

An illustration of a vintage open-top car with a black canopy and spoked wheels parked in a field. In the foreground, a man in a dark suit and a woman in a red dress are having a picnic on a white blanket. The man is sitting cross-legged, holding a glass, while the woman is leaning over. Various picnic items like a basket, plates, and a thermos are scattered on the blanket. The background shows a fence and trees under a light sky.

## SESION 22

# ANÁLISIS DE FIABILIDAD DE EQUIPOS

# CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

FIABILIDAD

MANTENIBILIDAD

# ZEN DE LA SESIÓN



龍虎山  
圖  
石  
桂





**SI HACES PLANES PARA UN AÑO, SIEMBRA  
ARROZ. SI LOS HACES POR DOS, PLANTA  
ÁRBOLES. SI LOS HACES PARA TODA LA  
VIDA, EDUCA A UNA PERSONA.**

**PROVERBIO CHINO**

# INTRODUCCIÓN

La teoría de la fiabilidad es el conjunto de teorías y métodos matemáticos y estadísticos, procedimientos y prácticas operativas que, mediante el estudio de las leyes de ocurrencia de fallos, están dirigidos a resolver problemas de previsión, estimación y optimización de la probabilidad de supervivencia, duración de vida media y porcentaje de tiempo de buen funcionamiento de un sistema.

Tiene sus orígenes en la aeronáutica (seguridad de funcionamiento). Un paso significativo se dio en Alemania cuando se trabajó con el misil V1. Von Braun consideraba erróneamente que en una cadena de componentes, cuyo buen funcionamiento era esencial para el correcto funcionamiento del conjunto, la probabilidad de fracaso dependía exclusivamente del funcionamiento del componente más débil.

Erich Pieruschka (matemático del equipo) dio vida a la fórmula de la fiabilidad del sistema a partir de la fiabilidad de los componentes, que permite afirmar que la fiabilidad del conjunto es siempre inferior a la de sus componentes individuales.

Posteriormente en el sector militar en EEUU, para garantizar el funcionamiento de sistemas electrónicos y finalmente en el industrial, para garantizar la calidad de los productos y eliminar riesgos de pérdidas valiosas, dieron el impulso definitivo para su paulatina implantación en otros campos.

# DEFINICIONES BÁSICAS

**-Fallo:** Es toda alteración o interrupción en el cumplimiento de la función requerida.

**-Fiabilidad** (de un elemento): Es la probabilidad de que funcione sin fallos durante un tiempo (t) determinado, en unas condiciones ambientales dadas.



# DEFINICIONES BÁSICAS

**-Mantenibilidad:** Es la probabilidad de que, después del fallo, sea reparado en un tiempo dado.

**-Disponibilidad:** Es la probabilidad de que esté en estado de funcionar (ni averiado ni en revisión) en un tiempo dado.

Si adoptamos, para simplificar, que el esquema de vida de una máquina consiste en una alternancia de "tiempos de buen funcionamiento" (TBF) y "tiempos de averías" (TA):



en los que cada segmento tiene los siguientes significados:

TBF: Tiempo entre fallos

TA: Tiempo de parada

TTR: Tiempo de reparación

TO: Tiempo de operación

$n$  : Número de fallos en el periodo considerado

Podemos definir los siguientes parámetros como medidas características de dichas probabilidades:

a) El tiempo medio entre fallos (MTBF) como medida de la Fiabilidad:

$$MTBF = \frac{\sum_0^n TBF_i}{n} [días]$$

y su inversa ( $\lambda$ ) conocida como la tasa de fallos:

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} [No\ de\ fallos / Año]$$

b) El tiempo medio de reparación (MTTR) como medida de la Mantenibilidad:

$$MTTR = \frac{\sum_{i=1}^n TTR_i}{n} [días]$$

y su inversa ( $\mu$ ) conocida como la tasa de reparación:

$$\mu = \frac{1}{MTTR} [No \ de \ Reparaciones / Año]$$

c) La disponibilidad (D) es una medida derivada de las anteriores:

$$D = \frac{\sum_0^n TBF_i}{TO} = \frac{\sum TBF_i}{\sum TBF_i + \sum TA_i} = \frac{\sum TBF_{i/n}}{\sum TBF_{i/n} + \sum TA_{i/n}} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

Es decir, la disponibilidad es función de la fiabilidad y de la mantenibilidad.



Otra medida de la fiabilidad es el factor de fiabilidad:

$$FF = \frac{HT - HMC}{HT}$$

donde

HT: Horas totales de periodo

HMC: Horas de Mantenimiento Correctivo  
(Averías)

HMP: Horas de Mantenimiento Preventivo  
(Programado)

Y otra medida de la disponibilidad es el factor de disponibilidad:

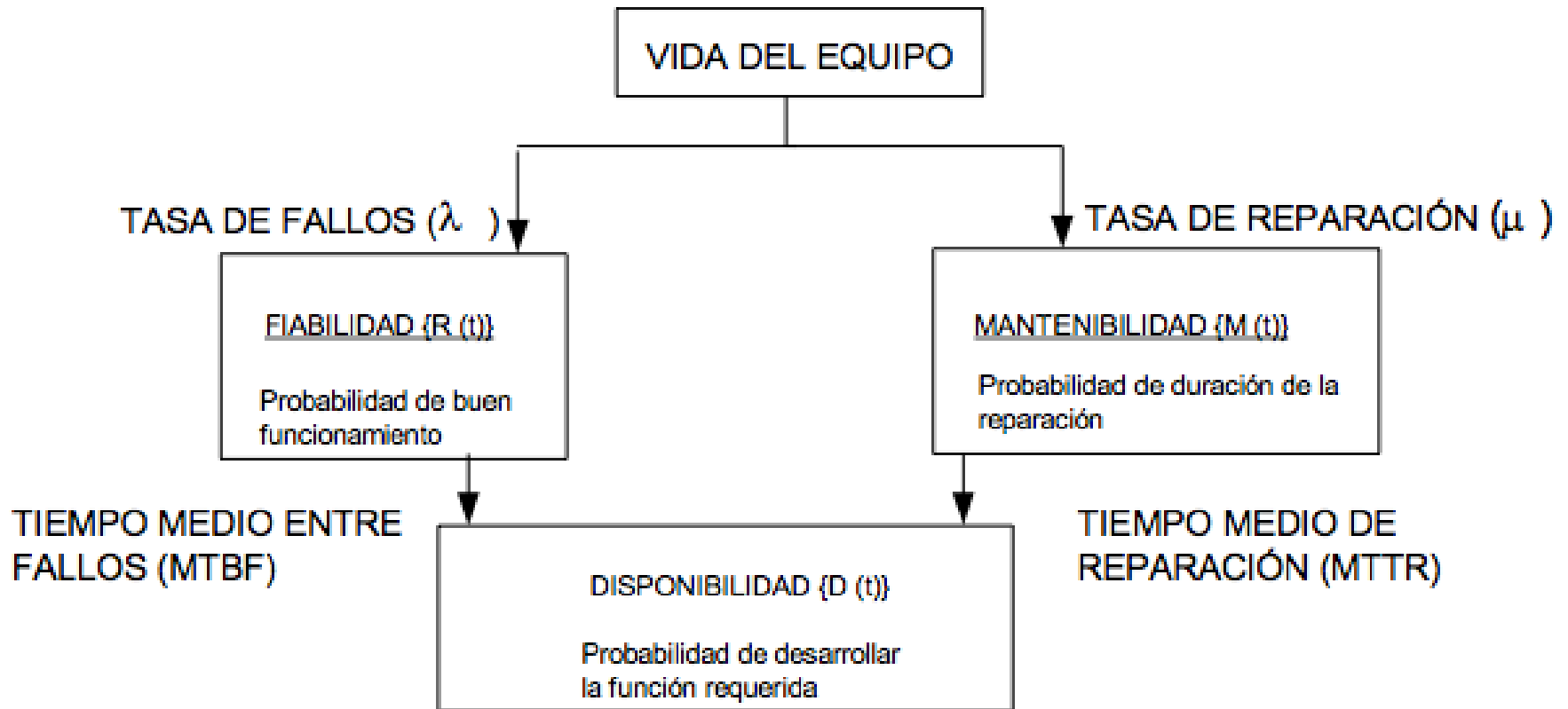
$$FD = \frac{HT - HMC - HMP}{HT}$$

donde se pone claramente de manifiesto que la disponibilidad es menor que la fiabilidad, puesto que al contabilizar el tiempo de buen funcionamiento, en la disponibilidad se prescinde de todo tipo de causas posibles (se incluye el tiempo de mantenimiento preventivo programado):

$$D = \frac{TO - \sum_{i=1}^n TA_i}{TO}$$

Sin embargo en el cálculo de la fiabilidad, al contabilizar el tiempo de buen funcionamiento, no se incluye el tiempo de mantenimiento preventivo programado.

El esquema siguiente es un resumen de los parámetros que caracterizan la vida de los equipos:



# Estadística y la gestión del mantenimiento mantenimiento

La información en el mantenimiento es la mejor herramienta con la que se puede contar en esta área, de la calidad de la misma y la confianza que le pueda dar, dependen las decisiones acertadas o no que pueda tomar.

# Información

Fechas de:

- Programación de actividad
- Ocurrencia del suceso
- Solicitud de la intervención o reporte de suceso
- Realización de actividad

Horas

- Programación de actividad
- Ocurrencia del suceso
- Solicitud de la intervención o reporte de suceso
- Realización de actividad



Activo al cual le ocurre un evento o se realizara una acción

Tipo de suceso ocurrido o programado:

- Instalación
- Puesta en marcha
- Ajuste
- Reparación
- Revisión

Tipo de falla:

- Parcial
- Total
- Oculto



## Costos

- Mano de obra
- Repuestos
- Trabajos externos

## Personal que interviene

- Técnicos
- Supervisores
- Ingenieros
- Administradores
- Operarios



# Objetivo de la información

Categorizar variables de acuerdo a los niveles de impacto ocasionados dentro del proceso en el cual están inmersas y a las metas de compañía que permitan trazar planes de mejoramiento dentro del área.

# Mientras se estudia probabilidad y estadística



# Probabilidad



“Probablemente...”,  
"es poco probable que...",  
"hay muchas posibilidades de que..."

La teoría de la probabilidad proporciona una base para evaluar la confiabilidad de las conclusiones alcanzadas y las acciones realizadas



# Incertidumbre

Expresión del grado de desconocimiento de una condición futura (por ejemplo, de un sistema o equipo).

Debida a:

Falta de información

Desacuerdo sobre lo que se sabe o lo que podría saberse

## **Confiabilidad - Confiar**

adj. Dicho de una persona o de una cosa: En la que se puede confiar.

