

2010

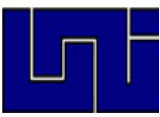
Nivelación

[Ing. Sergio Navarro Hudiel]

Apuntes de Topografía II

UNI Norte
08-Septiembre/2010





El conocimiento de un ingeniero civil depende de dos partes: la práctica y la teoría. El ingeniero sin práctica simplemente no es ingeniero, la teoría sin práctica no funciona. El ingeniero es un hombre de campo, si no sabe cómo funcionan las cosas en el mismo, fracasa. La mayoría del tiempo, el ingeniero la pasa en el campo compartiendo conocimientos con los expertos en la materia.

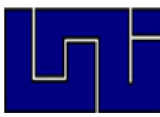
El escritor y educador Richard L. Weaver afirma: “Cuando existe una red entre lo aprendido en el aula y la propia experiencia salta una chispa que enciende la bombilla de la comprensión.”

En el aula habremos aprendido muchos métodos y teorías para resolver algunos problemas que se puedan presentar en el campo de trabajo. Los trabajos de ingeniería civil es indispensable el dominio de la topografía. Cualquier tipo de proyecto que se ejecute necesita de la aplicación de la misma. El ingeniero civil debe ser el que domina y maneja la situación y el aspecto topográfico de todo proyecto. La topografía trata de establecer un control en la configuración de un terreno y de elementos artificiales, naturales se pueden encontrar a través de medidas que se representan en mapas o planos con técnicas apropiadas.

Su objetivo es medir grandes extensiones de tierra este se puede encantar de medir distancias horizontales y verticales puede tomar datos necesarios según su forma y accidente entre puntos y objetos sobre la superficie. De manera general se establece un control tanto vertical como horizontal de las medidas del terreno para poder representarlos en escala con su forma y accidentes.

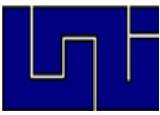
He tratado de recopilar en este documento información que les facilite a los estudiantes el aprendizaje y facilite la investigación para el área de topografía. Hemos dedicado este documento al desarrollo y comprensión de la parte correspondiente a Altimetría y Altiplanimetría.

Ing. Sergio Navarro Hudiel

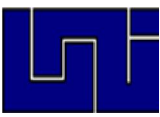


Índice

1. Introducción	5
2. Altimetría o nivelación.....	5
2.1 Elementos a Considerar en la Nivelación:.....	5
2.2 Cotas fijas, Banco de nivel (BM) o banco maestro	7
2.3 Pendientes y diferencias de nivel	8
2.3 Aplicaciones de la Nivelación	8
2.4. Errores sistemáticos en nivelación.....	9
2.5 Curvatura y refracción.....	10
3. Conceptos Básicos de comprensión aplicada.....	11
4. Instrumentos utilizados.....	11
4.1 Levantamiento estadimétrico	13
4.1.1 Clasificación de levantamientos estadimetricos	15
5.1 Nivelación trigonométrica.....	16
5.2 Nivelación Barométrica	20
5.3 Nivelación Directa o diferencial	20
5.3.1 Nivelación simple.....	22
5.3.2 Nivelación compuesta	23
6. Modelo de registro de datos	25
7. Precisión en nivelaciones.....	27
7.1 Nivelación aproximada.....	27
7.2 Nivelación ordinaria.....	27
7.3 Nivelación de alta precisión	27
7.4 Nivelación de precisión	27
8. Comprobación de las nivelaciones.....	28
8.1 Método de doble punto de cambio.....	29
8.2 Método por doble puesta de instrumento	30
8.3 Método Nivelación de Ida y Vuelta.....	32
9. Ajustes de nivelación.....	34
9.1 Ajuste Por diferencia de nivel observado (nivelación de enlace)	34
9.2 Ajuste por cotas (Nivelación en circuito cerrado)	35
10. Nivelación de perfil.....	37



<i>10.1 Cómo usar la escalas en los perfiles.....</i>	<i>39</i>
<i>10.2 Secciones transversales.....</i>	<i>39</i>
<i>10.2.1 Clases de secciones.....</i>	<i>42</i>
<i>10.3 Determinación de la pendiente.....</i>	<i>44</i>
<i>10.4 Determinación de la rasante</i>	<i>45</i>
<i>Ejercicios resueltos y propuestos</i>	<i>46</i>



1. Introducción

Los datos de campo sirven para dibujarlos en un plano, a determinada escala, los que permiten tener una idea de la topografía del terreno a través de su perfil.

Un levantamiento topográfico constituye el conjunto de operaciones que tiene por objeto conocer la posición relativa de los puntos sobre la tierra en base a su longitud, latitud y elevación (x,y,z). Para el estudio operacional de la topografía se dividió en Planimetría, altimetría y altiplanimetría. En cursos pasados se estudio a fondo la planimetría. Este curso se enfocara a la altimetría y altiplanimetría.

En la topografía, distancia entre dos puntos se entiende que es la distancia horizontal, aunque en frecuencia se miden inclinadas y se reducen a su equivalente en su proyección horizontal antes de usarse, por medio de datos auxiliares como lo son la pendiente o los ángulos verticales. La distancia es la separación vertical entre dos plomadas.

La nivelación consiste en medir las diferencias de altura entre dos o varios puntos. Es la forma de expresar las alturas relativas de puntos situados por debajo o encima de un cierto plano de referencia y es utilizado en la construcción de drenajes, riegos, perfiles longitudinales y transversales para el estudio de diseños de carreteras, canales, instalación de tuberías.

2. Altimetría o nivelación

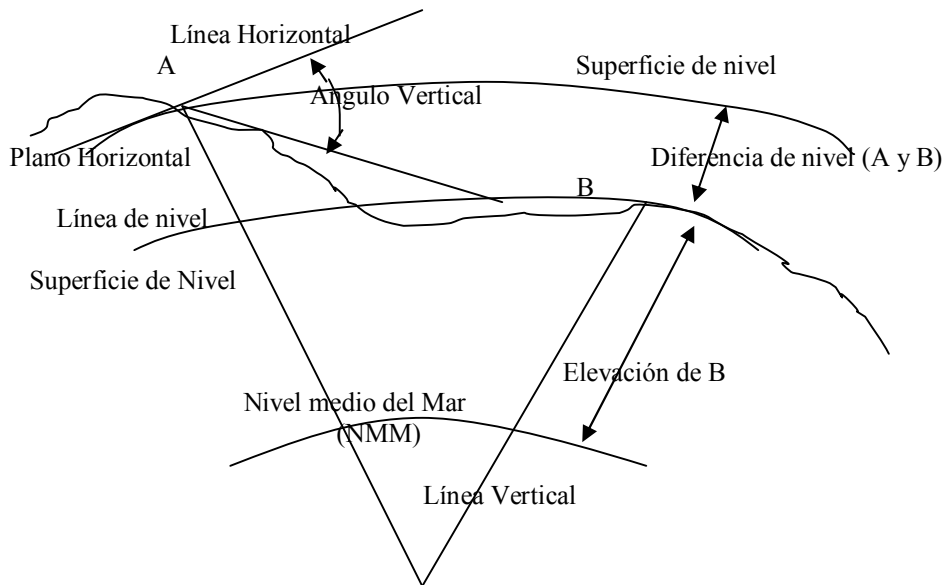
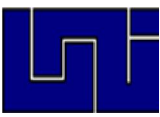
Se da el nombre de nivelación al conjunto de operaciones por medio de las cuales se determina la elevación de uno o más punto respecto a una superficie horizontal de referencia dada o imaginaria la cual es conocida como superficie o plano de comparación. El objetivo primordial de la nivelación es referir una serie de puntos a un mismo plano de comparación para poder deducir los desniveles entre los puntos observados. Se dice que dos o más puntos están a nivel cuando se encuentran a la misma cota o elevación respecto al mismo plano de referencia, en caso contrario se dice que existe un desnivel entre estos.

