

HIDRODINÁMICA



Logros:

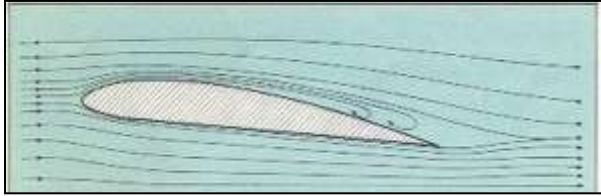
1. Define el caudal de un fluido y resolver problemas que relacionen el caudal de los fluidos con la velocidad y la sección transversal en una tubería.
2. Analiza la ecuación de Bernoulli en su forma general y aplicarla a un fluido en reposo que atraviesa una tubería.
3. Aplica la ecuación de Bernoulli en un caudal de fluido que se encuentra a una presión constante en una tubería.
4. Resuelve problemas en los cuales la tubería posee presión absoluta, densidad y una elevación de fluidos h .

HIDRODINÁMICA

La hidrodinámica se encarga del estudio de la mecánica de los fluidos en movimiento.

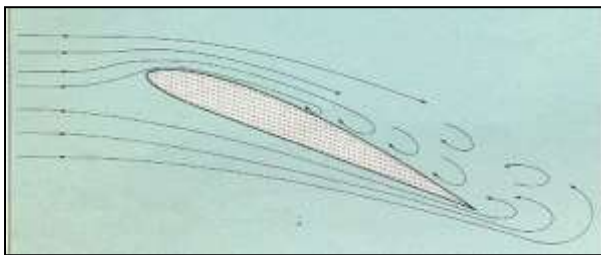
Los fluidos cuando se encuentran en movimiento presentan dos tipos de trayectorias llamadas: flujo laminar y flujo turbulento.

El **flujo laminar** es el movimiento del fluido en el cual las partículas de este siguen una misma trayectoria al pasar por un obstáculo, sin modificar su dirección.



En la gráfica las líneas de corriente de flujo de aire pasan por el obstáculo estacionario sin modificar su trayectoria.

El **flujo turbulento** se produce cuando las líneas de corriente del fluido se rompen al pasar por un obstáculo originando remolinos. Estos remolinos absorben mucha de la energía del fluido, incrementándose el arrastre por rozamiento a través del mismo.



Para poder hacer un análisis acerca de la velocidad del flujo del fluido a lo largo de una tubería o de cualquier recipiente se debe considerar que los fluidos son incompresibles y que no presentan un rozamiento interno apreciable llamado viscosidad.

La incompresibilidad del fluido se refiere a que este en su movimiento, mantiene constante el valor de su densidad.

GASTO O CAUDAL. DE UN FLUIDO. (Q)

Constituye el volumen de fluido que pasa a través de una sección transversal en la unidad de tiempo.

$$Q = \frac{V}{t}$$

El caudal es una magnitud escalar cuyas unidades son :

En el SI : $Q = [m^3 / s] ;$

En el CGS : $Q = [cm^3 / s] ;$

En el Ingles: $Q = [pies^3 / s]$

Otras: $Q = [litros / s]$

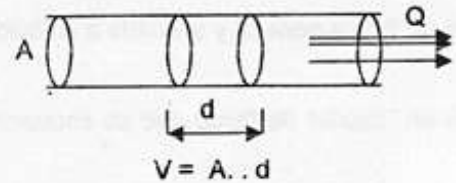
$$Q = [galones / min]$$

Las dimensiones son :

$$[Q] = \frac{[L^3]}{[T]}$$

$$[Q] = [L^3 T^{-1}]$$

Cuando se considera la sección transversal de la tubería por donde pasa el fluido se puede determinar el caudal de la siguiente manera:



Pero $d = v . t$

Entonces $V = A . v . t$

Si se reemplaza en la ecuación de caudal se tiene:

$$Q = \frac{A . v . t}{t}$$

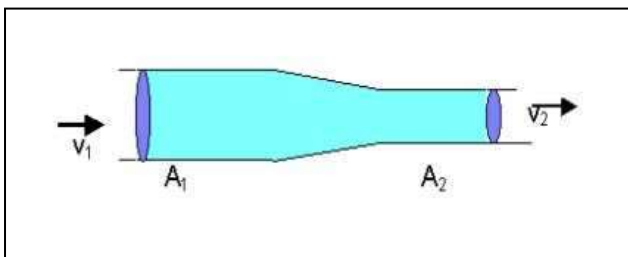
$$Q = A . v$$

Es decir el caudal esta dado también por :

Caudal es igual a : Sección transversal de la tubería por velocidad del fluido en la tubería.

