do modelo de Van Hiele

Fases de Aprendizagem	Características
Fase 1 <i>Questionamento e informação</i>	<ul style="list-style-type: none"> Professor e aluno dialogam sobre o material de estudo; Apresentação de vocabulário do nível a ser atingido; O professor deve perceber quais os conhecimentos anteriores do aluno sobre o assunto a ser estudado.
Fase 2 <i>Orientação direta</i>	<ul style="list-style-type: none"> Os alunos exploram o assunto de estudo através do material selecionado pelo professor; As atividades deverão proporcionar respostas específicas e objetivas.
Fase 3 <i>Explicitação</i>	<ul style="list-style-type: none"> O papel do professor é o de observador; Os alunos trocam experiências, os pontos de vista diferentes contribuirão para cada um analisar suas ideias.
Fase 4 <i>Ordenação livre</i>	<ul style="list-style-type: none"> Tarefas constituídas de várias etapas possibilitando diversas respostas, a fim de que o aluno ganhe experiência e autonomia.
Fase 5 <i>Integração</i>	<ul style="list-style-type: none"> O professor auxilia no processo de síntese fornecendo experiências e observações globais, sem apresentar novas ou discordantes ideias.

Fonte: Nasser e Sant'Anna (2010, p. 7).

Em todos os níveis devem ser trabalhadas essas características. Considerando que, em uma turma, encontramos alunos com diferentes níveis de compreensão em relação ao pensamento geométrico, cabe ao professor, por meio de testes, verificar os níveis de seus alunos e proporcionar atividades iniciando pelo nível mais próximo ao atingido pela turma, auxiliando na resolução de problemas e dando oportunidades para que todos se desenvolvam.

FORMAÇÃO CONTINUADA - UMA PROPOSTA DE ENSINO DE GEOMETRIA EMBASADA NA TEORIA DE VAN HIELE

A formação continuada, segundo Machado (2015), faz parte do desenvolvimento profissional que acontece ao longo do exercício docente, dando um novo sentido à prática pedagógica, condizente com a realidade social. Portanto, ocupa um lugar importante na carreira docente, por atrelar teoria e prática às experiências vividas no contexto de sala de aula.

Para Chimentão (2009, p. 6), “[...] a formação continuada de professores é um processo permanente de aperfeiçoamento dos saberes necessários à atividade profissional, realizado após a formação inicial, visando um ensino de melhor qualidade aos educandos”; em suma, uma formação que permita ao professor redimensionar o como ensinar e aprender. Conforme pontua Tardif (2008), o saber docente ocorre mediante a união do seu saber advindo da formação docente na graduação, associado ao conjunto das suas vivências no contexto da sala de aula, quando faz a mediação entre conteúdo-aluno-realidade social, a fim de formar o estudante para atuar na sociedade na qual está inserido.

Nesse contexto, Elias, Zoppo e Gilz, (2020), ressaltam que a formação docente é um processo pautado em uma perspectiva holística, na qual a atuação docente precisa ser repensada e ressignificada para que esteja entrelaçada ao contexto social, aos avanços tecnológicos e à produção de novos saberes. Isso exige saber trabalhar de forma colaborativa em grupo, buscando atrelar os saberes ao de outrem, para melhorar a atuação na sala de aula, inovando o fazer docente e oportunizando, com isso, mais possibilidades para que os estudantes construam seus conhecimentos de forma mais dinâmica e prazerosa.

Nesse viés, situa-se a relevância da formação docente em matemática, uma vez que a interação entre os educadores, compartilhando ideias, propostas de trabalho, metodologias e recursos de ensino diferenciados, sobre como trabalhar determinado objeto de estudo, tende a resultar em benefícios e crescimento para todos do grupo de estudos. Conforme Tardif (2008), surge um saber-fazer individual e grupal, todos passam a caminhar juntos, compartilhando conhecimentos, enriquecendo o fazer docente através de metodologias inovadoras acerca do como explorar os conteúdos em matemática, tornando o estudante um agente ativo nesse processo de construção de saberes.

A formação continuada permite ao professor ressignificar sua ação didática, tendo em vista que, segundo Santos e Gualandi (2016), a matemática não pode ser ensinada de forma reprodutora, com memorização e treino de exercícios, mas em um contexto significativo, que seja capaz de motivar e engajar os alunos durante as aulas.

Apresentamos, assim, uma proposta de formação continuada que tem por finalidade oportunizar aos educadores o pensamento colaborativo sobre o ensino de geometria. A ideia não é discutirmos os conteúdos de geometria, mas sim de instrumentalizar o professor para que ele possa entender o processo pelo qual a criança aprende e se desenvolve, compreender como se dá o desenvolvimento do pensamento geométrico e, dessa forma, poder auxiliar o aluno quando da realização de uma tarefa de geometria.

Tema:

As concepções a respeito do Ensino de Geometria

Carga horária:

2 horas

Objetivos:

Verificar as concepções dos professores a respeito do ensino de geometria;

Levantar as dificuldades que os professores apresentam ao ensinar geometria.

OS ENCONTROS DE FORMAÇÃO CONTINUADA

Promover discussões e reflexões a respeito das concepções dos professores sobre:

1. Mediante a sua formação você se sente preparado para ensinar matemática?
2. Para ensinar matemática é preciso utilizar diferentes estratégias de ensino para abordar um mesmo conteúdo; antecipar formas de resolução; elaborar bons questionamentos buscando conduzir o pensamento dos alunos; confrontar diferentes formas de soluções e interpretar erros apresentados pelos alunos. Pensando no ensino de geometria, na série em que atua, você considera que tem essa preparação?
3. O que você pensa a respeito do ensino de geometria?
4. Como você trabalha geometria na série em que atua?
5. Que dificuldades você acha que seu aluno tem ao aprender geometria?
6. O fato de todos os alunos estarem no mesmo ano escolar não garante que eles apresentem o mesmo nível de interpretação geométrica. Qual sua opinião sobre essa afirmação?

Tema:

Explorar os conceitos de geometria plana e espacial desenvolvidos nos anos iniciais e como são abordados esses conteúdos nas tarefas aplicadas em sala de aula.

Carga horária:

2 horas

Objetivos:

Compreender o conteúdo de geometria plana e espacial aplicado nos anos iniciais;

Analisar tarefas e planos de aula para verificar como os conceitos de geometria são apresentados;

Discutir sobre o conhecimento matemático do professor e a prática pedagógica ao aplicar tarefas.

Material:

Acessar

<https://planosdeaula.novaescola.org.br/> e selecionar alguns planos de aula para análise do grupo.

Apêndice A: slides

Apêndice B: tarefas

1º Momento: Apresentação dos conceitos de geometria plana e espacial (Apêndice A)

Propor uma discussão a respeito desses conceitos e de que forma são abordados nas aulas.

2º Momento: Análise de plano de aula. Selecionar alguns planos de acordo com interesse do grupo

Verificar a forma como são desenvolvidos os conteúdos de geometria e as propostas de tarefas

3º Momento: Análise das tarefas 1 e 2 (Apêndice B). Promover discussões a respeito da tarefa

1. Toda e qualquer tarefa, por si só não é boa ou ruim. Concordam?
2. Uma tarefa aparentemente ruim com um professor que tem conhecimento para promover uma boa discussão matemática, pode proporcionar a aprendizagem?
3. O mesmo vale para o contrário, uma tarefa bem elaborada, quando o professor não está preparado para trabalhar com ela, pode levar a uma discussão muito pobre?
4. O olhar está no desenvolvimento do professor. O que ele pretende trabalhar com essa tarefa? Essa tarefa consegue atingir aquilo que ele deseja? Uma vez atingido aquilo que ele deseja, a maneira como os alunos vão aprender pode prejudicar a aprendizagem futura de algum outro conceito?
5. Será que a tarefa, da maneira como está apresentada, não pode prejudicar a comparação entre figuras planas e figuras não planas? Ao dizer a uma criança que um dado tem a mesma forma de um quadrado não poderá levá-la a construção de uma ideia errônea.

4º Momento: Propor a tarefa 3 para ser desenvolvida com os professores (Apêndice B)

Conversar sobre as percepções a respeito das três tarefas.

Reflexão: O ponto está no conhecimento matemático do professor ou na forma como desenvolve a tarefa?

3º Encontro

Tema: Fundamentação teórica: Teoria de Van Hiele

Carga horária:
2 horas

Objetivo:
Apresentar a Teoria de Van Hiele, os níveis desse modelo e as fases de aprendizagem.

Materiais:
Apêndice C – Slides
Formação Continuada:
Teoria de Van Hiele.
Elaborado por:
Prof. Dr. Emerson Tortola,
UTPPR - PPGMAT
Referencial teórico contido
nesse material

Fundamentação teórica: Teoria de Van Hiele

Formação teórica a respeito da Teoria de Van Hiele (Apêndice C ou pode-se elaborar um material usando o referencial teórico contido neste produto educacional).

Reflexões sobre:
O que é geometria?
Por que ensinar geometria na escola?
O que é importante ensinar a respeito de geometria?

Apresentação da Teoria de Van Hiele:
Níveis de pensamento do modelo e suas características, como identificar esses níveis de pensamento e modelos de tarefas que contribuem para que os alunos desenvolvam o pensamento geométrico.

4º Encontro

Tema:

Estudo da BNCC e Referencial Curricular do Paraná sobre os objetos de conhecimento: geometria plana e espacial.

Objetivos:

Analisar os documentos referenciais, a fim de retomar os objetivos de aprendizagem dos anos iniciais do Ensino Fundamental da unidade temática geometria;

Verificar os conteúdos a serem estudados nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Carga horária:

2 horas

Materiais:

BNCC (Matemática)

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental>

Referencial Curricular do Estado do Paraná

<http://www.referencialcurricular.doparana.pr.gov.br/modulos/conteudo/conteudo.php?conteudo=22>

Estudo da BNCC e Referencial Curricular – Componente Curricular de Matemática.

Nesse encontro os professores poderão ter os documentos em mãos ou ser projetado para fazer o estudo.

Organizar os participantes em grupos para a análise dos documentos. Sugestão:

Grupo 1 professores do 1º, 2º e 3º ano

Grupo 2 professores do 4º e 5º ano

Os professores que não atuam nesses segmentos poderão ser distribuídos nesses grupos.

1º Momento:

Promover a análise desse documento, estudar a respeito dos objetos de conhecimento: geometria plana e espacial, verificando os objetivos de aprendizagem.

2º Momento:

Compartilhar os objetivos de aprendizagem de cada segmento.

A intenção é que os professores verifiquem as especificidades de cada ano, e percebam que os **conteúdos são organizados em uma espécie de espiral**, ou seja, que os assuntos são abordados mais de uma vez, de diferentes formas, em vários anos de estudo, sendo que há um aprofundamento de um ano para outro.

Tema:

Elaboração de tarefas

Carga horária:

3 horas

Objetivos:

Desenvolver o trabalho de forma colaborativa na construção de tarefas e materiais manipuláveis para o estudo da geometria;

Elaborar tarefas que possam promover o desenvolvimento do pensamento geométrico a partir da Teoria de Van Hiele.

Material:

Referencial teórico contido nesse material sobre os níveis de Van Hiele

Por que a elaboração de tarefas de forma colaborativa?

O trabalho colaborativo atrelado ao compartilhamento de experiências e de atividades pedagógicas, de acordo com Ciríaco, Morelatti e Ponte (2017), oportuniza momentos para que os educadores façam reflexões sobre sua prática pedagógica, sobretudo em como tornar as aulas de matemática significativas para os estudantes. Os grupos colaborativos representam uma alternativa eficaz na inovação do fazer pedagógico. O pensar junto aos demais professores, o olhar do outro a respeito da explicação dos objetivos de determinada tarefa, a elaboração de materiais e/ou jogos pedagógicos, permitem reflexões sobre o ensino e a aprendizagem da matemática que auxiliam na minimização de dificuldades encontradas na prática pedagógica.

Por que o uso de materiais manipuláveis no ensino de geometria?

O material didático manipulável no ensino da geometria por si só, não oportuniza a aprendizagem dos alunos, isto é, não faz a associação entre o concreto e o abstrato. Para que haja essa atividade mental é preciso a mediação docente durante a atividade experimental. O uso desses materiais oportuniza relacionar as experiências cotidianas do aluno aos conteúdos de geometria. Na manipulação dos materiais didáticos os alunos relacionam os conteúdos estudados com a sua realidade e, assim, percebem o significado do que aprendem a respeito das formas e dos conceitos geométricos.

Nesse encontro a proposta é organizar os professores em grupos, conforme as turmas que lecionam, para a elaboração de tarefas de acordo com a Teoria dos níveis de pensamento de Van Hiele.

