rengetio, sed la akvo-utiligado de la *Mara*-rivero en la nordo de la lando kune kun klimataj ŝanĝiĝoj povas havi tre gravan influojn sur la Serengetia ekosistemo.

La pligrandigo de la homa populacio ĉirkaŭ la naciaparkaj limoj estas la plej prema kaj sufoka problemo. Sed multtrafika traSerengetia strato plialtigos la enkondukon de infektaj malsanoj en la sovaĝbestarojn kaj subtenos nekontrolitecon de ŝtelĉasistaj aktivadoj.

Beno kaj malbeno de turismo

Serengetio financiĝas per la enspezoj el la propraparka turismo, Naciaj parkoj ne ricevas registaran subvencion. Unuflanke Serengetio subvencias aliajn malpli vizitatajn naciajn parkojn, sed ĝi estas en danĝero mem: pro turisma troŝarĝo de ĝia pitoreska pejzaĝo malpliiĝas la natura ĉarmo kaj la sento pri "vera travivaĵo de sovaĵejo". Aliflanke la turismo sekurigas la tanzaniajn naciajn parkojn kaj fakte estas la plej granda enspezofonto de eksterlandaj valutoj (800 milionoj da dolaroj/jare) kaj samatempe la plej granda dungomerkato en la lando (pli ol 100 000 laborantoj).

La sukceso de turismo tamen ankaŭ estas malbeno, ĉar ofte ekonomiaj konsideroj dominas ekologiajn, kaj akcele stimulas kaj subtenas koruptadon. Malproksimtrafika strato tra la Parko endanĝerigus por longa tempo la sekurecon de Serengetio kiel intakta dinamika ekosistemo. Estas parto de nia respondeco protekti ĝin kiel "naturan heredaĵon" per decida malakcepto de la projekto. Serengetio nepre ne mortu – nek pro strato nek pro politikistoj.

Adreso de la aŭtoro
Prof. Dr. Rüdiger SACHS
Vor dem Brückentor 3
DE – 37269 – Eschwege
GERMANIO

<IsaeSachs@aol.com>

Priaŭtora informo

La aŭtoro laboris 4 jarojn en la Nacia Parko Serengetio, verkis habilitiĝan tezon pri sovaĝbesta materialo kaj poste docentis 2 jarojn ĉe la Universitato de Najrobo / Kenjo pri malsanoj de sovaĝaj bestoj surbaze de siaj studoj en Serengetio kaj aliaj Naciaj Parkoj de Orienta Afriko.

Karakterizaj ecoj de la egallateraj trianguloj *

Jan GÓROWSKI, Maciej KLAKLA & Adam ŁOMNICKI

En tiu ĉi artikolo ni provos montri la manieron krei matematikajn taskojn, kiuj aktivigas lernantojn, donante al ili eblon starigi konjektojn kaj serĉi pruvojn de tiel malkovritaj teoremoj.

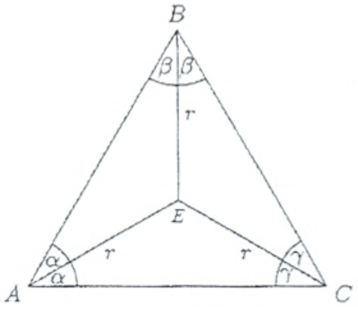
Dum lecionoj de matematiko en mezlernejo eblas kun la gelernantoj malkovri kaj pruvi, ke en la egallatera triangulo sin kovras (estas identaj) la kvar karakterizaj punktoj de triangulo, tio estas:

- la centro de la ĉirkaŭskribita cirklo (ni fiksu por ĝi la simbolon $\hat{C}$),
- la centro de la enskribita cirklo (ni fiksu por ĝi la simbolon E),
- la pezocentro de tiu triangulo (ni fiksu por ĝi la simbolon P),
- la ortocentro (tio estas la komuna parto de la rektoj inkluzivantaj la altojn de tiu triangulo; ni fiksu por ĝi la simbolon O).

Tuj venas la demando: **ĉu nur egallatera triangulo havas tiun econ?** Kaj ekzemple la problemo: **ĉu la triangulo, kies centroj de ambaŭ cirkloj (enskribita kaj ĉirkaŭskribita) sin kovras, estas egallatera?** Tre ofte studentoj starigas konjekton, ke jes, ke la triangulo obeanta la supre starigitan premison estas egallatera, sed dum la malmulta tempo, limigita ekz. per daŭranta leciono, ne povas trovi pruvon. Sube ni prezentas kelkajn pruvojn.