# Situaciones de incertidumbre

- **Certidumbre subjetiva:** Se prevé subjetivamente un solo resultado posible para el futuro (p.e.: pronóstico de un determinado volumen de ventas). En este caso se planea con certeza subjetiva
- **Riesgo subjetivo:** sabiendo que el futuro es incierto, se aceptan como posibles varios resultados.
- **Incetidumbre pura o subjetiva:** se observan múltiples distribuciones con pronósticos ,de distribución de probabilidades sobre bases inciertas (economía, mercado, competencia, etc.).

# Criterios de Racionalidad

1. Criterio de Laplace: Toma su decisión con el criterio del valor esperado, es decir, la ausencia de conocimiento sobre el estado de la naturaleza equivale a afirmar que todos los estados son equiprobables.

2. Criterio optimista: Supone que la naturaleza es benévola; por lo tanto elige siempre lo mejor.

# Criterios de Racionalidad

3. Criterio pesimista o de Wald: Supone que la naturaleza es malévola y, analizando por ejemplo cada estrategia, considera la peor situación que pueda presentarse. Una vez halladas las peores situaciones para cada estrategia, elige de entre ellas la mejor.

4. Criterio intermedio o de Hurwicz: El tomador de la decisión tiene cierto coeficiente que es índice de su grado de optimismo y que varía entre cero y uno.

# Espacio de muestra (U)

Conjunto universo de todos los resultados posibles de un experimento dado.

Cada uno de sus elementos se denomina punto muestra.

1 ) Si el experimento se basa en la elección de un dígito, entonces el espacio muestral es:

$$U = \{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 \}$$



# Espacio de muestra (U)

2 ) Lanzamiento de monedas: Si el experimento se basa en el lanzamiento de una moneda, el espacio muestral tiene dos elementos, cara ( c ) y sello ( s ):  $U = \{ c , s \}$

3) Garantía de productos: Si el experimento se basa en encontrar el numero de balines que presentan fallas en un periodo determinado

$U = \{ \text{Descamacion ,Desgaste, Rayaduras,Fractura, Jaula Dañada, Corrosión, Deslizamiento, Grietas, Sobrecalentamiento, Corrosión Eléctrica, Patinaje, Abolladuras, Agarrotamiento....} \}$

# Suceso o evento

Cada subconjunto del espacio muestral se llama suceso (o evento) . Si consta de un solo elemento se le dice evento elemental.

## Ejemplo

Sean  $U$  el espacio muestral formado por los 10 dígitos,  $A$  y  $B$  eventos tales que:

$A$  ocurre si y sólo si el dígito es par.

$B$  ocurre si y sólo si el dígito es múltiplo de 3.

Entonces:

$$A = \{ 0, 2, 4, 6, 8 \}$$

$$B = \{ 0, 3, 6, 9 \}$$

# Probabilidad

Frecuencia con la que ocurre un resultado en un experimento bajo condiciones suficientemente estables.

$$P(X) = \frac{n_x}{N} = \frac{\text{Cantidad de resultados que implican } x}{\text{Cantidad total de resultados}}$$

Posibilidad de que se produzca un suceso o aparezca un valor de entre el conjunto de casos o situaciones consideradas. Clásicamente se define por el cociente de casos favorables entre los casos posibles.

# Definición axiomática de la probabilidad

Sea  $U$ : espacio muestral y  $P(U)$  conjunto de las partes de  $U$

Se define probabilidad, o función de probabilidad, a cualquier función  $p: P(U) \rightarrow K$ ; que cumpla los axiomas siguientes:

i)  $p(A) \geq 0 \quad \forall A \in P(U)$

ii)  $p(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots) = p(A_1) + p(A_2) + p(A_3) + \dots$  si  $A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$  (sucesos mutuamente excluyentes)

iii)  $p(U) = 1$

# Propiedades de probabilidad

$$1) p(\sim A) = 1 - p(A)$$

$A^c$  representa el suceso complementario de  $A$ , es decir el formado por todos los resultados que no están en  $A$ .

$$2) A1 \subset A2 \Rightarrow p(A1) \leq p(A2)$$

$$3) p(\emptyset) = 0 \quad 4) p(A) \leq 1$$

$$4) p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \text{ (Regla general de la adición)}$$

# Probabilidad condicional

La probabilidad de que ocurra el suceso A si ha ocurrido el suceso B se denomina probabilidad condicionada.

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \quad \text{si } p(B) \neq 0$$

# Probabilidad compuesta

La probabilidad de que se den simultáneamente dos sucesos (suceso intersección de A y B) es igual a la probabilidad a priori del suceso A multiplicada por la probabilidad del suceso B condicionada al cumplimiento del suceso A.

$$P(A \wedge B) = P(B|A) * P(A)$$

# Probabilidad total

Permite calcular la probabilidad de un suceso a partir de probabilidades condicionadas

$$P(B) = \sum (A_i) + P(B|A_i)$$

(Donde 'i' toma valores entre 1 y n)

La probabilidad de que ocurra el suceso B , es igual a la suma de multiplicar cada una de las probabilidades condicionadas por la probabilidad de cada suceso A.



# Teorema de Bayes

A partir de que ha ocurrido el suceso B deducimos las probabilidades del suceso.

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i) * P(B|A_i)}{\sum P(A_i) * P(B|A_i)}$$



# Ejemplo del Teorema de Bayes

De un análisis de máquinas se ha encontrado que las posibilidades de ciertos eventos sean las siguientes:

- a) Que la banda de transmisión de una máquina falle en un periodo de seis meses es de 50%
- b) Que la herramienta de corte falle en un periodo de seis meses es de 30%
- c) Que los baleros de soporte fallen en un periodo de seis meses es de 20%

Según estos estados, la posibilidad de que ocurra un accidente es la siguiente:

- a) Si la banda falla: probabilidad de accidente del 20%
- b) Si la herramienta de corte falla: Probabilidad de accidente del 10%
- c) Si los baleros fallan: Probabilidad de accidente del 5%

Entonces, ocurre un accidente en la máquina.

El teorema de Bayes nos permite calcular las probabilidades

Las probabilidades que tenemos antes de conocer que ha ocurrido un accidente se denominan 'Probabilidades a priori' (fallo de banda – 50%, fallo herramienta de corte – 30%, fallo de baleros – 20%)

Una vez que incorporamos la información de que ha ocurrido un accidente, las probabilidades del suceso A cambian: Son probabilidades condicionas  $P(A/B)$ , que se denominan “probabilidades a posteriori”

# Cálculo Probabilidades

a) la probabilidad de que hubiera un accidente debido a que la banda de transmisión falló:

$$P(A_i|B) = \frac{0.50 * 0.20}{(0.50 * 0.20) + (0.30 * 0.10) + (0.20 * 0.05)} = 0.714$$

b) La probabilidad de que haya un accidente debido a que falle la herramienta de corte:

$$P(A_i|B) = \frac{0.30 * 0.10}{(0.50 * 0.20) + (0.30 * 0.10) + (0.20 * 0.05)} = 0.214$$

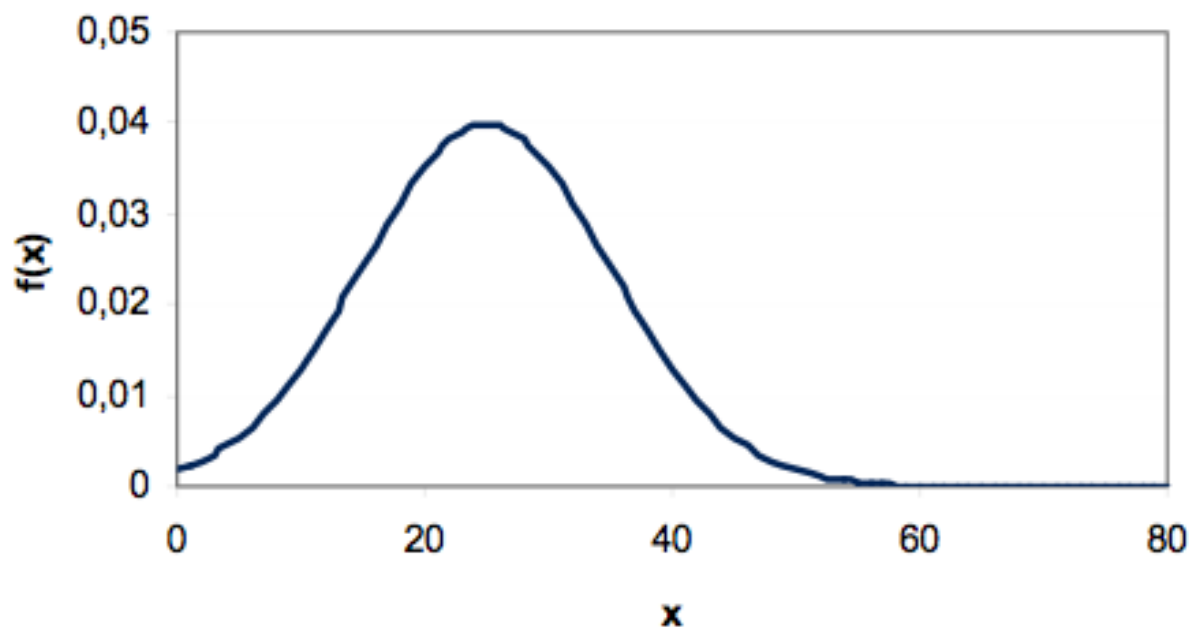
c) La probabilidad de que haya un accidente debido a que los baleros fallen:

$$P(A_i|B) = \frac{0.20 * 0.05}{(0.50 * 0.20) + (0.30 * 0.10) + (0.20 * 0.05)} = 0.071$$