Na elaboração das tarefas seguir as orientações:

Determinar qual conteúdo será explorado na tarefa e os objetivos de aprendizagem;

Definir para qual nível (da Teoria) a tarefa será elaborada;

Elaborar os encaminhamentos metodológicos seguindo as fases de aprendizagem da Teoria de Van Hiele;

Planejar a utilização de materiais manipuláveis, quando possível, nas tarefas.

Elaborar uma ficha para o registro das observações realizadas na aplicação da tarefa, com relação ao desenvolvimento dos alunos.

Como fonte de pesquisa para a elaboração das tarefas utilizar a fundamentação teórica sobre os níveis de Van Hiele, presentes nesse produto educacional.

Definir como as tarefas serão aplicadas e o tempo de aplicação. No decorrer da aplicação os professores poderão fazer registros sobre o desenvolvimento dos alunos ao realizar as tarefas, a fim de verificar o nível de pensamento geométrico.

6º Encontro

Tema:

Apresentação e avaliação da aplicação das tarefas

Carga horária:

2 horas

Objetivo:

Avaliar o conhecimento construído a respeito da Teoria de Van Hiele.

Material:

Tarefas aplicadas aos alunos

1º Momento**Análise e debate sobre a aplicação das tarefas.**

Esse momento será para a apresentação da aplicação das tarefas realizadas por cada grupo.

As discussões deverão ter um olhar a respeito das observações quanto aos níveis do pensamento geométrico a partir da Teoria de Van Hiele.

2º Momento

Avaliação para verificar o conhecimento construído durante o desenvolvimento da formação, tendo em vista o conhecimento teórico e prático sobre o ensino do conteúdo de geometria a partir dos níveis da Teoria de Van Hiele.



PARTE 02

TAREFAS EXPLORATÓRIAS

ORIENTAÇÕES PARA APLICAÇÃO DAS TAREFAS

As tarefas que apresentaremos foram produzidas no curso de formação desenvolvido na implementação da nossa pesquisa de mestrado, tendo sido aplicadas a alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental pelos próprios professores participantes, para validação. O objetivo, ao trabalhar com essas tarefas, é promover o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, evitando a sobreposição ou a ultrapassagem de níveis e respeitando as fases de aprendizagem que dão corpo à execução das tarefas.

Como fonte de pesquisa e de inspiração para a elaboração dessas tarefas, utilizamos o referencial teórico de Van de Walle (2009). As tarefas apresentam as instruções para a aplicação com as indicações dos níveis de Van Hiele, sendo exploradas as fases de aprendizagem sugeridas na teoria.

As tarefas foram organizadas de forma sequencial, podendo ser adaptadas e/ou modificadas para atender as particularidades de cada turma. Na elaboração, nos preocupamos em fazê-las obedecendo os princípios da Teoria de Van Hiele, propondo tarefas capazes de promover o desenvolvimento de habilidades e competências que permitam aos alunos transitar de um nível para o seguinte, sempre em consonância com as fases de aprendizagem propostas por Van Hiele.

Ao aplicar as tarefas, deverá ser observado que, na sala de aula, os alunos se encontram em nível de raciocínio diferente, cabendo ao professor a incumbência de lidar com as diferenças e explorar o conhecimento de cada aluno.

Para padronizar a apresentação das tarefas e facilitar sua execução, apresentamos passos sequenciais dirigidos ao professor.

Decidimos utilizar alguns ícones para indicar o que se espera ser produzido pelo aluno, e as sugestões para o professor sobre a aplicação das tarefas, com indicações de materiais e ficha para registro. São eles:



Planejando: Orienta o professor sobre os materiais a serem providenciados, sugere adaptações das tarefas, orienta quanto à aplicação e destaca os detalhes a serem observados e ou/avaliados.



Explorando: Apresenta como o aluno deverá desenvolver a atividade com a mediação do professor.



Criando: Apresenta a orientação da elaboração de material concreto produzido pelo aluno



Ficha de registro: Utilizada pelo professor para registro das observações com relação aos conteúdos aplicados nas tarefas, ou pelos alunos, para registro de suas próprias observações. Essas fichas podem ser utilizadas para o acompanhamento e verificação do nível de raciocínio geométrico dos alunos.

Destacamos algumas orientações que consideramos importantes para a aplicação das tarefas:

- Cada proposta de trabalho é composta por 3 a 5 tarefas, ficando a critério do professor quantas aulas utilizará para sua realização;
- Apresentamos sugestões de materiais que poderão ser adaptados ou substituídos;
- As fichas de registro e folhas de tarefas também poderão ser adaptadas, no que diz respeito aos conteúdos e observações específicas;
- Colocamos algumas pistas de questionamentos para direcionar a aplicação das tarefas, ficando a critério do professor a sua utilização, adaptação ou elaboração de novos questionamentos;
- As tarefas poderão ser selecionadas para a aplicação de acordo com o nível em que os alunos se encontram e os objetivos de aprendizagem. Nossa sugestão é iniciar, independentemente de turma e ano, com tarefas de visualização.

As tarefas apresentadas foram elaboradas para os níveis de visualização, análise e dedução informal, já que esses são os níveis em que podem se encontrar os alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental.

Essas tarefas sugestivas poderão ser desenvolvidas mesmo que o professor não tenha participado da formação continuada; desde que tenha estudado a Teoria de Van Hiele, terá condições de aplicá-las.

Explorando as Formas Tridimensionais

1º Nível - Visualização



O contato com as formas e a manipulação de objetos, nesse momento é importante, é uma forma de explorar o mundo tridimensional. Os alunos devem ser estimulados a investigar, discutir ideias, levantar hipóteses a respeito das formas... Nesse momento o olhar deve estar atento para o conhecimento prévio dos alunos sobre esse universo. Nessa tarefa o objetivo é valorizar o raciocínio espacial dos alunos.

Material: Objetos de formas variadas e ficha de registro (Figura 3) com o nome dos alunos.




Tarefa 1: Roda de conversa sobre os objetos que tem na sala de aula. Algumas perguntas podem ser feitas como: O que os objetos têm em comum? O que os diferenciam? Por que alguns têm determinadas características e outros não? Qual o nome da forma desses objetos?

Tarefa 2: Organizar os alunos em grupos e entregar objetos de formas variadas. Deixá-los manipular livremente e observar que tipo de comentários fazem a respeito desses objetos. Chamar a atenção para observarem o todo, as partes, a aparência, o nome do sólido... É importante observar a linguagem utilizada pelos alunos e se fazem relação com alguma propriedade. Essas informações ajudarão no reconhecimento do nível de raciocínio dos alunos com relação ao assunto e o que eles sabem sobre o assunto

Tarefa 3: Cada grupo deverá analisar as formas e agrupá-las de acordo com um atributo, ou seja, uma característica e nomear esses grupos de formas. Essas descobertas deverão ser apresentadas aos demais grupos.

Figura 3: Ficha de registro “Explorando as formas tridimensionais”



FICHA DE REGISTRO DE OBSERVAÇÃO

Aluno	Nomeia as formas?	Percebe a diferença entre as formas?	Reconhece as semelhanças?	Agrupa formas pela aparência, redondas, faces iguais...?	Percebe alguma propriedade entre essas formas?

Fonte: dos autores.

Agrupando as Formas Tridimensionais

1º Nível - Visualização

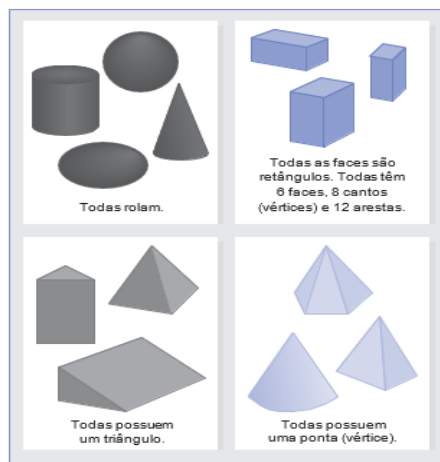


PLANEJANDO

Os alunos deverão ser estimulados a investigar, discutir ideias, levantar hipóteses a respeito das formas... Nesse momento o olhar deve estar para o conhecimento prévio dos alunos sobre esse universo. Nessa tarefa o objetivo é valorizar o raciocínio espacial dos alunos. Na ficha de registro (Figura 5), fazer as anotações das observações feitas pelos alunos no decorrer da realização da tarefa.

Os modos pelos quais as crianças descrevem as formas na atividade “Grupos de Formas” ou similares com formas tridimensionais são uma boa pista sobre o seu nível de pensamento. As classificações feitas pelos pensadores no Nível [1] geralmente são restritas às formas que realmente podem colocar em um grupo. Quando eles começarem a pensar em termos de propriedades das formas, vão criar categorias baseadas em propriedades e sua linguagem vai indicar que há muito mais formas no grupo do que aquelas que estão fisicamente presentes. Os estudantes podem dizer coisas como: “Essas formas têm cantos quadrados como os retângulos”, ou “Esses parecem caixas. Todas as caixas têm lados quadrados (VAN DE WALLE, 2009, p. 447).

Figura 4: Formas Tridimensionais



Fonte: Van de Walle (2009).



EXPLORANDO

Tarefa 1: Cada aluno escolherá um sólido para apresentar aos demais colegas expondo o que sabe sobre ele e o que nele observa.

Tarefa 2: Os alunos deverão se agrupar de dois em dois. A formação desses grupos deverá ser por uma característica que os assemelhem. Cada dupla deverá apresentar essa semelhança aos demais. Repetir essa proposta fazendo outros pares de sólidos.

Outra sugestão é variar o número de agrupamentos de alunos e de se agruparem por diferenças.

Tarefa 3: Essa tarefa poderá ser realizada em pequenos grupos de alunos ou com toda a turma junta. Com todo o conjunto de sólidos disponíveis separar os que de alguma forma se assemelham formando pequenos grupos e discutir com os alunos algumas questões como as sugeridas na ficha de perguntas, a seguir. Caso desejar o aluno poderá responder a essas questões na ficha de avaliação (Figura 5).

Ficha de Perguntas

1. Qual nome daria a cada grupo de formas?
2. Qual critério foi utilizado para separar esses grupos de formas?
3. Quais são as características de semelhança de cada grupo de formas?
4. Quais são as características de diferença entre os agrupamentos: 1 e 2; 2 e 3; 3 e 1?
5. Destaque todas as características de cada agrupamento.

Figura 5: Ficha de registro “Explorando as formas tridimensionais”



FICHA DE REGISTRO DE OBSERVAÇÃO

ALUNO: _____

Questão 1	
Questão 2	
Questão 3	
Questão 4	
Questão 5	

Fonte: dos autores.

Construindo Linhas

1º Nível – Visualização



Ao desenvolver as tarefas, observar a linguagem utilizada pelos alunos, propor discussões acerca das construções e características das linhas. Questionar os tipos de linhas: reta, curva, paralelas, curva aberta, curva fechada, figuras formadas por esses tipos de linhas... Discutir as ideias com os alunos, incentivá-los a explicar as diferenças entre as linhas e as formas produzidas por eles. Aproveitar o momento para reforçar os conceitos de maneira informal e observacional.

Material: uma cartolina ou papel manilha para cada dupla, barbante ou lã. As figuras para a tarefa 4 devem ser produzidas uma para cada aluno. Elas deverão ter características diferentes para formar três grupos: figuras formadas só por linhas retas, só por linhas curvas e com linhas curvas e retas, ficando a critério do professor essa seleção. Reproduzir a ficha de registro (figura 6) com o nome dos alunos.



Tarefa 1: Organizar os alunos em duplas e entregar o material (vários barbantes cortados de tamanhos diferentes). Deixar que explorem os barbantes criando livremente. Observar o que comentam entre eles sobre as criações. Verificar quais conceitos atribuem.

Tarefa 2: Brincar de mestre mandou. Nessa brincadeira os alunos devem seguir os comandos dados pelo professor. Com o barbante em mãos, ao comando do professor, eles devem construir as linhas solicitadas: linha reta, linha curva, linha paralela, linha curva fechada, linha curva aberta, uma figura que tenha linha curva, uma figura com três linhas retas, com quatro linhas retas... Nessa tarefa verificar se atribuem nomes para as figuras.

Tarefa 3: Ainda em dupla deverão construir um cartaz com dois grupos de figuras: um com figuras que tenham linha curva e outro com figuras que só tenham linhas retas. Cada dupla apresentará para a turma o seu cartaz destacando como as formas de cada grupo são parecidas e diferentes.

Tarefa 4: Brincadeira mestre mandou. Realizar na quadra de esportes ou em um ambiente aberto. Ao comando do professor eles deverão fazer o que for solicitado.

