

# Computational analysis for evaluating the dynamic behavior of birefringent samples in digital photoelasticity

## Análisis computacional para evaluar el comportamiento dinámico de muestras birrefringentes en fotoelasticidad digital

Jaiber Acevedo Pino<sup>1</sup>, Juan Briñez de León<sup>2</sup> y Hermes Fandiño Toro<sup>1\*</sup>

1. Grupo de Máquinas Inteligentes y Reconocimiento de Patrones, Instituto Tecnológico Metropolitano,  
Carrera 31, No. 54 – 22, Medellín, Colombia

2. Grupo GIIAM, Institución Universitaria Pascual Bravo,  
Calle 73 # 73A – 226, Medellín, Colombia.

(\*) E-mail: [hermesfandino@itm.edu.co](mailto:hermesfandino@itm.edu.co)

S: miembro de SEDOPTICA / SEDOPTICA member

Received: 14/12/2021

Accepted: 16/03/2022

DOI: 10.7149/OPA.55.1.51099

### ABSTRACT:

Analyzing mechanical stresses in loaded bodies is relevant for diverse engineering areas. Among other possibilities, this kind of analysis is useful to identify failure conditions. One experimental technique for analyzing mechanical stresses is digital photoelasticity, which allows visualizing the stresses on the surface of a loaded body as fringe patterns. Digital photoelasticity stands out from other techniques for evaluating mechanical stresses, due to their non-contact, full-field and visual capabilities. Nonetheless, using photoelasticity to characterize zones with different stress concentration levels is not an easy task. This is due to the complexity of conventional photoelasticity algorithms for decoding stress information modulated by the fringe patterns. This manuscript presents a computational strategy to characterize zones with different stress concentration levels. The strategy relies on analyzing pixel trajectories extracted from sequences of photoelasticity images. The trajectories are transformed into histograms to quantify their changes of orientation. Finally, the characterized trajectories are grouped by using clustering.

**Keywords:** Digital photoelasticity, stress concentration level, pixel trajectories, clustering, segmentation.

### RESUMEN:

El análisis de esfuerzos mecánicos, en cuerpos cargados, es de interés para diversas áreas de la ingeniería por las posibilidades de identificar condiciones de falla. En ese campo de trabajo, los estudios de fotoelasticidad digital resaltan por su capacidad visual de revelar los esfuerzos a través de imágenes con patrones de franjas de color. Sin embargo, la complejidad de los algoritmos convencionales para la decodificación de estas franjas hace que la caracterización de diferentes zonas con concentración de esfuerzos no sea una tarea simple. En este sentido, este trabajo, presenta una metodología para reconocer zonas que experimentan diferentes niveles de concentración de esfuerzos en casos con aplicación incremental de carga, a partir del análisis de trayectorias de píxel, y clustering.

**Palabras clave:** Fotoelasticidad digital, concentración de esfuerzos, trayectorias de píxel, clustering, segmentación.

---

## REFERENCES AND LINKS / REFERENCIAS Y ENLACES

- [1] B. Mose, D. Shin y J. Nam, "One micro-thrust measurement method based on the dynamic photoelastic theory," *Materials Science and Engineering*, 408(1), 012001 (2018).
- [2] D. Hoy y K. Gingras, "Photoelastic study of wound closure stresses in barbed versus traditional smooth-surface sutures," *Experimental Techniques*, 39(2), 31-37 (2015).
- [3] S. Dondeti y H. Tippur, "A comparative study of dynamic fracture of soda-lime glass using photoelasticity, digital image correlation and digital gradient sensing techniques," *Experimental Mechanics*, 60(2), 217-233 (2020).
- [4] P. Forte, A. Paoli y A. Razionale, "A CAE approach for the stress analysis of gear models by 3D digital photoelasticity," *International Journal on Interactive Design and Manufacturing*, 9(1), 31-43 (2015).
- [5] T. Nowak, J. Lasienko y D. Czepizak, "Experimental tests and numerical analysis of historic bent timber elements reinforced with CFRP strips," *Construction and Building Materials*, 40, 197-206 (2013).
- [6] P. Qiu, Z. Yue, S. Zhang y Z. Li, "An in situ simultaneous measurement system combining photoelasticity and caustics methods for blast-induced dynamic fracture," *Review of Scientific Instruments*, 88(11), 115113 (2017).
- [7] R. Prasath, T. Newton, y S. Danyluk, "Stress monitoring of PET beverage bottles by Digital Photoelasticity," *Manufacturing Letters*, 15, 9-13 (2018).
- [8] P. Frankovský, O. Ostertag, E. Ostertagová, F. Trebuňa, J. Kostka y M. Výrostek, "Experimental analysis of stress fields of rotating structural elements by means of reflection photoelasticity," *Applied optics*, 56(11), 3064-3070 (2017).
- [9] M. Mitsuzuka, Y. Kinbara, M. Fukuhara, M. Nakahara, T. Nakano, J. Takarada y Y. Tajitsu, "Relationship between photoelasticity of polyurethane and dielectric anisotropy of diisocyanate, and application of high-photoelasticity polyurethane to tactile sensor for robot hands," *Polymers*, 13(1), 143 (2021).
- [10] M. Hariprasad y K. Ramesh, "Analysis of contact zones from whole field isochromatics using reflection photoelasticity," *Optics and Lasers in Engineering*, 105, 86-92 (2018).
- [11] P. Xu, R. Yang, Y. Guo, C. Chen y Z. Guo, "Experimental investigation of the stress field around the crack tip in a polymer material under dynamic loading," *Optical Engineering*, 59(4), 1-16 (2020).
- [12] T. Jobin, S. Khaderi y M. Ramji, "Experimental evaluation of the strain intensity factor at the inclusion tip using digital photoelasticity," *Optics and Lasers in Engineering*, 126, 105855 (2020).
- [13] V. Gabuchian, A. Rosaquis, H. Bhat, R. Madariaga y H. Kanamori, "Experimental evidence that thrust earthquake ruptures might open fault," *Nature*, 545(7654), 336-339 (2017).
- [14] A. Maxwell, B. MacConaghy, M. Bailey y O. Sapozhnikoy, "An investigation of elastic waves producing stone fracture in burst wave lithotripsy," *The Journal of the Acoustical Society of America*, 147(3), 1607-1622 (2020).
- [15] Z. Ren, H. Xie y Y. Ju, "Quantification of photoelastic fringe orders using polarized light camera and continuous loading," *Optics and Lasers in Engineering*, 134, 106263 (2020).
- [16] A. Restrepo-Martinez, y J. Briñez - de León, "Dynamic color descriptor based Frenet-Serret to classify stress zones from pixel variations recorded in photoelasticity videos," In *Optics and Photonics for Information Processing XIII*, 11136, 111360G, International Society for Optics and Photonics (2019).
- [17] M. Hariprasad, K. Ramesh, & B. Prabhune, "Evaluation of conformal and non-conformal contact parameters using digital photoelasticity," *Experimental Mechanics*, 58(8), 1249-1263 (2018).
- [18] Y. Ou, J. Wu, Y. Zhang, J. Li y X. Du, "One micro-thrust measurement method based on the dynamic photoelastic theory," In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 408(1), 012001 (2018).
- [19] J- Briñez-de León, A. Restrepo-Martínez, y J.W. Branch-Bedoya, "High stress concentration analysis using RGB intensity changes in dynamic photoelasticity videos," In *2016 XXI Symposium on Signal Processing, Images and Artificial Vision (STSIVA)*, 1-7 (2016).
- [20] S. L. B. Kramer, M. Mello, G. Ravichandran y K. Bhattacharya, "Phase Shifting Full-Field Interferometric Methods for Determination of In-Plane Tensorial Stress," *Experimental Mechanics*, 49(2), 303-315 (2009).



- [21] J. Briñez-de León, M. Rico-García, y A. Restrepo-Martínez, "PhotoelastNet: a deep convolutional neural network for evaluating the stress field by using a single color photoelasticity image," *Applied Optics*, 61(7), D50-D62 (2022).
- [22] A. Rosakis, V. Rubino, y N. Lapusta, "Recent milestones in unraveling the full-field structure of dynamic shear cracks and fault ruptures in real-time: From photoelasticity to ultrahigh-speed digital image correlation," *Journal of Applied Mechanics*, 87(3), 030801 (2020).
- [23] J. Vasco-Olmo, B. Yang, M. James, y F. Diaz, "Investigation of effective stress intensity factors during overload fatigue cycles using photoelastic and DIC techniques," *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 97, 73-86 (2018).
- [24] A. Restrepo-Martínez, y F. López, F. (2011, July), "Color spaces analysis of photoelasticity images of plastics thin films," In *Adaptive Optics: Methods, Analysis and Applications*. Optical Society of America, JTU87 (2011).
- [25] J. Briñez-de León, A. Restrepo-Martínez, A., y F. López-Giraldo, "Evolución de la intensidad de píxeles para describir la deformación de películas plásticas," *Tecnológicas*, (2013).
- [26] Z. Ren, H. Xie y Y. Ju, "Quantification of photoelastic fringe orders using polarized light camera and continuous loading," *Optics and Lasers in Engineering*, 134, 106263 (2020).
- [27] M. A. Gowayed, M. Tork, M. E. Hussein y M. El-Saban, "Histogram of Oriented Displacements (HOD): Describing trajectories of human joints for action recognition," in *Proceedings of the Twenty-Third International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 1, 1351-1357 (2013).
- [28] A. Restrepo-Martínez, A., J. Briñez-de León, "Dynamic color descriptor based Frenet-Serret to classify stress zones from pixel variations recorded in photoelasticity videos," In *Optics and Photonics for Information Processing XIII*. International Society for Optics and Photonics, 11136, 111360G (2019)

---

## 1. Introducción

Los esfuerzos mecánicos describen la forma en la que se distribuye una carga dentro del área de una estructura. Su evaluación permite identificar las condiciones de operación de una pieza sin que llegue a condiciones de falla. Para esta evaluación existen diferentes técnicas, tales como galgas extensiométricas, rayos X, imágenes termográficas, proyección de franjas, interferometría, etc. No obstante, los equipos necesarios y los algoritmos para procesar la información hacen que estos métodos se hagan costosos y complejos computacionalmente. Allí, la fotoelasticidad digital ha mantenido su interés dentro de la comunidad académica por su capacidad visual de revelar la información de la distribución de esfuerzos a través de patrones de franjas de color.

En el caso de los estudios de fotoelasticidad digital, revelar la información de los esfuerzos es posible gracias a que se analizan cuerpos birrefringentes, observados bajo montajes de luz polarizada. Esto, a diferencia de muchas de las otras técnicas, habilita una evaluación en campo completo, lo cual ha resultado ser de gran utilidad para diversas áreas de la ingeniería, entre ellas para aplicaciones mecánicas [1], médicas [2], en la inspección de estructuras civiles [3], en la industria manufacturera [4], e incluso para la evaluación de materiales no birrefringentes, en cuyo caso se utilizan recubrimientos birrefringentes [5].

Usualmente, el análisis de esfuerzos en fotoelasticidad digital suele desarrollarse de manera estática, donde la estructura se evalúa en condiciones de cargas fijas [6]. Así, problemas de deformación, fracturas, puntos de contacto, factor de concentración de esfuerzos [7], separación de esfuerzos principales [8], y en el desarrollo de sensores [9], han sido abordados. Complementario a ello, la literatura recientemente viene reportando trabajos donde se evidencian ventajas que ofrecen los casos de cargas dinámicas, con respecto a las técnicas convencionales de fotoelasticidad digital. Allí, a diferencia del procesamiento de patrones de franjas estáticos, los algoritmos usan como insumo secuencias de imágenes que contienen patrones de franjas de color que varían tempo-espacialmente. Estos hallazgos han sido generalmente enmarcados en aplicaciones como el análisis de la propagación de fracturas, o de la respuesta de un modelo a un impacto, en la caracterización de esfuerzos residuales [10], en estudios de fatiga [11], evaluación del campo de esfuerzos de objetos en movimiento, para analizar las interacciones entre ondas expansivas y fracturas [12], para caracterizar la dinámica de fracturas en eventos sísmicos [13], para analizar la propagación de ondas

elásticas en procesos de destrucción de cálculos renales [14], y para cuantificar los órdenes de franja en procesos donde los patrones de franja cambian de forma continua [15].

Dentro de las limitaciones que se enmarcan en los trabajos convencionales de fotoelasticidad digital, la simplificación del montaje de adquisición de las franjas, la cuantificación de la información mecánica en zonas de concentración de esfuerzos, evitar el uso de algoritmos de posprocesamiento para el desenvolvimiento de franjas, y evitar la generación de zonas con inconsistencias y ambigüedades han sido algunos de los objetivos que han dado entrada al uso de información temporal del color en el proceso. En esos casos, las nuevas contribuciones evidencian que la forma en cómo cambia el color de las franjas durante la variación de la carga se correlaciona con los valores de esfuerzos, en zonas específicas de la estructura cargada [16]. Allí, algunos de los retos vigentes tienen que ver con la identificación automática de categorías de esfuerzos, a partir de datos del comportamiento temporal del color. Con base en eso, este trabajo propone un estudio computacional, para validar la posibilidad de una metodología para reconocer zonas que experimentan diferentes niveles de concentración de esfuerzos en casos con aplicación incremental de carga, a partir del análisis de trayectorias de píxel, y clustering. Así, los resultados de este trabajo aportan al estado del arte sobre estudios de fotoelasticidad dinámica desde la descripción de tres estrategias para caracterizar zonas con diferente nivel de concentración de esfuerzos, en secuencias de imágenes computacionales de fotoelasticidad.