Es el conjunto de operaciones por medio de las cuales se determina la altura y el desnivel de unos o más puntos del terreno respecto a un nivel de referencia, dado o imaginario, en trabajos de gran importancia el nivel de referencia es el nivel medio del mar (N.M.M). La altimetría tiene por objetivo principal tener en cuenta las diferencias de niveles existentes en el terreno procedimiento conocido como nivelación.

2.1 Elementos a Considerar en la Nivelación:

La elevación de un punto cerca de la superficie de la tierra es su distancia vertical sobre o debajo de una superficie de nivel asumida o superficie curvada, en la que la línea de la plomada es normal a cada uno de sus elementos de área.

La superficie de nivel (real o imaginaria) usada como referencia, se denomina **Datum**.



Línea Vertical: Línea que sigue la dirección de la gravedad, indicada por el hilo de una plomada.

Superficie de Nivel: es una superficie curva en donde cada uno de los puntos es perpendicular a la dirección de la plomada; así el desnivel entre dos puntos es la distancia que existe entre la superficie de nivel de dichos puntos. Una masa de agua en reposo es el mejor ejemplo de ello.

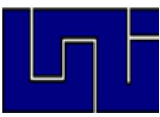
Línea de Nivel: Línea contenida en una superficie de nivel y que es, por tanto, curva.

Plano Horizontal: Plano perpendicular a la dirección de la gravedad. En topografía plana, es un plano perpendicular a la línea de plomada. : es un plano tangente a una superficie de nivel.

Línea Horizontal: Es una línea en un plano horizontal. En topografía plana, es una línea perpendicular a la vertical.

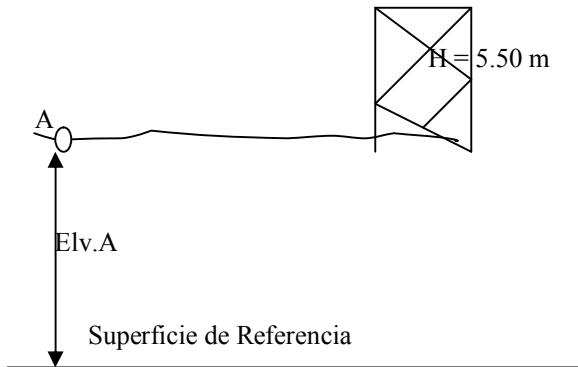
Plano de Referencia: Superficie de nivel a la cual se refieren las elevaciones (por ejemplo, el nivel medio del mar). Se le llama a veces *Plano de referencia vertical* o plano de comparación, aunque en realidad no sea un plano.

Nivel Medio del Mar (NMM): Altura promedio de la superficie del mar según todas las etapas de la marea en un periodo de 19 años. Se determina por lecturas tomadas generalmente a intervalos de una hora. En Estados Unidos se utilizaron 26 estaciones distribuidas a lo largo de la costas del océano Atlántico, del océano Pacífico y del golfo de México. (Wolf / Brinker pag. 122)



Línea de Colimación: es una línea imaginaria que va desde el centro del ocular del telescopio, pasa por la intersección de los hilos de la retícula y llega al punto principal del objetivo, estando el aparato corregido.

Altura, Cota ó Elevación: Distancia vertical medida desde un plano o nivel de referencia, hasta un punto o plano dado.



Angulo vertical: es el ángulo entre dos líneas que se cortan en un plano vertical. En topografía se supone una de estas líneas de manera horizontal.

Nivel medio del mar (NMM) : altura media de la superficie del mar media de la superficie del mar según todas las etapas de la marea en un periodo de 19 años.

2.2 Cotas fijas, Banco de nivel (BM) o banco maestro

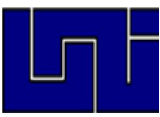
Bench Mark (BM) Es una marca de nivel conocida o asumida. En algunos casos son marcas pertenecientes a la red geodésica nacional y en otros puede ser una marca permanente o semipermanente definida por el topógrafo.

Es un punto permanente en el terreno de origen natural o artificial cuya elevación es conocida. El BM puede estar referenciado al NMM o ser asumido para ciertos trabajos de campo. Existen BM de cota fija los que son colocados por el INETER los que constituyen una red geodésica en nuestro país, estos son monumentos localizados comúnmente en estribos de puentes, aceras o construidos de concreto.

Establecidas por instituciones especializadas y están relacionadas directamente con el NMM, establecidas por nivelación de alta precisión. Se sitúa en lugares en donde no sufran asentamientos

Existen dos tipos de BM.

1. En el que aparece su posición (x, Y) Posición geodésica.



2. En el que aparece su altura, es decir su elevación con respecto al (NMM).

Para los trabajos de carretera, puentes y alcantarillado sanitario se exige que estos sean amarrados a dos BM , actualmente se exigen también a trabajos de lotificaciones y urbanizaciones.

Cotas Temporales

Establecidas por instituciones no especializadas. Su objetivo es dividir tramos largos en tramos cortos y son situados mediante nivelación corriente, y su tiempo de permanencia es bien limitado (mientras dure la construcción). Se deben establecer en lugares donde no vayan a ser removidos por la construcción , para cada obra el BN es único.

2.3 Pendientes y diferencias de nivel

Considero necesario como introducción a la topografía recordar el concepto de pendiente, el cual no es más que el ángulo formado por una línea respecto al plano de referencia. De manera general la pendiente se calcula por unidad lineal y se calcula por la división de la diferencia de altura entre dos puntos y la longitud del segmento.

Pendiente = $\Delta H / \text{Longitud}$

Por ejemplo en un tramo de 100 metros se tiene una cota inicial de 101.50 m y una final de 100.00 m, dando una diferencia de nivel de 0.5 m. Cual es la pendiente?

Pendiente = $\Delta H / \text{Longitud}$

Pendiente = $1.5 / 100 \text{ m} * 100 = 1.5 \%$

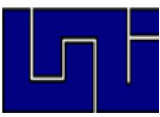
* El desnivel no es más que la diferencias de alturas o elevaciones entre dos puntos.