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.

Cuando el fluido es incompresible y no se considera los efectos del rozamiento interno entre un fluido y la sección transversal de la tubería por donde este circula, el caudal permanecerá constante. Esto quiere decir que la variación en la sección transversal del tubo, como se indica en la gráfica, dará como resultado un cambio en la velocidad del fluido, de tal manera que el producto $v \cdot A$ permanece invariable .
 La ecuación de continuidad se puede expresar de la siguiente manera:



$$Q_1 = Q_2$$

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

El fluido tendrá menor rapidez (v_1) en la sección más grande (A_1) y mayor rapidez (v_2) en la sección estrecha del tubo (A_2).

La ecuación de continuidad se la puede considerar como la expresión matemática de la conservación de la masa total del fluido, e indica que si la sección transversal de un tubo de un flujo se estrecha, la velocidad del fluido aumenta.

Ejercicios para realizar con el maestro

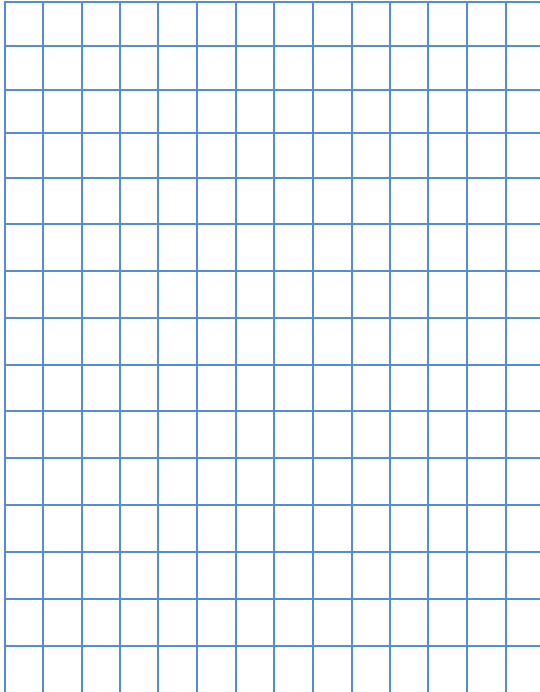
1. Por un tubo de 10 cm de diámetro fluye aceite con una rapidez promedio de 6 m/s. Determinar el flujo del caudal en m^3 / s y m^3 / h y el tiempo que se necesita para llenar un tanque de 10 galones ?
2. Calcular la rapidez promedio de un fluido en un tubo de 8 mm de diámetro, que experimentalmente se ha encontrado que fluye 260 ml en 43 s.

3. Determinar el tiempo que tarda en llenarse un tanque de $2 m^3$ si el caudal que llega por la tubería es de 40 litros / s.
4. El tanque de reserva de una casa cuya capacidad es de 200 litros es llenado por una tubería de media pulgada de diámetro. Si tarda 15 minutos en llenarse el tanque determinar el caudal en litros/s y la rapidez con la que sale el agua de la tubería.
5. Determinar el diámetro de una manguera para que el caudal del agua sea de $0,4 m^3/s$ y que fluya con una rapidez de 5 m/s.
6. El agua fluye por una manguera de caucho con un diámetro de 1,5 in y con una rapidez de 6 ft/s. Calcular el diámetro que debe tener el chorro si el agua sale con una rapidez de 24 ft/s y el caudal en galones por minuto.
7. Por una tubería que circula petróleo con un caudal constante de 100 l/min , cambia su diámetro de 1,5 m a 1 m .Determinar: La rapidez del petróleo en la parte ancha y en la estrecha.
8. Un acueducto de 16 cm de diámetro interno (di)distribuye agua (a través de una cañería) al tubo de la llave de 1,25 cm de diámetro . La velocidad promedio en el tubo de la llave es de 4 cm/s. Determinar la rapidez promedio del agua en el acueducto.