# Distribuciones probabilísticas

## Normal

**Función densidad normal**



$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}} du$$

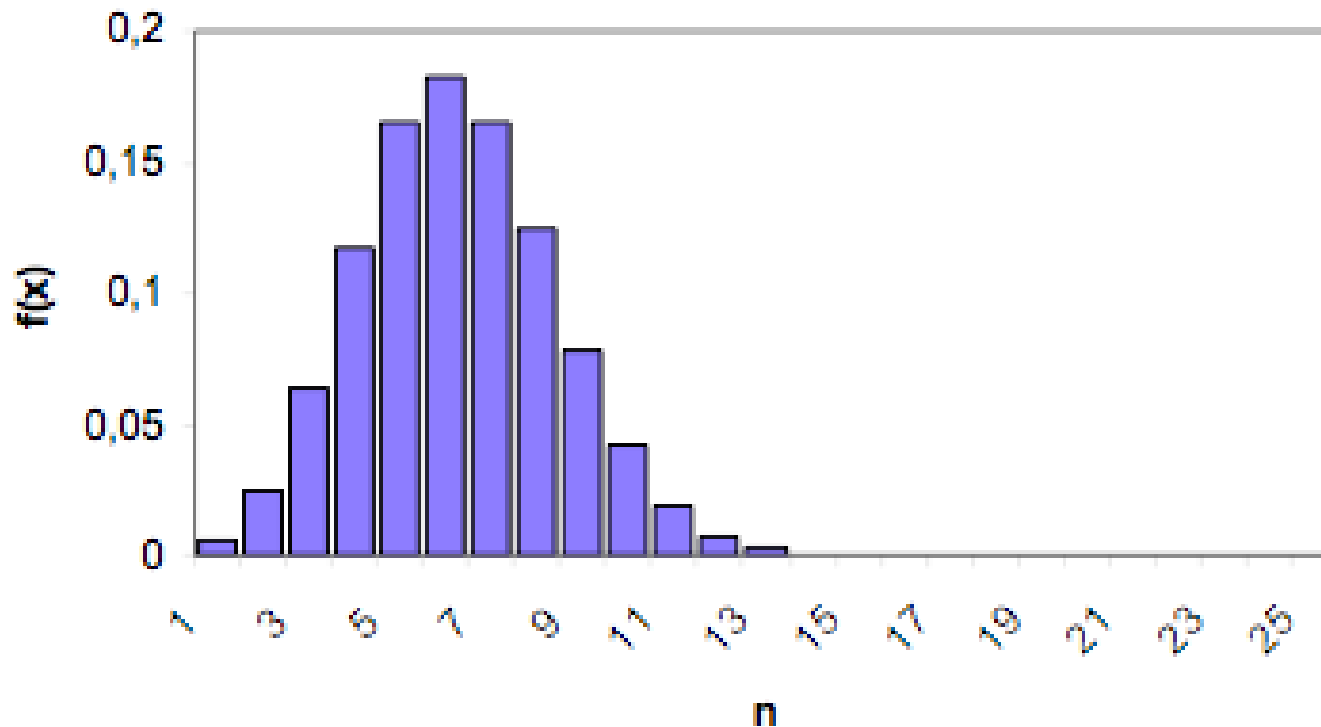
# Distribución binomial

Supongamos que un experimento aleatorio tiene las siguientes características:

- En cada prueba del experimento sólo son posibles dos resultados: el suceso  $A$  (éxito) y su contrario  $\sim A$  (fracaso).
- El resultado obtenido en cada prueba es independiente de los resultados obtenidos anteriormente.
- La probabilidad del suceso  $A$  es constante, la representamos por  $p$ , y no varía de una prueba a otra. La probabilidad de  $\sim A$  es  $1-p$  y la representamos por  $q$ .
- El experimento consta de un número  $n$  de pruebas.

# Distribución binomial

**f(x) distribución binomial**



$$f(x) = \binom{n}{x} p^x \cdot q^{n-x}$$

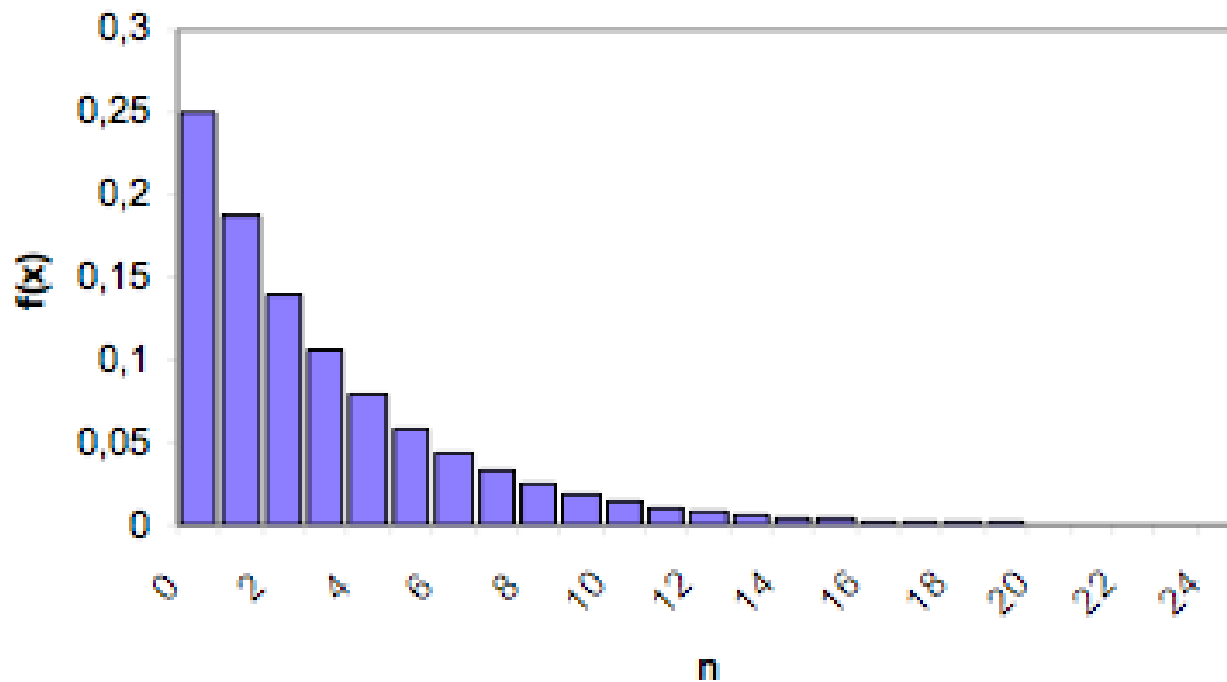
$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$F(x) = \sum_{i=0}^x \binom{n}{i} p^i \cdot q^{n-i}$$



# Distribución de probabilidad geométrica

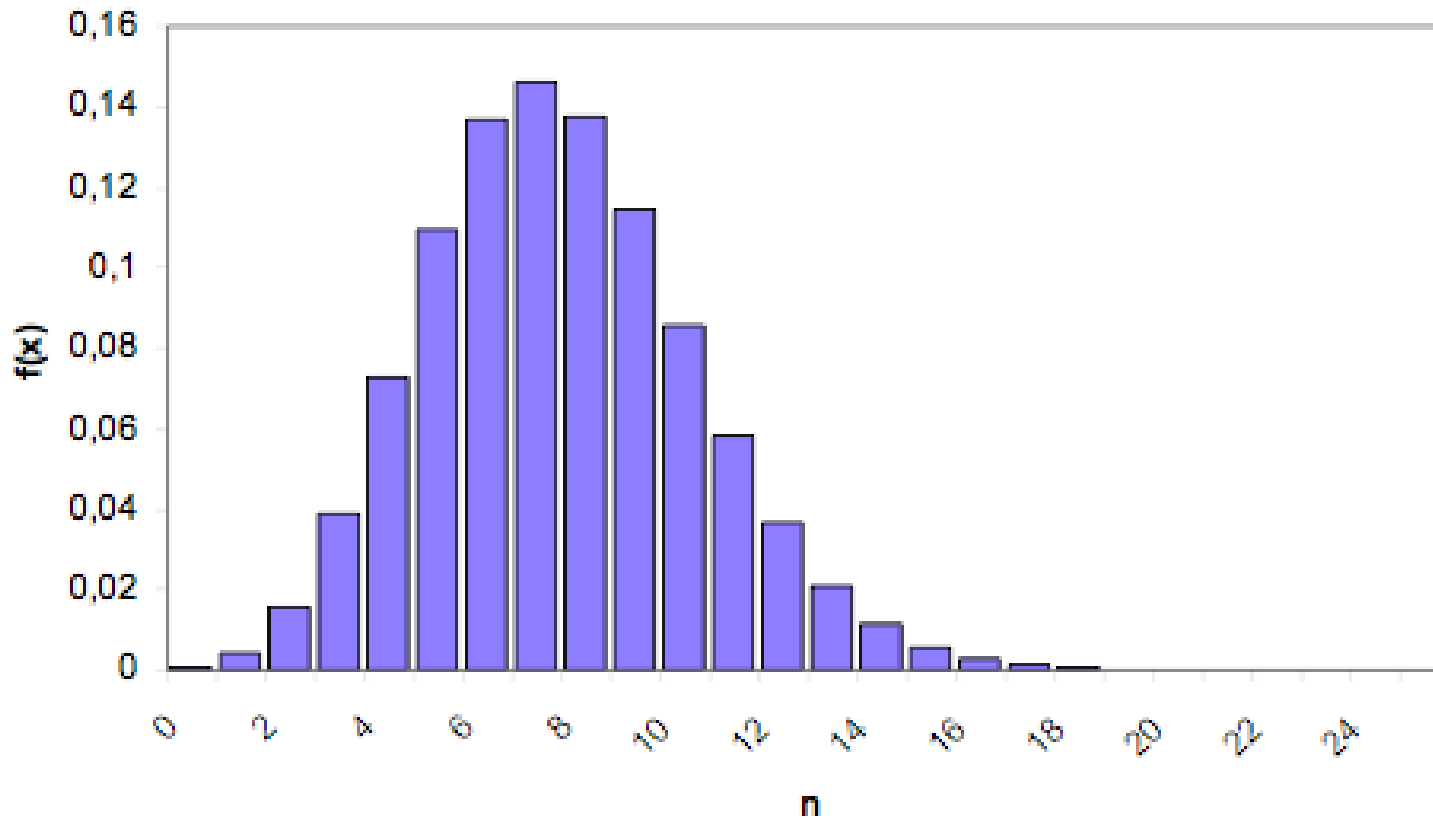
**f(x) distribución geométrica**



$$f(x) = p^x \cdot (1 - p)$$
$$F(x) = 1 - p^{x+1}$$

# Distribución de poisson

**f(x) distribución Poisson**



$$f(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$$
$$F(x) = \frac{\sum_{i=0}^x \lambda^i}{i!} e^{-\lambda}$$

Además hay otras distribuciones de probabilidad como:

Exponencial

Gauss

Gauss multivariada

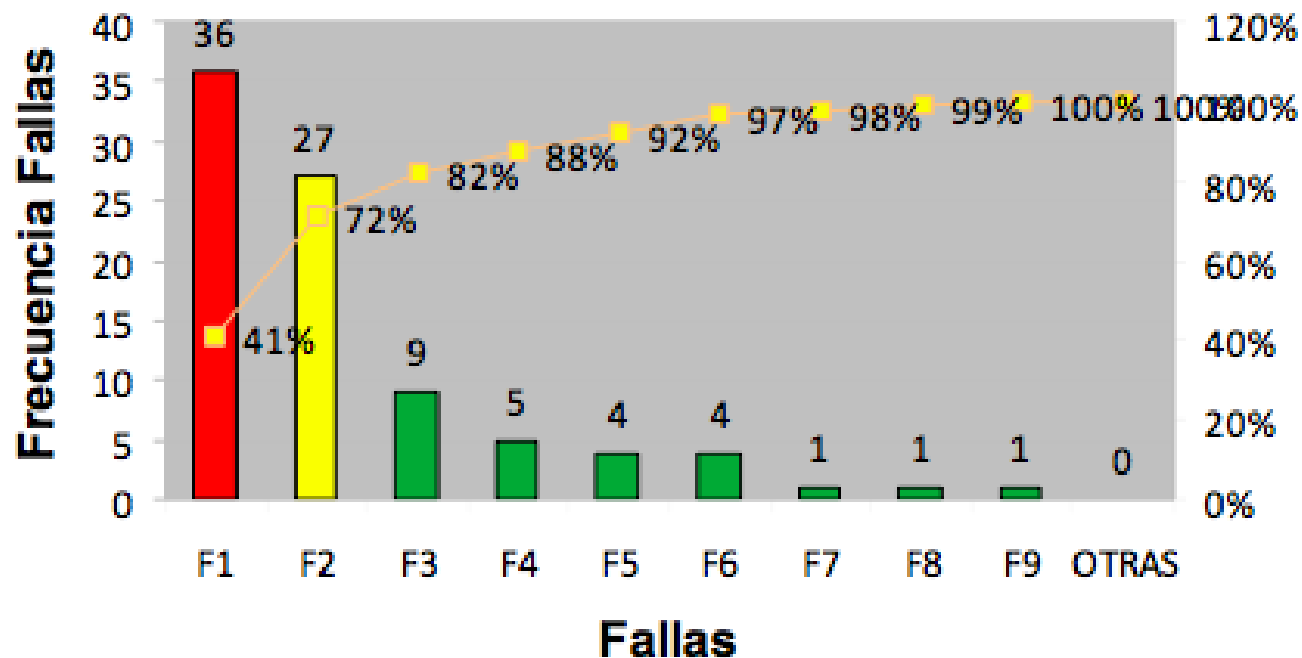
$\chi^2$

de Weibull

# Herramientas estadísticas

# Diagrama de Pareto

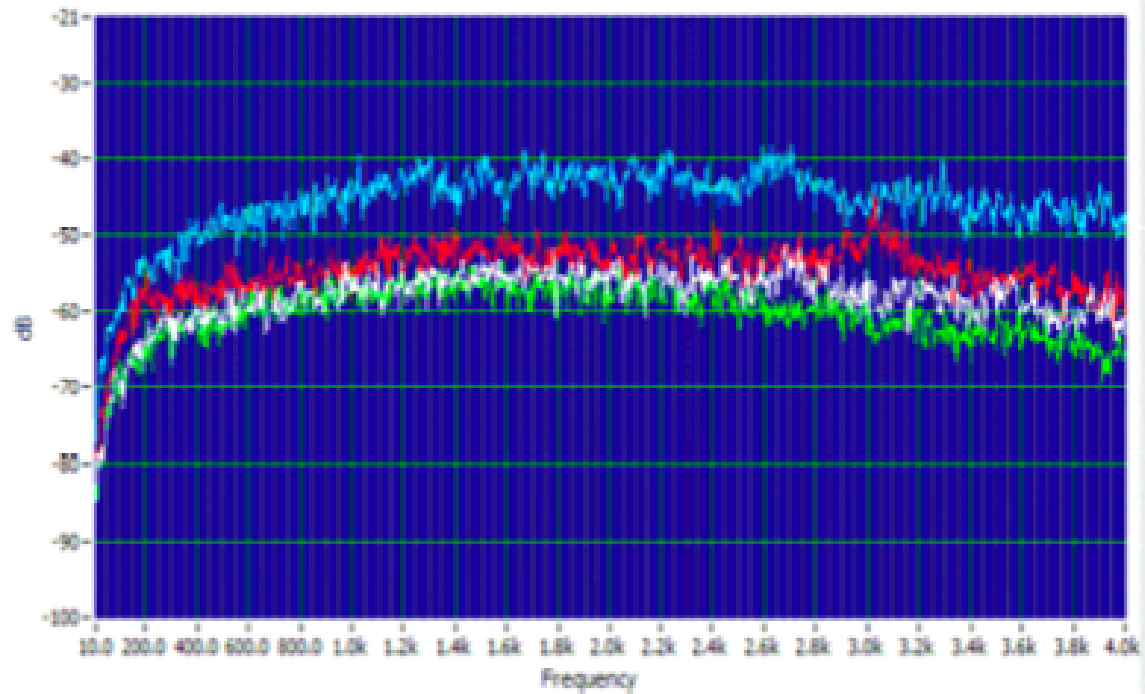
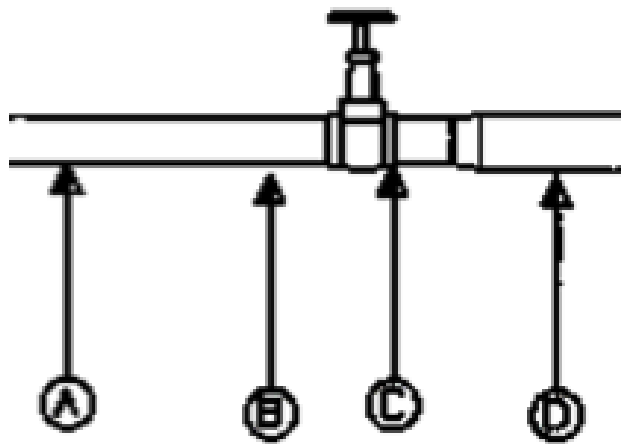
El diagrama de Pareto, también llamado curva 80-20 o Distribución A-B-C, es una gráfica para organizar datos de forma que estos queden en orden descendente, de izquierda a derecha y separados por barras. Permite, pues, asignar un orden de prioridades.



# Promedio o media aritmética

Es el valor resultante que se obtiene al dividir la sumatoria de un conjunto de datos sobre el número total de datos.

# Ejemplo



**ue**  
ULTRASONICS  
The Ultrasound Company

Data    
Overlay 1    
Overlay 2    
Overlay 3    
Overlay 4

Overlays  
Set On/Off

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

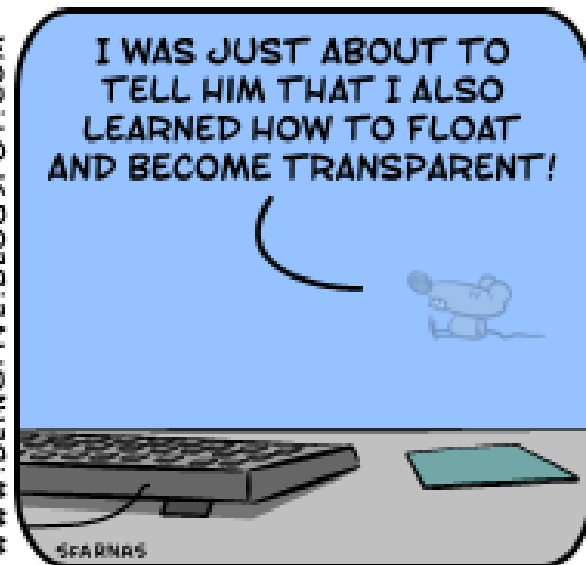
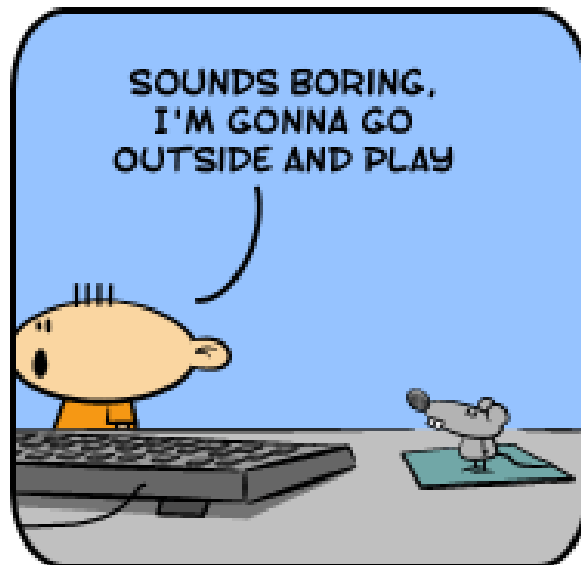
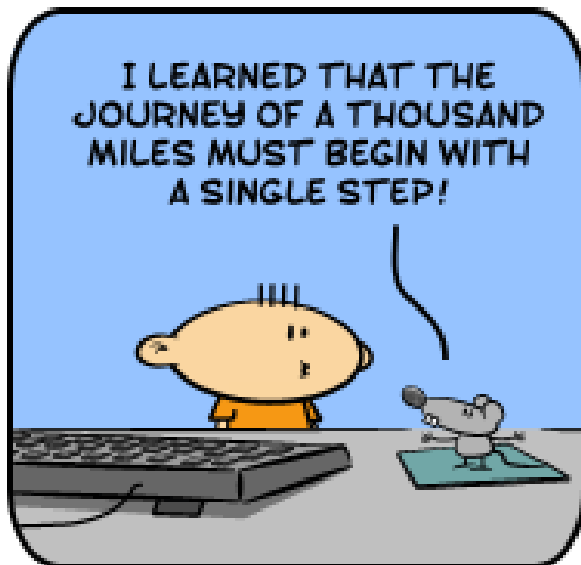
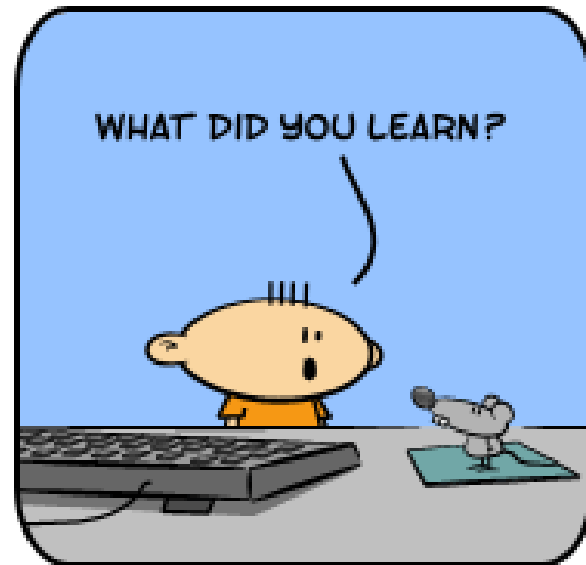
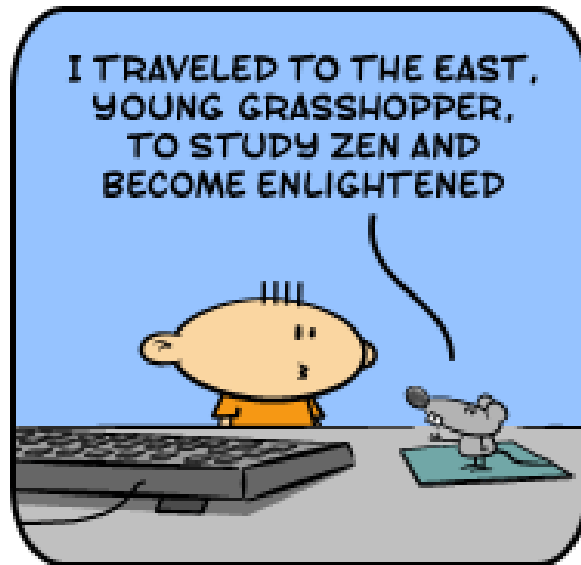
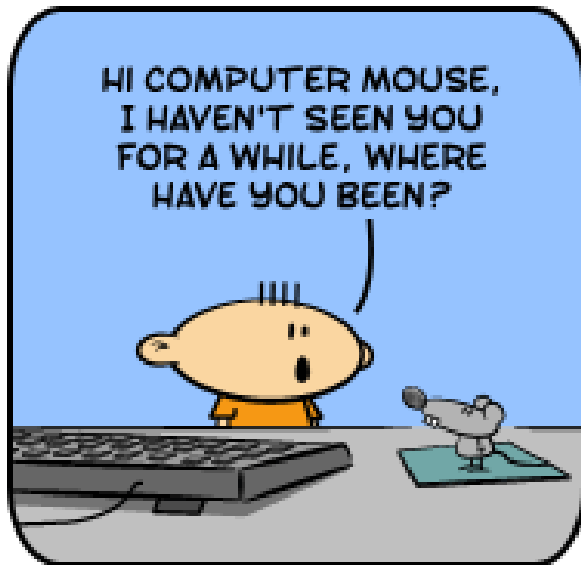
# Ejemplo

Análisis espectral de las mediciones obtenidas en la válvula de prueba, donde podemos ver lo siguiente: Punto A color blanco, Punto B color verde, Punto C color celeste, Punto D color Rojo.