Dentro de la distribución del documento, la sección dos resume los referentes teóricos necesarios para el desarrollo de la metodología propuesta. La sección tres describe los materiales y métodos. La sección cuatro, los resultados y análisis. Finalmente, la sección cinco presenta las conclusiones y trabajos futuros.

## 2. Marco teórico

### 2.a. Campo de esfuerzos.

El concepto de campo de esfuerzo se podría aproximar como el conjunto de relaciones entre la fuerza aplicada a un cuerpo y cada punto que conforma su área. La distribución y magnitud de estas fuerzas hace que, dependiendo del tipo de material y geometría del cuerpo, su integridad se vea comprometida. En sistemas de coordenadas rectangulares, la distribución de los esfuerzos suele ser presentada por efectos normales ( $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}$ ) y cortantes ( $\tau_{xy}$ ). Siendo los esfuerzos normales los que explican las deformaciones longitudinales del cuerpo, y los esfuerzos cortantes los que explican sus deformaciones geométricas, como indica la Figura 1a. En el caso de aplicaciones de ingeniería, la representación de esfuerzos se suele expresar en términos de magnitudes de esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , para un caso de esfuerzos plano, y dirección de esfuerzo principal  $\theta$ , como se indica en las ecuaciones 1 – 3, y como se representa en la Figura 1. En ese caso, el campo de esfuerzos puede ser considerado como el conjunto de todos los elementos de esfuerzo que se encuentran al interior del cuerpo. De este modo, su evaluación consiste por un lado en hacer visible el efecto de las componentes de esfuerzos, y por otro lado en el desarrollo de técnicas para su cuantificación.

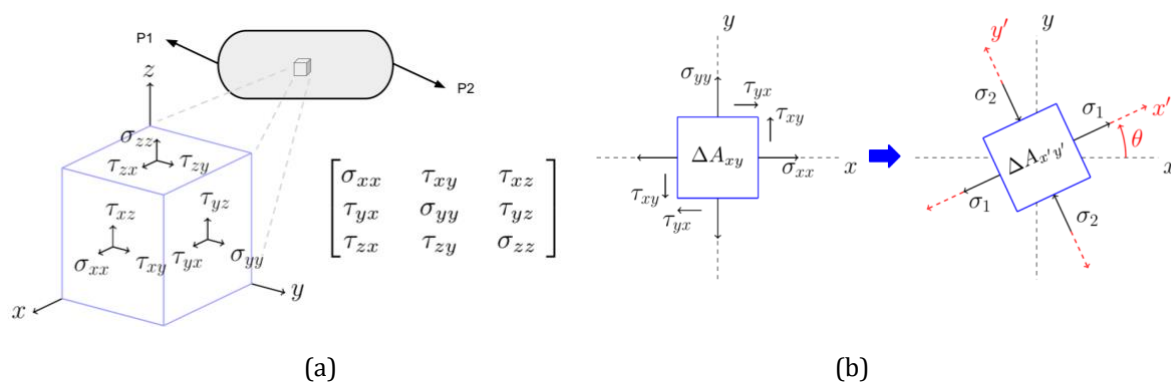


Fig. 1. (a) Representación gráfica del tensor de esfuerzos para un elemento infinitesimal que hace parte de la geometría de una pieza. (b) Detalle de los esfuerzos normales y principales para el mismo elemento infinitesimal, asumiendo el caso de esfuerzos planos.

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (1)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (2)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right). \quad (3)$$

## 2.b. Birrefringencia y ley de esfuerzo óptico.

Dentro de los materiales utilizados en ingeniería, existen algunos que son traslúcidos, y que exhiben dos índices de refracción frente a la presencia de esfuerzos. Este fenómeno se conoce como birrefringencia, e implica que la diferencia de los índices de refracción en cada punto del material es proporcional a la diferencia de los esfuerzos principales que en él se generan, como indica la Ecuación 4 para la ley de esfuerzo óptico [17]. Cuando estos materiales son observados bajo luz polarizada, los rayos que atraviesan cada punto del material experimentan un retardo de fase que es proporcional a los esfuerzos que allí se encuentren, y que además depende de su espesor, sus propiedades ópticas, y la longitud de onda de la luz utilizada.

$$\Delta n = n_1 - n_2 = C(\sigma_1 - \sigma_2) = C\Delta\sigma. \quad (4)$$

## 2.c. Imágenes de fotoelasticidad.

Con base en el fenómeno de birrefringencia, y en el efecto que inducen los esfuerzos dentro de la fase de la luz que viaja a través de un cuerpo cargado, la fotoelasticidad digital utiliza montajes especiales de polarización de la luz, conocidos como polariscopios, para evidenciar la presencia de dichos esfuerzos. En este caso particular, la pieza cargada es irradiada con luz polarizada, y posteriormente analizada con un segundo módulo de polarización. Allí, los desfases que experimentan los rayos de luz, con respecto a los valores de esfuerzos, modifican la intensidad que emerge del montaje, ocasionando la formación de patrones de franjas de color, que luego se registran en imágenes digitales. Esto quiere decir que, para un campo de esfuerzos, los estudios de fotoelasticidad obtienen su representación a través de patrones de franjas de color que se distribuyen de manera específica [18].

En estudios de fotoelasticidad digital, diferentes configuraciones de montajes de polarización han sido reportadas. No obstante, las configuraciones de polariscopio circular son unas de las más versátiles por las posibilidades que brinda al momento de desenvolver la información que se modula en los patrones de franjas de color. La Figura 2 muestra una representación gráfica de un polariscopio circular. Allí, la intensidad de luz que se adquiere por la cámara, además del campo de esfuerzos en la muestra, resulta ser una función de la fuente de iluminación y las rotaciones de los elementos de polarización. Si la fuente de iluminación es blanca, entonces se debe tener en cuenta también la respuesta espectral del sensor de la cámara, y en este caso, se tendrán imágenes a color con patrones de franja..

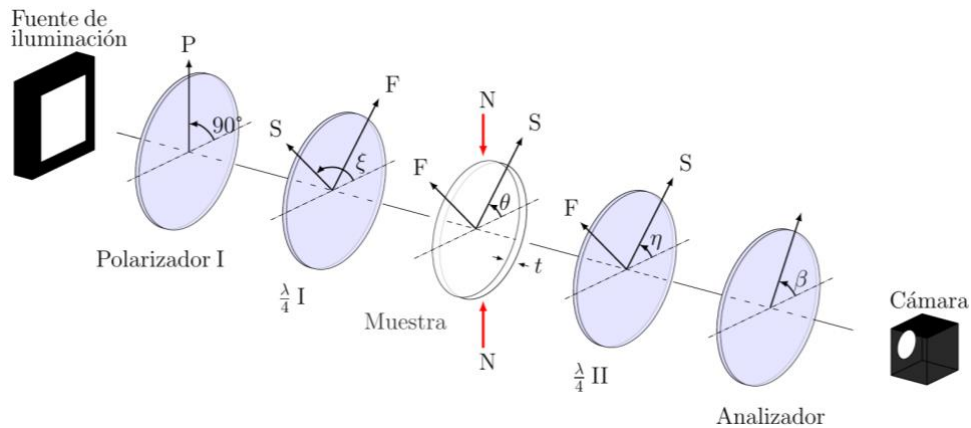


Fig. 2. Representación gráfica de un polariscopio circular. Las letras S y F se refieren a los ejes lento y rápido, respectivamente, de los elementos ópticos del polariscopio. Fuente - elaboración propia.

Al considerar el hecho que, para un montaje de polarización específico, una condición de esfuerzos conduce a un patrón de franjas específico, casos de cargas que varían en el tiempo producen secuencias de imágenes donde los patrones de franjas varían tempo-espacialmente dependiendo de la evolución del campo de esfuerzos, como se ilustra en la Figura 3. Esto indica que, la imagen de fotoelasticidad del campo de esfuerzos resultante se relaciona con las imágenes de campos de esfuerzos en estados de carga anteriores.

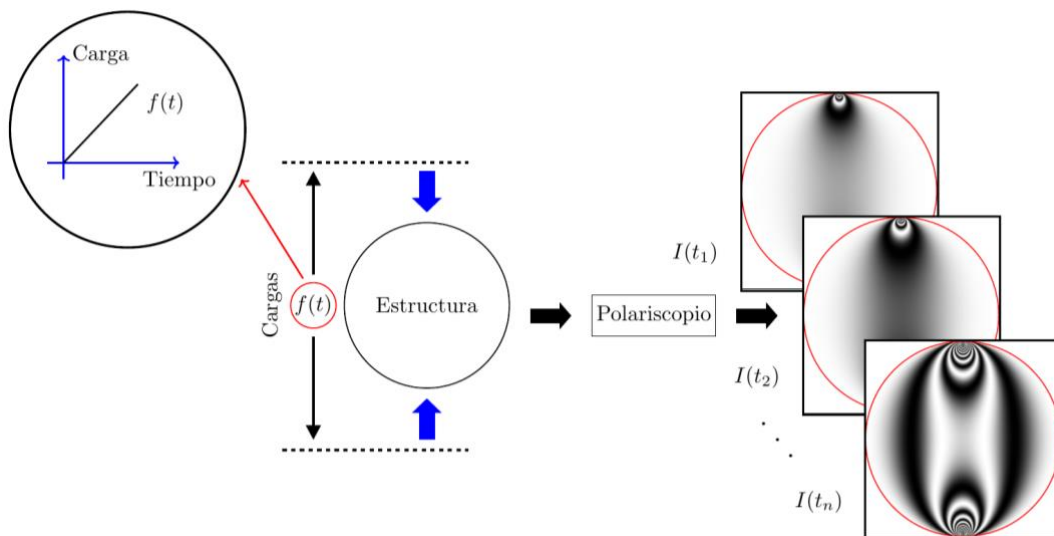


Fig. 3. Imágenes con patrones de franja de diferente densidad, como resultado de considerar una carga incremental aplicada a una estructura birrefringente. Fuente - elaboración propia.

## 2.d. Imágenes computacionales en fotoelasticidad digital.

La implementación de montajes experimentales para la adquisición de imágenes de fotoelasticidad es un proceso que por un lado está limitado por los costos de los instrumentos ópticos, y por otro lado se restringe por todas las variaciones que puedan surgir experimentalmente en torno a las fuentes de iluminación, campos de esfuerzos, rotación de los elementos ópticos, y sensores de cámara. Esto implica, que en cierta manera, la exploración de nuevas técnicas para el análisis de los patrones de franjas se ve afectada por la necesidad de implementaciones experimentales en la adquisición de imágenes. Sin embargo, en estudios de fotoelasticidad se ha hecho común el trabajo con imágenes simuladas computacionalmente [19]. Este proceso es posible mediante el uso de una ecuación de intensidad emergente para una configuración específica del polariscopio, la representación analítica del campo de esfuerzos, y los datos sintéticos del

comportamiento espectral de la fuente de iluminación y la respuesta de la cámara, como se indica en la Figura 4.

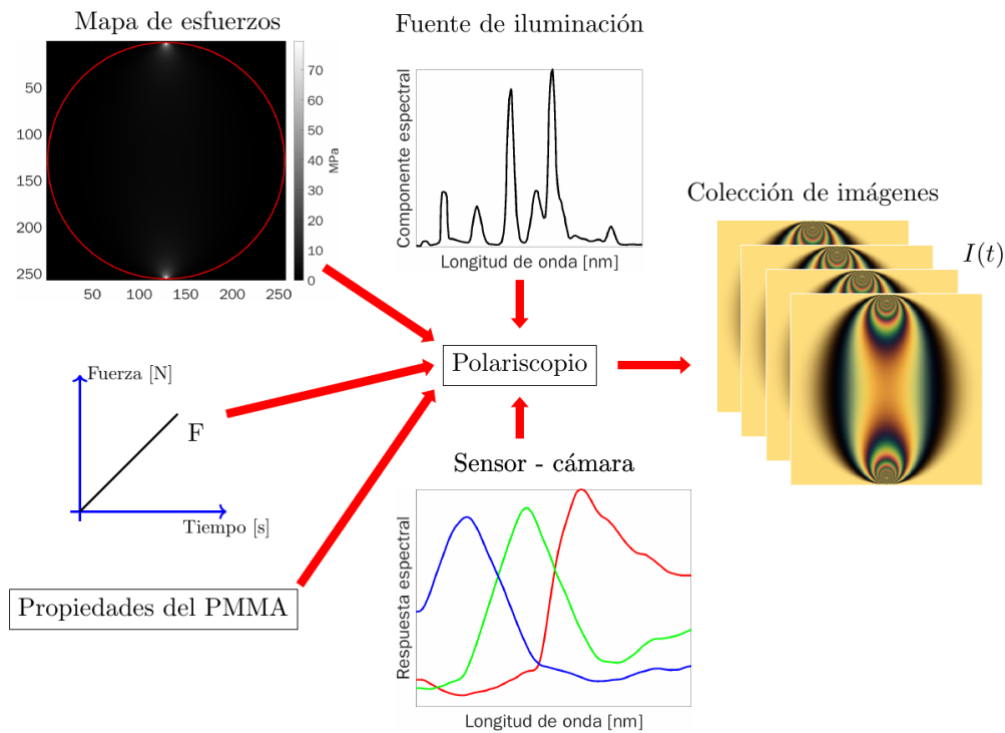


Fig. 4. Factores que intervienen en la generación de imágenes de fotoelasticidad a color.