1. Andar em linha reta, andar em linha curva;
2. Apontar onde observavam linhas retas, linhas curvas, linhas paralelas, linha curva fechada...
3. Cada aluno receberá uma figura. Ao comando deverá procurar amigos que tenham figuras parecidas com a que recebeu. Ao formarem os grupos discutir porque as figuras que estão com eles são parecidas e no que se assemelham. Cada grupo deverá fazer a sua apresentação.

Figura 6: Ficha de registro “Construindo linhas”



FICHA DE REGISTRO DE OBSERVAÇÃO

Aluno	Diferencia os tipos de linhas?	Nomeia essas linhas?	Percebe a diferença entre as linhas?	Reconhece as figuras formadas por essas linhas?	Agrupar formas pela aparência, redondas, retas...?	Observa essas linhas ao seu redor?

Fonte: dos autores.

Caixa das Formas

1º Nível - Visualização



A proposta é que as tarefas sejam desenvolvidas em dupla. Mediar as discussões entre as duplas com relação às diferenças que percebem entre as figuras e as características de cada uma delas. Explorar: linha reta, linha curva, número de lados, se tem pontas, quantas pontas, nome da figura... É importante acompanhar a discussão da dupla para fazer o registro.

Material: uma caixa como a da ilustração para cada dupla e as formas confeccionadas em EVA ou papel cartão. As figuras da caixa poderão variar, como também de uma caixa para outra. Reproduzir a ficha de registro (Figura 7) com o nome dos alunos.



Fonte: dos autores



Tarefa 1: Conversar com os alunos sobre as regras da caixa das formas. Como eles poderiam brincar com essa caixa? Deixar os alunos explorarem tanto a caixa como as figuras. No primeiro momento deixar brincarem com a regra definida por eles.

Tarefa 2: Propor a brincadeira seguindo a regra. O aluno deverá escolher a figura, dizer duas características que observa na figura e colocar na caixa. Definir quem iniciará entre a dupla.

Fonte: dos autores.

Figura 7: Ficha de registro “Caixa de formas”

FICHA DE REGISTRO DE OBSERVAÇÃO

Registrar como os alunos descrevem as formas.

Aluno	Círculo	Quadrado	Triângulo	Retângulo	Coração	Estrela	Losango

Fonte: dos autores

Reconhecendo as Figuras Bidimensionais

1º Nível - Visualização



PLANEJANDO

Essa proposta poderá ser realizada individualmente caso não seja possível agrupar os alunos. Conforme os alunos examinam e investigam as formas o professor pode mediar com perguntas: Por que vocês colocaram essas figuras juntas? Quais semelhanças vocês observam? Qual nome é dado a essa classe de formas? Na ficha de registro os alunos deverão fazer as anotações das observações feitas quanto às características.

Material: Construir com EVA ou papel cartão as figuras geométricas a serem exploradas por cada grupo, procurando diversificar as formas tanto quanto possível. Reproduzir a ficha de registro (Figura 8) com o nome dos alunos.



EXPLORANDO

1. Organizar a turma em grupos com 3 alunos ou individualmente;
2. Distribuir várias formas geométricas aos grupos ou para cada aluno;
3. Propor ao grupo para manipular essas formas e discutir os aspectos que se assemelham ou se diferenciam, quais características observam.

Tarefa 1: Cada grupo deverá agrupar as figuras de acordo com um atributo, ou seja, uma característica e nomear esses grupos.

Tarefa 2: Cada grupo deverá apresentar as características de semelhança e justificar o nome que utilizou para representá-lo.

Figura 8: Ficha de registro “Reconhecendo as figuras bidimensionais”



FICHA DE REGISTRO DE OBSERVAÇÃO

Formas exploradas: semelhanças observadas por cada grupo

Grupo 1: _____

Grupo 2: _____

Grupo 3: _____

Fonte: dos autores.

Agrupando Formas Semelhantes

1º Nível - Visualização



Apresentar uma ficha com um conjunto de formas bidimensionais para cada grupo. Essa proposta poderá ser realizada individualmente caso não seja possível agrupar os alunos. Conforme os alunos examinam e investigam as formas, o professor pode mediar com perguntas: Vocês observam semelhanças nessas figuras? O que diferencia uma figura da outra? Algumas dessas formas possuem nomes? Quais são formadas apenas por linhas retas? Quais são formadas apenas por curvas? Na ficha de registro (Figura 9), fazer as anotações das observações feitas pelos alunos no

decorrer da tarefa.

Material: Reproduzir uma cópia por aluno da coleção de formas do Anexo A e a ficha para registro (Figura 9).



EXPLORANDO

1. Organizar a turma em grupos com 4 alunos;
2. Entregar uma folha com um conjunto de formas (Anexo A), por aluno;
3. Orientar os grupos a recortarem as formas para manipular e realizar as tarefas propostas.

Tarefa 1: Cada aluno escolhe uma figura e apresenta ao grupo relatando as características observadas. O que você sabe sobre a forma escolhida?

Tarefa 2: Cada aluno deverá escolher três formas seguindo um critério de seleção e apresentar ao grupo.

Tarefa 3: Um aluno do grupo seleciona uma figura e escolhe um outro aluno para encontrar figuras que sejam semelhantes. Ele deve apresentar ao grupo destacando as semelhanças.

Tarefa 4: Criar regras para os alunos fazerem os agrupamentos. Exemplo: agrupar as figuras formadas só por linha curva, agrupar as figuras que tem ponta, agrupar as figuras que tem quatro lados e/ou outras que o professor julgar necessário em determinada turma ou situação de ensino.

Tarefa 5: Um membro do grupo escolhe uma figura e os demais devem fazer um desenho de uma figura que tenham as mesmas características. O aluno que selecionou a figura explora essas propriedades com o grupo.



Fonte: dos autores

Figura 9: Ficha de registro “Agrupando formas semelhantes”



FICHA DE REGISTRO DE OBSERVAÇÃO

Comentários durante a realização de cada tarefa.

Tarefa _____

Grupo 1:

Grupo 2:

Grupo 3:

Fonte: dos autores.

Desafio: Que forma é essa?

1º Nível - Visualização



Essa tarefa explora as características de algumas figuras. Sugestões de perguntas para mediação: O que vocês observam em cada uma dessas figuras? Existem semelhanças? Como são as linhas dessas figuras? Que nome dariam a cada uma dessas figuras? Já conhecem alguma dessas figuras? Quais figuras são formadas por linhas retas? Quantas linhas retas tem cada uma delas? Existem pontinhas nessas figuras? Quais? Quantas? No direcionamento da tarefa observar a linguagem dos alunos para observar o raciocínio que estão. Na ficha de registro (Figura 10), fazer as anotações das observações feitas pelos alunos no decorrer da realização da tarefa.

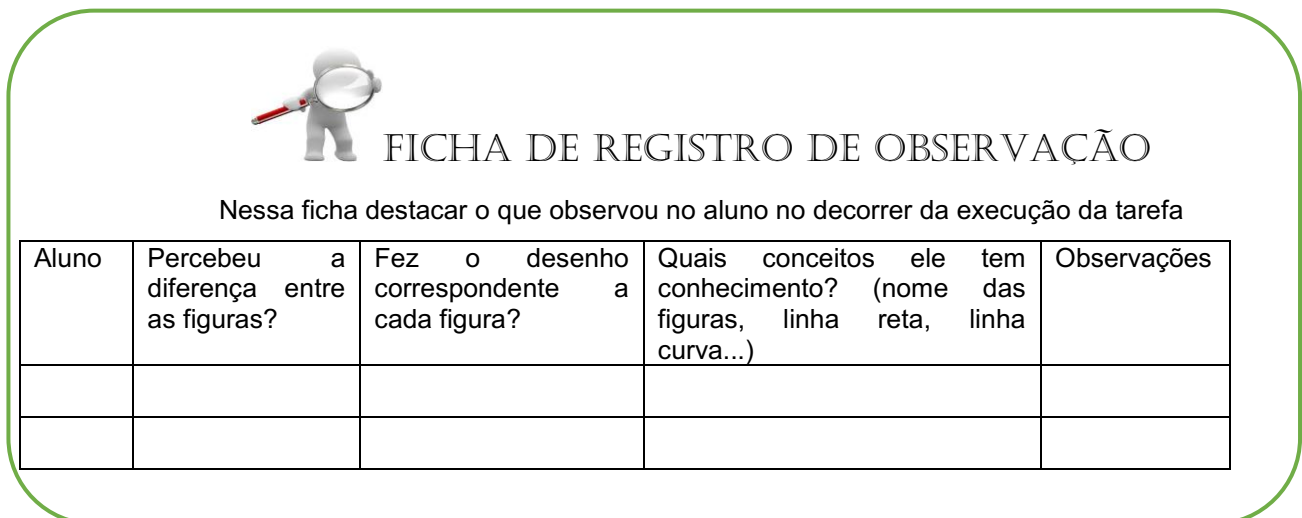
Material: Reproduzir a ficha para registro (Figura 10) e uma cópia por aluno do Anexo B: que forma é essa? Sugestão: fazer as figuras do anexo B, em papel cartão e em tamanho maior para utilização do professor.



Tarefa 1: Entregar a folha com as figuras (Anexo B) e propor um desafio: “Vamos observar essas figuras e descobriremos o máximo de diferenças entre elas?”; “Que forma é essa?” Nessa tarefa direcionar para que todos falem. No primeiro momento deixar as observações dos alunos livres e, conforme forem colocando o que observam, direcionar com perguntas, podem ser utilizadas aquelas sugeridas na seção “planejando”.

Tarefa 2: Cada aluno deverá fazer dois desenhos com as mesmas características da figura apresentada. Figuras com linha reta, linha curva, quantidade de linhas...

Figura 10: Ficha de registro “Desafio: que forma é essa?”



FICHA DE REGISTRO DE OBSERVAÇÃO

Nessa ficha destacar o que observou no aluno no decorrer da execução da tarefa

Aluno	Percebeu a diferença entre as figuras?	Fez o desenho correspondente a cada figura?	Quais conceitos ele tem conhecimento? (nome das figuras, linha reta, linha curva...)	Observações

Fonte: dos autores.

Jogo da memória

1º Nível - Visualização



Cada aluno deverá construir o seu próprio jogo. O jogo deverá ser realizado em duplas. Orientar os alunos que ao encontrarem as figuras que são semelhantes, eles devem dizer as características dessa figura, um ao outro. Na ficha de registro (Figura 12) fazer anotações das observações feitas pelos alunos quanto às características das figuras observadas. Para fazer o registro o professor deverá acompanhar as jogadas de cada dupla. Mediar o conhecimento do aluno com relação às características que ele tem conhecimento. Para finalizar o aluno deverá desenhar as figuras do jogo no grupo ao qual pertence cada

uma delas.

Material: 2 folhas impressas por aluno do jogo da memória (Anexo D), 1 folha impressa por aluno do quadro para desenho das figuras geométricas (Anexo E), 1 folha de registro (Figura 13), cola, tesoura, lápis de cor, papel cartão ou uma tampa de caixa de camisa.



Montando o jogo

Instruções:

- Entregar para cada aluno as folhas impressas do jogo da memória (Anexo D);
- O aluno deverá pintar as figuras semelhantes da mesma cor;
- Colar no papel cartão ou na tampa da caixa de camisa as duas folhas;
- Recortar as peças do jogo.



Tarefa 1: Conversar com os alunos sobre as regras do jogo da memória, deixar nesse primeiro momento que brinquem livremente para explorar o jogo.

Tarefa 2: A brincadeira continuará, mas agora com mais uma regra: ao encontrar o par, o aluno deverá dizer quais as características que observa no par de figuras.

Tarefa 3: Após explorar o jogo o aluno deverá, observando as peças, desenhar cada uma delas no grupo a qual pertence. Usar a folha de tarefa que consta no Anexo E.

Figura 12: Ficha de registro jogo da memória



FICHA DE REGISTRO DE OBSERVAÇÃO

Registrar se aluno atingiu o objetivo, com um “x” para sim.

Escrever no campo “observações” as dificuldades apresentadas pelo aluno.

Aluno	Círculo	Quadrado	Triângulo	Retângulo	Losango	Hexágono	Observações

Fonte: dos autores.

Trabalhando com malha pontilhada

2º Nível – Análise



Essa proposta poderá ser realizada individualmente. Não interferir na construção, deixar que o aluno encontre as soluções. Utilizar a ficha de registro (Figura 11) durante a execução da tarefa, para anotação das observações quanto à construção das figuras bidimensionais.


Material: Ficha para registro (Figura 11) e uma folha com a malha pontilhada por aluno (Anexo C).