2.3 Aplicaciones de la Nivelación

La nivelación es una operación fundamental para el ingeniero, tanto para poder confeccionar un proyecto, como para lograr replantear el mismo. En términos genéricos Nivelación se aplica a cualquiera de los diversos procedimientos a través de los cuales se determinan elevaciones o diferencias entre las mismas. Los resultados de la nivelación se utilizan:

- En el proyecto de carreteras, vías férreas, canales, obras de drenaje y sistemas de suministros de agua cuyas pendientes se adaptan en forma optima a la topografía existente.
- En el trazo de construcciones de acuerdo con elevaciones planeadas.
- En el cálculo de volumen de terracerías y otros materiales.
- En la investigación de las características de escurrimiento o drenaje de una región.
- En la elaboración de mapas y planos que muestren la configuración general del terreno.
- En el estudio de los movimientos de las placas de la corteza terrestre y el asentamiento de las mismas. (wolf /Brinker pag.121)

Los instrumentos básicos utilizados para lograr estos fines son el nivel y la estadia. También puede ser usado el teodolito pues también realiza las funciones del nivel. Los niveles son



instrumentos de fácil manejo y de operación rápida y precisa (nivel automático o auto nivelante). Con los avances tecnológicos de hoy en día también se usan los GPS cuya precisión

Los niveles de mano son instrumentos que se usan con una sola mano y se usan en trabajos de poca precisión y para fines de verificación. Los niveles de mano tienen dos características básicas; una línea de vista o de colimación y un nivel de burbuja para poner la línea de vista horizontal. Con un nivel de mano podremos lanzar visuales, determinar pendiente o ángulos horizontales.

En trabajos de gran envergadura y que abarcan grandes extensiones se utiliza el nivel medio del mar (NMM) como plano de comparación. En trabajos pequeños de relativa importancia donde no se tiene referencia cercana del NMM se acostumbra usar planos de referencia asumidos, esto es sin duda uno de los casos más comunes en los trabajos de nivelación de nuestra carrera.

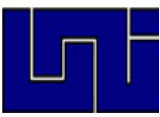
2.4. Errores sistemáticos en nivelación

Los errores personales que se cometen a menudo y debe tenerse cuidado son los siguientes.

- El eje vertical del aparato debe ser verdaderamente vertical así como el hilo horizontal del retículo debe ser verdaderamente horizontal.
- La línea de vista debe ser horizontal cuando el aparato este nivelado.
- Burbuja debe estar nivelada.
- Hacer las lecturas equivocadas y anotar valores correctos.

Los errores instrumentales que suceden a menudo y deben verificarse son que la visual no esté paralela al eje del nivel y que la mira tenga longitud errónea.

En cuanto a los naturales es afectado por la curvatura y refracción terrestre. En este tipo de error también es de mucha frecuencia no tener cuidado con los asentamiento del trípode y la estadia.



2.5 Curvatura y refracción

Aceptando la simplificación sobre la forma de la tierra, debemos estimar el efecto que la misma tiene en el proceso de nivelación. El campo topográfico altimétrico dependerá de la precisión que se desee obtener y de la apreciación de los instrumentos a utilizar en las operaciones de nivelación.

En algunos trabajos de nivelación precisa tales como los establecimientos de bancos de cota fija es necesario considerar el efecto de la curvatura de la tierra y la refracción atmosférica. De manera general la corrección por curvatura, considerando un radio de 6370 Km., puede ser calculada por la siguiente ecuación:

$$C = 0.0785 K^2 \text{ (cm.)}$$

Donde k es la distancia vertical existente entre una línea horizontal y la línea de nivel expresada en km. Es decir que para una distancia vertical de 1 Km la corrección será 7.85 cm.

El fenómeno de refracción atmosférica se presenta cuando los rayos de luz se doblan ligeramente hacia abajo lo que tiende a disminuir la curvatura terrestre en un 14 %.

La corrección por refracción puede calcularse por la siguiente ecuación:

$$C = 0.0675 K^2 \text{ (Km.)}$$

Cuando los ángulos verticales son medidos desde (y en) cada uno de dos puntos cuya diferencia en elevación es deseada, ésta es la mitad de la distancia horizontal entre ellos, multiplicada por la suma de la tangente de los ángulos” y el efecto de la curvatura de la tierra y la refracción atmosférica es por lo tanto eliminado.

Casi todas las líneas de visual son cortas (0-30 m) y en rara ocasión la visual se encuentra por encima de los 2 m sobre el terreno. En consecuencia rara vez es necesaria hacer la corrección por estos efectos recomendada para distancias mayores de los 400 m.

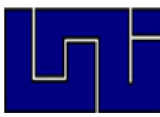
El efecto de refracción contrarresta el efecto de curvatura, por lo que el efecto o error total de curvatura y refracción (e_{cr}) combinado se puede determinar por la siguiente expresión:

$$e_{cr} = \frac{D^2}{2R} (1 - K)$$

donde K representa el coeficiente de refracción cuyo valor promedio es de 0.16 y R el radio de la tierra con un valor de 6370 Km.

Según Casanova, la máxima distancia horizontal para una nivelación de precisión en la que se requiere que el error total de curvatura y refracción $e_{cr} \leq 1 \text{ mm}$ es de aproximadamente 120 m.

Podemos realizar correlaciones de estos efectos de la siguiente tabla tomada de tabla 6.1 de Publicación de Casanova. Pág. 6-5.



D	e_{cr} mm
100	0,65
200	2,64
400	10,55
500	16,48
≥ 1.000	65,93

3. Conceptos Básicos de comprensión aplicada

Para el dominio de la nivelación es indispensable el dominio de los siguientes términos:

Lectura de espalda o vista atrás (LE o VA): es una lectura de hilo central efectuada sobre la estadia situada sobre el punto inicial de cota conocida el cual puede ser un BM o un punto de liga. También es conocida como lectura aditiva pues siempre se suma.

Altura de instrumento (HI o AI): es la elevación de la línea de colimación del telescopio cuando el equipo esta nivelado medido a partir de una superficie de referencia. La elevación de un punto conocido más la vista atrás es la altura de instrumento buscada.

Lectura de frente o vista al frente (LF o VF): es una lectura de hilo central efectuada sobre la estadia situada sobre el punto siguiente de avanzada en el estudio es decir sobre el punto sobre el cual queremos conocer la elevación.

Esta lectura es necesaria para calcular las elevaciones de los puntos siguientes simplemente restando la altura instrumento la vista de frente. También es conocida como lectura deductiva pues siempre se resta.

Lectura intermedia (LI): es una lectura de hilo central sobre la estadia en puntos de detalle cuyas elevaciones deseemos saber.

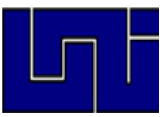
Las lecturas intermedias son muy usadas para dejar referencias en el desarrollo del trabajo de campo. Toda lectura entre LE y LF es intermedia. Las lecturas intermedias son deductivas y con lecturas de mira sobre puntos de elevación desconocidos.

Puntos de liga o cambio: es un punto intermedio entre dos referencias en el cual se hacen dos lecturas de enlace, una de frente y una hacia atrás.

En resumen $HI = cota + LE$. $Cota = HI - LF$

4. Instrumentos utilizados

Para la nivelación simple y compuesta los más comunes son los niveles mecánicos o automáticos. Para la nivelación trigonométrica se usa el teodolito. Es importante recordar que un tránsito podrá



hacer la misma función que el nivel. Los niveles son instrumentos constituidos básicamente por un telescopio y un nivel de burbuja, dispuestos en forma tal que la visual pueda fijarse horizontalmente.