En el caso de la fuente de iluminación, coeficientes ópticos de materiales y respuesta espectral de la cámara, los datos analíticos son ofrecidos por el proveedor de estos productos. Sin embargo, para la información del campo de esfuerzos, cada geometría y condición de carga tiene su modelo analítico. En estos casos la literatura reporta los modelos analíticos para unos casos de referencia, como se describe a continuación:

- **Disco bajo compresión diametral:** dadas unas coordenadas  $(x, y)$  las ecuaciones 5 y 6 permiten calcular los esfuerzos rectangulares en cada punto de la geometría de este modelo. La ecuación 7 permite calcular los esfuerzos cortantes. En estas expresiones las variables  $R$  y  $h$  se refieren al radio y el grosor del disco, respectivamente; y  $F$  es la carga aplicada al disco, en Newtons.

$$\sigma_x = \frac{-2F}{\pi h} \left\{ \frac{x^2(R-y)}{[(R-y)^2 + x^2]^2} + \frac{x^2(R+y)}{[(R+y)^2 + x^2]^2} - \frac{1}{2R} \right\} \quad (5)$$

$$\sigma_y = \frac{-2F}{\pi h} \left\{ \frac{(R-y)^3}{[(R-y)^2 + x^2]^2} + \frac{(R+y)^3}{[(R+y)^2 + x^2]^2} - \frac{1}{2R} \right\} \quad (6)$$

$$\tau_{xy} = \frac{2F}{\pi h} \left\{ \frac{x(R-y)^2}{[(R-y)^2 + x^2]^2} - \frac{x(R+y)^2}{[(R+y)^2 + x^2]^2} \right\} \quad (7)$$

A partir de los esfuerzos, rectangulares, las ecuaciones 1 a 2 son utilizadas para obtener las componentes de esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , y la dirección del esfuerzo principal  $\theta$ . Con ello, una estimación analítica del retardo de fase es obtenida, utilizando la ley de esfuerzo óptico. Finalmente, las intensidades emergentes

del polariscopio son generadas computacionalmente a partir de la ecuación de la intensidad de la luz que emerge del polariscopio.

- **Placa rectangular finita con muesca tipo 'V' bajo compresión uniaxial:** para este segundo modelo, Kramer presenta las expresiones 8 a 10 para calcular los esfuerzos radial, tangente y cortante, de una placa delgada con una muesca lateral en forma de V de 60° [20].

$$\sigma_{rr}(r, \theta) = \frac{C_f * \sigma_{app} * d^{1-\lambda_0}}{(r^{1-\lambda_0})} \{-\lambda_0(\lambda_0 + 1) * \cos((\lambda_0 + 1) * \theta) + \lambda_0(\lambda_0 - 3) * \frac{\cos((\lambda_0 + 1) * \zeta/2)}{\cos((\lambda_0 - 1) * \zeta/2)} * \cos((\lambda_0 - 1) * \theta)\} \quad (8)$$

$$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta) = \frac{C_f * \sigma_{app} * d^{1-\lambda_0}(\lambda_0 + 1)}{(r^{1-\lambda_0})} \{\cos((\lambda_0 + 1) * \theta) - \frac{\cos((\lambda_0 + 1) * \zeta/2)}{\cos((\lambda_0 - 1) * \zeta/2)} * \cos((\lambda_0 - 1) * \theta)\} \quad (9)$$

$$\sigma_{r\theta}(r, \theta) = \frac{C_f * \sigma_{app} * d^{1-\lambda_0} \lambda_0}{(r^{1-\lambda_0})} \{(\lambda_0 + 1) * \sin((\lambda_0 + 1) * \theta) - (\lambda_0 - 1) * \frac{\cos((\lambda_0 + 1) * \zeta/2)}{\cos((\lambda_0 - 1) * \zeta/2)} * \sin((\lambda_0 - 1) * \theta)\} \quad (10)$$

Aunque estas expresiones están en coordenadas polares, se pueden transformar a coordenadas rectangulares, con lo cual se pueden obtener expresiones análogas a las ecuaciones 1 a 3, y posteriormente evaluar el campo de esfuerzos para este modelo. Las ecuaciones 11 a 13 se utilizan para hacer la transformación de coordenadas polares a rectangulares.

$$\sigma_x = \frac{C_f * \sigma_{app} * d^{1-\lambda_0}}{((\sqrt{x^2 + y^2})^{1-\lambda_0})} \{-\lambda_0(\lambda_0 + 1) * \cos\left((\lambda_0 + 1) * \left(\frac{y}{x}\right)\right) + \lambda_0(\lambda_0 - 3) * \frac{\cos((\lambda_0 + 1) * \zeta/2)}{\cos((\lambda_0 - 1) * \zeta/2)} * \cos\left((\lambda_0 - 1) * \left(\frac{y}{x}\right)\right)\} \quad (11)$$

$$\sigma_y = \frac{C_f * \sigma_{app} * d^{1-\lambda_0}(\lambda_0 + 1)}{((\sqrt{x^2 + y^2})^{1-\lambda_0})} \left\{ \cos\left((\lambda_0 + 1) * \left(\frac{y}{x}\right)\right) - \frac{\cos((\lambda_0 + 1) * \zeta/2)}{\cos((\lambda_0 - 1) * \zeta/2)} * \cos\left((\lambda_0 - 1) * \left(\frac{y}{x}\right)\right) \right\} \quad (12)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{C_f * \sigma_{app} * d^{1-\lambda_0} \lambda_0}{((\sqrt{x^2 + y^2})^{1-\lambda_0})} \left\{ (\lambda_0 + 1) * \sin\left((\lambda_0 + 1) * \left(\frac{y}{x}\right)\right) - (\lambda_0 - 1) * \frac{\cos((\lambda_0 + 1) * \zeta/2)}{\cos((\lambda_0 - 1) * \zeta/2)} * \sin\left((\lambda_0 - 1) * \left(\frac{y}{x}\right)\right) \right\} \quad (13)$$

Las ecuaciones 11 y 12 permiten calcular los esfuerzos rectangulares en cada punto de la geometría de una placa con abertura lateral en V. La Ecuación 13, permite calcular los esfuerzos cortantes. En estas expresiones,  $C_f$  es un ajuste según la geometría,  $\sigma_{app}$  el esfuerzo aplicado,  $d$  es la profundidad de la abertura,



$\lambda_0$  es 0.512221 para una abertura de  $60^\circ$  en V,  $\zeta$  es  $5\pi / 3$  el cual es el material restante después de sacar la muesca en V.

## 2.e. Evaluación convencional del campo de esfuerzos en fotoelasticidad digital

Posterior a la visualización de los esfuerzos a través de patrones de franjas de color, la fotoelasticidad digital tiene como objetivo decodificar la información de las franjas a tal fin de obtener información cuantificable del campo de esfuerzos. En este sentido, lo que la literatura resalta es la necesidad de desarrollar técnicas de evaluación que, por un lado se base en montajes simples de adquisición, y que por otro obtenga información del campo de esfuerzos de manera automática y consistente.

Dentro de los reportes de la literatura, es notable observar la evolución de los estudios de fotoelasticidad digital, desde técnicas basadas en múltiples adquisiciones, algoritmos de desenvolvimiento y corrección de ambigüedades; a técnicas basadas en una única adquisición. La Tabla 1, presenta un resumen de las técnicas convencionales de fotoelasticidad digital, y se hace énfasis en sus ventajas y limitaciones.

Tabla 1. Ventajas y desventajas de técnicas convencionales para evaluar el campo de esfuerzos en estudios de fotoelasticidad digital [21].

Método	Ventajas	Desventajas
Phase shifting	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Permite evaluar parámetros isocromático e isoclínico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se requiere procesamiento adicional para inconsistencias, ambigüedades y desenvolvimiento de fase.</li> <li>- Seis configuraciones ópticas.</li> </ul>
Phase shifting híbrido	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Permite evaluar parámetros isocromático e isoclínico.</li> <li>- Tres configuraciones ópticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se requiere procesamiento adicional para inconsistencias, ambigüedades y desenvolvimiento de fase.</li> </ul>
Load stepping	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Evaluación del parámetro isocromático con una única configuración óptica.</li> <li>- Sin influencia de ambigüedades o inconsistencias.</li> <li>- Dos configuraciones ópticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tres valores de carga, que no desplazan uniformemente los patrones de franja.</li> <li>- Se requiere procesamiento adicional para inconsistencias, ambigüedades y desenvolvimiento de fase.</li> </ul>
Load stepping híbrido	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Evaluación del parámetro isocromático con una única configuración óptica.</li> <li>- Sin influencia de ambigüedades o inconsistencias.</li> <li>- Una única configuración óptica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tres valores de carga, que no desplazan uniformemente los patrones de franja.</li> <li>- Se requiere procesamiento adicional para inconsistencias, ambigüedades y desenvolvimiento de fase.</li> </ul>

## 2.f Estrategias de fotoelasticidad basadas en el comportamiento temporal del color

En algunas aplicaciones en ingeniería, como aquellas relacionadas con la dinámica de fracturas [22], o en estudios de fatiga [23], debe considerarse no sólo un único valor de carga, si no una carga que varía siguiendo algún patrón monótonico o cíclico. En términos de un estudio basado en fotoelasticidad, en estos casos el insumo es una secuencia de imágenes con patrones de franja, donde se tienen señales que describen variaciones en las intensidades de píxel, en ubicaciones específicas de las imágenes. Estas ubicaciones

corresponden a puntos dentro de la geometría del modelo evaluado. A continuación se mencionan algunas estrategias representativas, donde se han evaluado variaciones en las intensidades de píxel, en estudios de fotoelasticidad dinámica.

En el documento referenciado [24], se evaluaron variaciones en las intensidades de píxel, en los espacios de color RGB y HSV, en secuencias de imágenes donde una película plástica deformable era sometida a carga por tensión. Los autores hallaron que considerar trayectorias de píxel en el espacio de color HSV, puede conducir a un mayor desempeño al momento de reconocer zonas con diferentes niveles de concentración de esfuerzos durante los experimentos de aplicación de carga. En [19] se cuantificaron sumatorias de variaciones de color en los canales rojo, verde y azul, en secuencias de imágenes de fotoelasticidad donde se observaba la aplicación de carga incremental a un disco bajo compresión diametral. Como resultado, los autores hallaron que las sumatorias eran diferentes según la ubicación espacial considerada del disco. Y como resultado, fueron capaces de reconocer zonas con diferente concentración de esfuerzos en las muestras evaluadas.

En [25] se evaluaron trayectorias de color en secuencias de imágenes de fotoelasticidad donde se observaba la aplicación de carga a películas plásticas termodeformables. Como resultado, los autores hallaron una correlación entre las variaciones de las intensidades de píxel en las secuencias de imágenes, y la zona, elástica o plástica, en que se hallaba la película, durante el experimento de aplicación de carga. En [26] se cuenta el número de veces que una trayectoria de píxeles supera su valor promedio, junto con información de la pendiente en el extremo de la trayectoria, para determinar el retardo de fase. En este enfoque no se considera el procesamiento de una colección de imágenes con desplazamientos entre sus patrones de franja, si no que el retardo de fase se calcula directamente a partir de variaciones de píxel que se obtienen de una secuencia de imágenes de fotoelasticidad, adquiridas con una única configuración óptica.

Dentro de los trabajos considerados, surgen algunas limitaciones que devienen de la necesidad de enmarcar la señal temporal del color por un lado, dentro de un análisis de conteo de crestas y valles según la onda senoidal que se genera por la formación y desplazamiento de los patrones de franjas dentro de las imágenes, y por otro lado, por la necesidad de ubicar la señal dentro de un sistemas  $n$ -dimensional de características que puedan ser separables a través de una estrategia de clasificación supervisada. Esto ha hecho que identificaciones rápidas de zonas con concentración de esfuerzos dependan en gran medida de la capacidad de llevar a cabo todos los procesos anteriores. En virtud a ello, este trabajo se ha propuesto el objetivo de contribuir con la identificación de zonas de concentración de esfuerzos mediante el análisis puntual de trayectorias de color provenientes de ubicaciones específicas en casos de fotoelasticidad dinámica.

Para este objetivo, este trabajo asume una trayectoria de color como la variación temporal de las intensidades de píxel en una ubicación espacial  $(x, y)$ , a través de una secuencia de imágenes. Bajo esta perspectiva, si las intensidades provienen de imágenes en escala de grises, las trayectorias generadas resultan bidimensionales (2D). Por el contrario, si las intensidades provienen de imágenes a color, las trayectorias generadas resultan tridimensionales (3D). Para el caso de una única ubicación espacial  $(x, y)$ , esta caracterización produce un vector de  $1 \times n$  elementos, siendo  $n$  el número de imágenes en la secuencia. Si se consideran imágenes RGB, entonces por cada ubicación espacial se obtendrían tres vectores; uno para cada componente de color de las imágenes evaluadas, como ilustra la Figura 5 para una secuencia de imágenes a color.