Tarefa 1: Na malha pontilhada (Anexo C), utilizando régua e lápis, ao comando do professor o aluno deverá desenhar:

- um triângulo;
- um outro triângulo diferente do primeiro;
- um quadrado;
- um quadrado maior que o primeiro;
- um retângulo estreito, fininho;
- um retângulo diferente desse que acabou de desenhar, maior;
- uma figura de cinco lados.

Figura 11: Ficha de registro malha pontilhada



FICHA DE REGISTRO DE OBSERVAÇÃO

Registrar se o aluno atingiu o objetivo, com um “x” para sim.

Escrever no campo “Observações” as dificuldades apresentadas pelo aluno.

Aluno	Figura a	Figura b	Figura c	Figura d	Figura e	Figura f	Figura g	Observações

Fonte: dos autores.

Seguindo as Pistas: Jogo Descobrimdo as Formas

2º Nível: Análise



Nesse jogo o aluno deverá seguir as pistas e encontrar a figura correspondente segundo as características apresentadas. Nesse jogo é importante que o professor acompanhe os alunos para avaliar a interpretação dos conceitos mediante as pistas apresentadas. A ficha de pistas servirá de apoio, nela apresentamos algumas ideias e fica a critério do professor elaborar outras questões para completá-la. Para a elaboração desse material deverão ser consideradas as figuras bidimensionais propostas e estudadas

em cada ano escolar.

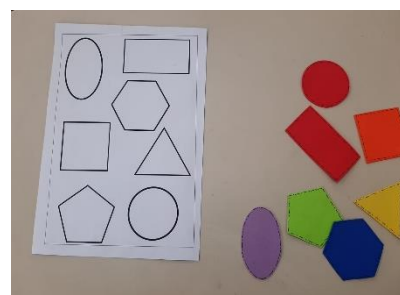
Material: Elaborar uma folha com figuras bidimensionais, fica a critério do professor definir quais figuras utilizará e imprimir duas cópias por aluno, cola, tesoura, lápis de cor, papel cartão ou uma tampa de caixa de camisa. Ficha de pistas (Figura 13) e ficha de registro (Figura 14).



Montando o jogo

Instruções:

- Entregar para cada aluno as folhas impressas;
- O aluno deverá pintar as figuras semelhantes da mesma cor;
- Colar no papel cartão ou na tampa da caixa de camisa uma das folhas e a outra recortar as figuras.



Fonte: dos autores



Tarefa 1: Deixar os alunos explorarem as figuras. Eles poderão manipulá-las e reconhecer algumas de suas características.

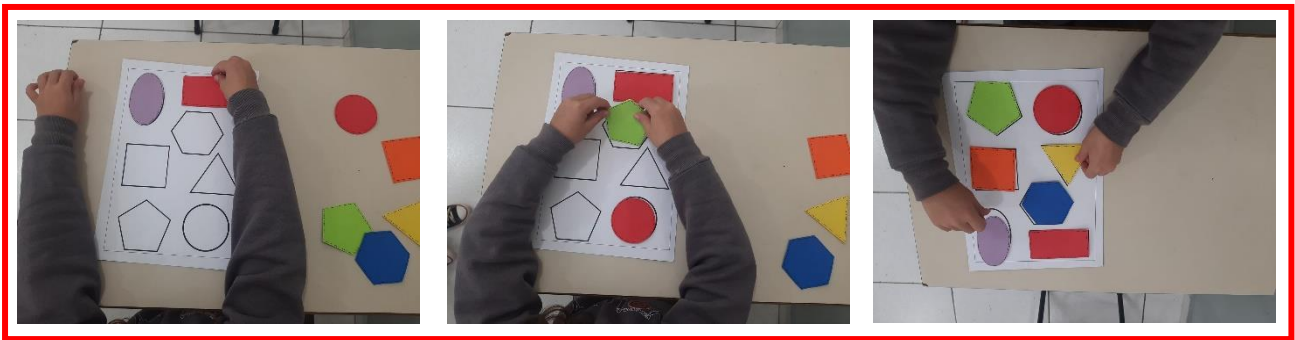
Tarefa 2: Seguindo as pistas apresentadas a aluno deverá encontrar a figura e colocar sobre o par correspondente.

Figura 13: Ficha de pistas

FICHA DE PISTAS

1. É UM POLÍGONO DE 5 LADOS E 5 VÉRTICES, O NOME DESSA FIGURA É PENTÁGONO.
2. É UM POLÍGONO FORMADO POR RETAS PARALELAS E DE MESMA MEDIDA.
3. É UM POLÍGONO DE 6 LADOS E 6 VÉRTICES.
4. É UM QUADRILÁTERO COM PARES DE RETAS PARALELAS E CONGRUENTES.
5. TEM 3 LADOS DIFERENTES E 3 VÉRTICES
6. É FORMADO POR LINHA CURVA
7.

Fonte: dos autores.



Fonte: dos autores.

Figura 14: Ficha de registro jogo descobrindo as formas



FICHA DE REGISTRO DE OBSERVAÇÃO

Seguindo as pistas com as características de cada figura o aluno identificou:

Aluno	Pentágono	Quadrado	Hexágono	Retângulo	...

Fonte: dos autores

Construindo Polígonos

2º Nível: Análise



Essa atividade objetiva verificar a linguagem utilizada pelos alunos, propondo discussões acerca das construções e características dos polígonos. Questionar quanto aos ângulos, número de retas, explorar a ideia de retas paralelas... Incentivá-los a explicar de maneira informal porque algumas figuras são classificadas como polígonos e outras não. O que diferencia cada quadrilátero?

Material: Para realizar essa tarefa poderá ser utilizado o material que o aluno tem mais facilidade de acesso: palito de churrasco, canudinho, massinha, gominha, argila, garrote... Ficha de registro com o nome dos alunos (Figura 15).



Tarefa 1: Com o material disponível cada aluno deverá fazer quatro figuras fechadas.

Tarefa 2: Os alunos apresentarão as figuras produzidas identificando as características de cada uma delas.

Tarefa 3: Mediar uma discussão com os alunos a respeito do que é um polígono. Verificar o conhecimento prévio que eles possuem sobre o assunto e sistematizar juntos o conceito de polígono. Nessa tarefa cada aluno deverá confeccionar os polígonos solicitados:

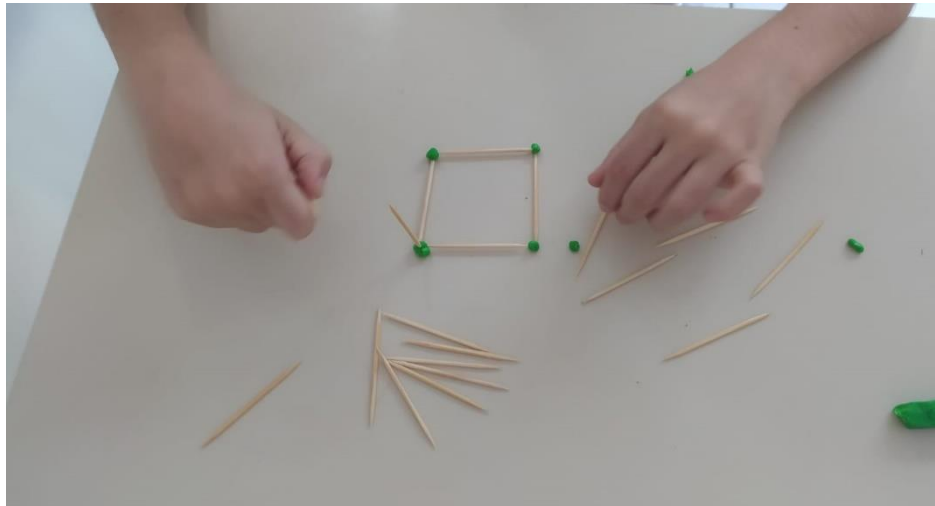
- Polígono de três lados;
- Polígono de quatro lados;
- Polígono de cinco lados;
- Polígono de seis lados;
- Polígono qualquer;

Em cada polígono identificar os seguintes elementos: vértices, lados, ângulos internos e diagonais. Atribuir o nome a essa figura.

Segundo Van de Walle (2009), quando os alunos mudam para o 2º Nível do pensamento geométrico, a atenção se volta mais para as propriedades apresentadas pelas tradicionais classificações de formas. Durante esse período, faz sentido que os alunos aprendam os nomes adequados tanto para as formas quanto para as suas características.

Tarefa 4: Os quadriláteros são os polígonos que possuem **4 lados, 4 vértices e 4 ângulos**. Desenhe os principais quadriláteros: retângulo, quadrado, losango, paralelogramo e trapézio.

Tarefa 5: Roda de conversa para sistematização do estudo sobre os polígonos.



Fonte: dos autores.

Figura 15: Ficha de registro “Construindo polígonos”



FICHA DE REGISTRO DE OBSERVAÇÃO

Alun o	Reconhece o polígono?	Percebe diferenças entre eles?	Reconhece vértice?	Reconhece os ângulos?	Reconhece os lados das figuras e as classifica?	Percebe a diferença entre os quadriláteros?

Fonte: dos autores.

Geoplano

2º Nível - Análise



O Geoplano é uma ferramenta importante para o ensino da Geometria plana, com ele podem ser abordados vários conceitos de medida, de vértice, de aresta, de lado, de simetria, área, perímetro, ampliação e redução de figuras. A melhor forma de assimilar os conteúdos geométricos é através da manipulação, construção, exploração e representação das formas. A ficha de observação deverá ser elaborada mediante o objetivo da tarefa.

Material: Uma placa de madeira no formato de um quadrado, 36 pregos, um martelo e elásticos. Elaborar cartões para os alunos, conforme sugestão (Figura 16), uma folha impressa por aluno (Anexo F) e uma ficha de registro por aluno (Figura 17).

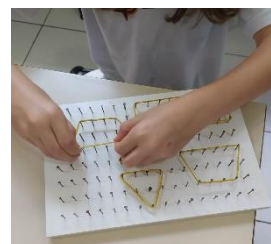


CRIANDO

Montando o Geoplano

Instruções:

- Entregar para cada aluno a placa de madeira;
- Marcar na placa os pontos. Sugestão: utilizar a malhada pontilhada (Anexo C) para usar de base para a marcação;
- Em cada ponto marcado fixar os pregos. Para executar essa parte precisará do auxílio do professor.



Fonte: dos autores.

Para as turmas que o professor considerar que os alunos não têm a habilidade para a confecção do geoplano, sugerimos que o próprio professor o faça. Outra sugestão é que o geoplano poderá ser construído utilizando materiais como isopor e percevejo. O geoplano também é industrializado, o professor pode verificar se há esse material em sua escola, ou ainda, utilizar a opção digital (<https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>).



EXPLORANDO

Tarefa 1: No primeiro momento deixar livre para os alunos fazerem as construções desejadas. Utilizar esse momento para verificar o conhecimento prévio dos alunos.

Oriente os alunos a copiarem suas construções no geoplano. Cópias em papel permite que eles criem conjuntos completos de desenhos que satisfaçam uma tarefa particular (VAN DE WALLE, 2009, p. 449).

Tarefa 2: A proposta será a realização da construção de formas como as sugeridas na figura 16. Entregar os cartões aos alunos. Queremos destacar que as tarefas sugeridas são do 1º nível, somente visualização.

Tarefa 3: Distribuir folha impressa (Anexo F) com formas bidimensionais para os alunos construírem no geoplano.

Tarefa 4: Solicitar para construírem três quadrados de tamanhos diferentes.
 Solicitar para construírem três triângulos diferentes.
 Solicitar para construírem cinco quadriláteros diferentes.
 O aluno preencherá a ficha (Figura 17), com informações referentes à tarefa 4.

Nessa tarefa os alunos devem apresentar as formas construídas para fazerem as comparações quanto às semelhanças e diferenças.

Figura 16: Sugestões para elaboração de cartões 1º Nível

Oriente as crianças a copiar as formas a partir de cartões com padrões geométricos para o geoplano.

Além de cartões com padrões com ou sem pontos, desafie os alunos a copiar formas do mundo real – mesas, casas, letras do alfabeto etc.

Três triângulos todos iguais.

Quatro triângulos todos iguais.

Qual o maior (ou menor) número de triângulos que preenchem essa figura?

Preencha essa figura com três retângulos iguais.

Fonte: Van de Walle (2009).

Figura 17: Ficha de registro “Geoplano”



FICHA DE REGISTRO DE OBSERVAÇÃO

ALUNO: _____

Quais as diferenças que observou ao construir cada grupo de formas:

Quadrados	Triângulos	Quadriláteros

Fonte: dos autores.

Por que as formas são assim?

