

**Teorema 0.1 (Teorema da forma local das submersões)**

Seja  $U$  aberto em  $G^p \oplus N^r$  e  $f : U \rightarrow H^p$  de classe  $\mathcal{C}^k$  com  $k \geq 1$ .

Seja  $z_0 = (g_0, n_0) \in U$  tal que  $f'(z_0)$  seja sobrejetora (em particular,  $f'(z_0)|_G = \partial_1 f(z_0)$  é isomorfismo).

Então, existe um difeomorfismo  $\alpha : W_{f(z_0)}^H \times V_{n_0}^N \rightarrow Z_{z_0}^{G \oplus N}$  de classe  $\mathcal{C}^k$  tal que

$$f(\alpha(h, n)) = h \quad \text{para todo } (h, n) \in W_{f(z_0)}^H \times V_{n_0}^N.$$

Quer dizer,  $f \circ \alpha : W_{f(z_0)}^H \times V_{n_0}^N \rightarrow W_{f(z_0)}^H$  é a projeção  $\pi_H$ .

**Teorema 0.2 (Teorema da forma local das imersões)**

Seja  $U$  aberto em  $D^p$  e  $f : U \rightarrow E^p \oplus F^n$  de classe  $\mathcal{C}^k$  com  $k \geq 1$ .

Seja  $d_0 \in U$  tal que  $f'(d_0)$  seja injetora (em particular,  $f'(d_0)[D^p] = E^p$ ).

Então, existe um difeomorfismo  $\beta : K_{f(d_0)}^{E \oplus F} \rightarrow X_{d_0}^D \times Y_0^F$  de classe  $\mathcal{C}^k$  tal que

$$\beta(f(d)) = (d, 0) \quad \text{para todo } d \in X_{d_0}^D.$$

Quer dizer,  $\beta \circ f : X_{d_0}^D \rightarrow X_{d_0}^D \times Y_0^F$  é a inclusão.

**Teorema 0.3 (Teorema do posto)**

Seja  $U$  aberto em  $G^p \oplus N^r$  e  $f : U \rightarrow E^p \oplus F^n$  de classe  $\mathcal{C}^k$  com  $k \geq 1$ .

Se o posto de  $f'(z)$  é  $p$  em todo  $U$ , seja  $z_0 = (g_0, n_0) \in U$  tal que  $f(z_0) = (e_0, f_0)$  e  $f'(z_0)[G^p] = E^p$ .

Então, existem difeomorfismos

$$\alpha : W_{e_0}^E \times V_{n_0}^N \rightarrow Z_{z_0}^{G \oplus N}$$

$$\beta : K_{f(z_0)}^{E \oplus F} \rightarrow W_{e_0}^E \times Y_0^F$$

de classe  $\mathcal{C}^k$  tais que

$$\beta(f(\alpha(e, n))) = (e, 0) \quad \text{para todo } (e, n) \in W_{e_0}^E \times V_{n_0}^N.$$

Quer dizer,  $\beta \circ f \circ \alpha : W_{e_0}^E \times V_{n_0}^N \rightarrow W_{e_0}^E \times Y_0^F$  é a inclusão da projeção  $\text{inc} \circ \pi_E$ .