Algunos de los niveles automáticos que utilizaremos en las prácticas cuentan con una característica de auto nivelación. Si se nivela en forma aproximada el instrumento por medio de un nivel circular, un compensador nivela automáticamente la visual y la mantiene a nivel con toda precisión. Por la facilidad y rapidez que se manejan los niveles automáticos se emplean mucho en trabajos generales.

Los instrumentos básicos pueden verse en la siguiente figura.



Tipos de niveles.

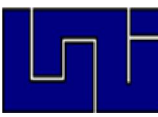
Nivel de plano. Es aquel en el que el eje del anteojo, o eje de colimación, y el eje vertical de giro pueden colocarse rigurosamente perpendiculares, uno con respecto al otro. Este nivel usa un nivel tubular graduado, situado abajo del anteojo y siguiendo la dirección del mismo. El centrado o calado de este nivel se hace por la visión directa de la burbuja del mismo.

Nivel de Línea: Es más compacto y preciso que los niveles de plano, pero solamente en la dirección de la visual. Debe revisarse la burbuja del nivel antes de cada lectura.

Nivel Automático. En estos la perpendicularidad entre el eje de colimación y el eje vertical de giro no es rigurosa, interesando fundamentalmente que el eje de colimación este horizontal en la dirección que se dirige la visual, lo que se logra mediante un tornillo de basculamiento. Este tipo de nivel se autonivela.

Nivel de mano. Consta de un tubo de 13 a 15 cm., el cual sirve de anteojo y sobre el que se encuentra montado un nivel de burbuja para la horizontalidad del mismo. Esta burbuja es reflejada por un prisma dentro del campo visual del anteojo lo que permite controlar al centro en el momento de hacer la lectura.

La distancia entre el observador y la estadia no puede ser grande, ya que el anteojo no posee aumento, también se debe conocer la altura de la línea de colimación. Se recomienda una baliza para apoyar el nivel. La precisión de este nivel es muy baja, pero es muy útil para levantamientos toscos o preliminares así como para pequeños acueductos rurales, sistemas de alcantarillados, secciones transversales de caminos y calles, etc.



Clinómetro: Posee las mismas partes que el nivel de mano y un círculo vertical de doble graduación, una sexagesimal y otra en porcentaje de pendiente, de 0 a 45 grados. La ventaja de él es que puede usarse como nivel de mano y medidor de ángulos verticales y pendientes. Al igual que el nivel de mano, su precisión es baja. Recibe también el nombre de Clinómetro.



Estadia, mira o estadal. Es una regla de tres a cuatro metros de longitud graduada en sus dos caras en metros, decímetros y centímetros. Existen diversos tipos:

Por su forma y modo de guardarla:

- De libro o bisagra
- De extensión o telescópicas
- Rígidas y enrolladas.

Por el tipo de graduación:

- Directas: Con la numeración en posición normal. Se usan con niveles de imagen directa.
- Invertidas: Con la numeración cabeza abajo. Se usan con instrumentos de imagen invertida.

4.1 Levantamiento estadimétrico

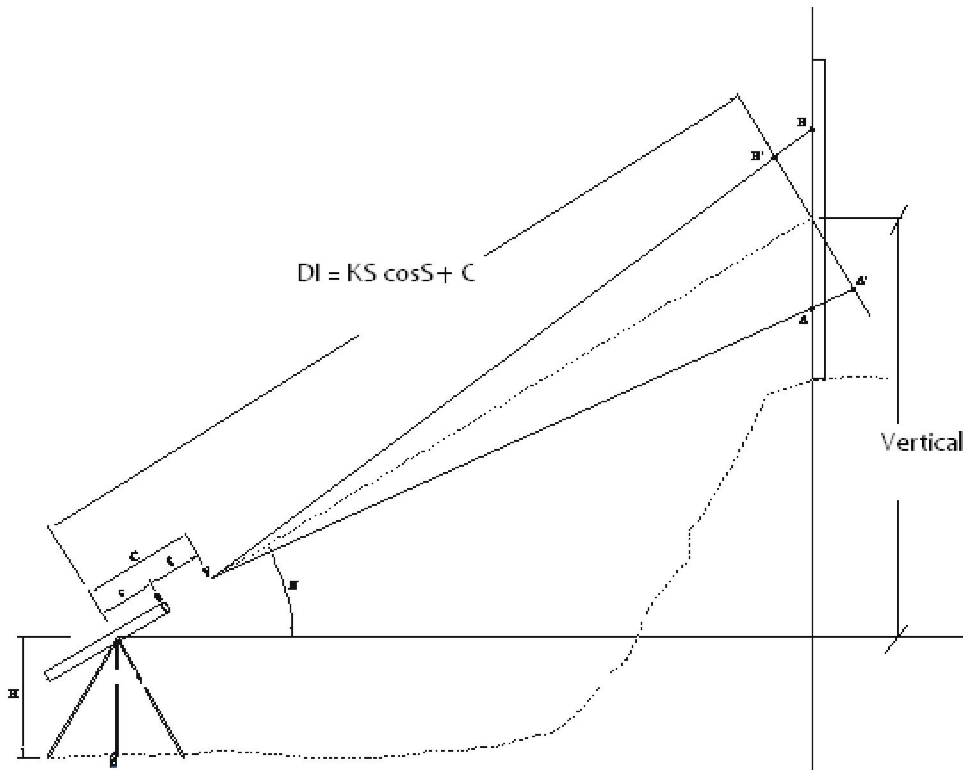
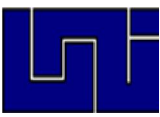
Tal y como desarrollamos en el curso de topografía I, este es el proceso de realizar medidas con la estadia, el cual consiste en observar con el telescopio la situación aparente de dos (2) hilos de estadia en el estadal, que se sostiene vertical.

El intervalo comprendido entre los hilos de estadia al hacer las lecturas, se llama intervalo de estadia o lectura de estadia, y es una función directa de la distancia del instrumento al estadal. En la mayor parte de los instrumentos, la relación de la distancia al intervalo de estadia es 100. Además del Intervalo o lectura de estadia,

Se tomarán los siguientes datos para cada punto levantado:

- Angulo Horizontal (Angulo Derecho) referido a la Línea Base
- Angulo Vertical referido al horizonte (Horizontal)

En cada punto de la Línea Base o Línea de Referencia donde se plante el instrumento se tomará con cinta métrica, la distancia del punto (mojón) al eje del instrumento (HI).



Distancia inclinada D_i ;

$$D_i = Ks \cos \phi + C$$

Distancia Horizontal; H:

$$H = Ks \cos^2 \phi + C \cos \phi$$

Distancia Vertical V;

$$V = \frac{1}{2} Ks \sin^2 \phi + C \sin \phi; \text{ en donde;}$$

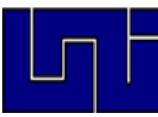
K: Constante del instrumento en la mayoría corresponde a un valor de 100.

S: Intervalo de Estadia o lectura de estadia, corresponde a la diferencia de lecturas del hilo superior menos el hilo interior.