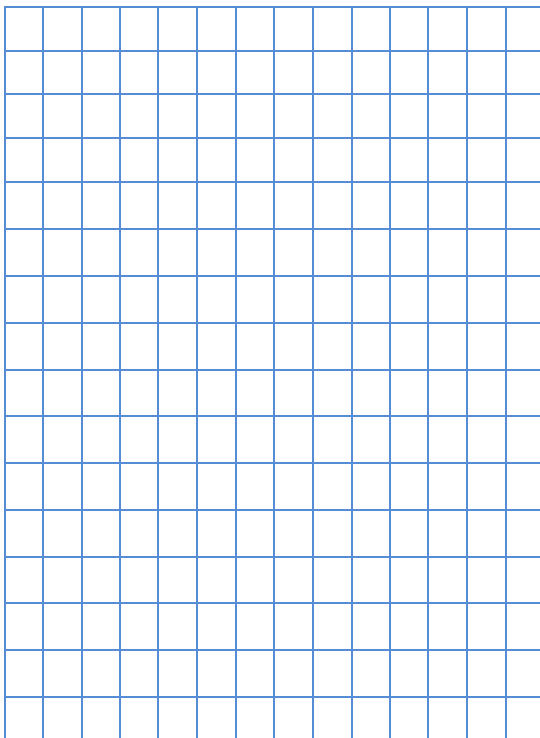
Ejercicios para realizar en el aula.

1. El agua de un río circula con una rapidez de 6 m/s, entra aun túnel circular de radio 1,5 m. El radio del túnel se reduce a 0,8 m para la salida del agua. Calcular la rapidez con la que sale el agua.

2. El corazón bombea 65 cm^3 de sangre por segundo en la vena aorta que tiene una sección de $0,75 \text{ cm}^2$. A la salida de la aorta la sangre se expande en 5 millones de capilares, cada uno con una sección de $3,9 \times 10^{-7} \text{ cm}^2$. Calcular la velocidad de circulación de la sangre en la vena aorta y en los capilares



3. Determinar la velocidad promedio del agua que circula por un tubo cuyo di es de 4 cm y su caudal es de $2,4 \text{ cm}^3$ de agua por hora.



Ejercicios para la tarea N° 1

1. El agua de una manguera de 3 cm de diámetro fluye con una rapidez de 3 m/s. Determinar el caudal en m^3 / s y en gal/min; y el tiempo necesario para llenar un tanque de reserva con 120 litros.
2. Determinar el área de una tubería si se requiere obtener 10 litros de gasolina en un minuto con una rapidez de salida de 2 m/s. (1 litro = $0,001 \text{ m}^3$)
3. Para llenar un tanque con 200 litros de capacidad con agua, se utiliza una tubería de $\frac{1}{2}$ pulgada y se tarda 5 minutos en llenar el tanque. Determinar : El caudal y la rapidez con la que sale el agua de la tubería.
4. En una tubería por donde circula agua con un caudal de 8 litros / min , su diámetro cambia de 2 pulgadas a 1 pulgada; determinar la rapidez con la que circula el agua en la parte ancha y angosta.
5. Calcular el diámetro de una tubería por la que circula gasolina con una velocidad de 20 m/s , si esta tubería disminuye su área transversal a 10 cm^2 y la gasolina fluye a 45 m/s.
6. El agua de un río que tiene una velocidad de 10 m/s , entra a una tubería cuyo radio es de 1 m y que se reduce a 0,5 m en la salida del agua. Calcular el caudal, la velocidad de salida del agua y el volumen de agua en galones, que circula por la tubería en una hora.