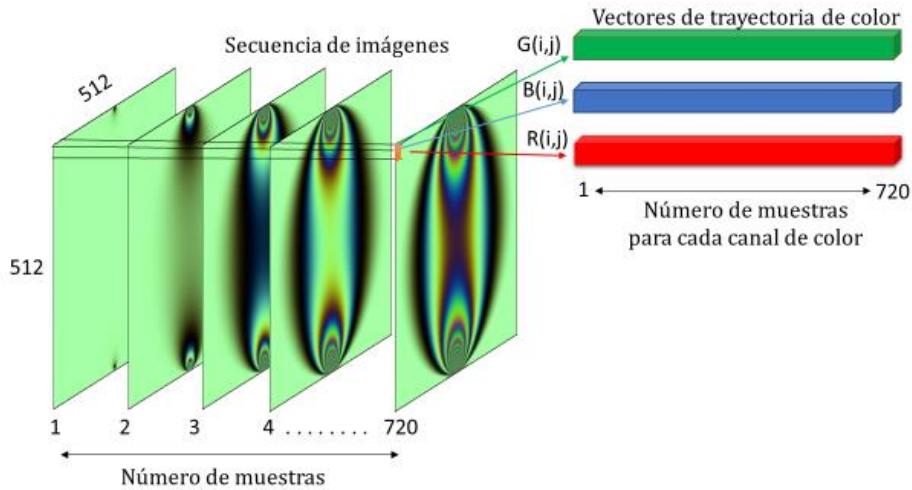


Fig. 5. En colores, rojo, verde y azul, vectores donde se cuantifica las intensidades de píxel para una ubicación espacial (i,j) en una secuencia de 720 imágenes de fotoelasticidad digital.

Como estrategia de representación de la información, este trabajo almacena cada trayectoria como una fila dentro de una matriz de datos. Así, por un lado, se genera una matriz de datos por cada componente de color, y por otro lado, las dimensiones de esa matriz corresponden a la cantidad de posiciones total en las imágenes, y a la cantidad de frames dentro de la secuencia, como se ilustra en la Figura 5.

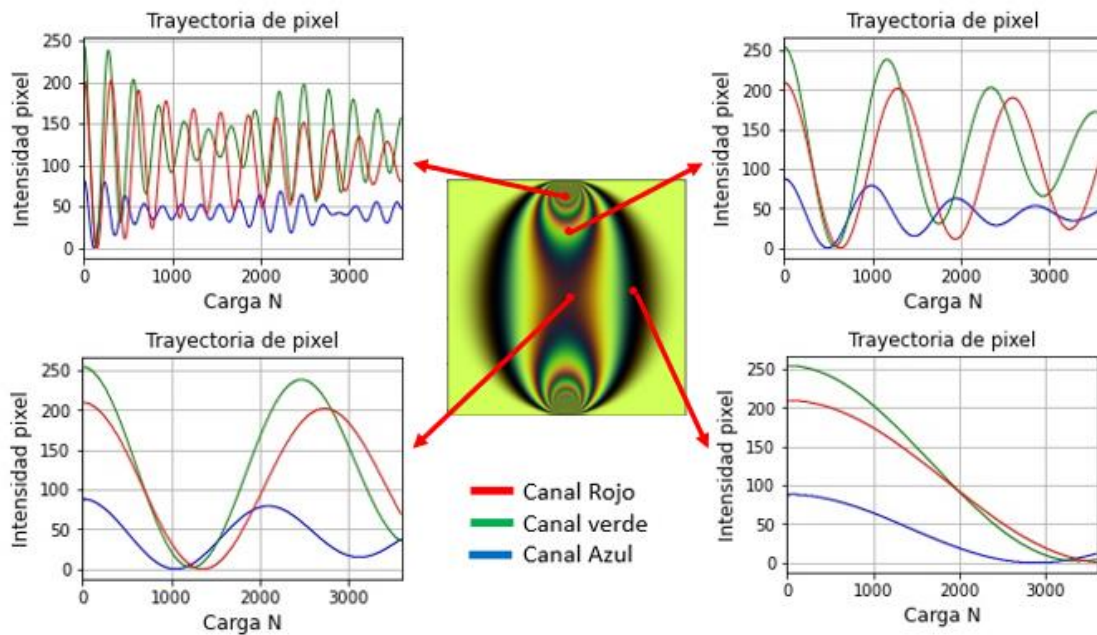


Fig. 6. Cuatro ubicaciones espaciales en un disco bajo compresión, junto con trayectorias de píxel asociadas a esas ubicaciones, dado un experimento donde se aplica carga incremental al disco: de 1 a 3500 Newtons.

## 2.g. Análisis de movimientos mediante histogramas de desplazamientos orientados

Este método, propuesto por Gowayyed y sus colegas, cuantifica los valores de la pendiente  $\mu$ , para todos los puntos adyacentes en un vector. De esta forma, si se tiene un vector de datos con dinámicas temporales,  $P_t$  representa la posición en el tiempo  $t$ . Así, para cada par de posiciones  $P_t$  y  $P_{t+1}$ , se calcula la dirección del ángulo  $\theta$  que hay entre estas dos posiciones, mediante la Ecuación 14.

$$\mu = \frac{P_{t+1} * y_2 - P_t * y_1}{P_{t+1} * x_2 - P_t * x_1} \quad (14)$$

En ese caso, el valor obtenido corresponde con la pendiente, y posterior a ello se lleva a cabo el cálculo del arco tangente de esta fracción para obtener un vector de valores de ángulos entre 0 y 360 grados. Con esta información se construye una tabla de frecuencias de aparición de cada ángulo, y paralelamente se obtiene un histograma. La visualización gráfica de estas frecuencias se denomina Histograma de Desplazamientos Orientados, o HOD, acrónimo propuesto por Gowayyed y sus colegas para este método [27].

La Figura 7 muestra en (a), una representación gráfica del análisis en dos puntos  $P_t$  y  $P_{t+1}$ , en una trayectoria de píxeles. Así mismo, la parte (b) de la figura muestra el HOD asociado a esa trayectoria.

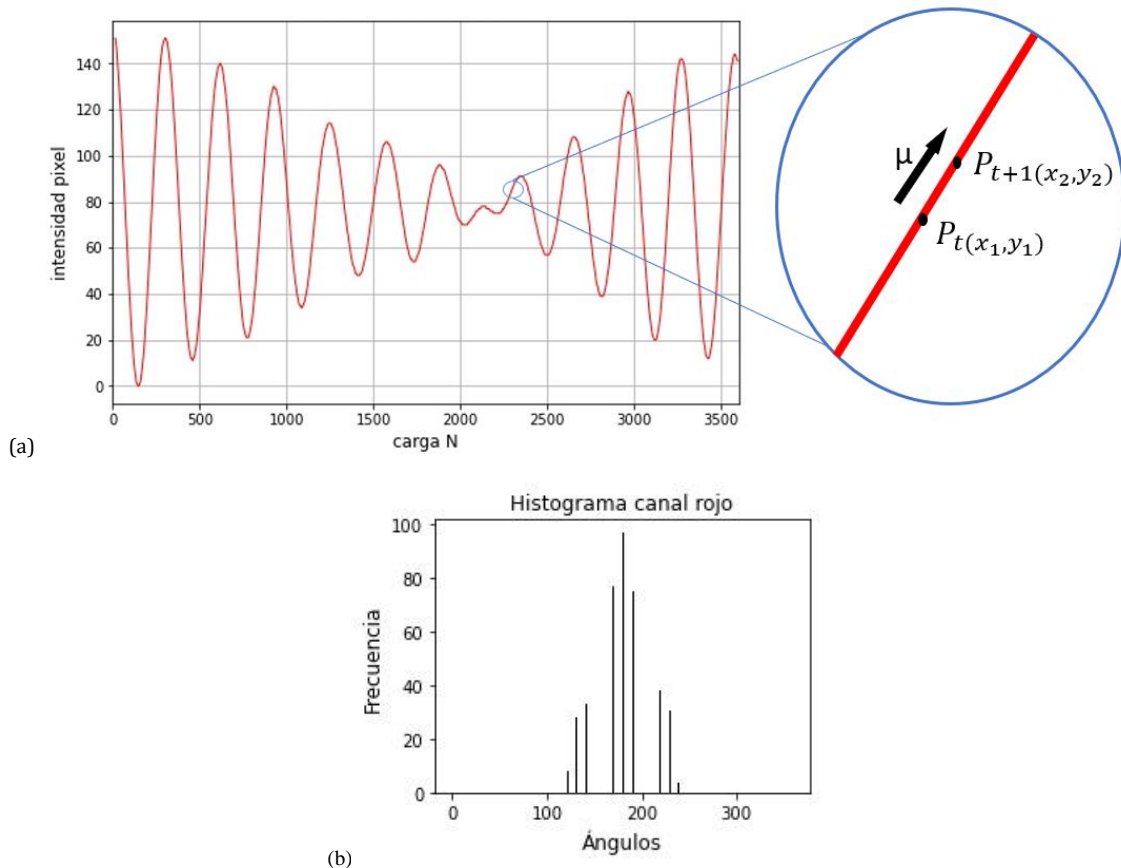


Fig.7. (a) Ejemplo de una trayectoria de píxel, y acercamiento a dos puntos dentro la trayectoria. (b) Histograma HOD asociado a la trayectoria (a).

Adicional al uso de los histogramas HOD, también se considera la desviación estándar de los valores en dicho histograma. De esta forma, se consideran tanto las frecuencias con que ocurre cada posible ángulo en la trayectoria de píxel, como las variaciones en los valores de los ángulos.

En estudios de fotoelasticidad, el problema de caracterizar trayectorias de píxel ha sido abordado mediante las ecuaciones de Frenet-Serret, en secuencias de imágenes a color [28]. A diferencia del enfoque basado en Frenet-Serret, una caracterización basada en los histogramas HOD, implica contar la frecuencia con que las trayectorias de píxel exhiben determinadas direcciones, y no se asume que las trayectorias se pueden describir en términos de ningún modelo paramétrico.

### 3. Materiales y métodos

Dado el objetivo de este trabajo, el cual se enmarca en la posibilidad de identificar zonas de concentración de esfuerzos en materiales bajo cargas, mediante el análisis de las dinámicas de las trayectorias de color, y mediante la integración de una técnica para la caracterización de las dinámicas; la metodología propuesta contempla la generación de secuencias de imágenes sintéticas tomando como base la simulación de un ensayo de compresión según la aplicación de carga incremental a dos modelos analíticos, y según su observación mediante un polariscopio circular. Adicionalmente, se caracterizan trayectorias de píxeles en secuencias de imágenes de los modelos considerados, y finalmente las trayectorias se agrupan para reconocer zonas en los modelos con comportamiento dinámico similar. En las siguientes subsecciones se presentan detalles de las simulaciones y de las imágenes computacionales resultantes. Para todos los experimentos, se van a generar secuencias de 720 imágenes RGB computacionales, para la configuración  $I_1$  y para un experimento de PS.

#### 3.a. Modelos analíticos considerados

Los modelos evaluados son el disco bajo compresión diametral y la placa finita bajo compresión, la cual tiene una muesca lateral con forma de V. El material considerado para ambos modelos es el polimetilmetacrilato -PMMA-. La Figura 8 muestra representaciones gráficas de los dos modelos considerados en este trabajo. Se asume un análisis de esfuerzos planos.

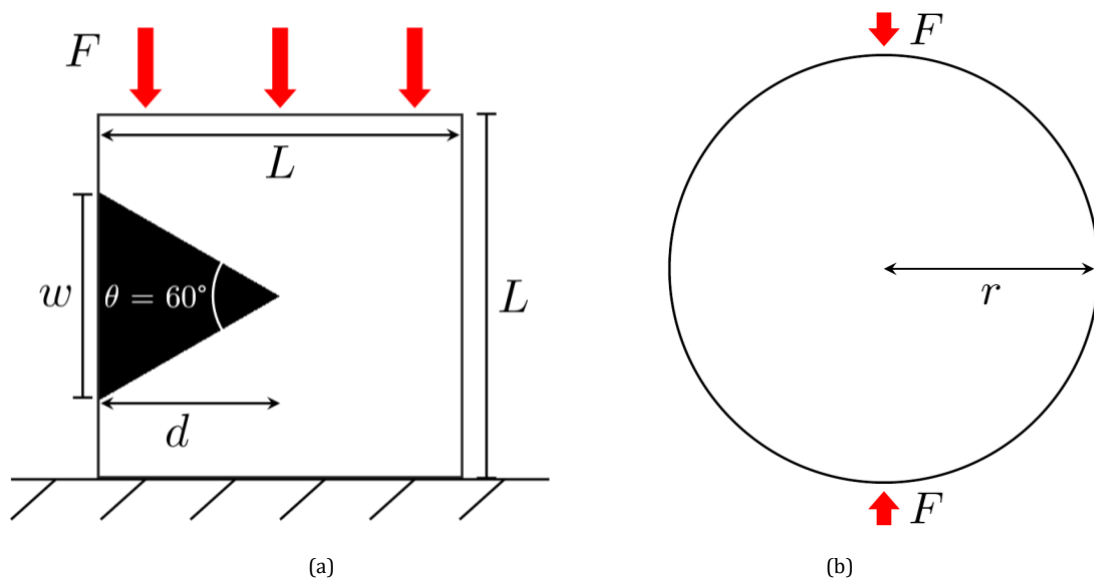


Fig. 8. (a) Representación gráfica de una placa de PMMA con una muesca lateral en V, y bajo tensión uniaxial. B) Representación gráfica de un disco bajo compresión diametral. Fuente de las imágenes - elaboración propia.

Seguidamente, la Tabla 2 muestra las especificaciones geométricas de los modelos considerados, y de los experimentos computacionales de fotoelasticidad.

TABLA 2. Especificaciones de las muestras, y del experimento computacional de fotoelasticidad.