Unue ni precizigu la premisojn jene: en triangulo ABC sin kovras la centroj de ambaŭ cirkloj, ligitaj kun tiu triangulo (do enskribita kaj ĉirkaŭskribita). Tiu komuna centro estu la punkto E. De tio sekvas, ke $|AE| = |BE| = |CE|$ kaj la dusekcantoj de la triangulo ABC havas la komunan punkton E. Tio permesas fiksi la simbolojn, kiel sur la desegno 1.

* Matematikaj taskoj por konkludi, por studentoj de matematiko kaj mezlernejanoj, partoprenantaj en matematikaj konkursoj.



Desegno 1

Pro tio, ke $|AE|=|CE|$, la triangulo AEC estas izocela, $\alpha=\gamma$.
Pro tio, ke $|AE|=|BE|$, la triangulo AEB estas izocela, $\alpha=\beta$.
Sekve $\alpha=\beta=\gamma$, kaj la triangulo ABC estas egallatera.

Oni povas montri, ke estas veraj la teoremoj pli ĝeneralaj, ol la supre pruvita.

Ni precizigu la premisojn por triangulo:

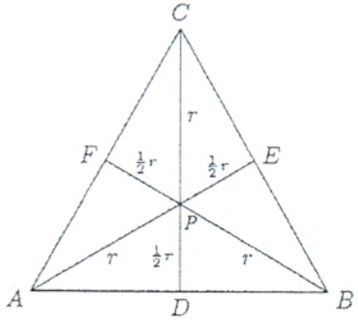
I. $E=\hat{C}$ (sin kovras la centroj de la cirkloj - enskribita kaj ĉirkaŭskribita)
II. $P=\hat{C}$ (sin kovras la pezocentro kaj la centro de la ĉirkaŭskribita cirklo)
III. $O=\hat{C}$ (sin kovras la ortocentro kaj la centro de la ĉirkaŭskribita cirklo)
IV. $P=E$ (sin kovras la pezocentro kaj la centro de la enskribita cirklo)
V. $O=E$ (sin kovras la ortocentro kaj la centro de la enskribita cirklo)
VI. $P=O$ (sin kovras la pezocentro kaj la ortocentro).

Ni pruvos sube, ke el ĉiu el la premisoj II,IV,V,VI oni povas konkludi, ke la triangulo estas egallatera.

En la unua parto de la artikolo ni pruvis la teoremon kun la premiso I.

Ni fiksu nun la premison II.

Sur la desegno 2 la punkto P estu do samtempe la centro de la ĉirkaŭskribita cirklo kaj la pezocentro de la triangulo ABC. Sekve $|PA|=|PB|=|PC|$ kaj la medianoj de la triangulo ABC havas la komunan punkton P, kiu dividas ilin en la proporcio 2:1 (se rigardi de la vertico). Oni do rajtas uzi la simbolojn r, $\frac{1}{2}r$ por la longoj de la strekoj PA, PE k.s. sur la desegno 2.



Desegno 2

La trianguloj APD kaj CPE estas kongruaj, ĉar $|PA|=|PC|$, $|PD|=|PE|$ kaj $|\sphericalangle APD|=|\sphericalangle CPE|$. Sekve $|AD|=|EC|$.

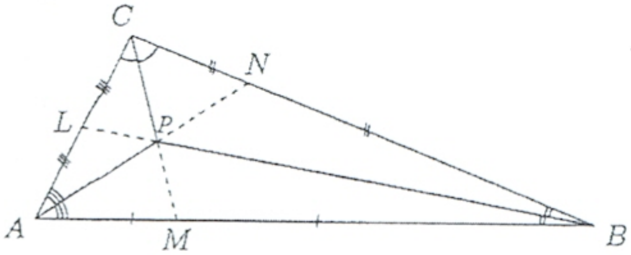
Pro tio, ke $|AD|=|DB|$ kaj $|EC|=|BE|$, ni ricevas $|DB|=|AD|=|EC|=|BE|$, $|AB|=2|DB|=2|BE|=|BC|$.

Analoge la trianguloj FPC kaj DPB estas kongruaj, do $|FC|=|DB|$.

Pro tio, ke $|FC|=|FA|$ kaj $|AD|=|DB|$, ni ricevas $|CF|=|FA|=|DB|=|AD|$, sekve $|AC|=|AB|$.