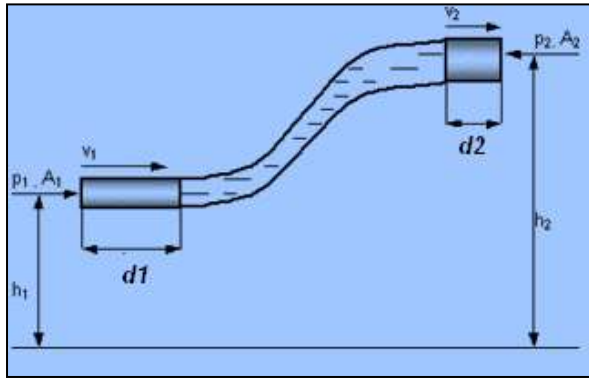
ECUACIÓN DE BERNOULLI

El matemático suizo Daniel Bernoulli (1700 – 1782) a través del estudio que realizo con los fluidos, encontró la relación que existe entre la capacidad para describir el movimiento y los cuatro parámetros que interactúan en los fluidos :

Presión, densidad, velocidad y altura h por arriba de un nivel de referencia.

En base a este estudio Bernoulli pudo afirmar lo siguiente:

“En un fluido perfecto (no viscoso) incomprensible (liquido) y en régimen estacionario, la suma de las energías, de presión, cinética y potencial, en cualquier punto del fluido es constante “



Con estas consideraciones se puede afirmar que el principio de conservación de la energía también se presenta en una tubería que transporta a un fluido en movimiento.

La energía cinética se hace presente debido a la masa y velocidad del fluido. $E_c = \frac{1}{2} m v^2$

La energía potencial se presenta debido a la altura del fluido respecto a un punto de referencia por donde pasa la tubería. $E_p = mgh$

La energía de presión del fluido se produce por la existencia de la presión que las moléculas de este fluido producen sobre las demás y el trabajo que se realiza para el desplazamiento de estas moléculas se lo denomina la energía de la presión la cual se deduce de la siguiente manera:

$$T = \Delta E \quad \text{y} \quad T = F \cdot d \quad \text{entonces} \quad E = F \cdot d$$

$$Pr = F/A \quad \text{entonces} \quad F = Pr \cdot A$$

Se tiene entonces;

$$E_{pr} = Pr \cdot A \cdot d \quad \text{si} \quad V = A \cdot d; \quad A = V/d; \quad V = m/d$$

$$E_{pr} = Pm/d$$

Donde : E_{pr} = Energía de presión. [J]

P = Presión. [N/m²]

m = masa del fluido [kg]

d = densidad del fluido [kg/m³]

En función del enunciado de Bernoulli se tiene:

$$E_{c1} + E_{p1} + E_{pr1} = E_{c2} + E_{p2} + E_{pr2}$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 + Pr_1 m/d = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2 + Pr_2 m/d$$

$$v_1^2 / 2 + gh_1 + Pr_1/d = v_2^2 / 2 + gh_2 + Pr_2/d$$

$$Pr_1 + \frac{1}{2} d v_1^2 + dgh_1 = Pr_2 + \frac{1}{2} d v_2^2 + dgh_2$$

Ya que los subíndices 1 y 2 se refiere a dos puntos en la tubería se tiene que:

$$Pr + \frac{1}{2} d v^2 + dgh \quad \text{es igual a una constante.}$$

APLICACIONES DE LA ECUACION DE BERNOULLI.

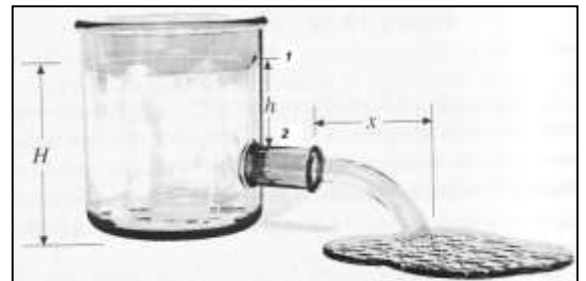
La velocidad, altura y presión de un fluido son constantes en determinadas situaciones, en tales casos la ecuación de Bernoulli puede expresarse en otra forma más simple, así:

1. Cuando un líquido es estacionario se tiene que v_1 y v_2 son iguales a 0 m/s, razón por la cual la ecuación quedaría expresada de la siguiente manera:

$$Pr_2 - Pr_1 = dg(h_2 - h_1)$$

Esta ecuación permite determinar la diferencia de presiones que se puede dar en un fluido.

2. Cuando no hay cambio de presiones es decir cuando la presión es constante en un fluido. $P_1 = P_2$ es decir esta presión puede considerarse como la presión atmosférica y se da cuando un tanque descubierto en la parte superior tiene un orificio en la parte inferior.