Parámetro	Especificaciones- modelo disco.	Especificaciones – modelo placa.
Material	PMMA	PMMA
espesor	10 mm	10 mm
Radio	25 mm	-----
Ancho y largo	-----	12.7 y 12.7 mm
Tamaño de las imágenes	512 x 512 píxeles	512 x 512 píxeles
Coefficiente óptico	$4.38 \times 10^{-12} \text{ m}^2 / \text{N}$	$4.38 \times 10^{-12} \text{ m}^2 / \text{N}$
Carga aplicada	0 a 3600 N	0 a 3000 N

### 3.b. Generación computacional de secuencias de imágenes

Se generan imágenes computacionales donde se simula la aplicación de carga a los modelos descritos previamente, y su visualización a través de un polariscopio circular. El resultado de estas simulaciones son imágenes computacionales RGB con patrones de franja. Para generar estas imágenes se consideró el sensor de una cámara RGB ThorLabs con referencia DCC3260C. Las características espectrales de este sensor se muestran en la Figura 9(a). Se consideraron además 3 fuentes de iluminación: una incandescente, una fluorescente y una láser. Las características espectrales de estas fuentes se muestran en (b). El rango de longitudes de onda considerado va desde 390 hasta 760 nm. Todas las imágenes evaluadas en este trabajo son a color y tienen una profundidad de 8 bits por píxel.

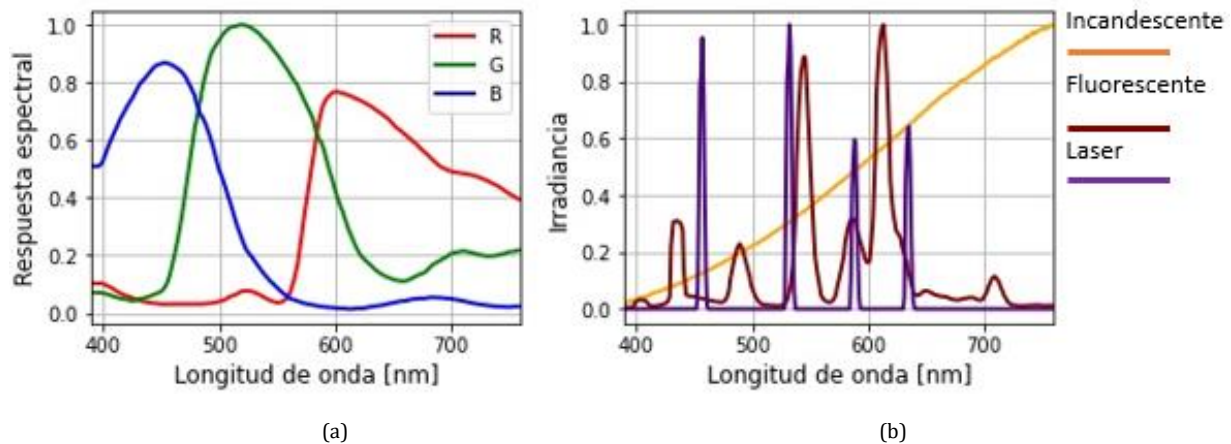


Fig.9. (a) Respuesta espectral del sensor DCC3260C. (b) Espectro de emisión de las fuentes lumínicas incandescente, fluorescente y láser.

### 3.c. Análisis de trayectorias de color

Se generaron secuencias de 720 imágenes a color, para simular la aplicación de carga incremental a los modelos. En el caso del disco, la carga aumenta linealmente desde 1 hasta 3600 Newtons. Para el caso de la placa, la carga aumenta desde 1 hasta 3000 Newtons. A partir de las secuencias de imágenes, se obtienen matrices con información sobre las variaciones de intensidad de los píxeles al interior de los modelos evaluados. Estas matrices se obtienen utilizando el procedimiento descrito en la Subsección 2.e. A modo de ejemplo, la Figura 10 (a) muestra una imagen computacional generada con una fuente de iluminación fluorescente. La carga que experimenta el disco en la imagen es de 3000 Newtons. No obstante, se asume que esta imagen proviene de una secuencia de 720 imágenes.

Las gráficas en (b) muestran tres trayectorias de píxel asociadas al punto P1 = (256, 15) al interior del disco. Estas gráficas muestran que, a pesar de que la carga aplicada al disco se incrementa de forma lineal, las intensidades de píxel en cada canal de color no siguen necesariamente un patrón de oscilación que exhiba un aumento o disminución de carácter monotónico.

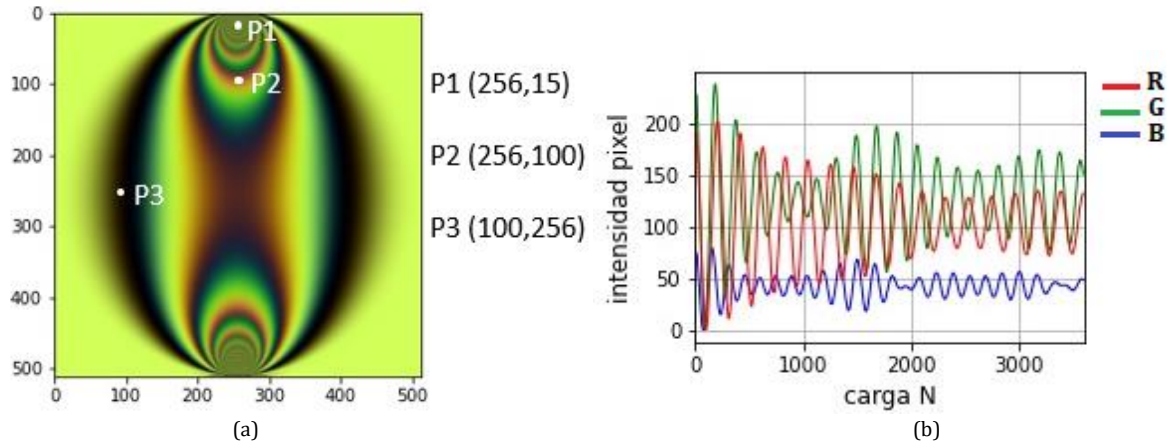


Fig. 10. Intensidades de píxel de los canales RGB para el punto P1 = (256, 15) de un disco bajo compresión diametral. El punto donde se evalúa la trayectoria se muestra en (a), mientras que (b) muestra las intensidades para los canales rojo, verde y azul, a través de una secuencia de 720 imágenes.

### 3.d. Caracterización y reconocimiento de zonas con concentración de esfuerzos

Para caracterizar las trayectorias de píxel se utilizarán las estrategias de caracterización que se describieron en la Subsección 2.e. Independientemente de la estrategia, el resultado de caracterizar una secuencia de píxeles es una matriz de características de  $m \times n$ , donde  $m$  es el número de píxeles evaluados al interior del modelo, y  $n$  es un número que puede ser un múltiplo de 720 o 1, dependiendo de la caracterización.

#### 3.d.1. Matrices resultantes al caracterizar por trayectorias de intensidad de píxel

Cuando una secuencia de imágenes se caracteriza utilizando intensidades de píxel, se obtiene como resultado una matriz de tamaño  $m \times 2160$ . La variable  $m$  es igual al número de píxeles al interior del modelo evaluado. El valor 2160 resulta de concatenar horizontalmente las matrices que se obtienen para cada canal de color.

#### 3.d.2. Matrices resultantes al caracterizar mediante el método HOD

La caracterización de una única ubicación espacial con este método, produce vectores de longitud 360. Cuando una secuencia de imágenes se caracteriza utilizando esta estrategia, se obtiene como resultado una matriz de tamaño  $m \times 1080$ . Nuevamente, la variable  $m$  es igual al número de píxeles al interior del modelo evaluado. El valor 1080 se obtiene al concatenar horizontalmente las matrices que se obtienen para cada canal de color.

#### 3.d.3. Matrices resultantes al caracterizar mediante desviación estándar de los histogramas HOD

Cuando se caracteriza una secuencia de imágenes utilizando este enfoque, la matriz de características tiene tamaño  $m \times 1$ . Este último valor se obtiene porque a cada fila en la matriz de características que se obtiene con el método HOD, se le calcula su respectiva desviación estándar.

### 3.d.4. Agrupamiento de las muestras en la matriz de características

El resultado de las tres estrategias de caracterización mencionadas hasta este punto es una matriz de características. En el contexto de un problema de reconocimiento de patrones, esta matriz es una base de datos con muestras que no tienen etiquetas de clase.

Desde el punto de vista del experimento de fotoelasticidad, cada fila de esta matriz es una señal, que representa la dinámica de los píxeles para una ubicación espacial específica dentro del modelo. Y cada columna representa una intensidad de píxel para un valor de carga. Estas señales se agruparán utilizando el método de clustering de  $k$ -means, con  $k = 4$ . El resultado de aplicar el clustering es que a cada fila de la matriz de características se le asigna un identificador o índice. Debido a que cada señal se asocia con una ubicación espacial dentro del modelo, entonces visualmente, el resultado del clustering produce una segmentación. Visualmente, las zonas del modelo que quedan con el mismo índice asignado por el clustering, son zonas donde la evolución de las intensidades de píxel es similar.

### 3.d.5. Validación de resultados

Para evaluar la validez de la segmentación que se obtiene con el clustering, es necesario hacer una comparación con algún tipo de referencia. Para definir esta referencia para el modelo del disco, Briñez identificó 4 zonas con diferentes niveles de concentración de esfuerzos [16]. A partir de un mapa con la diferencia de esfuerzos principales, Briñez aplicó una carga de 3600 N al disco, y posteriormente detectó zonas donde la diferencia se agrupaba en alguna de las siguientes categorías:

- Zonas donde la diferencia de esfuerzos principales es superior al 80% del límite elástico del PMMA, que es alrededor de 70 MPa. Así, a las zonas donde la diferencia de los esfuerzos principales es superior a 56 MPa se les denominó zonas de concentración de esfuerzos críticos.
- Zonas de concentración de esfuerzos altos, donde la diferencia de esfuerzos principales está entre el 40% y el 80% del límite elástico del PMMA.
- Zonas de concentración de esfuerzos medios. Aquellas donde la diferencia  $\sigma_1 - \sigma_2$  está entre el 10 y el 40% del límite elástico.
- Zonas de concentración de esfuerzos bajos, donde la diferencia de esfuerzos principales es inferior al 10% del límite elástico del material.

Para efectos ilustrativos, la Figura 11 muestra en color, las zonas con diferentes niveles de concentración de esfuerzos para un disco de PMMA con radio igual a 50 mm, grosor de 10 mm, y carga aplicada de 3600 N. Análogamente, la imagen a la derecha muestra la imagen con las mismas cuatro zonas de concentración, esta vez para el modelo de la placa. En este último caso, la fuerza por tracción aplicada fue de 3000 N.

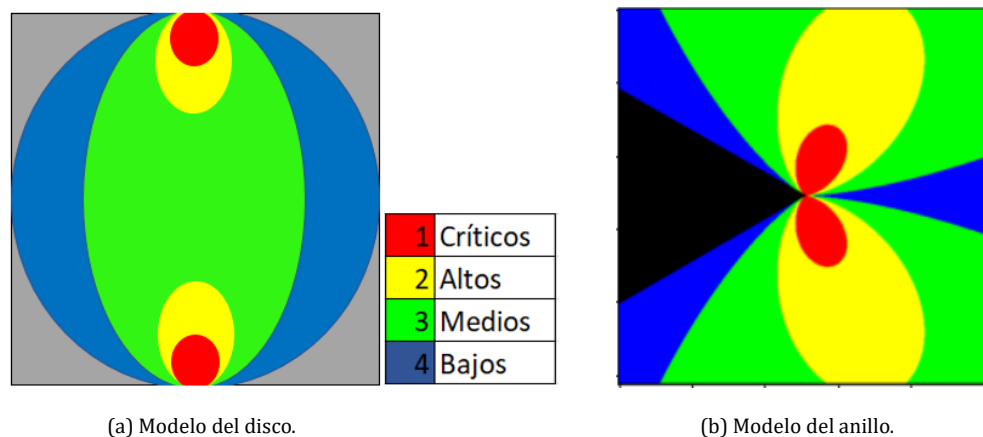


Fig.11. Imagen de la distribución de los esfuerzos en la muestra circular con 4 categorías de esfuerzos.



Seguidamente, la Figura 12 muestra de forma separada, y en color blanco, las zonas que aparecen con diferente color en la Figura 8. Las imágenes en la parte inferior muestran las zonas para el modelo de la placa. Cada una de estas imágenes es una imagen binaria, que se utilizará como referencia, para evaluar el desempeño de las estrategias de caracterización consideradas en este trabajo. En todos los casos, lo que se ve de color gris corresponde al fondo: a regiones que están por fuera de la geometría del modelo.