2º Nível - Análise



PLANEJANDO

Ao desenvolver essa tarefa a intenção é chamar a atenção dos alunos sobre o mundo que os cerca. O mundo é geométrico, para onde quer que olharmos veremos formas. Instigá-los a pensar sobre isso é uma boa proposta, já que desperta a curiosidade, a descoberta e o raciocínio geométrico, entre outras possibilidades de aprendizagem. As perguntas que constam na ficha são sugestões que podem ajudar a disparar reflexões dos alunos sobre como as formas geométricas estão presentes no dia a dia e os motivos de possuírem determinadas características. Após finalizar as perguntas da ficha outras poderão ser pensadas e elaboradas com a turma.

Material: Ficha de perguntas e um sino.



EXPLORANDO

Tarefa: Dispor os alunos em círculo e no centro uma mesa com um sino. O professor fará o sorteio de uma pergunta da ficha e questionará a turma. Quem souber a resposta ou tiver uma opinião sobre ela, deverá tocar o sino. Após a resposta da pergunta deverá ser feito um debate sobre a resposta apresentada. Ao final das perguntas da ficha, elaborar outras com a participação da turma.

Ficha de perguntas

- Como as formas geométricas aparecem em casas e outras construções?
- Existe alguma semelhança entre os móveis da sua casa? Por que a maioria deles são retangulares ou quadrados?
- Um móvel em formato de cone com a ponta para baixo, poderia sustentar uma estante ou um lugar para dormir? Por que não?
- Por que a roda é redonda?
- Por que diversas frutas têm formas esféricas?
- Por que a maioria das embalagens não apresenta formatos esféricos?
- Um prato precisa ser redondo? Ele pode ser quadrado? Por que o formato do prato não influencia em sua funcionalidade?
- Se a lousa da sala de aula, que é um retângulo, fosse um quadro ou um círculo, isso mudaria o uso dela?
- O leite condensado pode ser encontrado tanto em caixa quanto em lata. Isso muda algo em seu conteúdo?
- Qual seria o motivo para escolher o formato de uma mesa quadrada, redonda ou retangular?
- Você consegue imaginar o formato de uma caixa de uma bicicleta?
- E o formato de uma caixa para um bambolê?
- O rolo do papel higiênico, se fosse no formato de um bloco retangular, funcionaria da mesma maneira?
- Qual a diferença entre um cubo e um quadrado?
- Qual é a soma dos números de duas faces opostas de um dado?

Fonte: <https://novaescola.org.br/conteudo/19776/bncc-como-trabalhar-geometria-no-fundamental-1>

Agrupando Triângulos

3º Nível – Dedução Informal



Para fazer as tarefas os alunos, provavelmente, precisarão da orientação de considerar apenas as medidas dos ângulos ou apenas a congruência dos lados. Ao agrupar os triângulos eles deverão perceber os seis diferentes tipos de triângulos. Observe que são triângulos retângulos, agudos e obtusos; triângulos equiláteros, isósceles e escalenos e triângulos que representam combinações possíveis dessas categorias. Entregar as fichas (Figuras 19 e 20) para cada dupla registrar as observações.

Material: Sulfites, EVA ou papel cartão para confeccionar um conjunto de triângulos para cada dupla (Figura 18) e uma ficha para registro por dupla (Figura 19 e 20).



Tarefa 1: Cada aluno receberá um sulfite e deverá desenhar os triângulos seguindo os comandos.

- Desenhar um triângulo;
- Desenhar outro triângulo diferente do primeiro;
- Desenhar outro triângulo diferente dos anteriores;
- Desenhar outro triângulo diferente do 1º, 2º e 3º triângulos desenhados;
- Desenhar um 5º triângulo diferente dos 4 que já desenhou.

Promover uma roda de conversar para que cada aluno responda as questões a seguir:

Descreva as diferenças entre os triângulos que você desenhou?

Quantos vértices têm cada triângulo?

Quantos lados?

Em todos os triângulos os lados são congruentes?

O que diferencia um triângulo do outro em relação aos ângulos?

Se os alunos focarem somente nos atributos orientação e tamanho, questioná-los a esse respeito. Existem outras formas diferentes de construir triângulos, sem desenhá-los maior ou menor ou simplesmente girá-los?

Tarefa 2: Dividir em duplas e entregar um conjunto de triângulos (Figura 18) para cada dupla. Nesse primeiro momento eles deverão explorar as figuras e listarem as propriedades que observam quanto aos lados e ângulos. Registrar na ficha de observação (Figura 19). Descrever como poderiam agrupar esses triângulos. Apresentar as descobertas para a turma.

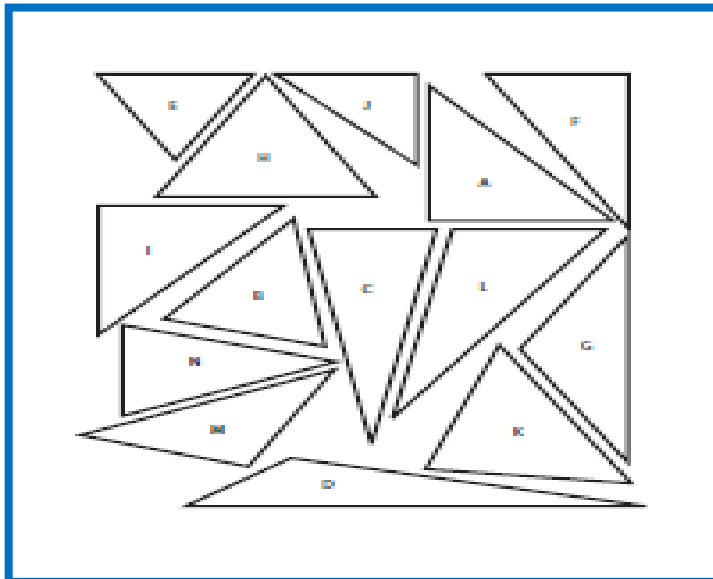
Tarefa 3: Encontrar um critério para criar três agrupamentos diferentes. Listar o que caracteriza cada agrupamento. Cada dupla deverá preencher a ficha (Figura 20). Roda de conversa para apresentação de cada dupla.

Após as apresentações e debates, levantar as possíveis conclusões a respeito das propriedades dos triângulos. Nomear os triângulos quanto às classificações dos ângulos e dos lados.

Propor discussões a respeito de:

- Um triângulo sempre tem três lados?
- Um triângulo tem todos os lados de mesma medida?
- Um triângulo nunca tem lados iguais?
- Um triângulo sempre tem um ângulo reto? Dois ângulos retos?
- Um triângulo pode ter dois ângulos de mesma medida?
- Um triângulo pode ter três ângulos diferentes?

Figura 18: Conjunto de triângulos



Fonte: Van de Walle (2009)

Figura 19: Ficha de registro “Agrupamento dos triângulos”



FICHA DE REGISTRO DA DUPLA
LISTAR AS PROPRIEDADES QUE OBSERVAM QUANTO AOS
LADOS E ÂNGULOS.

Fonte: dos autores.

Figura 20: Ficha de registro classificação dos triângulos



FICHA DE REGISTRO
ASSINALAR AS POSSIBILIDADES DE
CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS

	Equilátero	Escaleno	Isósceles
Agudo			
Retângulo			
Obtuso			

Fonte: dos autores.

Agrupando quadriláteros

3º Nível – Dedução Informal



Na realização dessas tarefas provavelmente os alunos precisarão de orientação quanto ao tamanho dos lados, quanto aos ângulos retos, diagonais e simetria. Incentivar os alunos a expor as ideias que utilizaram na construção das figuras, esse momento é importante para a construção dos conceitos.

Material: Sulfites, EVA ou papel cartão para confeccionar os conjuntos de quadriláteros para cada grupo (Figura 21) e uma ficha para registro por grupo (Figuras 22 e 23).



Tarefa 1: Cada aluno receberá um sulfite e deverá fazer quadriláteros seguindo os comandos:

- Desenhar um quadrilátero;
- Desenhar outro quadrilátero diferente do primeiro;
- Desenhar outro quadrilátero diferente dos anteriores;
- Desenhar outro quadrilátero diferente do 1º, 2º e 3º quadriláteros desenhados;
- Desenhar um 5º quadrilátero diferente dos quatro que já desenhou.

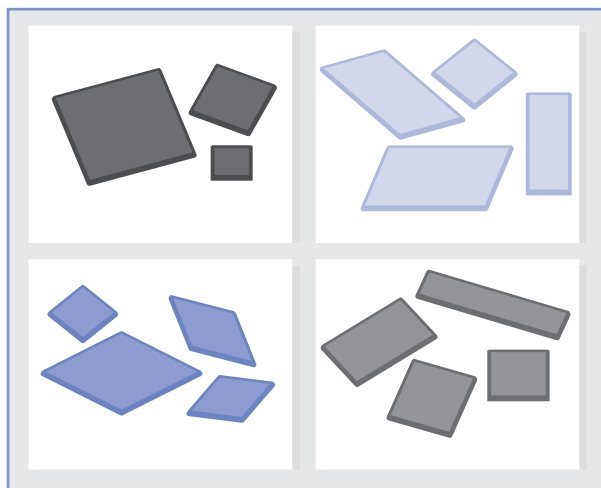
Responder à questão: Descreva as diferenças entre os quadriláteros que desenhou.

Tarefa 2: Organize a turma para trabalhar em grupos. Cada grupo receberá um tipo de categoria (Figura 21). Nesse primeiro momento os alunos deverão explorar as figuras e listar as propriedades que observam com relação aos lados, ângulos, simetria e diagonais na ficha de registro (Figura 22). Apresentar as descobertas da turma.

Tarefa 3: A partir das discussões da turma desenvolver uma lista para cada forma (Figura 23). Propor as discussões:

- Todas as figuras apresentam alguma característica em comum?
- Todas essas figuras têm lados paralelos? Pares de lados paralelos? Ângulos retos?
- O que percebem de comum nessas figuras?
- Quais os agrupamentos podemos fazer seguindo o atributo “lados paralelos”? E o atributo “ângulos retos”?
- As diagonais de todos os quadriláteros são congruentes?
- Os paralelogramos sempre têm diagonais congruentes?

Figura 21: Conjunto de quadriláteros



Fonte: Van de Walle (2009)

Figura 22: Ficha de registro “Agrupando quadriláteros”



FICHA DE REGISTRO

LISTAR AS PROPRIEDADES QUE OBSERVAM QUANTO AOS LADOS,
DIAGONAIS, SIMETRIA E ÂNGULOS.

Fonte: dos autores.

Figura 23: Ficha de registro das propriedades dos quadriláteros



FICHA DE REGISTRO DA TURMA

FAZER AS OBSERVAÇÕES COM RELAÇÃO A:

	Ângulo	Lados	Simetria	Diagonais
Quadrados				
Paralelogramos				
Losangos				
Retângulos				

Fonte: dos autores.

Bingo – Formas planas e espaciais

3º Nível - Dedução Informal



PLANEJANDO

Organizar a turma para a brincadeira do bingo. Cada aluno deverá marcar o nome que tem na cartela, segundo as características apresentadas pelo professor. Nessa tarefa serão retomadas algumas características das figuras bidimensionais e tridimensionais.

Material: Cartelas de bingo (Anexo G) - uma cópia por aluno, ficha de perguntas, cola e feijão.



CRIANDO

Montando a cartela:

Instruções:

- Entregar para cada aluno as duas cartelas impressas (Anexo G);
- O aluno deverá recortar os nomes da cartela;
- Aleatoriamente cada aluno deverá colar os nomes na cartela.



EXPLORANDO

Tarefa 1: Explorar com os alunos as características de cada uma das figuras que constam na tabela antes de iniciar o jogo.

Tarefa 2: Propor a brincadeira do bingo utilizando a cartela já confeccionada por eles e as perguntas relacionadas a seguir. Não seguir a sequência das perguntas, fazer aleatoriamente. Combine com a turma como fazer o bingo, marcar diagonal primeiro, horizontal ou vertical... Ao fazer o bingo, a professora deverá conferir a cartela com a turma relacionando as perguntas e as respostas.