La velocidad del líquido en el punto 1 es despreciable, la altura h es considerada desde el punto 1 hacia 2, la ecuación de Bernoulli quedaría así:

$$dgh = \frac{1}{2} d v_2^2$$

de donde se tiene:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Esta ecuación también se la conoce como **Teorema de Torricelli** y dice:

" La velocidad con la que sale un líquido por un orificio de un recipiente es igual a la que adquiere un cuerpo que se deja caer libremente desde la superficie libre del líquido hasta el nivel del orificio "

La velocidad de descarga aumenta con la profundidad, el alcance máximo se da cuando la abertura está en medio de la columna de agua.

La velocidad de descarga aumenta abajo del punto medio ya que el agua golpea el piso más rápidamente .

El líquido cuando sale de orificios que equidistan por arriba y debajo del punto medio tendrán el mismo alcance horizontal.

El alcance horizontal está dado por la ecuación :

$$x = 2 \sqrt{h(H-h)}$$

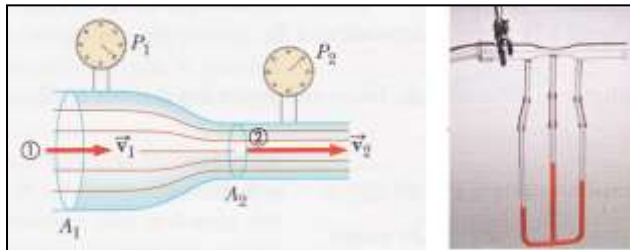
Se puede afirmar que el alcance máximo es igual a la altura H de la columna de agua.

3. Cuando el tubo se encuentra a un mismo nivel es decir el tubo se encuentra en una posición horizontal se tiene que $h_1 = h_2$, la ecuación de Bernoulli queda de la siguiente manera:

$$Pr_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = Pr_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

MEDIDOR DE VENTURI

Es un dispositivo que sirve para determinar la velocidad de un líquido. Está constituido por un tubo en U, con mercurio de densidad ρ_{Hg} , que se adapta a un tubo en dos puntos con secciones diferentes A_1 y A_2 , por donde circula un líquido de densidad ρ .



Para determinar la velocidad del fluido en el interior del Medidor de Venturi se utiliza la ecuación:

$$v_2 = A_1 \sqrt{\frac{2(P_{r1} - P_{r2})}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

TUBO DE PITOT

La forma del tubo de Pitot es el de una L el cual se lo puede introducir en la corriente del agua de un río, lo que permite medir la velocidad de la corriente del río.

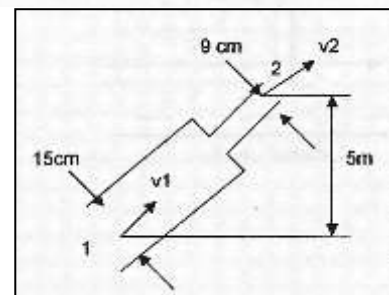
Al sumergirlo en el río, la presión de la corriente hace que el agua en el interior del tubo se eleve cierta altura, a partir de lo cual se puede conocer la velocidad de la corriente utilizando la fórmula del teorema de Torricelli :

$$v = \sqrt{2gh}$$



Ejercicios para realizar con el maestro

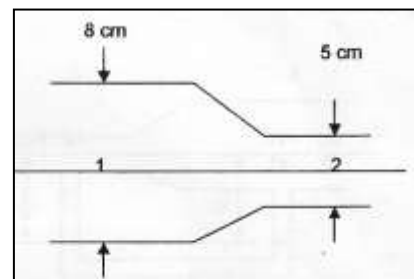
1. El tubo de la figura tiene un diámetro de 15 cm en la sección 1 y 9 cm en la sección 2. En la sección 1 la presión es de 180 kPa. El punto 2 se encuentra 5 m más arriba que el punto 1. Si un líquido de densidad 900 kg/m^3 fluye con un caudal de $0,025 \text{ m}^3/\text{s}$. Determinar la presión en el punto 2.