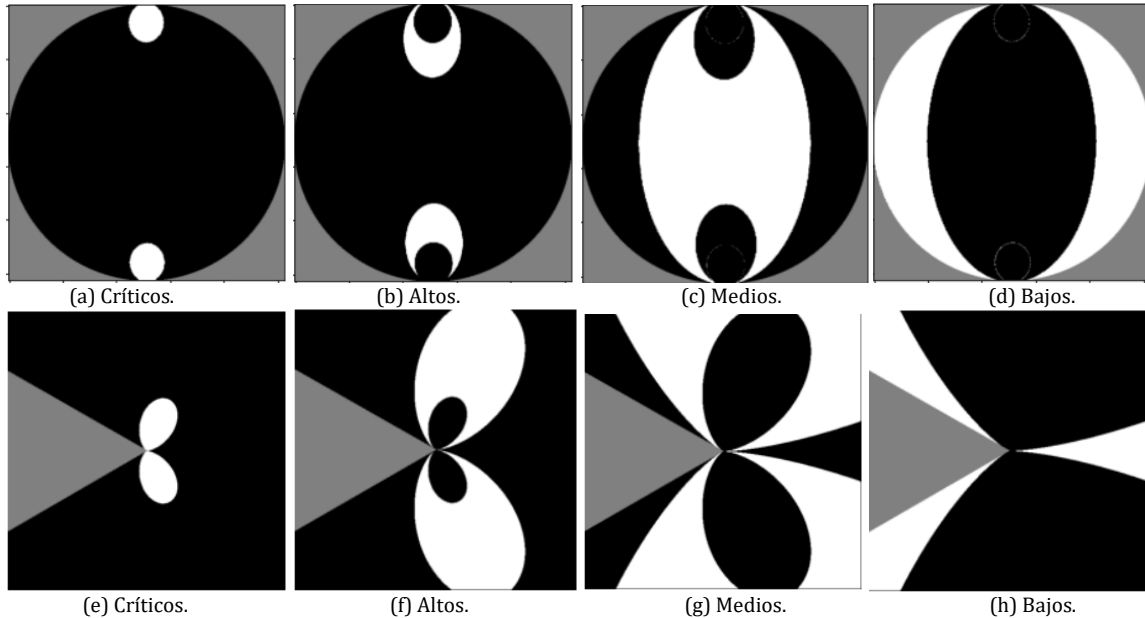


Fig.12. Detalle de las zonas con diferente concentración de esfuerzos, que se utilizarán para validar los resultados del clustering. De izquierda a derecha, las zonas son de concentración de esfuerzos críticos, altos, medios y bajos. Las zonas de arriba corresponden al modelo del disco, y las de abajo al de la placa.

En las segmentaciones que se obtienen mediante clustering, siempre quedan 4 zonas. De forma manual se determina qué nivel de concentración de esfuerzos tienen estas zonas: críticos, altos, medios o bajos. Para el caso del disco, se tiene en cuenta la proximidad de las regiones detectadas por el clustering a los puntos de aplicación de carga.

Para el caso de la placa se tiene en cuenta la proximidad a la muesca. Al final de esta determinación, del clustering se obtienen cuatro imágenes binarias, que se comparan según el modelo y zona con concentración de esfuerzos, con una de las imágenes en la Figura. La comparación se hace utilizando el índice de Sørensen-Dice [23]. Dadas dos imágenes binarias A y B, el índice de Sørensen-Dice se calcula mediante la ecuación 15.

$$SDI(A, B) = \frac{2|A \cap B|}{|A| + |B|} \quad (15)$$

Este índice sirve para calcular la similitud entre las dos imágenes binarias, y proporciona un valor que varía entre 0 y 1, siendo 1 el indicador de que se compararon dos imágenes binarias exactamente iguales.

## 4. Resultados y análisis

### 4.a Colección de imágenes sintéticas

La Figura 13 muestra ejemplos de las imágenes computacionales generadas para este trabajo. En las imágenes (a) a (d) se utilizó la fuente fluorescente.

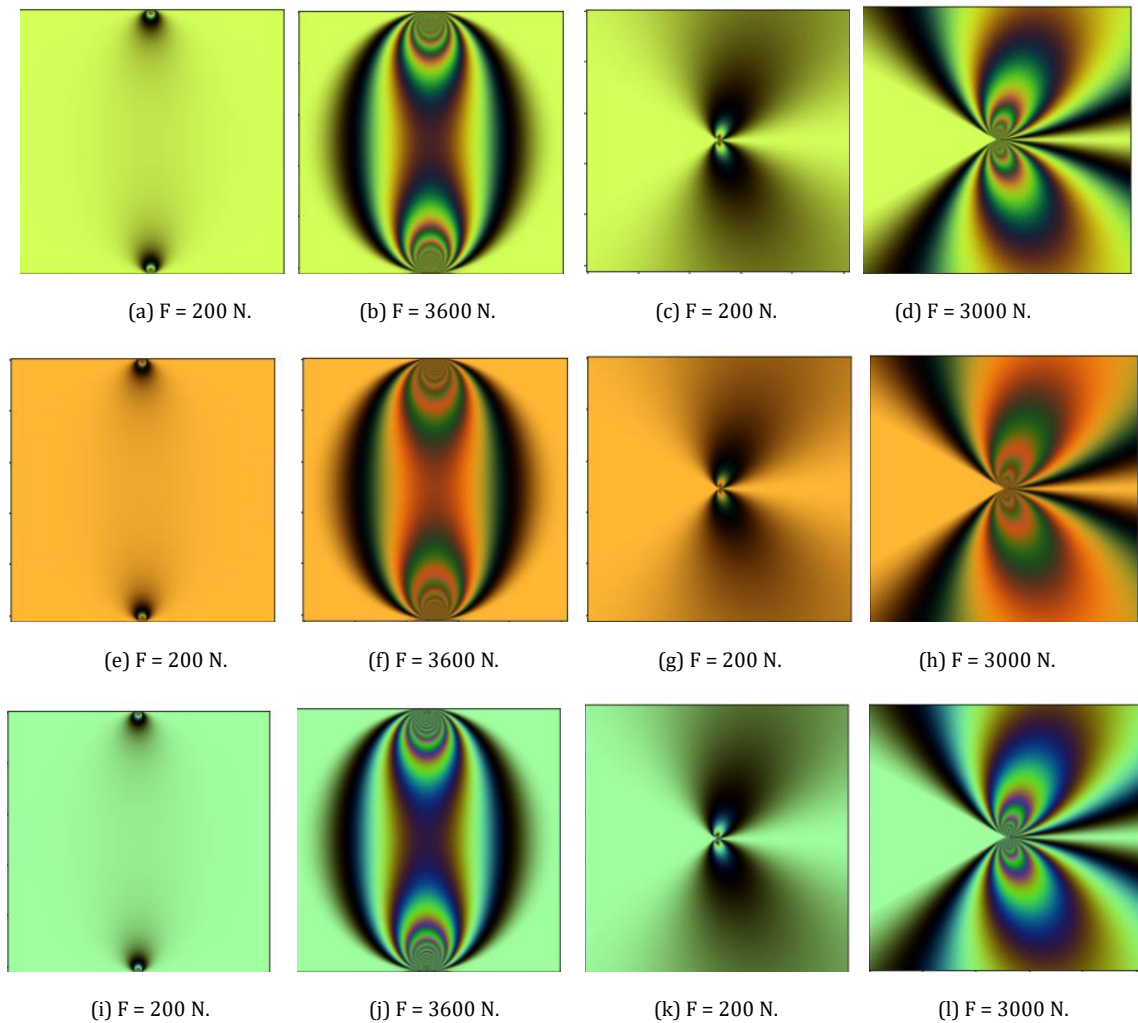


Fig. 13. Ejemplos de imágenes computacionales con patrones de franja, como las utilizadas en este trabajo.

Para las imágenes (e) a (h) se empleó una fuente fluorescente, y para las imágenes (i) a (l) se utilizó una fuente de iluminación láser. Las características espectrales de estas fuentes se presentaron en la Figura 9. Lo que es importante en estas imágenes, es que cuando la carga aplicada es alta, la definición de los patrones de franja disminuye y en la zona de mayor concentración de esfuerzos los patrones de franja están tan próximos entre sí, que la zona que constituyen empieza a verse uniforme. Esta uniformidad es importante porque de hecho también es característica de las zonas de los modelos donde la concentración de esfuerzos es baja.

#### 4.b. Trayectorias de color y análisis de concentración de carga en las trayectorias de píxel

La Figura 14 muestra en (a) una imagen del disco bajo compresión diametral y tres puntos seleccionados de forma manual en la geometría de éste. Las gráficas (b), (c) y (d) muestran los valores de píxel para los canales de color R, G y B, considerando la secuencia de 720 imágenes donde la carga aumenta de forma lineal desde 1 hasta 3600 N. Se consideran los tres canales de color rojo, verde y azul. La fuente de iluminación utilizada fue una láser.

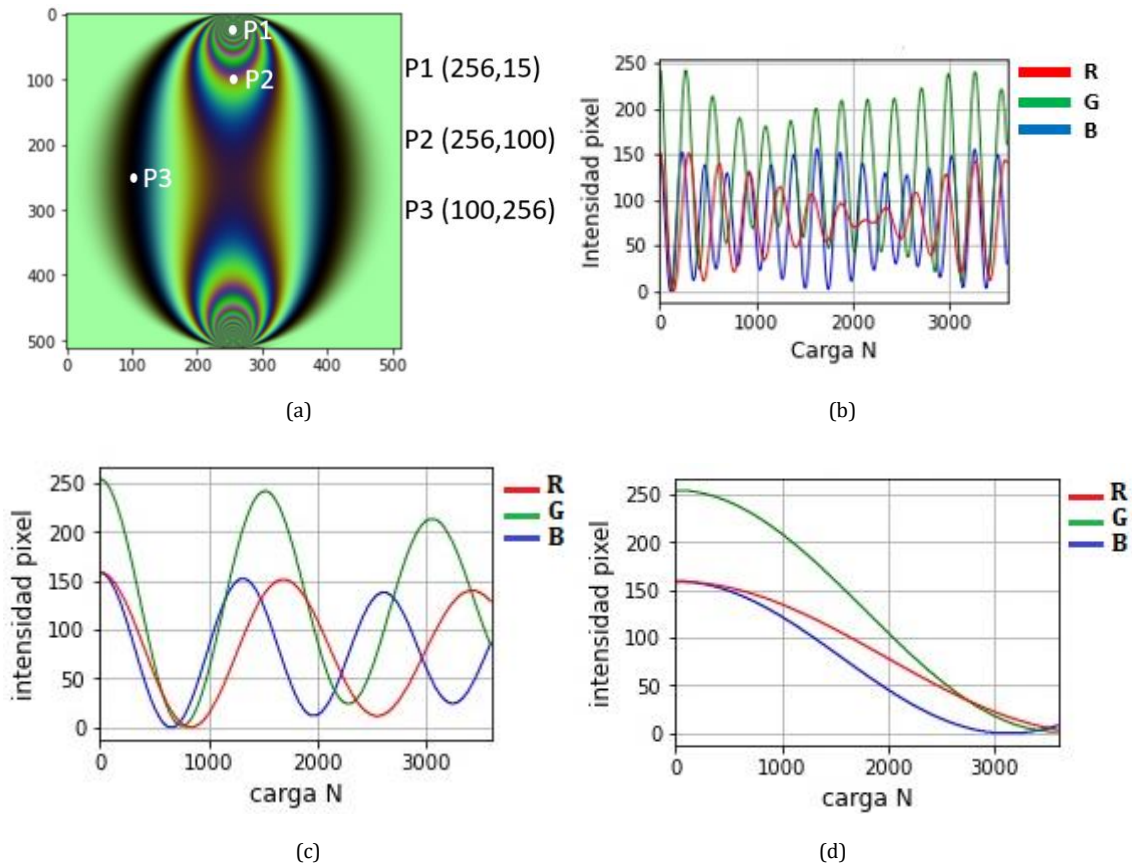


Fig. 14. Tres ubicaciones espaciales al interior de un disco bajo carga de 3600 N. En (b), (c) y (d), se muestran las trayectorias de píxel para los puntos P1 = (15,256), P2 = (256,100) y P3 = (100,256), respectivamente.

Lo que es importante en las gráficas para los puntos P1, P2 y P3, es la diferencia en las amplitudes y oscilaciones de las trayectorias de píxel. A medida que aumenta la carga, y la ubicación  $(x, y)$  considerada, se aleja del punto de aplicación de carga, las oscilaciones de las trayectorias disminuyen. Otro aspecto a considerar es que las oscilaciones para el canal de color azul son comparativamente menores que para los otros dos canales de color.

La Figura 15 muestra nuevamente el disco, y las mismas tres ubicaciones espaciales de la Figura 14. Sin embargo, esta vez la fuente de iluminación considerada es la incandescente. Nuevamente, se observa que las oscilaciones de las trayectorias de píxel disminuyen a medida que aumenta la carga aplicada al modelo. Respecto al caso de la fuente láser, ahora las mayores amplitudes de las trayectorias se observan para el canal de color rojo.