Ficha com as perguntas:

- 1- Um polígono com cinco lados.
- 2- Um polígono com seis lados.
- 3- Um polígono com sete lados.
- 4- Um polígono com oito lados.
- 5- Um polígono com nove lados.
- 6- Um polígono com dez lados.
- 7- Nome do triângulo que tem os três lados com a mesma medida.
- 8- Nome do triângulo que tem pelo menos dois lados com a mesma medida.
- 9- Nome do triângulo que tem os três lados com medidas diferentes.
- 10- Nome do triângulo que tem um ângulo reto e dois ângulos agudos.
- 11- Nome do triângulo que tem os três ângulos agudos.
- 12- Nome do triângulo que tem um ângulo obtuso e dois ângulos agudos.
- 13- Nome do quadrilátero que os lados opostos são paralelos e têm a mesma medida.
- 14- Nome do quadrilátero que apresenta dois lados paralelos, chamados de base.
- 15- Nome do quadrilátero que tem os quatro ângulos retos e dois pares de lados com a mesma medida.
- 16- Nome do quadrilátero que tem os quatro ângulos retos e os quatro lados com a mesma medida.
- 17- Nome do quadrilátero que tem os quatro lados com a mesma medida.
- 18- Nome do trapézio que tem dois ângulos retos.
- 19- Nome do trapézio que apresenta dois lados com medidas iguais e bases paralelas.
- 20- Nome do trapézio que tem quatro lados com medidas diferentes e bases paralelas.
- 21- Como são chamados os polígonos que têm quatro lados, quatro ângulos, quatro vértices e duas diagonais?
- 22- Nome do poliedro que apresenta uma base quadrangular e quatro faces laterais triangulares.
- 23- Nome do poliedro que apresenta uma base triangular e três faces laterais triangulares.
- 24- Nome do poliedro que apresenta base triangular e duas faces laterais retangulares.
- 25- Nome do poliedro que apresenta oito faces quadrangulares.
- 26- Nome da figura geométrica que não tem base.
- 27- Nome da figura geométrica que tem duas bases e rola.
- 28- Nome da figura geométrica que tem uma base, um vértice e rola.
- 29- Poliedro que possui base octogonal e oito faces triangulares.
- 30- Como se chama o poliedro que lembra uma caixa de sapato?

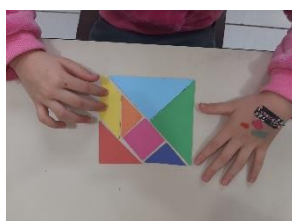
Desafio Tangram

3º Nível - Dedução Informal



O Tangram é um quebra-cabeça de origem chinesa, formado por 7 peças, sendo 2 triângulos grandes, 1 triângulo médio, 2 triângulos pequenos, 1 quadrado e 1 paralelogramo. Ao resolver os desafios das tarefas o aluno é estimulado a desenvolver tanto o raciocínio geométrico quanto o raciocínio lógico (habilidades de visualização, percepção espacial e análise de figuras). As dúvidas e questionamentos que surgirem devem ser discutidos com toda a turma, para que haja a socialização do conhecimento.

Material: Papel cartão de 7 cores diferentes, sendo a quantidade de cada folha calculada de acordo com o número de alunos, uma folha do molde do Tangram (Anexo H) por aluno, régua, tesoura e ficha de registro (Figura 24), com o nome dos alunos.



Fonte: dos autores.

Como produzir o Tangram:

- Entregar um molde do Tangram (Anexo H) para cada aluno e o papel cartão nas sete cores;
- Orientar para utilizarem o molde e desenharem cada parte do Tangram em uma cor diferente e recortar.
-



Tarefa 1: Deixar os alunos explorarem livremente como as formas se encaixam.

Tarefa 2: Explorar as formas que fazem parte do Tangram e como as formas maiores podem ser criadas a partir das formas menores. Explorar as propriedades das figuras.

Tarefa 3: Formar figuras geométricas com as peças do Tangram:

- a) Formar um retângulo com 4 peças do Tangram;
- b) Construir um triângulo com 3 peças do Tangram;

- c) Com as peças do Tangram formar 8 quadrados diferentes: só com duas peças, três peças, quatro peças, cinco peças e as sete peças.
- d) Desafio: formar outras figuras utilizando as peças do Tangram.



Fonte: dos autores.

Propor a discussão sobre as propriedades de cada figura construída e as diferenças entre elas.

Figura 24: Ficha de registro “Tangram”



FICHA DE REGISTRO DE OBSERVAÇÃO

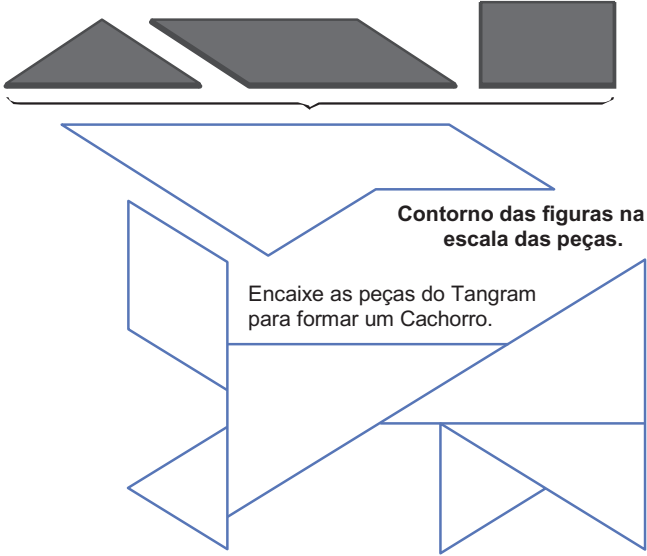
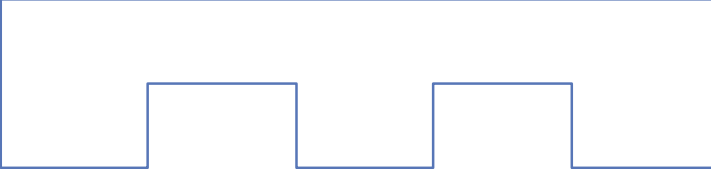
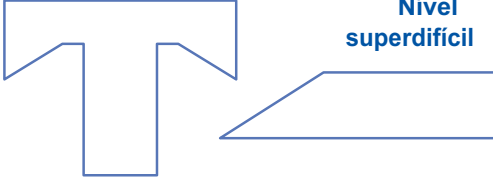
Aluno	Tarefa 1	Tarefa 2	Tarefa 3

Fonte: dos autores.

Desafie o aluno a fazer:

A Figura 25 mostra quatro tipos diferentes de quebra-cabeça “Tangram” em ordem crescente de dificuldade para ser montado. Mãos na massa!!!

Figura 25: Quadro quebra-cabeça do tipo Tangram

 <p>Nível fácil</p> <p>Contorno das figuras na mesma escala das peças.</p> <p>Encaixe as peças do Tangram para formar um Cachorro.</p>
<p>Use todas as peças do Tangram para formar esta figura.</p>  <p>Nível difícil</p> <p>Contorno das figuras na mesma escala das peças.</p>
<p>Cada uma destas figuras pode ser feita com todas as sete peças do Tangram.</p> <p>Contorno das figuras não está na mesma escala das peças.</p>  <p>Nível superdifícil</p>

Fonte: Van de Walle (2009).

Desafio Quiz: Testando seus conhecimentos

3º Nível - Dedução Informal



PLANEJANDO

Essa tarefa é bem dinâmica e exigirá dos alunos conhecimento, atenção, interpretação e raciocínio rápido, já que o tempo é um dos fatores que conta para a pontuação, além dos acertos. O professor deverá baixar o aplicativo *Kahoot*, ele não tem custo e é de fácil utilização. Segue link de acesso com orientações para baixar: <https://www.youtube.com/watch?v=msZnydM-k7I>.

Esse aplicativo funciona como um jogo de perguntas e respostas que pode ser criado pelo professor e disponibilizado aos alunos para participação. As perguntas poderão ser relacionadas às características dos poliedros e polígonos e ou

outras que julgar necessário de acordo com a turma ou situação em estudo.

Material: Para essa tarefa será necessário que os alunos tenham acesso à internet e tenham um *tablet*, celular ou notebook.



EXPLORANDO

Tarefa1: Cada aluno receberá um link de acesso criado pelo professor com as perguntas elaboradas sobre o conteúdo geometria plana e espacial. Ao comando todos são convidados a participar do jogo. Ganha o aluno que atingir a maior pontuação.

Sugestões de perguntas para a elaboração do quiz no *Kahoot* (Anexo G).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa expectativa, ao apresentar um produto educacional com uma proposta de formação continuada aos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental é viabilizar que eles deixem o isolamento da sua sala de aula e vivenciem oportunidades de aprender uns com os outros, favorecendo a mobilização e o aprofundamento de conhecimentos matemáticos para o ensino de geometria, no sentido de desenvolver o pensamento geométrico dos alunos, fundamentados na Teoria de Van Hiele.

Acreditamos que as tarefas aqui apresentadas têm potencial para contribuir com a prática pedagógica dos professores e o desenvolvimento dos alunos, já que levam em consideração uma avaliação contínua do nível de raciocínio, mediante um trabalho sistematizado, envolvendo tarefas diversificadas e elaboradas especificamente para cada um desses níveis. Observamos que, à medida que as tarefas foram sendo aplicadas, tornava-se evidente a aquisição e a ampliação de novos conceitos geométricos pelos alunos, dando condições de avanço para o nível seguinte. Assim como afirma a Teoria, observamos que para que o aluno tenha progresso, se faz necessário que sejam aplicadas tarefas adequadas a cada nível, pois o desenvolvimento do pensamento não depende da idade – em termos de cronologia –, é preciso criar oportunidades para que os alunos possam avançar de um nível a outro, sendo o professor o mediador nessa progressão.

Nossa intenção não é fornecer modelos prontos e acabados, mas instrumentalizar os professores para que, partindo da fundamentação teórica a respeito da Teoria de Van Hiele e de algumas sugestões de tarefas aqui apresentadas, possam elaborar e aplicar outras, considerando a realidade das turmas para as quais lecionam.

REFERÊNCIAS

CHIMENTÃO, L. K. O significado da formação continuada docente. In: **congresso norte paranaense de educação física escolar**, 2009, Londrina. Disponível em: <http://www.conpuf.com.br/anteriores/2009/artigoscomunicacaooral>. Acesso em: 11 de outubro de 2020.

CIRÍACO, K. T.; MORELATTI, M. R. M.; PONTE, J. P.; Constituição de um grupo colaborativo em educação matemática com professoras em início de carreira. **Educação e Fronteiras On-Line**, Dourados/MS, v. 7, n. 21, p. 97-112, set./dez. 2017. Disponível em: <https://ojs.ufgd.edu.br/index.php/educacao/article/view/8076/4301>. Acesso em: 05 de julho de 2021.

ELIAS, A. P. A. J; ZOPPO, B. M.; GILZ, C. Concepções docentes quanto aos processos de formação de professores: um estudo exploratório. **Rev. FAEEBA – Ed. e Contemp.**, Salvador, v. 29, n. 57, p. 29-44, jan./mar. 2020. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.21879/faeeba2358-0194.2020.v29.n57.p29-44>. Acesso em: 11 de outubro de 2020.

MACHADO, A. C. T. A; BORUCHOVITCH, E. As práticas autorreflexivas em cursos de formação inicial e continuada para professores. **Psicol. Ensino & Form.** Online, v.6, n.2, p. 54-67, 2015. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/pef/v6n2/v6n2a05.pdf>. Acesso em: 11 de outubro 2020.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. P. **Geometria segundo a Teoria de Van Hiele**. 2. ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

SANTOS, R. C.; GUALANDI, J. H. Laboratório de ensino de matemática: o uso de materiais manipuláveis na formação continuada dos professores. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., São Paulo, 2016. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/54902562_ID.pdf. Acesso em: 13 julho de 2021.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 17ª edição, 2008. Disponível em: <https://periodicos.ufjf.br/index.php/revistainstrumento/article/view/18638>. Acesso em: 11 de outubro de 2020.

USISKIN, Z. **Van Hiele levels and Achievement in Secondary School Geometry**. Final report of the CDASSG Project. Chicago: Univ. of Chicago, 1982.

VAN HIELE, P. M. **Structure and Insight**. Academic Press Orlando, FL, USA, 1996.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 6ª edição, 2009.

VILLIERS, M. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12, n. 3, pp. 400-431, 2010.

Quadro de Referências das Ilustrações

Ilustrações	Disponível em:
	https://www.paulistania.sp.gov.br/admin/globalarq/noticia/noticia/651366/2343552da2a88bf0ade82b40e9d28ca0.jpeg . Acesso em: 03 de out. 2021.
	https://www.paulistania.sp.gov.br/admin/globalarq/noticia/noticia/651366/2343552da2a88bf0ade82b40e9d28ca0.jpeg . Acesso em: 03 de out. 2021.
	https://media.istockphoto.com/photos/white-people-student-carrying-a-stack-of-books-picture-id180514047?s=612x612 . Acesso em: 03 de out. 2021.
	https://www.paulistania.sp.gov.br/admin/globalarq/noticia/noticia/651366/2343552da2a88bf0ade82b40e9d28ca0.jpeg . Acesso em: 03 de out. 2021.