2. Circula agua por una tubería que tiene una contracción. En un punto donde el radio es de 6 cm tiene una presión de $3,8 \times 10^4 \text{ Pa}$, y en un punto que se ubica a 1,2 m más arriba, tiene un radio de 3 cm y una presión $1,6 \times 10^4 \text{ Pa}$. Calcular:

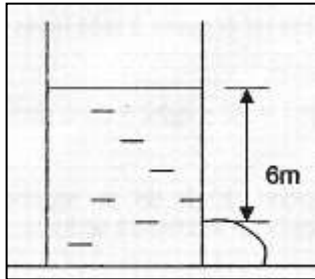
- a) La rapidez del agua al pasar por la sección inferior y superior.
- b) El caudal en l/s

3. Por un tubo horizontal de diámetro 8 cm fluye un líquido de densidad $0,86 \text{ g/cm}^3$ con una rapidez de $3,5 \text{ m/s}$. En el punto donde la tubería se estrecha tiene un diámetro de 5 cm y una presión de 250 k Pa. Determinar: la rapidez del fluido en el punto de estrechamiento de la tubería y la presión del fluido en la parte ancha de la tubería.



4. Un tanque abierto en su parte superior tiene un orificio de 2 cm de diámetro que se encuentra a 6 m por debajo del nivel superior del agua contenida en el recipiente. Determinar:

- a) La rapidez de salida del agua por el orificio.
- b) El caudal de agua que sale por el orificio en l/s
- c) La rapidez que tiene una partícula del agua a los 3 s de abierto el orificio.
- d) La altura que desciende en el aire una partícula del agua a los 3 s.
- e) Calcular la E_c y E_p a los 3s.



5. Una columna de agua tiene una altura de 20 pies tomada desde la base del recipiente. Determinar la profundidad de dos agujeros para los cuales el agua que sale por una pared del recipiente tiene un alcance de 10 pies.

6. Un medidor de Venturi, tiene un diámetro de 30 cm en la parte más ancha y presión 275 kPa, en la parte menos ancha del medidor tiene un diámetro de 15 cm con una presión de 190 kPa. Calcular:

- a) La rapidez del agua en la parte ancha y menos ancha.
- b) El caudal en galones/s
- c) La diferencia de presiones entre la parte ancha y menos ancha.

7. Determinar la velocidad de la corriente de un río, si se introduce un tubo de Pitot en el agua y el nivel del agua del río alcanza una altura de 14 cm en el interior del tubo.

8. Calcular el trabajo que realiza el pistón de una bomba para elevar 6 m^3 de agua hasta una altura de 22 m e impulsarla dentro de un acueducto a una presión de 190 kPa

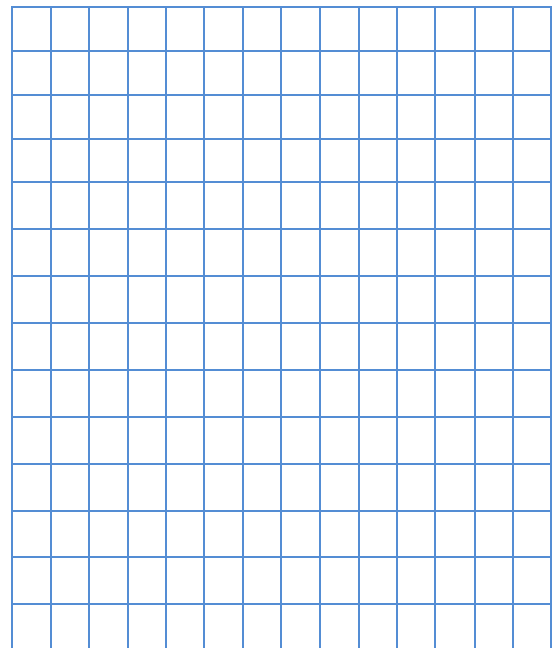
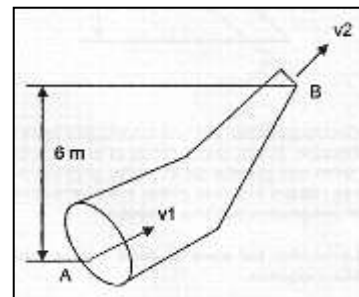
9. Determinar cuantos caballos de fuerza (Hp) se necesita para impulsar 10 m^3 de gasolina por minuto dentro de un gaseoducto con una presión de 280 kPa.