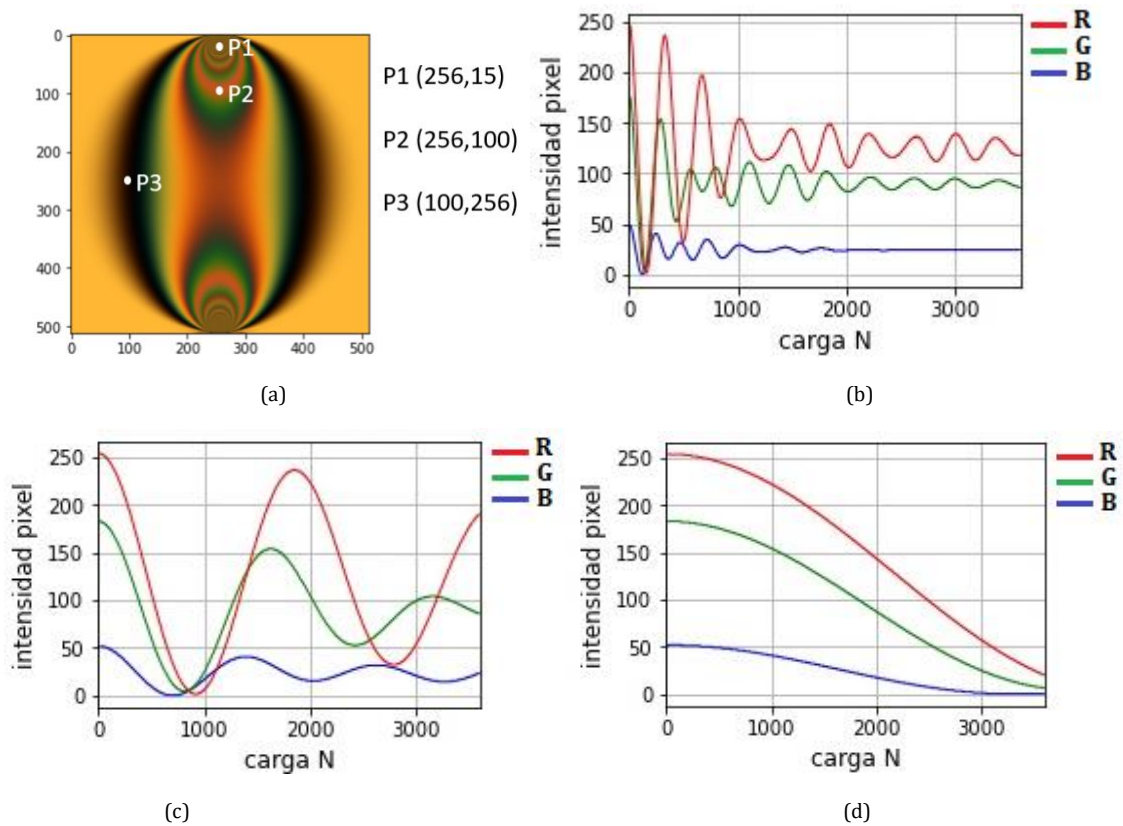


Fig. 15. (a) Disco bajo compresión diametral. En (b), (c) y (d) se muestran las trayectorias de píxel para los puntos P1, P2 y P3, los cuales se ubican en las coordenadas  $(x, y) = (256, 15)$ ,  $(256, 100)$  y  $(100, 256)$ , respectivamente. La fuente de iluminación utilizada fue la incandescente.

Una comparación entre las señales en las gráficas para los puntos P1, P2 y P3 de las Figuras 14 y 15, muestra que las oscilaciones de las trayectorias de píxel son menores en el punto P1, donde el disco experimenta menos concentración de esfuerzos. Sin embargo, las oscilaciones de las trayectorias pueden disminuir debido a la interacción entre las características espectrales de la fuente de iluminación y el sensor. Este hecho puede verse al comparar las trayectorias para el canal de color azul en las gráficas (b) y (d).

#### 4.c. Agrupamiento de trayectorias de color según HOD y clusters

La figura 16 muestra el resultado de aplicar clustering para obtener 4 grupos donde las dinámicas de las trayectorias de píxel son similares. Para el caso del disco, la matriz de características a la que se le aplicó clustering, tenía un tamaño de  $207371 \times 2160$  elementos. El primer valor denota el número de píxeles al interior del disco. El segundo valor se obtiene luego de concatenar las trayectorias para los canales de color rojo, verde y azul. Las regiones con el mismo color son aquellas cuyo comportamiento dinámico es similar. Para ambos modelos, los píxeles en la zona que se ve de color negro representan el fondo en la secuencia de imágenes, y no se procesan con el clustering.

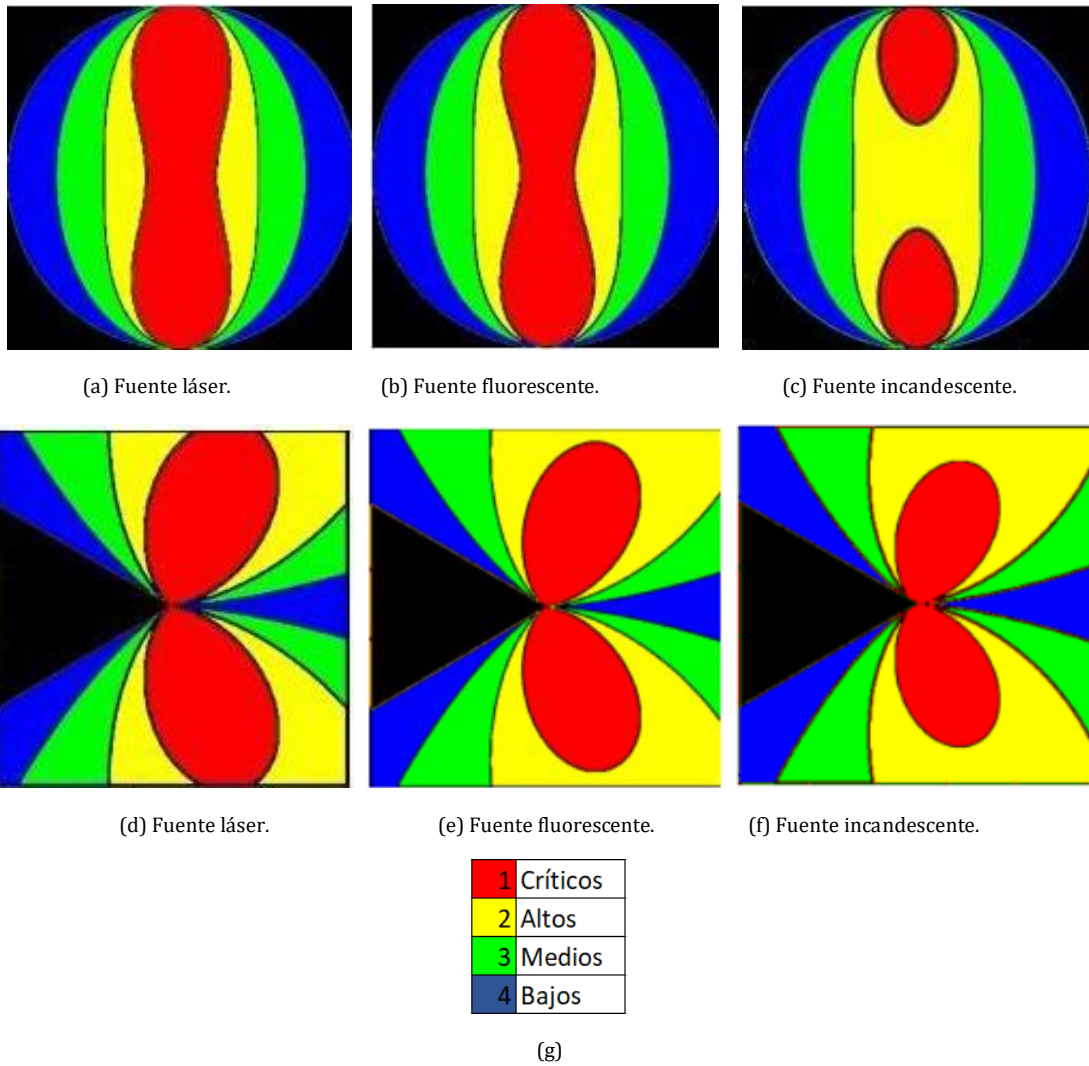


Fig.16. Resultado de aplicar clustering a las dinámicas de color en RGB considerando en (a) y (d) la fuente láser, en (b) y (e) la fuente fluorescente, y en (c) y (f) la fuente incandescente. (g) Convención de colores para denotar las zonas con diferente nivel de concentración de esfuerzos.

Los resultados de este primer experimento de clustering indican que la caracterización basada en las intensidades de píxel reconoce zonas con diferente comportamiento dinámico. A pesar de que el experimento es el mismo, las zonas que se reconocen dependen de la fuente de iluminación.

#### 4.d. Agrupamiento de trayectorias de color según HOD y SD

Aplicando el método HOD se generan los histogramas de desplazamientos orientados para cada canal de color. La Figura 17 muestra en (a), un punto para el cual se aplica el método HOD. Las gráficas (b), (c) y (d) muestran los histogramas que se obtienen para las trayectorias asociadas al punto P1, para los canales de color verde, rojo y azul, respectivamente.

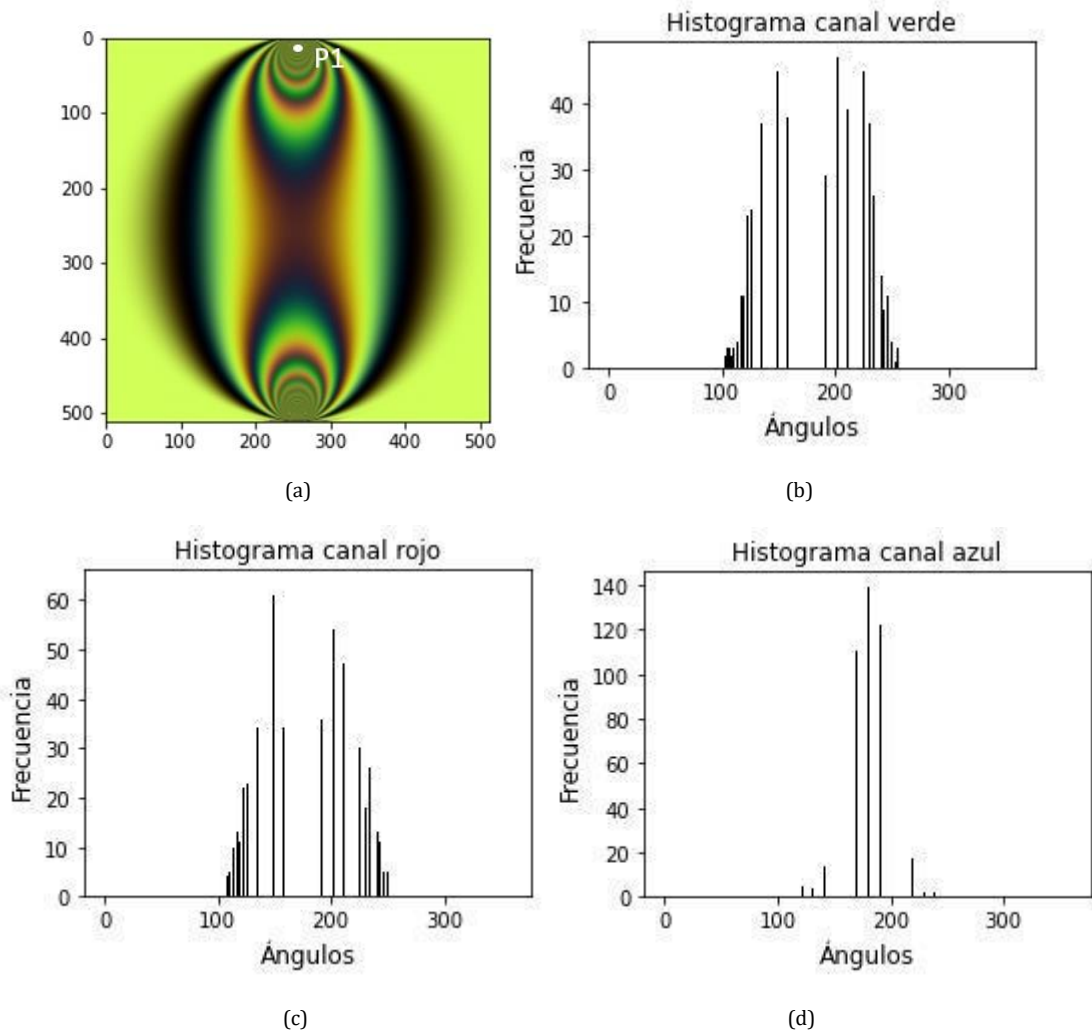
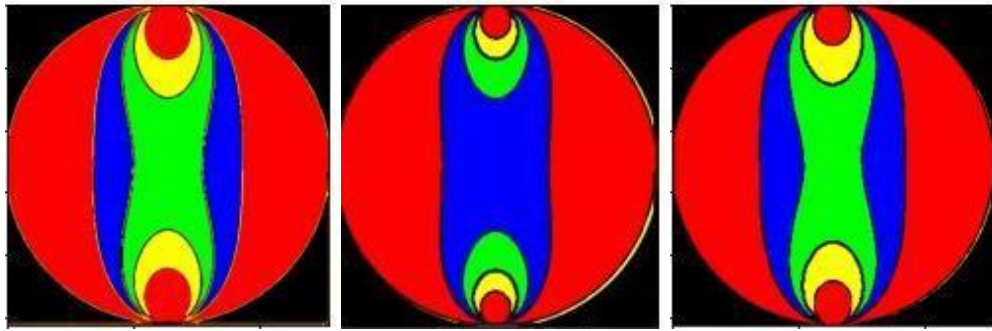


Fig. 17. Histogramas de desplazamientos orientados para los 3 canales de color considerando en el punto  $P1 = (256, 15)$  para el modelo del disco. En (a) se muestra dicho punto, mientras que (b), (c) y (d) muestran los histogramas resultantes al aplicar el método HOD al punto P1, en una secuencia de 720 imágenes. En este caso, se consideró la fuente de iluminación fluorescente.

Los histogramas en la Figura 17 indican que los ángulos que se cuantificaron para las trayectorias de píxel, para los tres canales de color, se concentran alrededor de un número comparativamente bajo dentro de los 360 posibles valores teóricos. Una posible explicación para este comportamiento, puede ser la cercanía del punto evaluado a la zona de aplicación de carga. La alta concentración de esfuerzos, y consecuentemente de franjas, causa que las trayectorias exhiban pocas oscilaciones, tal y como se evidenciaba en las Figuras 14 y 15.