De acuerdo a éste espectro podemos confirmar la presencia de una fuga en la válvula, vemos como el punto C tiene una medida superior a la del punto A y B.

Esto es porque en el punto C, que es el punto inmediato posterior aguas debajo de la válvula, es la zona donde se acaba de formar la turbulencia de la fuga.





# TEORÍA DE LA FIABILIDAD

Hemos definido antes la FIABILIDAD como la probabilidad de que un elemento, conjunto ó sistema funcione sin fallos, durante un tiempo dado, en unas condiciones ambientales dadas. Ello supone:

- a) Definir de forma inequívoca el criterio que determina si el elemento funciona o no.
- b) Que se definan claramente las condiciones ambientales y de utilización y se mantengan constantes.
- c) Que se defina el intervalo  $t$  durante el cual se requiere que el elemento funcione.

-Para evaluar la fiabilidad se usan dos procedimientos:

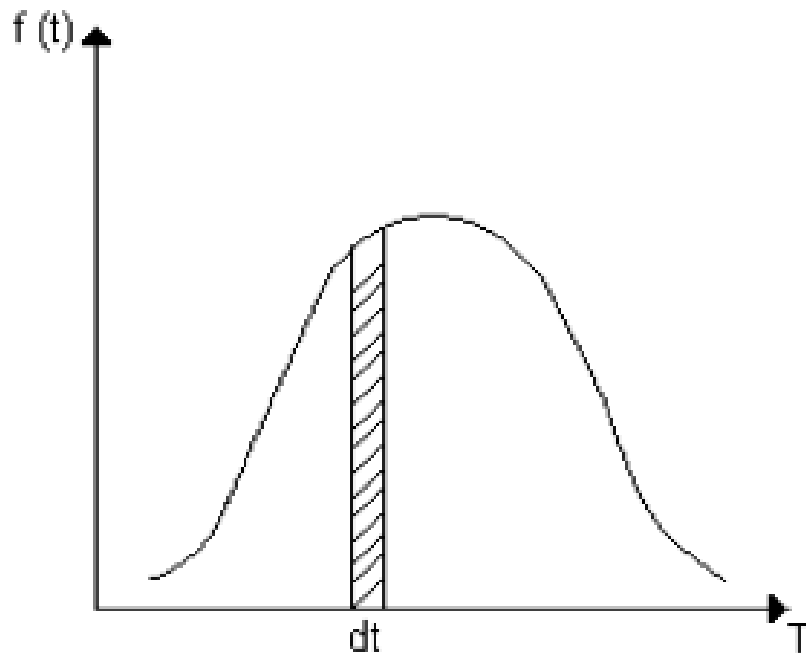
a) Usar datos históricos. Si se dispone de muchos datos históricos de aparatos iguales durante un largo período no se necesita elaboración estadística. Si son pocos aparatos y poco tiempo hay que estimar el grado de confianza.

b) Usar la fiabilidad conocida de partes para calcular la fiabilidad del conjunto. Se usa para hacer evaluaciones de fiabilidad antes de conocer los resultados reales.

-Consideramos  $t$  "tiempo hasta que el elemento falla" como variable independiente (período al que se refiere la fiabilidad).

.Función de distribución de probabilidad:  $f(t)$

.Probabilidad de que el elemento falle en instante  $t$ :  $f(t) dt$



$$F(t) = \int_0^t f(t) dt$$

donde  $F(t)$  es la función de distribución de probabilidad acumulada.

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1$$

(todo elemento acaba por fallar - Entropía)

.Fiabilidad,  $R(t)$ , Probabilidad de que funcione todavía en el instante  $t$ :

$$R(t) = 1 - F(t)$$

$$R(t) = 1 - \int_0^{\infty} f(t) dt$$

.Tasa de fallos,  $\lambda(t)$ , es la función de distribución de Probabilidad (condicional) de un elemento que ha funcionado bien hasta el instante  $t$ , y falla en el tiempo comprendido entre  $t$  y  $t+dt$ .

.Véase la diferencia entre  $f(t)$  y  $\lambda(t)$ :

$-f(t) dt$  representa la fracción de población que falla entre  $t$  y  $t+dt$ , respecto una población sana en  $t=0$  (original).

$-\lambda(t)dt$  representa la fracción de población que falla entre  $t$  y  $t+dt$ , respecto una población sana en el momento  $t$  (es menos numerosa, ó como máximo igual a la población original).

$.f(t) dt$  es una probabilidad a priori, referida al instante inicial de funcionamiento.

$.\lambda(t)dt$  es una probabilidad a posteriori, condicionada a la información cierta de que el aparato ha funcionado bien hasta el momento  $t$ .

Relación entre fiabilidad  $R(t)$  y tasa de fallos  $\lambda(t)$

$$f(t) dt = R(t) \times \lambda(t) dt$$

(Probabilidad condicionada)

Prob. de que fallo en período  $t+dt$  = Prob. de que funcione todavía en  $t$  x Prob. de que falle en  $t+dt$ , estando bien en  $t$

.Recordando que:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{-dR(t)}{dt}$$

$$dR(t) = -f(t) dt = -R(t) \lambda(t) dt$$

separando variables:

$$\frac{dR(t)}{R(t)} = -\lambda(t) dt$$

e integrando entre 0 y t:

$$\ln R(t) - \ln R(0) = -\int_0^t \lambda(t) dt \rightarrow R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$$

ya que  $\ln R(0) = 0$  porque  $R(0) = 1$ .



La fórmula (1) que es la fiabilidad en función de la tasa de fallos, junto con las siguientes:

$$f(t) = \lambda(t) R(t) = \lambda(t) e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$$

(distribución de probabilidad en función de la tasa de fallos)

$$f(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$$

(fiabilidad en función de la tasa de fallos)

constituyen tres relaciones, entre cuatro funciones [ $f(t)$ ,  $F(t)$ ,  $R(t)$ ,  $\lambda(t)$ ], por lo que conociendo una cualquiera de ellas, se conocen las otras tres.

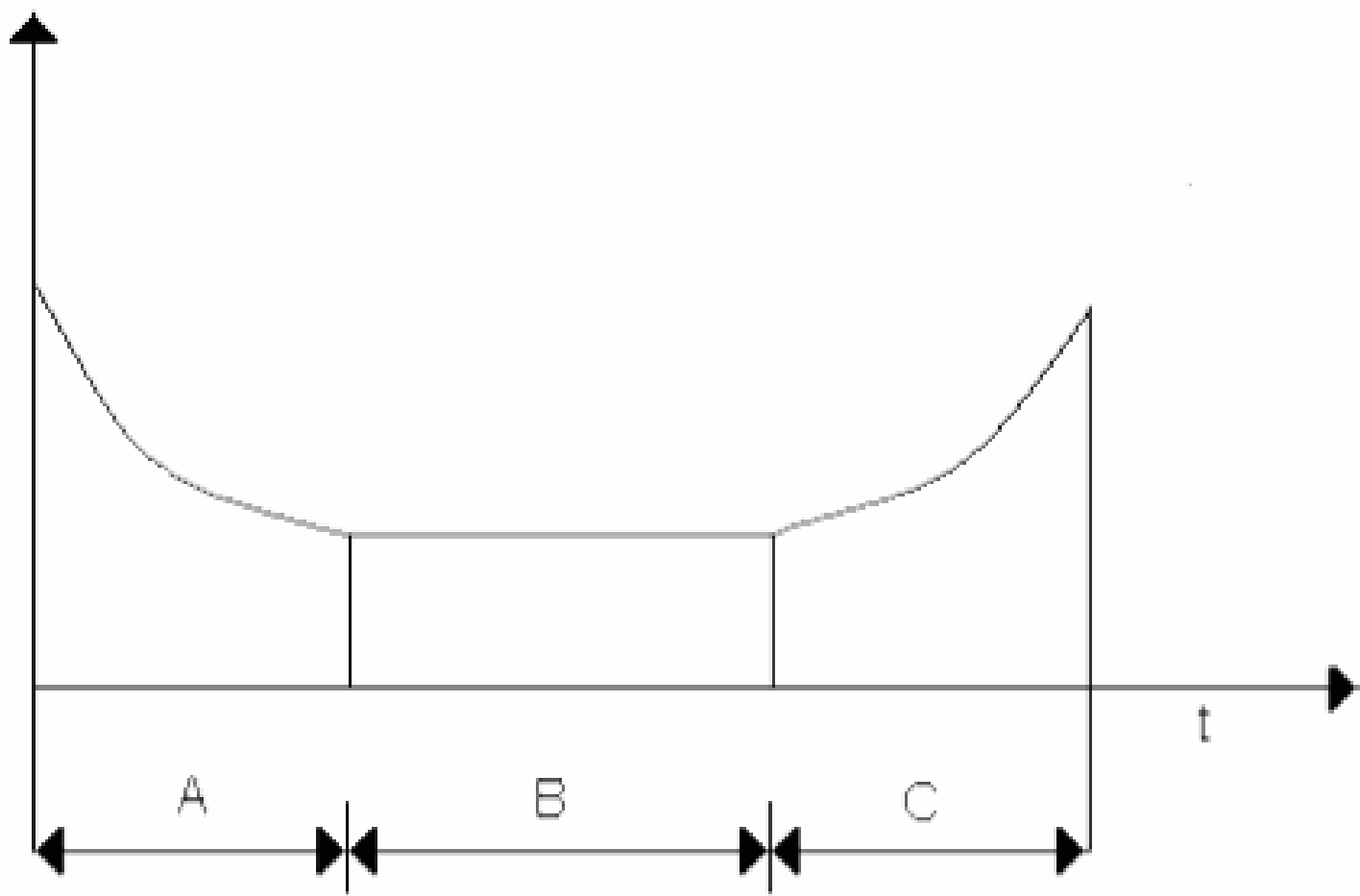
# Análisis de la función tasa de fallos

## $\lambda (t)$

.Tiene la dimensión inversa de un tiempo, por lo que puede interpretarse como "Número de fallos en la unidad de tiempo".