APÊNDICES

APÊNDICE A – SLIDES 2º ENCONTRO

Conceitos de geometria plana e espacial

Acesse o QR Code com a câmera de seu celular para abrir os slides da formação
ou [clique aqui](#).



APÊNDICE B – TAREFAS 2º ENCONTRO

Tarefa 1: Identificando sólidos geométricos

Ligue os objetos à forma correspondente:



Tarefa 2: Identificando os sólidos geométricos

Esses sólidos se parecem com muitas coisas que usamos no dia a dia.

Ligue os objetos com os sólidos que lembra a sua forma.



Tarefa 3: Desenhando Triângulos

- 1- Desenhe um triângulo. Vamos chamá-la de figura 1.
- 2- Desenhe outro triângulo que seja diferente do primeiro triângulo desenhado. Vamos chamá-lo de figura 2.
- 3- Desenhe outro triângulo que seja diferente, de alguma forma, das figuras 1 e 2.
- 4- Desenhe outro triângulo que seja diferente dos outros já desenhados.
- 5- Desenhe outro triângulo diferente dos outros já desenhados.
- 6- Como a figura 2 é diferente da figura 1?
- 7- Como a figura 3 é diferente das duas primeiras?
- 8- Como a figura 4 é diferente das três primeiras?
- 9- Como a figura 5 é diferente das quatro primeiras?
- 10- Quantos triângulos diferentes, você poderia desenhá-los?
- 11- Como eles poderiam se diferenciar um do outro?

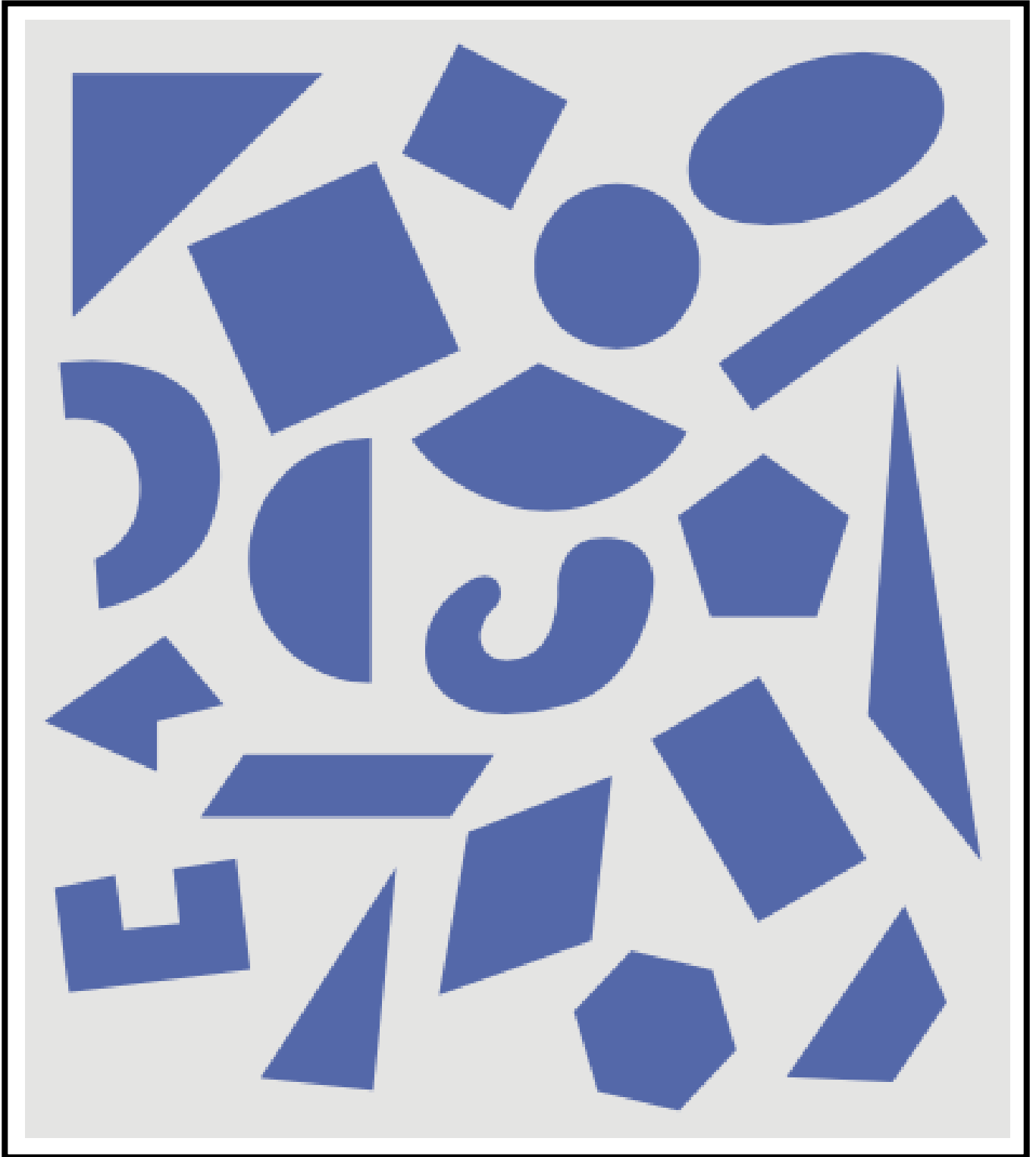
APÊNDICE C – SLIDES 3º ENCONTRO: TEORIA DE VAN HIELE

Acesse o QR Code com a câmera de seu celular para abrir os slides da formação
ou [clique aqui](#).



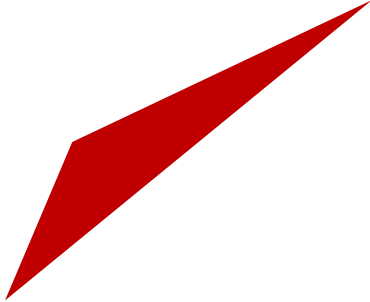
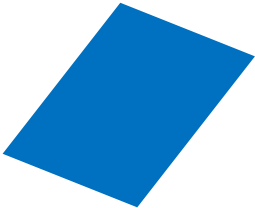
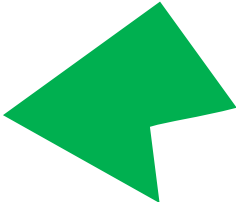
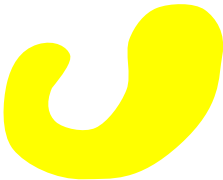
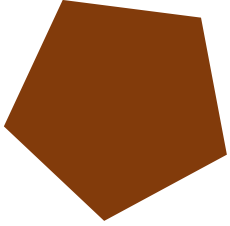
ANEXOS

Anexo A: Coleção de formas



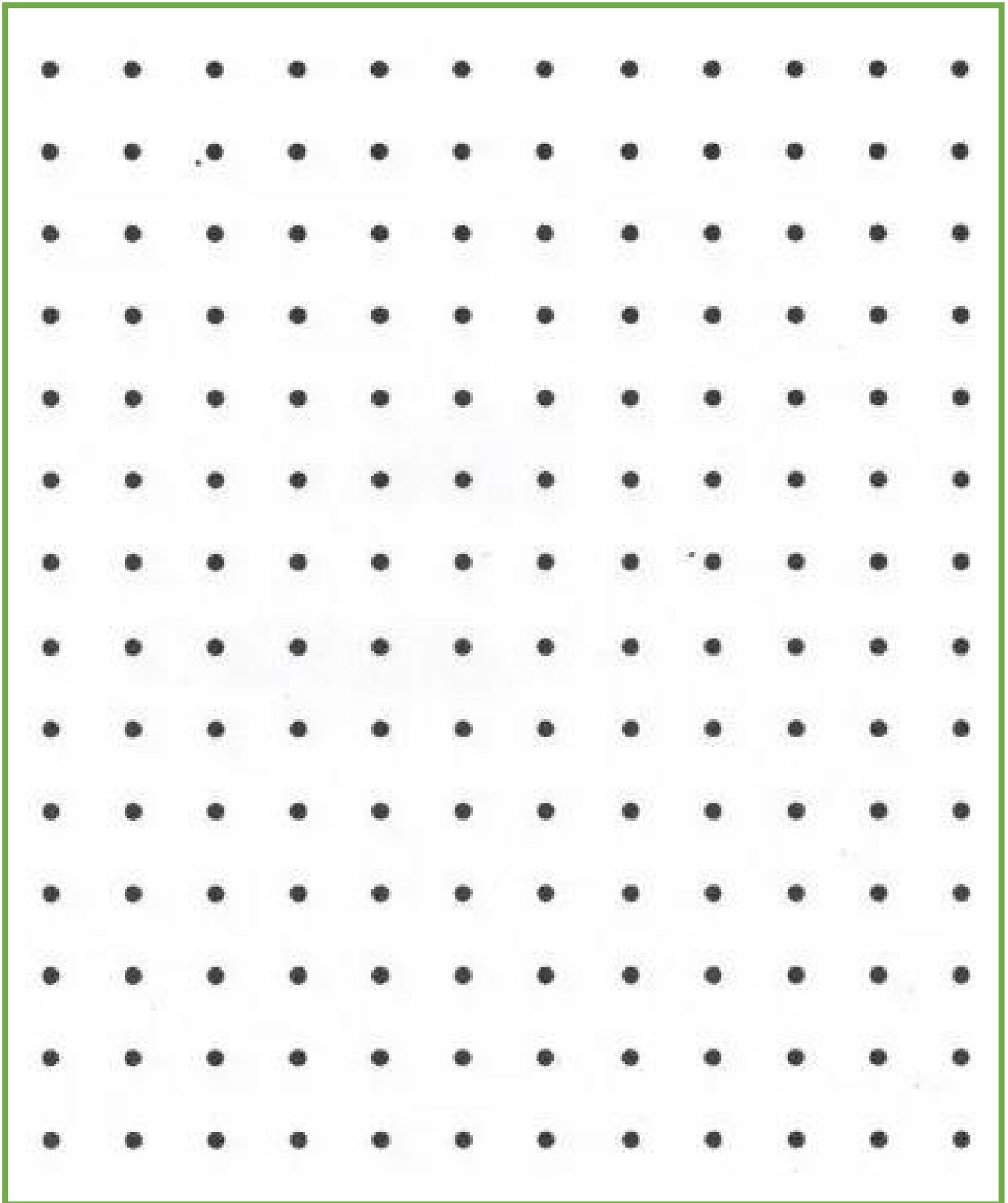
Fonte: Van de Walle (2009, p. 440).

Anexo B: Que forma é essa?

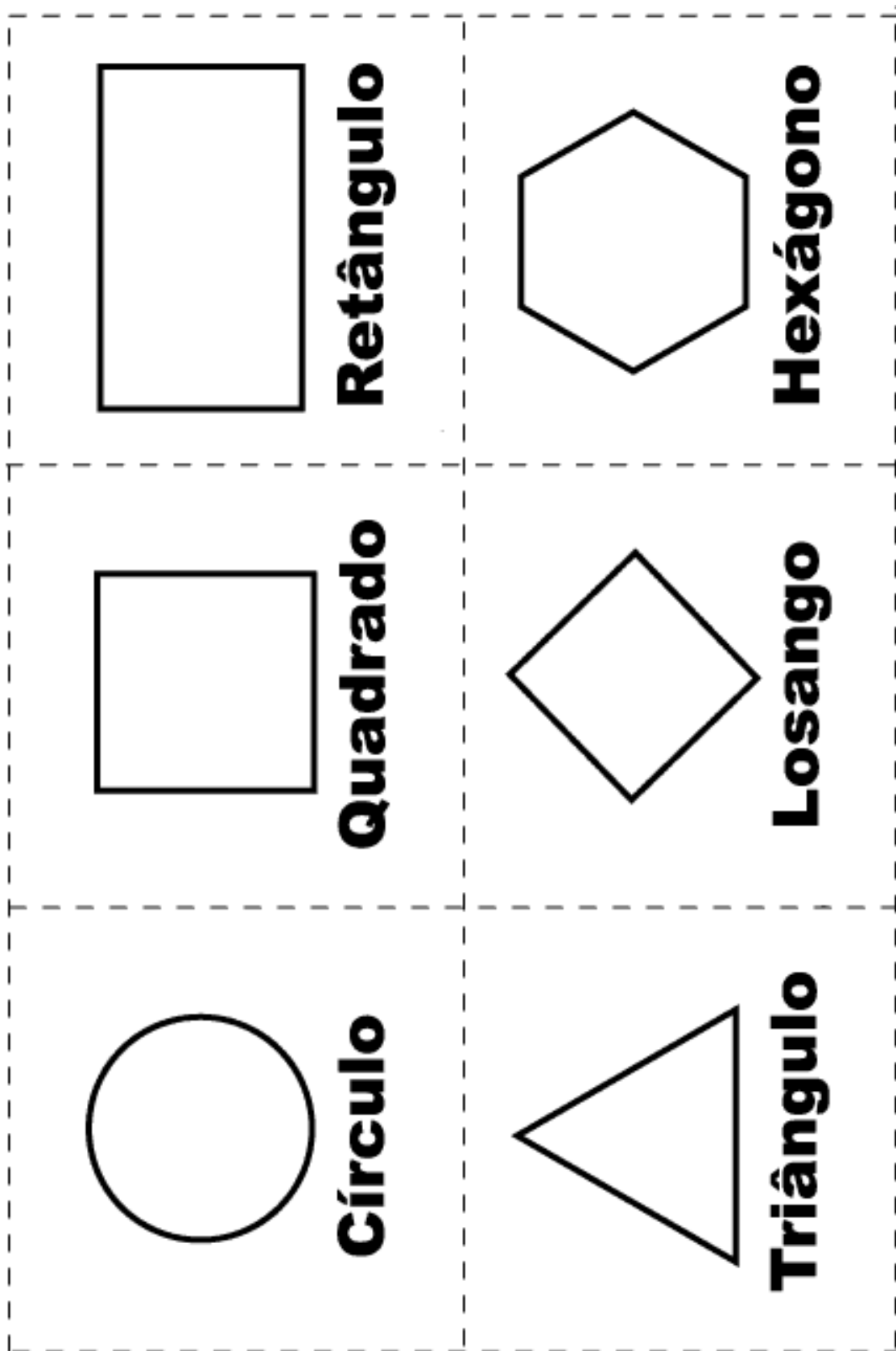
Fonte: Autoria Própria.