Ejercicios para realizar en el aula.

1. El agua fluye de un tubo con un gasto de $0,057 \text{ m}^3 / \text{s}$. La presión en la sección A es de 280 kPa, y la elevación de la sección B es de 6 m más alto que la elevación de la sección A. La sección inferior del tubo tiene un diámetro de 0,30 m y la superior un diámetro de 0,20 m.

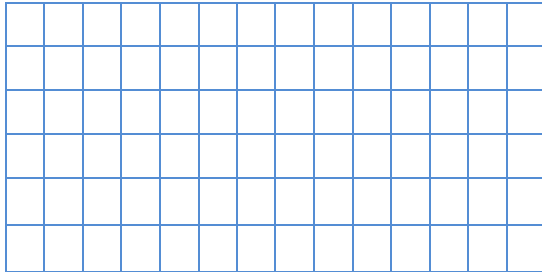
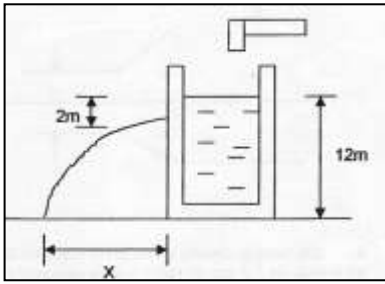
Calcular:

- a) Las velocidades de la corriente en los puntos A y B.
- b) La presión en el punto B



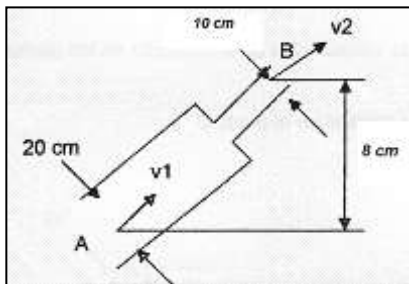
2. En un depósito de agua, mantiene su nivel libre constante. Determinar:

- a) La distancia x que alcanza el chorro de agua que sale de un orificio del depósito de agua al suelo, medida desde el pie de la pared del depósito.
- b) La altura por encima de la base del depósito a la que puede realizarse otro orificio, para que el chorro de agua al salir tenga un alcance del doble al alcance anterior.



Ejercicios para la tarea N° 2

1. Un acueducto tiene un diámetro de 20 cm en la sección A y 10 cm en la sección B. En la sección A la presión es de 200 000 Pa. El punto B se encuentra 8 m más arriba que el punto A. Si un líquido de densidad $1\ 100\ \text{kg/m}^3$ fluye con un caudal de 40 l / s . Determinar la presión en el punto B.

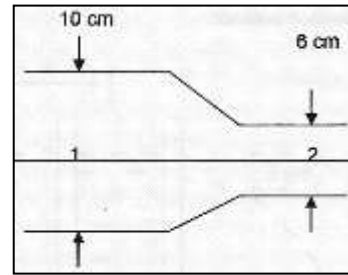


2. Circula gasolina por una tubería que tiene una contracción. En un punto donde el radio es de 12 cm tiene una presión de 450 kPa, y en un punto que se ubica a 2 m más arriba, tiene un radio de 6 cm y una presión 200 kPa. Calcular:

a) La rapidez del agua al pasar por la sección inferior y superior.

b) El caudal en m^3 / s

3. Por un tubo horizontal de diámetro 10 cm fluye un líquido de densidad $0,74\ \text{g/cm}^3$ con una rapidez de 5 m/s . En el punto donde la tubería se estrecha tiene un diámetro de 6 cm y una presión de $3,5 \times 10^4$ Pa. Determinar: la rapidez del fluido en el punto de estrechamiento de la tubería y la presión del fluido en la parte ancha de la tubería.



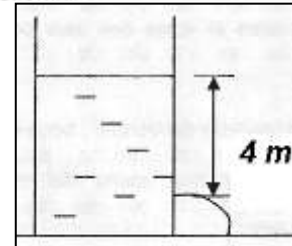
4. Un tanque abierto en su parte superior tiene un orificio de 1,5 cm de radio que se encuentra a 4 m por debajo del nivel superior del agua contenida en el recipiente. Determinar:

a) La rapidez de salida del agua por el orificio.

b) El caudal de agua que sale por el orificio en l/s

c) La rapidez que tiene una partícula del agua a los 4 s de abierto el orificio.

d) La altura que desciende en el aire una partícula del agua a los 4 s.