-Al representarla gráficamente para una población homogénea de componentes, a medida que crece su edad  $t$ . Resulta ser la llamada curva de la bañera

$f(t)$



se distinguen claramente tres períodos:

A: .Período de Mortalidad Infantil

.Fallos de rodaje, ajuste o montaje

.La tasa de fallos es decreciente

.Propio de componentes de Tecnología Mecánica.

B: .Período de Fallos por azar (o aleatorios)

.Tasa de fallos constante

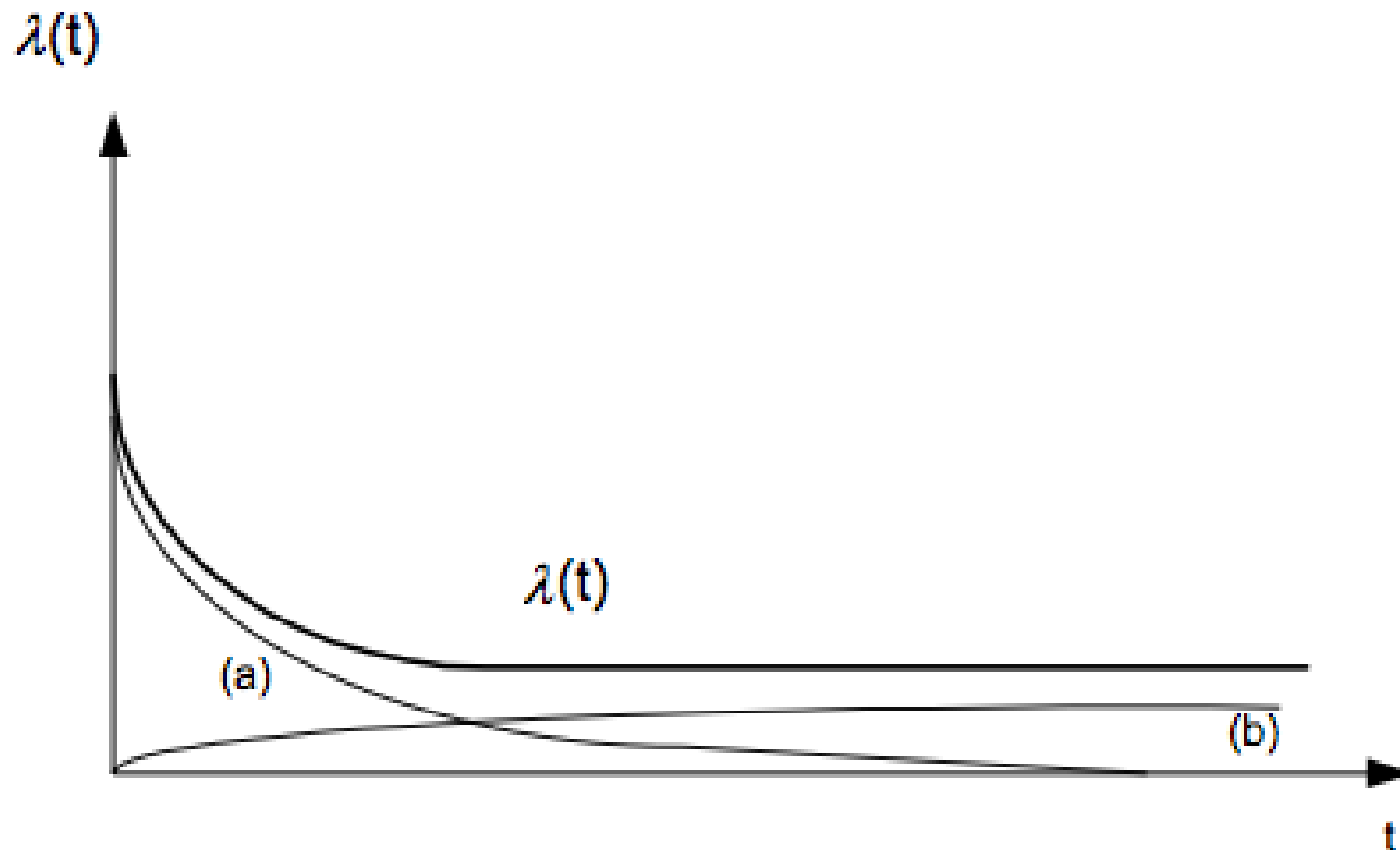
.Propio de materiales de Tecnología eléctrica/electrónica.

C: .Período de Fallos por Desgaste ó Vejez

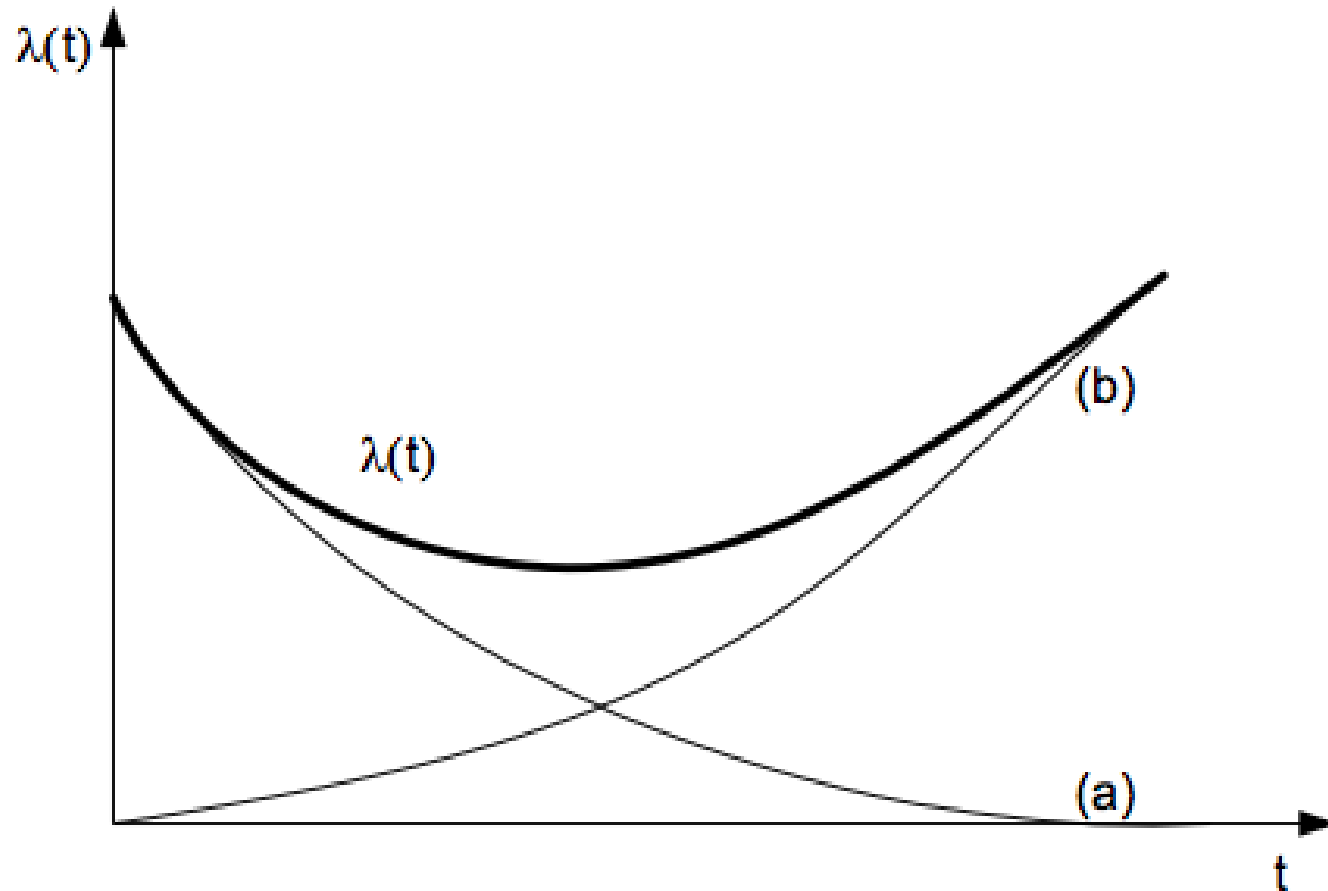
.Tasa de fallos creciente

.Propio de materiales de Tecnología mecánica ó electromecánica (desgaste progresivo).

En general, la curva  $\lambda(t)$  resulta de la superposición de la curva (a) asociada a los defectos iniciales tras la puesta en servicio y la curva (b) que marca los fenómenos de desgaste o deterioro de la función.



De manera que, dependiendo de la influencia de cada uno de los fenómenos mencionados, la tasa de fallo tendrá una forma distinta. Así en los equipos mecánicos predominan los fenómenos asociados al desgaste y su tasa de fallo crece con el tiempo:



# FIABILIDAD DE LOS SISTEMAS

Tratamos ahora de establecer la relación que liga la fiabilidad de un sistema complejo con la de sus componentes individuales.

La fiabilidad de un sistema no es otra que la probabilidad de ocurrencia del acontecimiento "NO HAY FALLOS", lo cual es, a su vez, resultado de una serie de acontecimientos más simples.

Las partes componentes del sistema se pueden comportar, desde el punto de vista de la fiabilidad de forma independiente ó no.

# FIABILIDAD DE LOS SISTEMAS

El funcionamiento, desde el punto de vista de la fiabilidad, de un sistema se representa mediante esquemas de bloques adecuadamente conectados, de forma que cada bloque representa un elemento ó subsistema.

Estos esquemas no corresponden con los esquemas funcionales de la instalación (No hay correspondencia con el despiece físico), sino que representan la dependencia lógica del acontecimiento "fallo del sistema".