C: Distancia del instrumento al foco principal, es una constante suministrada por el fabricante.

ϕ : Angulo vertical medido

Los telescopios de enfoque interior están de tal manera contruidos, que “C” es cero ó casi cero. Esta es una ventaja importante de los telescopios de enfoque interno para el trabajo con estadia.



En base a lo anterior las expresiones antes definidas se reducen a lo siguiente:

$$H = Ks \cos^2 \phi; \quad V = \frac{1}{2} Ks \sin^2 \phi$$

Ejemplo: Datos levantados en campo.

- Altura del Instrumento : 1.46
- Elevación del punto o mojón donde se está plantado: 234.50 m
- Angulo Derecho : 176°20'10"
- Angulo Vertical : 12°42'(+)
- Lectura estadía hilo inferior : 2.00
- Lectura estadía hilo superior: 2.854

→ Procedimiento de Cálculo:

$$S = 2.854 - 2.00 = 0.854$$

$$K = 100$$

$$\phi = +12^\circ 42'$$

$$H = (100 * 0.854) (\cos 12^\circ 42')^2 = 81.27m$$

$$V = \frac{1}{2} (100 * 0.854) (\sin(2 * 12^\circ 42')) = 18.32(+)$$

Para calcular la elevación del punto levantado.

$$\text{Elev} = \text{Elev Mojón} + HI \pm V$$

$$\text{Elev} = 234.5 + 1.46 + 18.32$$

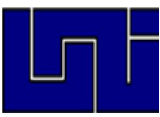
$$\text{Elev} = 254.28 \text{ (ubicación altimétrica)}$$

4.1.1 Clasificación de levantamientos estadimetricos

Como desarrollamos en el curso de topografía I, existe el levantamiento estadimétrico simple en el que por una visada podemos obtener las lecturas de los hilos estadimetricos o bien aquella compuesta cuando tenemos que usar lecturas en elevación o depresión. Para comprender mejor las formulas anteriores de la teoría de esta medición recomiendo lectura de teoría de medición estadimetrica página 376 sección 15-6 del libro Tratado de Topografía. Raymond E. Davis, Francis Foote y Joe. W. Kelly,

Podemos demostrar y derivar ecuaciones para el cálculo de distancia verticales así como elevaciones. Estas usted las desarrollará en el aula de clases. Sin embargo es importante recordar que

$$\text{Para el caso simple } DH = 100 * S * (\cos \alpha_v)^2$$



Cuando Los hilos estadimétricos no coinciden con el campo visual ya sea el hilo superior o el hilo inferior, por obstrucciones en la visual o por que las distancias son muy largas se presentaran dos casos:

Cuando ambas lecturas de hilo central y ángulos están en depresión o elevación

$$Dh = \frac{hc_1 - hc_2}{\tan \alpha V_1 - \tan \alpha V_2}$$

Cuando una lectura de hilo central y ángulo esta en elevación y otro en depresión y viceversa.

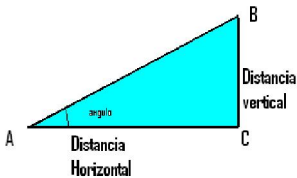
$$Dh = \frac{hc_1 - hc_2}{\tan \alpha V_1 + \tan \alpha V_2}$$

5.1 Nivelación trigonométrica

Se utiliza en la determinación de cotas o desniveles entre puntos, basándose en la Trigonometría, por tanto es necesario conocer las distancias horizontales y verticales entre la estación del instrumento y el punto en estudio, así como el ángulo horizontal y el ángulo cenital. Obtenido al visar el punto.

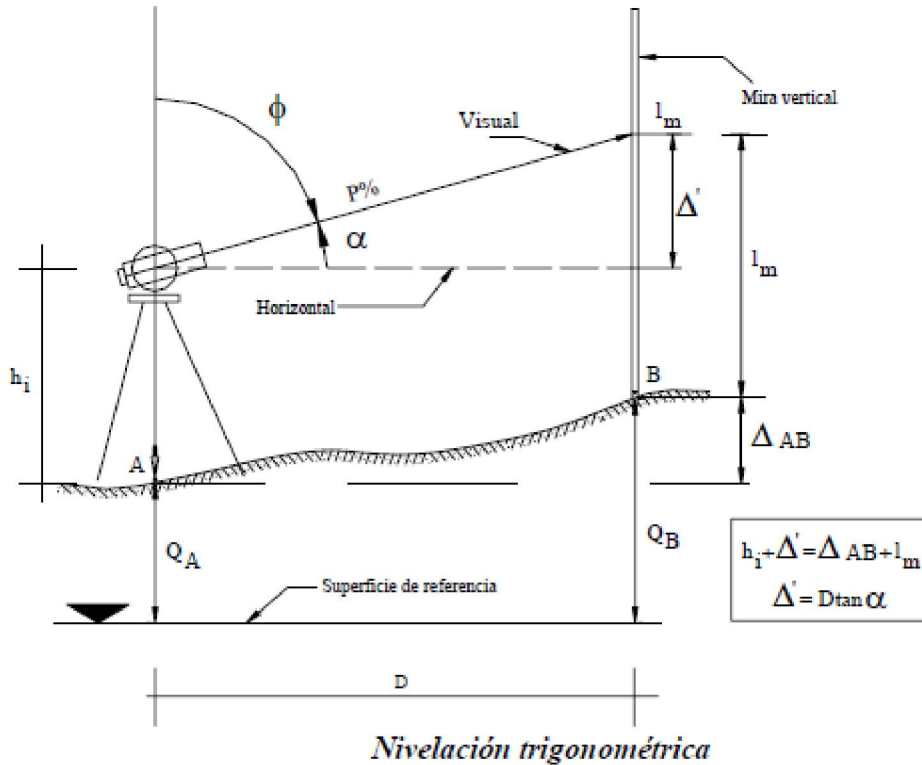
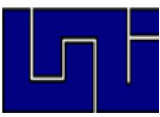
La nivelación trigonométrica resulta más ventajosa aplicarla a terrenos muy accidentados, montañosos o boscosos, donde la utilización del nivel se hace engorrosa ya que se tendría que cuadricular el terreno y realizar un número considerable de plantadas del nivel, mientras que con el teodolito se lleva simultáneamente las radiaciones y elevaciones.

Tiene por objeto determinar la diferencia de altura entre dos puntos midiendo la distancia horizontal o inclinada y el ángulo vertical que los une con el plano vertical para poder determinar los desniveles con ayuda de la trigonometría. En la topografía ordinaria este tipo de nivelación proporciona un medio rápido para la determinación de elevaciones de puntos en terrenos bastante accidentados apreciables a simple vista. Los ángulos se miden con el teodolito y las distancias con la mira.