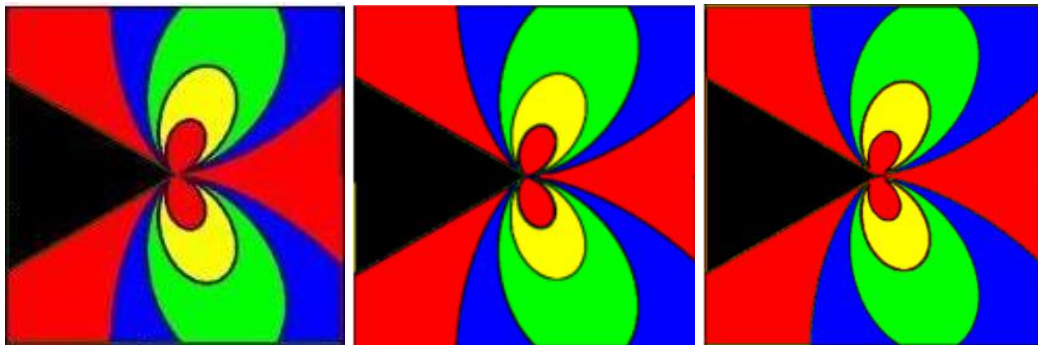
A concatenar las matrices de características para los tres canales de color se obtuvo una nueva matriz de 207371 x 1080 elementos. La Figura 18 muestra el resultado del clustering para identificar zonas con diferentes comportamientos dinámicos con el método HOD.



(a) Fuente láser.

(b) Fuente fluorescente.

(c) Fuente incandescente.



(d) Fuente láser.

(e) Fuente fluorescente.

(f) Fuente incandescente

1	Críticos
2	Altos
3	Medios
4	Bajos

(g)

Fig 18. Resultado de aplicar clustering a los histogramas obtenidos con el método HOD, considerando en (a) y (d) la fuente láser, en (b) y (e) la fuente fluorescente, y en (c) y (f) la fuente incandescente. (g) Convención de colores para denotar las zonas con diferente nivel de concentración de esfuerzos.

En estas imágenes se observa que el método HOD tiene problemas de desempeño, y que reconoce como zonas con un comportamiento dinámico similar, a aquellas cercanas al punto de aplicación de carga, pero también a las zonas en los bordes exteriores izquierdo y derecho del disco. Este resultado se observó para las tres fuentes de iluminación. En otras palabras, la caracterización basada en HOD condujo al reconocimiento de zonas de alta y baja concentración de esfuerzos como zonas con un comportamiento dinámico similar. Esto puede deberse a que el método HOD cuantifica las frecuencias con que aparecen diferentes ángulos en las trayectorias de píxel.

Pero estos ángulos dependen de las oscilaciones de las trayectorias evaluadas, y estas oscilaciones pueden ser similares en zonas con niveles de concentración de esfuerzos alta y baja, tal y como se observó en las Figuras 14 y 15.

#### 4.e. Clustering aplicado a secuencias caracterizadas con la desviación estándar en el método HOD

En un tercer experimento, a las filas en la matriz de características obtenidas con el método HOD, se les calculó la desviación estándar. Ahora la matriz de características tiene 207371 x 1 elementos. Los resultados de aplicar clustering a estas nuevas matrices de características, se muestran en la Figura 19.

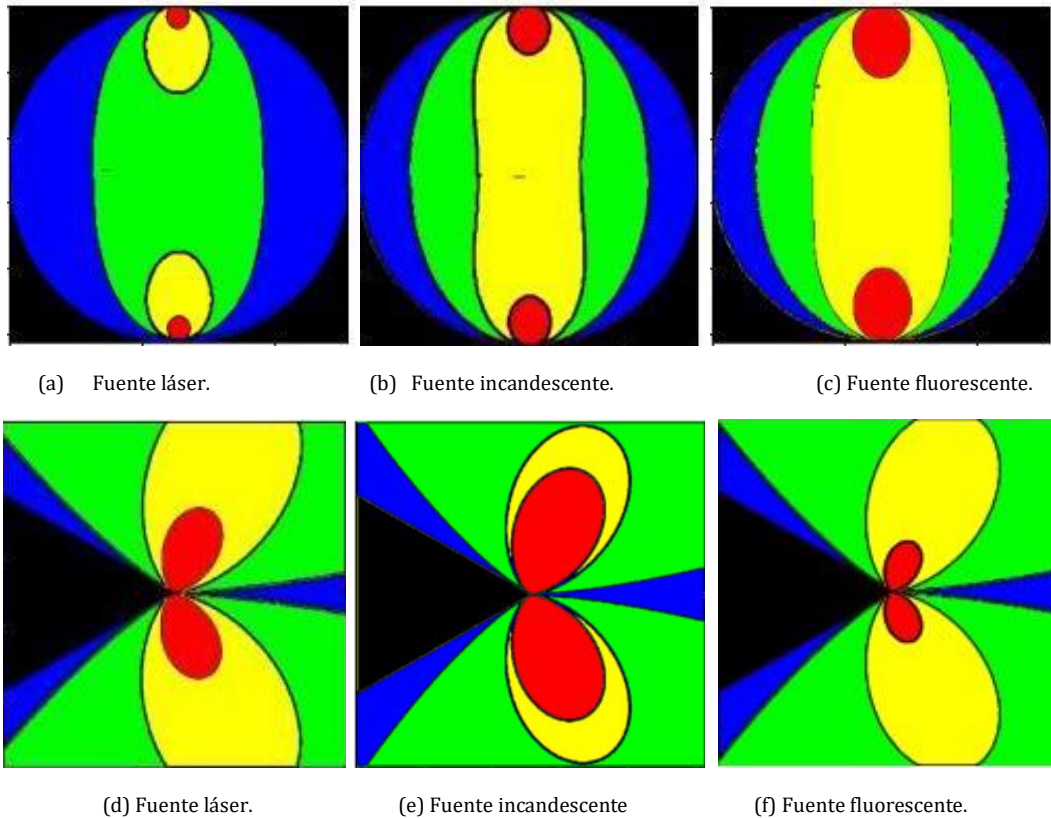


Fig 19. Resultado de aplicar clustering a los histogramas obtenidos con la desviación estándar de los histogramas HOD, considerando en (a) y (d) la fuente láser, en (b) y (e) la fuente incandescente, y en (c) y (f) la fuente fluorescente. La convención de colores para denotar las zonas con diferente nivel de concentración de esfuerzos es la misma que en los casos anteriores.

Un resultado importante con esta caracterización es que permitió la detección de zonas que visualmente, se parecen más a las zonas de referencia presentadas en la Figura 11. Considerando lo que se calcula con el método HOD, y con la desviación estándar, se podría argumentar que, en los experimentos considerados, una estrategia para reconocer las zonas con diferente concentración de esfuerzos es considerar información sobre qué tanta variabilidad hay en los ángulos que describen las trayectorias de píxel en los tres canales de color. Esta información es diferente a la que proporcionan por ejemplo sólo las trayectorias de píxel, en cuyo caso el clustering agrupa señales considerando cambios temporales de intensidad de píxel.

#### 4.f. Validación de las segmentaciones obtenidas con el clustering

La Tabla 3 muestra los valores del índice de Sørensen-Dice, obtenidos al comparar las regiones segmentadas vía clustering, con las regiones de referencia presentadas en la Figura 19 para el modelo del disco. En esta tabla se hace distinción de las zonas con diferente concentración de esfuerzos, las estrategias de caracterización y la fuente de iluminación.



TABLA 3. Evaluación de las segmentaciones obtenidas vía clustering, considerando las cuatro zonas con diferente concentración de esfuerzos y las tres estrategias de caracterización. Modelo del disco bajo compresión.

Fuente de iluminación	Estrategia de caracterización	Nivel de concentración de esfuerzos				Promedio - Índice Sørensen-Dice
		Crítico	alto	medio	bajo	
Láser	Trayectorias - intensidades de píxel	0.766	0.767	0.534	0.782	<b>0.712</b>
	Método HOD	0.513	0.872	0.684	0.491	<b>0.631</b>
	Método HOD + desviación estándar	0.953	0.937	0.863	0.827	<b>0.895</b>
Fluorescente	Trayectorias - intensidades de píxel	0.664	0.767	0.513	0.764	<b>0.677</b>
	Método HOD	0.416	0.908	0.477	0.369	<b>0.542</b>
	Método HOD + desviación estándar	0.855	0.670	0.495	0.752	<b>0.693</b>
Incandescente	Trayectorias - intensidades de píxel	0.742	0.716	0.576	0.751	<b>0.696</b>
	Método HOD	0.485	0.935	0.598	0.418	<b>0.609</b>
	Método HOD + desviación estándar	0.842	0.764	0.571	0.752	<b>0.732</b>

Una comparación entre los valores promedio de la última columna de la tabla, muestra que la caracterización basada en la desviación estándar de los histogramas calculados con el método HOD, fue la que permitió la segmentación de zonas más parecidas a sus respectivas referencias. Los valores en las columnas restantes indican que, de forma general, las zonas con concentración de esfuerzos críticos y altos fueron las que se logró reconocer más claramente que las otras dos zonas.

Esta tabla también indica que el reconocimiento con mayor desempeño se logró con la fuente de iluminación láser, y que la combinación fuente de iluminación - estrategia de caracterización Método HOD + desviación estándar, fue específicamente la que condujo al mejor desempeño de reconocimiento de las zonas con diferente nivel de concentración de esfuerzos.

La Tabla 4 muestra los valores del índice Sørensen-Dice para el caso de la placa bajo tensión uniaxial.

Una comparación entre esta tabla y la Tabla 3, indica que el desempeño de las estrategias de caracterización fue de forma general más bajo para el modelo de la placa que para el modelo del disco.

Por otra parte, se observa que nuevamente el cálculo de la desviación estándar para el método HOD y la fuente láser, fue el que produjo las segmentaciones más similares a las de referencia.

TABLA 4. Evaluación de las segmentaciones para las tres estrategias de caracterización, modelo de la placa bajo tensión uniaxial.

Fuentes de iluminación	Estrategia de caracterización	Nivel de concentración de esfuerzos				Promedio - Índice Sørensen-Dice
		Crítico	alto	medio	bajo	
Láser	Trayectorias - intensidades de píxel	0.609	0.497	0.624	0.844	<b>0.643</b>
Laser	Método HOD	0.568	0.744	0.361	0.524	<b>0.419</b>
Laser	Método HOD + desviación estándar	0.847	0.804	0.896	0.841	<b>0.847</b>
Fluorescente	Trayectorias - intensidades de píxel	0.688	0.518	0.622	0.870	<b>0.675</b>
Fluorescente	Método HOD	0.585	0.732	0.345	0.515	<b>0.544</b>
Fluorescente	Método HOD + desviación estándar	0.866	0.870	0.730	0.836	<b>0.826</b>
Incandescente	Trayectorias - intensidades de píxel	0.725	0.606	0.623	0.879	<b>0.708</b>
Incandescente	Método HOD	0.569	0.714	0.336	0.492	<b>0.528</b>
Incandescente	Método HOD + desviación estándar	0.741	0.751	0.707	0.787	<b>0.747</b>

## 5. Conclusiones y trabajo futuro

En este trabajo se realizó un análisis computacional de las concentraciones de esfuerzos en piezas birrefringentes asociadas a estudios de fotoelasticidad digital, mediante la descripción y agrupación de dinámicas de color. Para esto, secuencias de imágenes computacionales de fotoelasticidad fueron generadas, allí se simuló la aplicación de carga incremental a dos modelos: disco bajo compresión diametral, y la placa con muesca en forma de V, estando la placa bajo compresión. Las dinámicas de los píxeles al interior de estos modelos se representaron utilizando tres estrategias de caracterización. A las matrices que resultaron de la caracterización, se les aplicó clustering, lo cual permitió reconocer zonas con diferentes niveles de concentración de esfuerzos al interior de los modelos. Como principales conclusiones de estos análisis, se mencionan las siguientes:

Con el análisis de las dinámicas del color, y con la representación de los histogramas orientados fue posible distinguir en ambos modelos, zonas con diferentes niveles de concentración de esfuerzos. Se encontró que el tamaño y forma de las zonas identificadas dependen de la fuente de iluminación considerada, y también de la estrategia de caracterización.

Con este trabajo se observó también que, zonas donde la carga aumenta poco o aumenta críticamente, pueden ser reconocidas como zonas con niveles de concentración de esfuerzos similares. Una posible explicación para este hecho es que las intensidades de píxel en una zona con alta concentración de esfuerzos, y consecuentemente con alta densidad de franjas, tienden a exhibir regularidad. Y esta regularidad también es característica de zonas con baja concentración de franjas.

Finalmente, dentro de los hallazgos encontrados, se puede decir que la implementación del método de los histogramas de desplazamientos orientados, si bien había sido utilizado con éxito en aplicaciones de reconocimiento de acciones, no se había utilizado previamente en aplicaciones de fotoelasticidad digital, en donde ha mostrado resultados prometedores en términos de la evaluación del campo de esfuerzos

mediante montajes de adquisición sencillos. Esto sugiere que la caracterización del comportamiento dinámico en experimentos de fotoelasticidad digital podría abordarse mediante el uso de descriptores dinámicos pensados originalmente para otro tipo aplicaciones, en problemas de procesamiento de imágenes.

Como trabajo futuro, será necesario seguir buscando nuevas y más robustas estrategias de caracterización, y validar los resultados computacionales en secuencias de imágenes experimentales.

## **Agradecimientos**

Este trabajo fue realizado gracias al apoyo del programa Jóvenes Investigadores e Innovadores ITM 2021 del Instituto Tecnológico Metropolitano.