Anexo C: Malha pontilhada



Fonte: Autoria Própria.

Anexo D: Jogo da memória



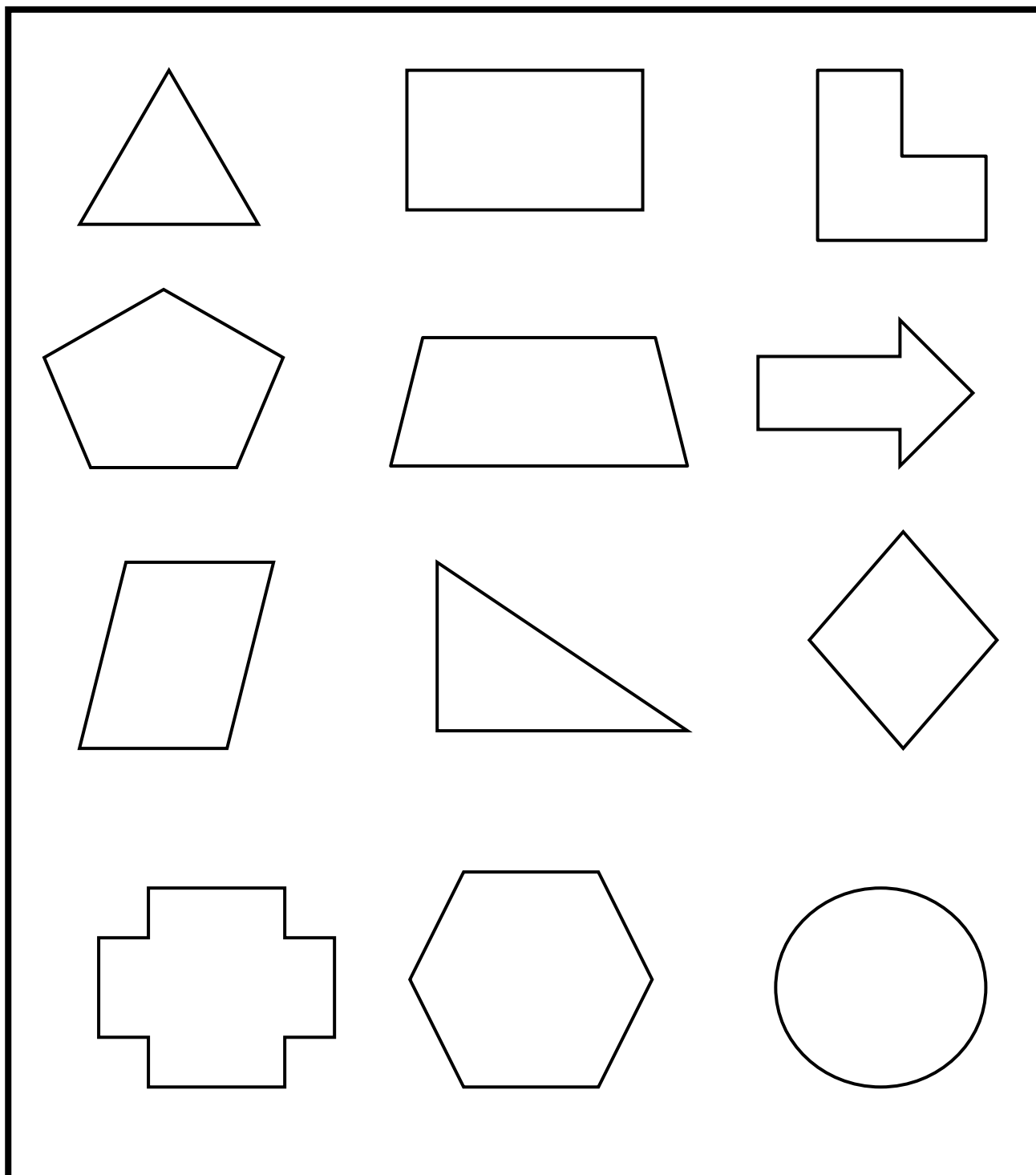
Fonte: Autoria Própria.

Anexo E: Quadro para desenho das figuras geométricas

Figura de três lados	Figura de quatro lados
Figura de seis lados	Figura formada por linha curva

Fonte: Autoria Própria.

Anexo F: Formas Bidimensionais



Fonte: Autoria Própria.

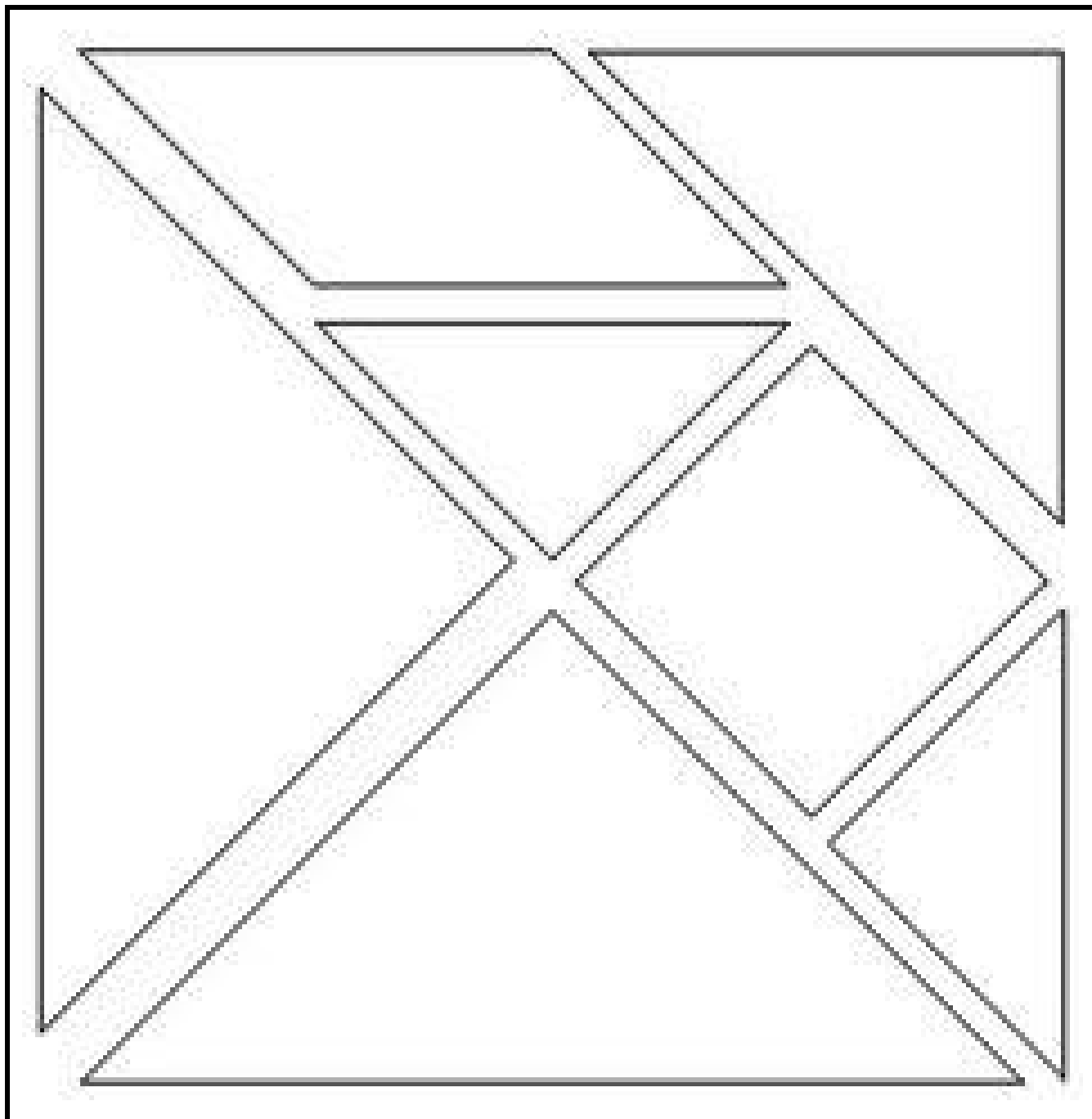
Anexo G: Cartelas de Bingo

		Bingo		

Escaleno	Triângulo Obtusângulo	Pentágono	Trapézio Isósceles	Trapézio Escaleno
Isósceles	Trapézio	Heptágono	Trapézio Retângulo	Pirâmide de base triangular
Triângulo Retângulo	Quadrado	Octógono	Eneágono	Cubo
Triângulo Acutângulo	Losango	Decágono	Retângulo	Paralelepípedo
Cone	Cilindro	Esfera	Prisma de base triangular	Quadrilátero

Fonte: Autoria Própria.



Anexo H: Formas Tangram





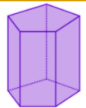

Fonte: Autorial Própria.

Anexo G: Quiz de perguntas Kahoot


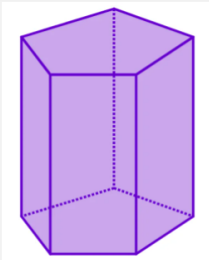
Assim como o cubo, qual figura abaixo apresenta 8 vértices?


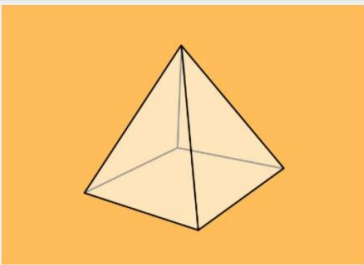
O prisma representado é chamado de:

prisma de base triângular prisma de base hexagonal

prisma de base quadrangular prisma de base pentagonal

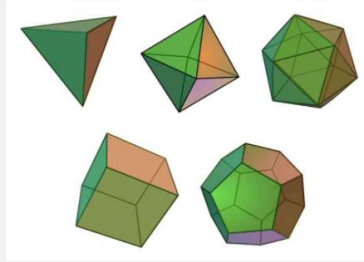
Quantas faces laterais possuem uma pirâmide de base quadrangular?

3 1

4 5

Faces, arestas e vértices, são características que encontramos nos:



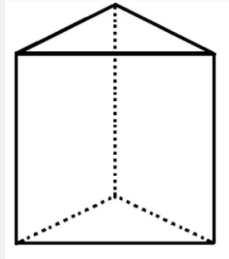
▲ Nos ângulos

◆ Apenas nos prismas

● Polígonos

■ poliedros

Quantas arestas possuem um prisma de base triangular ?



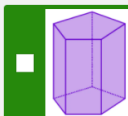
▲ 9

◆ 6

● 12



■ 8





Qual figura a seguir é classificada como um prisma?



Qual figura a seguir não apresenta faces, arestas e vértices?




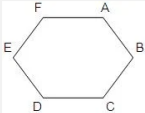
 





	
	

Quantos são os segmentos de retas da figura a seguir:






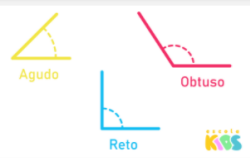






 5	 6
 8	 7

Qual sólido geométrico possui um ângulo reto?







Fonte: Autoria Própria.