Cuando se mide el ángulo vertical y la distancia inclinada, aplicando trigonometría con función seno y considerando un triángulo rectángulo, el desnivel se obtiene: $\text{seno}(\text{ángulo}) = BC/AB$; $BC = \text{sen}(\text{ángulo}) * AB$

Cuando se mide el ángulo vertical y la distancia horizontal, aplicando trigonometría con función tangente y considerando un triángulo rectángulo, el desnivel se obtiene: $\text{tangente}(\text{ángulo}) = BC/AC$; $BC = \text{tan}(\text{ángulo}) * ACB$



$$\Delta_{AB} = D \tan \alpha + h_I - l_m$$

$$\Delta_{AB} = D \cot \phi + h_I - l_m$$

$$\Delta_{AB} = \frac{P \cdot D}{100} + h_I - l_m$$

Δ_{AB} = Desnivel entre A y B

D = Distancia horizontal

α = Angulo vertical de elevación

ϕ = Angulo cenital

P = Inclinación de la visual en %

h_I = Altura del instrumento

h_s = Altura de la señal (lectura en mira)

Veamos el siguiente ejemplo:

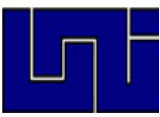
Si se ha medido la distancia entre dos puntos usando la taquimetría y se tomaron todos los datos necesarios para calcular la elevación del punto desconocido, compruebe que los ΔH usando la formula general es igual al ΔH encontrado con la formula corriente.

Datos.

$\Lambda = 1.50$

$\angle z = 85^\circ 00'$

$hc = 4.53$



dist. Entre los puntos = 10.00 m

$$V = 10 * \tan(90^\circ - 85^\circ) = 0.875$$

$$\Delta H = V + \Lambda - hc$$

$$\Delta H = 0.875 + 1.50 - 4.53 = -2.155 \text{ formula corriente}$$

$$\Delta h = + 0.875 + (1.50 - 4.53) = -2.155 \text{ formula general}$$

Esto nos indica que aunque el ángulo zenital tomado en elevación el punto se encuentra en depresión, por el signo resultante en la operación anterior.

Ejemplo

Calcular la elevación de los puntos siguientes utilizando la formula general

Est.	Pto. observ	Λ	S	hc	\angle zetital	\angle hz	Observ.
1	N=81	1.46	0.574	1.46	90°45'25"	00°00'00"	Pl. Auxiliar
	2		9.60	1.46	89°52'23"	187°28'00"	BM = 100.00 Muro Portón
	1R		0.087	1.46	88°33'33"	278°06'00"	Polg. Real
	3		0.414	1.855	92°25'19"	75°22'00"	
3	1	1.52	-		-	00°00'00"	
	2R		0.338	1.47	91°10'35"	177°40'00"	Polg. Real
	4		0.1553	1.08	87°47'00"	05°12'00"	

Solución

$$\Delta H = \pm V + (\Lambda - hc)$$

a) Calcular distancia y ΔH de (1-BM) para encontrar elevación de (1) ya que es base para las demás elevaciones

$$D_1 - BM = 9.60$$

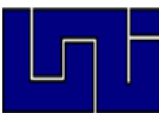
$$V_1 - BM = 9.60 * \tan(90 - 89^\circ 52' 23") = 0.021$$

$$\Delta H_1 - BM = + 0.021 + (1.46 - 1.46) = + 0.021$$

Elev = 100 - 0.021 = 99.979 se invierte el signo ya que el teodolito no esta estacionado en el BM si no en el punto 1

$$di_{-3} = 100 * 0.414 * \cos^2(2^\circ 25' 19") = 41.326$$

$$V_{1-3} = 41.326 * \tan 2^\circ 25' 19" = 1.748$$



$$\Delta h_{1-3} = -1.748 + (146 - 1.46) = -1.748$$

$$E/v_3 = 99.979 - 1.748 = \underline{98.231} \text{ base para los siguientes elevación}$$

$$d_3 - 2R = 100 * 0.338 * \text{Cos}(1^\circ 10' 35'') = 33.786$$

$$V_{3-2R} = 33.786 * \tan 1^\circ 10' 35'' = 0.694$$

$$\Delta h_{3-2R} = -0.694 + (1.52 - 1.47)$$

$$\text{Elev}_{2R} = 98.231 - 0.644 = 97.587$$

$$D_{3-4} = 100 * 0.153 * \text{Cos}^2(90^\circ - 87' 47'') = 15.277$$

$$V_{3-4} = 15.277 * \tan(90^\circ - 07' 47'') = 0.591$$

$$\Delta h_{3-4} = 0.591 + (1.52 - 1.08) = + 1.031$$

$$\text{Elev.4} = 98.231 + 1.031 = 99.262 = 99.262$$

Recordemos que:

Si el ángulo zenital es $>$ de 90° es de depresión

Si el ángulo zenital es $<$ de 90° es de elevación

EST.	PTO.Obsv.	S	V	HRZ	OSERV	
5	4			0°00'	Elev. Sobre pozo	1.63
	B. M	0.23	93°32'50"	352°36'	Esq. de terraza	
	A	0.208	94°35'55"	24°02'		
	D	0.297	88°42'	132°43'		
	L	0.71	88°20'50"	92°45'		

$$DH_{5-BM} = 100 * 0.23 * \text{Cos } 3^\circ 32' 50'' = 22.91$$

$$V = 22.91 * \tan 3^\circ 32' 50'' = 1.42$$

$$\Delta H = 1.42 + 1.65 - 1.63 = 1.42$$

Elevación a calcular es la del pto, 5 ya que este es base para los demás puntos.

$$\text{Elev5} = 100 + 1.42 = 101.42$$

$$\text{Elev5} = \text{Elev. BM} \pm \Delta H$$

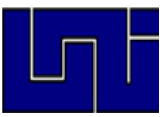
$$Dh_{5-A} = 100 * 0.208 * \text{Cos } 4^\circ 53' 55'' = 20.65$$

$$V = 20.65 * \text{Tan } 4^\circ 53' 55'' = 1.77$$

$$\Delta H = 1.77 + 1.63 - 12.63 = 1.77$$

Elev. A = Elev 5 - ΔH_A de 5 están referida todas las elevaciones.

$$\text{Elev. A} = 101.42 - 1.77 = 99.65$$



$$DH_{5-D} = 100 * 0.297 * \cos^2 (90^\circ - 88^\circ 42' 00'') = 29.68$$

$$V = 29.68 * \tan(90^\circ - 88^\circ 42' 00'') = 0.674$$

$$\Delta H = +0.674 + (1.63 - 1.63) = 0.674$$

$$\text{Elv.d} = 101.42 + 0.674 = 102.094$$

En muchas ocasiones se presentan puntos que se encuentran por debajo o por encima del BM y que el topógrafo no los distingue debido a obstáculos en la visual y se tiene que tomar la medida con un ángulo zenital en elevación o viceversa, para no tener dudas

5.2 Nivelación Barométrica

Este tipo de nivelación es para usos exploratorios y de reconocimientos en zonas montañosas con el uso del barómetro; instrumento que considera la presión atmosférica, la cual varía durante el día e incluso durante la noche, la que hace que este tipo de nivelación no sea exacta.

5.3 Nivelación Directa o diferencial

Consiste en medir directamente las diferencias verticales, siendo el método más preciso y el más empleado para determinar elevaciones utilizando 2 lecturas. Una lectura de espalda LE y una frente LF. Se realiza con el objetivo de establecer puntos de control mediante el corrimiento de una cota, entendiéndose como tal las operaciones encaminada a la obtención de la elevación de un punto determinado partiendo de otro conocido. La nivelación geométrica o diferencial se clasifica en simple o compuesta.