5. Una columna de agua tiene una altura de 4 m tomada desde la base del recipiente. Determinar la profundidad de dos agujeros para los cuales el agua que sale por una pared del recipiente tiene un alcance de 3 m .

6. Un medidor de Venturi , tiene un diámetro de 40 cm en la parte más ancha y presión $3,5 \times 10^4$ Pa, en la parte menos ancha del medidor tiene un diámetro de 16 cm con una presión de $1,5 \times 10^4$ Pa.

Calcular:

a) La rapidez del agua en la parte ancha y menos ancha.

b) El caudal en m^3 / s

c) La diferencia de presiones entre la parte ancha y menos ancha.

7. El nivel del agua del río que alcanza en el interior de un tubo de Pitot que ha sido introducido en un río es de 12 cm, determinar la velocidad de la corriente del agua del río.

8. Una bomba para elevar a una altura de 18 m , $8\ \text{m}^3$ de agua e impulsarla dentro de un reservorio necesita $2,4 \times 10^4$ Pa de presión. Determinar el trabajo realizado por el pistón de esta bomba de agua.

9. Para impulsar 20 galones de agua por minuto dentro de una piscina se necesita $3,1 \times 10^4$ Pa de presión. Calcular cuantos caballos de fuerza (hp) debe tener la bomba de agua para impulsar el liquido.

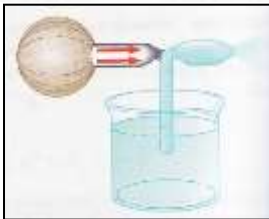
APLICACIONES EN LA VIDA COTIDIANA.

1. Dos aplicaciones ya han sido estudiadas con detenimiento y estas son:
El medidor de Venturi que permitía calcular la velocidad de los líquidos que atraviesan por este y el Tubo de Pitot que permitía determinar la velocidad de la corriente de un río.

2. El Atomizador.

Es un dispositivo que permite al agua dividirlo en pequeñísimas partes.

Un pistón empuja a un volumen de aire por un tubo vertical y en este lugar la presión es menor que en la superficie libre del líquido que se encuentra en un recipiente en la parte inferior, esto ocasiona que el líquido ascienda y la corriente de aire divide en pequeñísimas gotas microscópicas al agua que luego se dispersa en el medio.



3. El empuje sobre las alas de un avión.

Cuando un avión vuela, debido al diseño que las alas que este tiene, las líneas de corriente se comprimen por encima del ala y se espacian por debajo de ella. Esto sucede ya que el flujo de aire tiene mayor velocidad encima del ala que debajo. La ecuación de Bernoulli explica que la presión es menor encima del ala que debajo, lo que ocasiona un empuje dinámico hacia arriba llamado resistencia del aire.



4. La ecuación de Bernoulli también explica la dificultad de respirar que una persona tiene cuando saca la cabeza por la ventana en un auto en movimiento, o cuando un fuerte ventarrón golpea la cara de una persona.

5. Los Huracanes

Los huracanes levantan los techos de zinc de las casas. La velocidad del viento es muy grande lo que ocasiona que la presión sea muy baja. Mientras que en el interior de la casa la presión es muy grande respecto al aire exterior, lo que ocasiona que se produzca una gran fuerza sobre el techo hacia arriba.

Por lo que se puede afirmar que no es el huracán el que arranca el techo de zinc, es el aire interior de las casas, para evitar este fenómeno, lo mejor es abrir las puertas y ventanas de la casa y así igualar la presión interna con la externa.



6. Los techos de lona de los carros convertibles.

Cuando un vehículo se mueve a gran velocidad y este tiene el techo de lona, por efecto de la velocidad el techo se infla.

El aire exterior tiene una gran velocidad con respecto al aire en el interior del auto, y por tanto la presión es más baja en el exterior del vehículo que en el interior. Esto produce que la fuerza que el aire interno produce para inflar la lona del techo.