Fine $|AB|=|BC|=|AC|$, la triangulo ABC estas do egallatera.

Ni fiksu nun la premison IV: $P=E$. Konvenaj estas la simboloj sur la desegno 3.



Desegno 3

El la premisoj ni konkludas, ke la dusekcantoj de la triangulo ABC havas la komunan punkton P, do $|\sphericalangle ACM|=|\sphericalangle BCM|$, $|\sphericalangle ABL|=|\sphericalangle CBL|$, $|\sphericalangle CAN|=|\sphericalangle BAN|$. Krom tio laŭ la difino de la mediano ni ricevas, ke $|AM|=|MB|$, $|BN|=|NC|$, $|AL|=|LC|$.

La unua maniero de plua rezonado:

Pro tio, ke CM estas dusekcanto de la angulo ACB en la triangulo ABC, do $\frac{CA}{AM}=\frac{CB}{MB}$.(laŭ la teoremo pri dusekcanto en triangulo). Sed $|AM|=|MB|$, do $|CA|=|CB|$. Analoge pro tio, ke AN estas dusekcanto de la angulo CAB en la triangulo ABC, do $\frac{AB}{BN}=\frac{AC}{NC}$.

Pro tio, ke $|BN|=|NC|$, ni ricevas $|AB|=|AC|$.

Fine $|AB|=|AC|=|CB|$, kaj la triangulo ABC estas egallatera.

La dua maniero de plua rezonado:

La areoj de la trianguloj AMC kaj BMC estas egalaj, ĉar $|AM|=|MB|$, kaj la altoj de tiuj trianguloj, ligitaj kun la vertico C sin kovras. Sekve

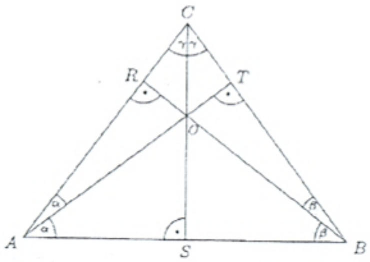
$$\frac{1}{2}\cdot|CA|\cdot|CM|\cdot\sin|\sphericalangle ACM|=\frac{1}{2}\cdot|CB|\cdot|CM|\cdot\sin|\sphericalangle BCM|,$$

(sed $|\sphericalangle ACM|=|\sphericalangle BCM|$), do $|CA|=|BC|$.

Analoge oni povas demonstri, ke la areoj de la trianguloj CBL kaj ABL estas egalaj, do $|BC|=|AB|$.

Fine $|AB|=|BC|=|CA|$, kaj la triangulo ABC estas egallatera.

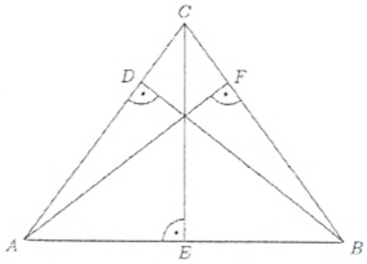
Ni fiksu nun la premison V t.e.: $O = E$. De tio sekvas, ke O apartenas al ĉiu dusekcanto de la triangulo ABC. Konvenaj do estas simboloj sur la desegno 4.



Desegno 4

Evidente $CS\perp AB$, $BR\perp AC$, $AT\perp BC$, ĉar CS, AT, BR estas altoj de la triangulo ABC. Ni rimarku, ke la trianguloj AOS kaj COT estas similaj. Sekve $\alpha=\gamma$. Ankaŭ la trianguloj ROC kaj BOS estas similaj. Sekve $\beta=\gamma$. Fine $\alpha=\beta=\gamma$, kaj la trilatero ABC estas egallatera.

Ni fiksu nun la premison VI: $P = O$. Uzante la simbolojn de la desegno 5, ni povas skribi, ke



Desegno 5

$BD\perp AC$, $CE\perp AB$, $AF\perp CB$, ĉar BD, CE, AF estas altoj de la triangulo ABC. Krom tio laŭ la difino de mediano ni ricevas: $|AE|=|EB|$, $|AD|=|DC|$, $|CF|=|FB|$.

Ni rimarku, ke la trianguloj ACE kaj BCE kongruas, ĉar $|AE|=|EB|$, $|\sphericalangle AEC|=|\sphericalangle BEC|$, kaj la latero CE estas komuna al ambaŭ trianguloj. Sekve $|BC|=|CA|$.