La primera lectura que se realiza es a un punto de cota conocida y se denomina LE, ME o VE, Esta se considera (+), Las demás lecturas se denominan lecturas de frente (LF) Mira de frente (MF) y Vista de frente (VF). Se efectúa sobre aquellos puntos donde se quiere determinar su elevación y esta se considera (-)

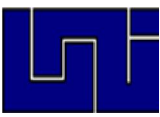
Altura del Instrumento ($H_i = \Lambda$)

Es la elevación de la línea de colimación, del telescopio, cuando el instrumento está nivelado a partir de una línea de referencia o una superficie de referencia.

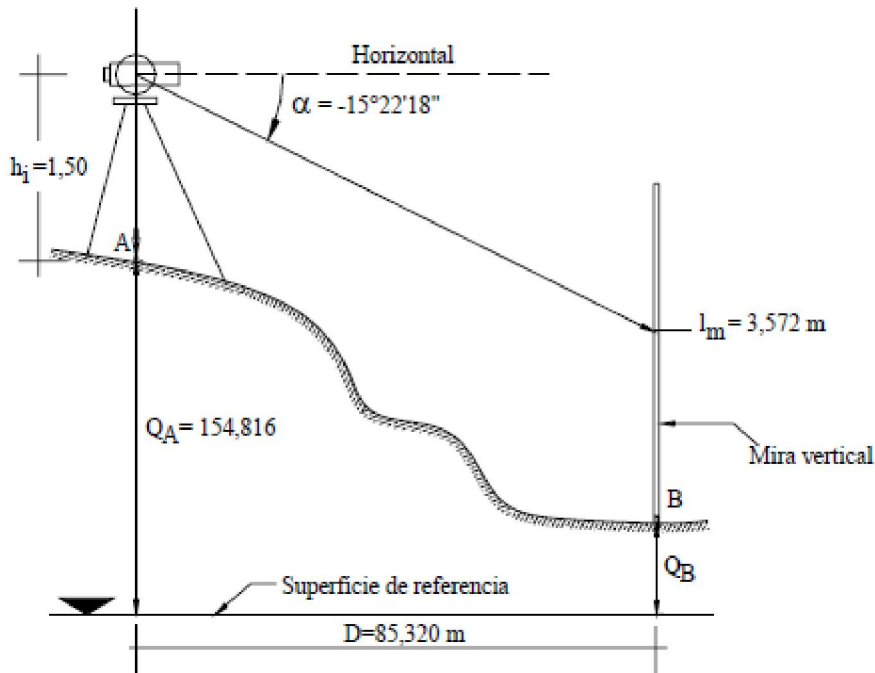
$$\Lambda = \text{Elev.BM} + \text{LE}$$

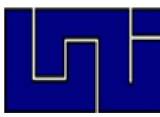
$$\text{Elv.A} = \Lambda - \text{LF}$$

Instrumento para la nivelación Directa



1. Nivel de Albañil.
2. Nivel de Mano.
3. Nivel de Manguera
4. Nivel de Montaje Rápido (Teodolito)
5. Nivel Automático y Nivel Fijo.





5.3.1 Nivelación simple

Es aquella en la cual desde un punto o una sola posición del aparato se puede conocer las cotas o elevaciones de los diferentes puntos que deseamos nivelar. En este se sitúa el nivel en el punto más conveniente el cual ofrezca mejores condiciones de visibilidad. La primera lectura se hace sobre al estadia colocada en el punto estable y fijo que se toma como un BM el cual podrá ser conocido o asumido.

Es aquella nivelación en la que estar dos puntos relativamente cerca uno del otro, su diferencia de nivel puede ser determinada con una puesta en estación del instrumento colocando una mira sucesivamente en cada uno de los puntos. La posición del instrumento puede ser cualquiera, pero a fin de eliminar en todo lo posible los errores sistemáticos se introducen en la operación es recomendable que el nivel debe estar situado a igual distancia de cada punto.

Registro de Campo de una Nivelación simple

EST.	L_E	Λ	L_F	ΔH	Elev.	Observ.
BM	1.15	101.15			100	Esquina NE edificio #2
A			1.30	-0.15	99.85	
B			2.45	-1.30	98.70	
C			1.03	+0.12	100.12	
D			1.58	-0.43	99.57	
E			0.956	+0.194	100.194	
F			2.057	-0.907	99.093	

$$\Lambda = 100 + 1.15 = 101.15$$

$$\text{ElevA.} = 101.15 - 1.30 = 99.85$$

$$\text{ElevB.} = 101.15 - 2.45 = 98.70$$

$$\text{Eleva.} = 101.15 - 1.03 = 100.12$$

$$\text{Eleva.} = 101.15 - 1.58 = 99.57$$

$$\text{Eleva.} = 101.15 - 0.956 = 100.194$$

$$\text{Eleva.} = 101.15 - 2.057 = 99.093$$

$$\Delta H_A = 1.15 - 1.30 = -0.15$$

$$\Delta H_B = 1.15 - 2.45 = -1.30$$

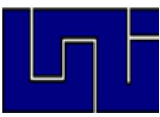
$$\Delta H_C = 1.15 - 1.03 = +0.12$$

$$\Delta H_D = 1.15 - 1.58 = -0.43$$

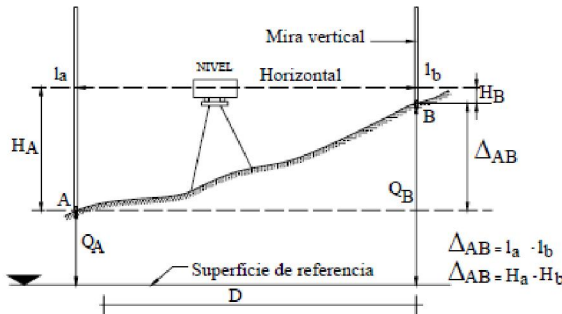
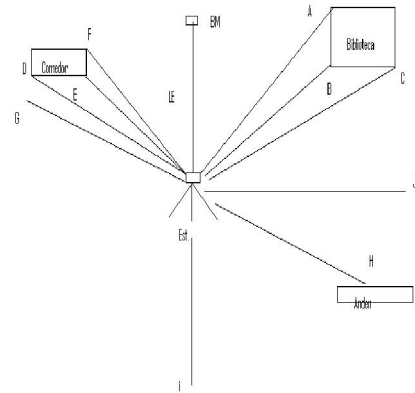
$$\Delta H_E = 1.15 - 0.956 = +0.194$$

$$\Delta H_F = 1.15 - 2.057 = -0.907$$

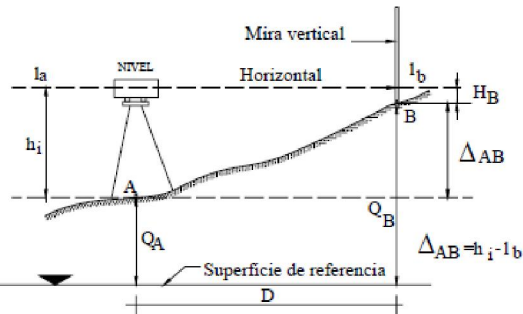
Veamos el siguiente ejemplo en el que se pide determinar las elevaciones de los puntos A-H. En el cual basta con colocar una sola vez el instrumento.