## a) Sistemas en serie.

El fallo de uno cualquiera de sus componentes determina el fallo del sistema completo

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_n \rightarrow R(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \dots R_n(t) \rightarrow$$

$$\prod_{i=1}^n R_i(t) = R(t)$$

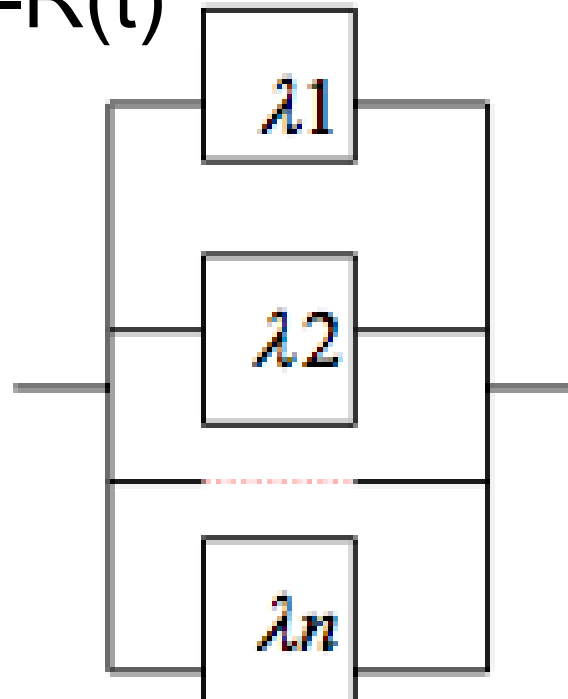
Si  $\lambda = \text{cte.}$  entonces

$$MTBF_i = \frac{1}{\lambda_i} \quad MTBF = \frac{1}{\lambda_s} \quad \lambda_s = \sum_{i=1}^n \lambda_i$$

## b) Sistemas en paralelo.

Basta que funcione un elemento para que funcione todo el sistema.

Se llaman también sistemas redundantes. En este caso se simplifican los cálculos usando la función infijabilidad  $F(t)=1-R(t)$



de manera que  $F(t) = F_1(t) \times F_2(t) \times \dots \times F_n(t)$  con lo que

$$1 - R(t) = (1 - R_1(t)) \times (1 - R_2(t)) \times \dots \times (1 - R_n(t))$$

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i(t))$$

Cuanto más elementos hay en paralelo, mejor es la fiabilidad.

$$\lambda_s = \sum_{i=1}^n \lambda_i$$

# SISTEMAS COMPLEJOS.

## MÉTODO DEL ÁRBOL DE FALLOS

Normalmente, en los equipos, los componentes forman un sistema complejo que en parte son subsistemas en serie y en parte subsistemas en paralelo.

De los diversos métodos existentes para estudiar la fiabilidad de sistemas complejos el que mejor se adapta a un tratamiento informático es el MÉTODO DEL ÁRBOL DE FALLOS.

Consiste en descomponer, escalonadamente, la ocurrencia de un suceso en un sistema lógico secuencial integrado por unidades (elementos) operativos independientes, hasta alcanzar los sucesos tomados como iniciales (primarios).

Cada unidad queda identificada por su denominación y la función (operación-fallo) que se espera de ella.

Los estados en que pueden encontrarse las unidades son dos: Operativo-Fallo.

A partir del suceso en estudio se responde a las preguntas, según el caso:

¿qué se necesita para funcionar?  $R(t)$

¿qué se necesita para que falle?  $\lambda(t)$

Se utilizan símbolos, con el siguiente significado

## **SUCESO PRIMARIO**

No requiere desarrollo posterior o no es posible desarrollarse, por alguna razón.

## **SUCESO SECUNDARIO**

Resulta la combinación lógica de sucesos previos.,

## **CADENA REPETIDA**

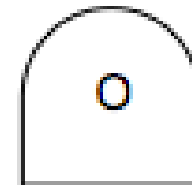
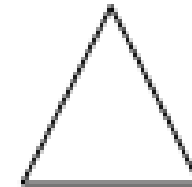
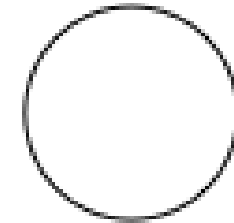
Resume una cadena, idéntica, ya analizada.

## **PUERTA O**

Operador lógico que permite el suceso siguiente cuando se presente cualquiera de los precedentes. Existe redundancia.

## **PUERTA Y**

Operador lógico que permite el suceso siguiente cuando se presentan todos los precedentes. Existe coincidencia.



-Se comienza eligiendo el suceso final objeto del análisis. A partir de aquí se van determinando los sucesos previos inmediatos que, por combinación lógica, pueden ser su causa. El proceso se repite hasta llegar a un nivel de sucesos básicos que no requieren mayor análisis.

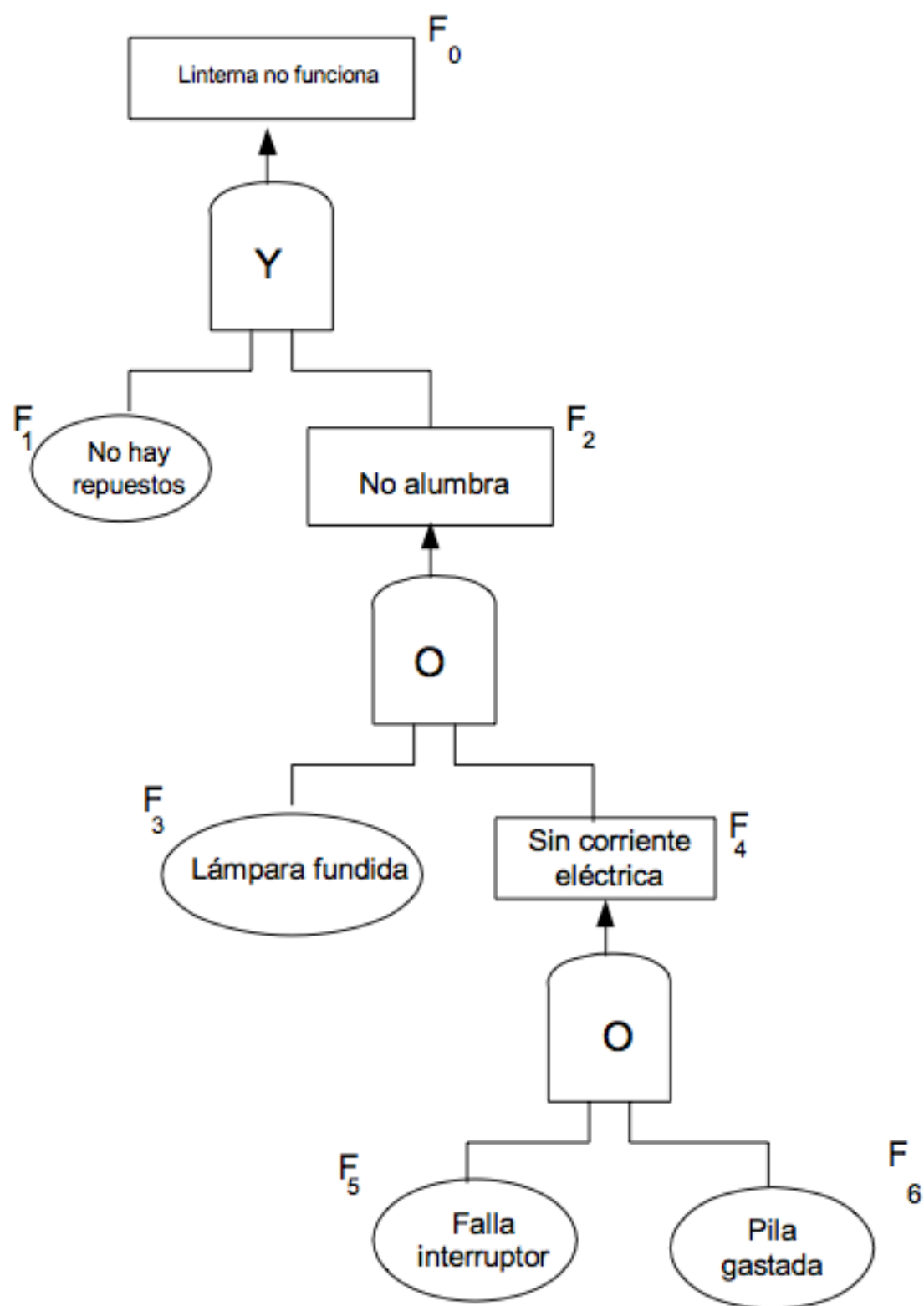
Una vez desarrollado para cada suceso preestablecido, es posible determinar cualitativa y cuantitativamente la fiabilidad del sistema.

El análisis cualitativo permite determinar los sucesos (fallos mínimos) que deban presentarse (condición necesaria y suficiente) para que ocurra el suceso principal.

El análisis cuantitativo (mediante el álgebra de Boole) determina la fiabilidad del sistema si se conocen la de los distintos elementos o sucesos primarios.

Ejemplo: Fallos de una linterna eléctrica de mano para que no funcione.





Si  $F_i$  representa la tasa de fallo de cada evento:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_0 = F_1 \cdot F_2 \\ F_2 = F_3 + F_4 \\ F_4 = F_5 + F_6 \end{array} \right\} F_0 = F_1 \cdot (F_3 + F_5 + F_6) = F_1 \cdot F_3 + F_1 \cdot F_5 + F_1 \cdot F_6$$

Cuando es conocida la probabilidad de cada suceso primario, es posible calcular la del fallo principal. (Datos históricos/Datos de fabricantes).

De esta forma se determina si es aceptable ó no el fallo principal, y nos ayuda a:

- Determinar la fiabilidad de elementos, subsistemas y sistemas.
- Analizar la fiabilidad de distintos diseños (análisis comparativo).
- Identificar componentes críticos, que pueden ser causa de sucesos indeseables.
- Analizar fallos críticos que previamente han sido identificados por un análisis AMFE.

Como consecuencia de estos análisis podemos decir que el método del árbol de fallos se podría utilizar para:

- Evidenciar la fiabilidad de un sistema
- Comparar con la de otros sistemas
- Proponer modificaciones en el diseño

e incluso para establecer el plan de su mantenimiento preventivo (gamas y frecuencia).

Para facilitar el análisis cuantitativo, la tasa de fallos de cada suceso se asigna, a falta de datos precisos, utilizando valores relativos arbitrarios como la tabla de probabilidades relativas de la Atomic Energy of Canada Ltd.:

Muy probable	$10^{-2}$
Probable	$10^{-3}$
No probable	$10^{-4}$
Improbable	$10^{-5}$
Muy improbable	$10^{-6}$
Extremadamente improbable	$10^{-7}$

En las puertas 'AND' la probabilidad es igual al producto de las probabilidades. Como están expresadas en forma de potencias de 10, sólo habrá que sumar exponentes:

$$10^{-3} \cdot 10^{-4} = 10^{-7}$$

En las puertas OR la probabilidad es igual a la suma de probabilidades. Por la misma razón (potencias de 10) se puede simplificar tomando la mayor y despreciando el resto:

$$10^{-3} \cdot 10^{-4} + 10^{-6} \simeq 10^{-3}$$

# MANTENIBILIDAD. DISPONIBILIDAD

Se trata de conceptos paralelos a la fiabilidad en tanto en cuanto son funciones de distribución de probabilidad, de acuerdo con las definiciones dadas antes.