Pro la samaj kaŭzoj kongruas la trianguloj CDB kaj ADB. Sekve $|BC|=|AB|$.

Fine $|AB|=|BC|=|CA|$, kaj la triangulo ABC estas egallatera.

Referencoj

Górowski J., Klakla M., Łomnicki A. (1997). O pewnej charakterystyce trójkątów równoramiennych i równobocznych, Gradient *1*, 13 – 20

Górowski, J., Klakla, M., Łomnicki A. (1997). Trójkąt – niewyczerpane źródło problemów, Matematyka **6**, 357 – 360

Górowski J., Klakla M., Łomnicki A. (1999). Trójkąt, jego trójkąty składowe oraz okręgi z nimi związane, Matematyka **1**, 33 – 37

Górowski J., Klakla M., Łomnicki A. (2004). Zadania „na wymuszanie" jako środek matematycznej aktywizacji uczących się. Dydaktyka Matematyki **26**, 61 – 80

Krygowska Z. (1977). Zarys dydaktyki matematyki, cz. II, WSiP, Warszawa.

Walsch W. (1986). Rola dowodzenia w matematycznym wykształceniu ogólnym, Dydaktyka Matematyki **6**, 113 – 125

Adresoj de la aŭtoroj

Dr. Jan GÓROWSKI
Str. Na stoku 2
32 087 Penkowice / Pollando
<jangorowski@interia.pl>

Dr. Adam ŁOMNICKI
Str. Bielowicza 53
32 040 Świątniki Górne /Pollando
<alomnicki@poczta.fm>

Prof. dr. hab. Maciej KLAKLA
Str. Sądowa 7
31 542 Krakow / Pollando
<smklakla@ap.krakow.pl>

Priaŭtoraj informoj

Jan Górowski kaj *Adam Łomnicki* estas doktoroj de matematiko kaj laboras en Pedagogia Universitato en Krakovo (Pollando). Ĉiu el ili verkis pli ol 80 sciencajn artikolojn kaj lernolibrojn.
Adam Łomnicki estas esperantisto kaj instruisto de Esperanto.

Maciej Klakla, matematikisto, laboras kiel profesoro en Pedagogia Universitato en Krakovo, skribis pli ol 130 sciencajn artikolojn kaj lernolibrojn.

Johann Joachim BECHER – sciencisto kaj alĥemiisto

Franz-Georg RÖSSLER

Johano Joaĥimo Beĥero (*J. J. Becher*) naskiĝis en la jaro 1635 en luterana pastora familio en *Speyer*/sudokcidenta Germanio. Verŝajne li studis en Hejdelbergo. En 1657 li iris al la kortego de la elekta duko de Majenco kaj fariĝis ties matematikisto kaj medicinisto. Tra postenoj en Manhejmo kaj Munkeno li atingis la imperiestran kortegon en Vieno. De tie, komisiite de la imperiestro, li vojaĝis al Nederlando. En Meklenburgio kaj Anglio li provis solidigi sian financan kaj profesian vivon. Jam en 1682 li mortis en Londono, kie li entombiĝis en la preĝejo *St. James in the Field.*

Beĥero estis universala homo. Plej altan renomon li akiris kiel ekonomikisto en la tiama epoko de la merkantilismo, kiam naciaj ŝtatoj komencis strukturi sian ekonomion kaj provis atingi aktivan komercobilancon kaj aŭtarkion per altigo de la propra produktado kaj per reduktado de la importoj. Por tiu celo *Becher* kreis, komisiate kaj financate de la regantaj tavoloj, modelajn laborejojn kaj manufakturojn por la produktado de vitro, lanaĵoj, papero, silko, porcelano kaj tiel plu.

Li okupiĝis pri la klerigado de la laboristoj kaj pri ties saneco. Interalie li postulis ankaŭ la klerigan edukadon de la virinoj kaj reduktadon de la almozuloj per labor- aŭ vendolokoj. Por altigi la labor- kaj enspezonivelojn li inventis aŭ plibonigis maŝinojn, kiel ŝipoj, mueliloj, segiloj, tempo- kaj temparaturmezuriloj, teksiloj, faris ĥemiajn eksperimentojn, plifaciligis la fosadon de krudmaterialoj. Li enkondukis novajn plantojn, kiel terpomoj, morusarboj por silkoproduktado kaj produktojn kiel kana sukero. Por la transporto de varoj li elpensis la ligon de la grandaj eŭropaj riveroj,