-La mantenibilidad, probabilidad de ser reparado en un tiempo predeterminado, se refiere a la variabilidad de los tiempos de reparación, que es muy grande por los numerosos factores que pueden intervenir.

La función de distribución de estos tiempos puede ser:

-Distribución Normal: Tareas relativamente sencillas.

-Distribución Logarítmico-Normal: La mayoría de los casos en mantenimiento.

.Función de distribución de probabilidad  $m(t)$ , indica la distribución de los tiempos de mantenimiento.

.Mantenibilidad: 
$$M(t) = \int_0^t m(t) dt$$

.Tasa de reparación: 
$$\mu(t) = \frac{m(t)}{1 - M(t)}$$

Si  $\mu = \text{cte}$  entonces 
$$\mu = \frac{1}{MTTR}$$

.Tiempo medio de reparación: MTTR

-La disponibilidad, probabilidad de desarrollar la función requerida, se refiere a la probabilidad de que no haya tenido fallos en el tiempo  $t$ , y que caso que los tenga, que sea reparada en un tiempo menor al máximo permitido. Es función por tanto, de la fiabilidad y de la mantenibilidad.

En el caso de que la tasa de fallos  $\lambda(t)$  y la tasa de reparación  $\mu(t)$  sean constantes,

es

$$D = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

La disponibilidad aumenta al aumentar la fiabilidad (disminuir la tasa de fallos  $\lambda$ ) ó al disminuir el tiempo medio de reparación (aumentar la tasa de reparación  $\mu$ ).



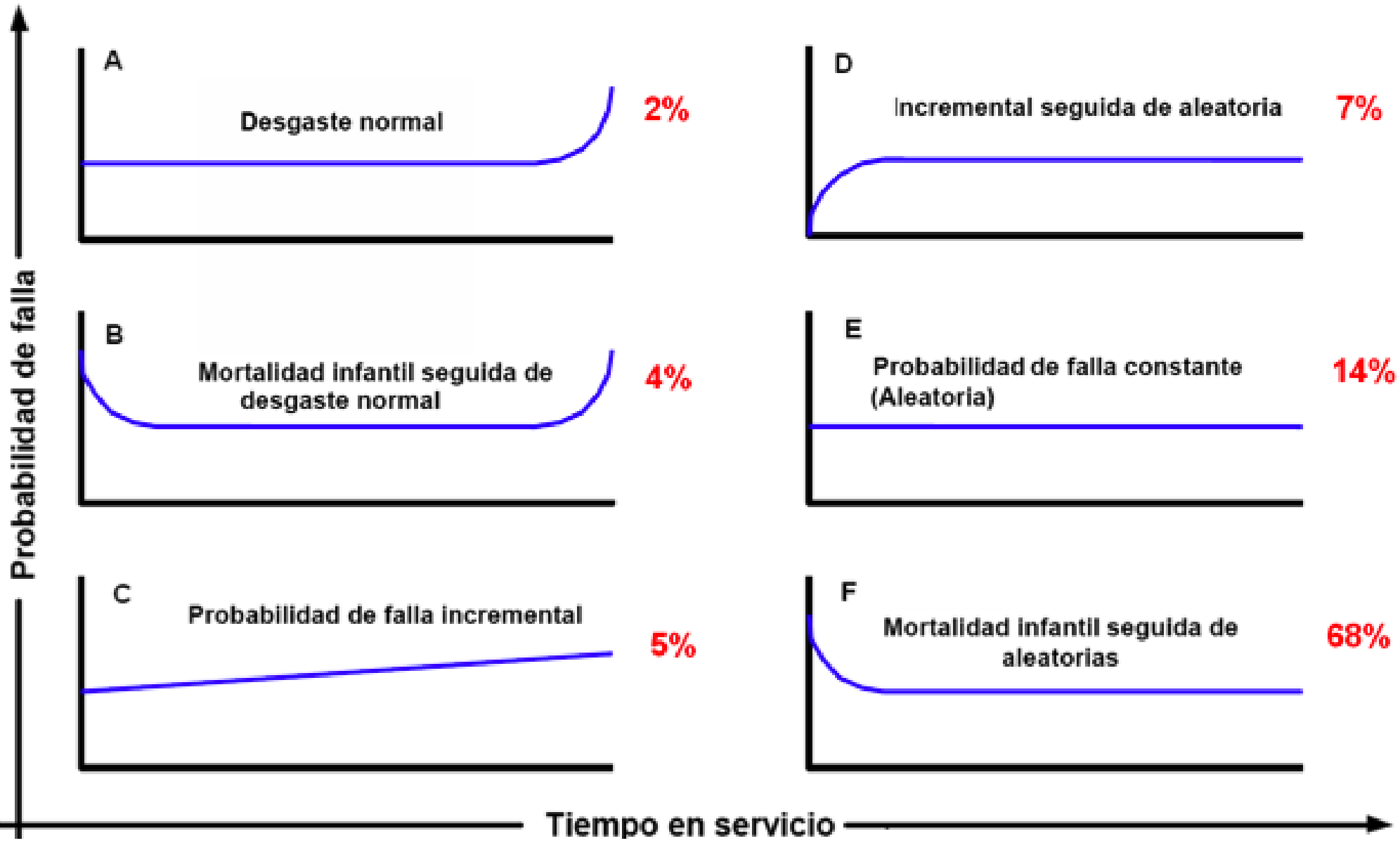
# Distribución de Weibull como herramienta de predicción

La distribución de Weibull es una herramienta estadística usada generalmente para estimaciones de supervivencia, en este caso es usada en relación a las fallas aparecidas en determinado sistema. Es una aproximación a una distribución normal y a una exponencial.



# Weibull y confiabilidad

Los autores Nolan y Heap encontraron diferentes combinaciones para la curva trazada con Weibull



$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^k} \quad \text{si } 0 < t < \gamma$$

$$R(t) = 0 \quad \text{si } t > \gamma$$

Donde:

R(t) = Confiabilidad del elemento evaluado

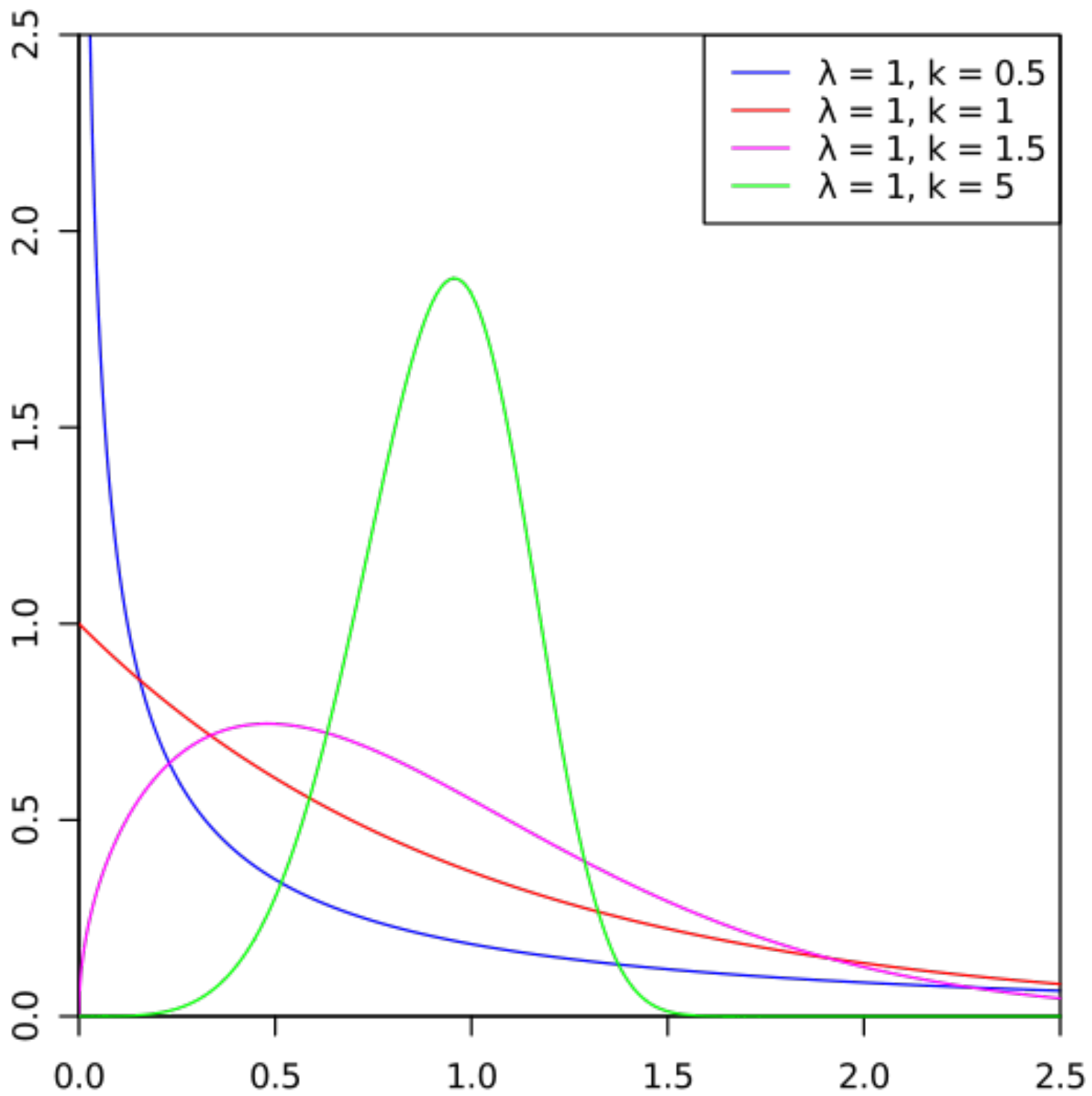
e = Base de los logaritmos naturales = 2.718281....

t = Parámetro de interés o valor en t

$\gamma$  = valor en t inicial (tercer parámetro de Weibull)

$\eta$  = Vida característica ( cantidad de datos analizados)

k = Factor de forma



La función de distribución acumulada está determinada por los rangos que se usarán

Para rangos medianos  $F(i) = \frac{i - 0.3}{n + 0.4}$

Rangos pequeños  $F(i) = \frac{i}{n + 1}$

**Confiabilidad** significa el mínimo tiempo que el equipo funcionará con seguridad antes de fallar. La variable característica  $\gamma$  es similar a la media y representa un valor de  $t$  debajo del cual se encuentra el 63.2% de los datos. El parámetro de forma o geométrico  $\beta$  controla la asimetría de la distribución.

# Conclusiones

Hemos visto herramientas de análisis de fallas basadas en el uso de probabilidad y estadística

Se abordaron métodos de análisis de confiabilidad usados en el mantenimiento y predicción de fallas en máquinas.



Próxima sesión

Principios de mantenimiento  
preventivo