Est.	Le	HI	LI	Cota	Obv.
BM = 100	1.155	101.155			
A			1.209	99.946	
B			1.20	99.955	
C			1.212	99.943	
D			1.420	99.735	
E			1.445	99.71	
F			1.760	99.395	
G			1.720	99.435	
H			1.523	99.632	



a. Nivelación desde el medio

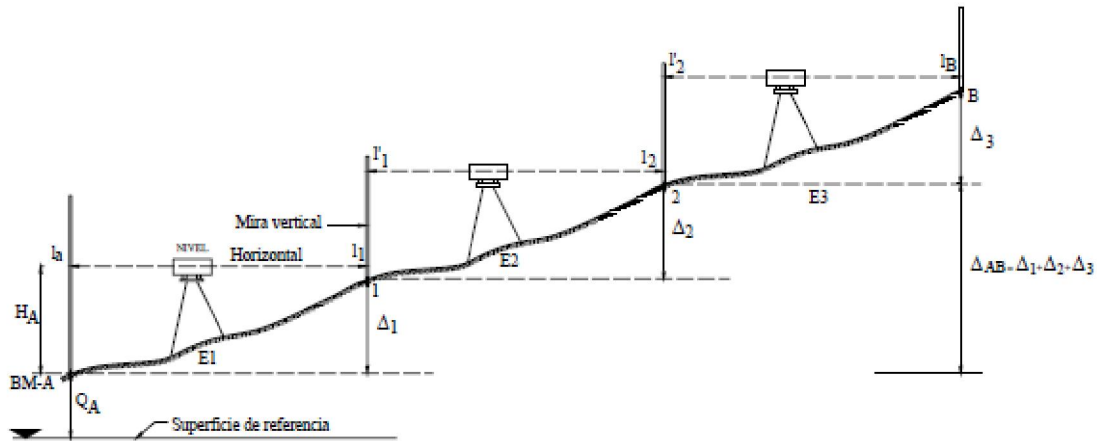
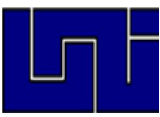


b. Nivelación desde el extremo

5.3.2 Nivelación compuesta

Algunas veces se hace necesario cambiar de posición el nivel una o más veces, debido a obstrucciones de la visual, terrenos muy accidentados o cuando las visuales, son demasiadas largas, por lo tanto obtendremos varias nivelaciones simples, enlazadas entre sí por puntos de liga (PL) o punto de cambios (PC) a, este proceso se le llama nivelación compuesta.

Esta nivelación es igual a la simple con la única diferencia que el aparato se plantara más de una vez y por consiguiente la altura de instrumento será diferente cada vez que se cambie. Este tipo de nivelación se realiza cuando los terrenos son bastantes accidentados y exceden visuales de 200 m. en otras palabras la nivelación compuesta es una serie de nivelaciones simples amarradas entre si por puntos de cambio o de liga del aparato.



Registro de Campo de una Nivelación Compuesta

Est.	LE	Λ	Lf	LI	ΔH	Elev	Observ.
BM	1.584	51.584				50.00	
P _{C1}	1.290	50.398	2.476		-0.892	49.108	
A				2.730	-1.440	47.668	
B				0.640	+0.650	49.758	
P _{C2}	1.290	49.212	2.476		-1.186	49.922	
C				1.270	+0.020	47.942	
D				1.426	-0.136	47.786	
PC3	0.995	47.933	2.274		-0.984	46.938	
E				0.484	+0.511	47.449	
F				1.828	-0.833	46.105	
P _{C4}			0.673		+0.322	47.260	
	Σ 5.159		7.899				

$$\Lambda_1 = 50 + 1.584 = 51.584$$

$$\text{Elev}_{pc1} = 51.584 - 2.476 = 49.108$$

$$\Lambda_2 = 49.108 + 1.29 = 50.598$$

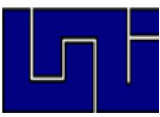
$$\text{Elev}_A = 50.398 - 2.73 = 47.668$$

$$\text{Elev}_B = 50.398 - 0.640 = 49.758$$

$$\text{Elev}_{Pc2} = 50.398 - 2.476 = 49.922$$

Comprobación

$$\begin{array}{r} 5.159 - 7.899 = 47.260 - 50.00 \\ -2.74 \quad \quad = \quad -2.74 \end{array}$$



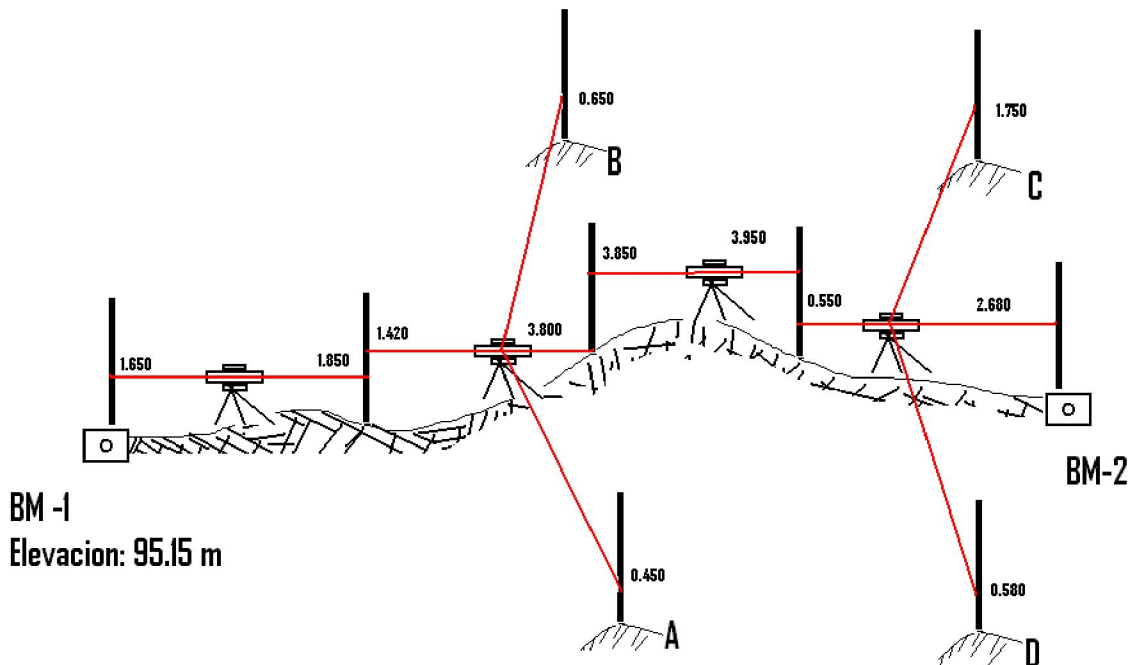
La comprobación de cálculo se hace como se indico anteriormente

$$\Sigma LE - \Sigma LF = \text{cota final} - \text{cota inicial}$$

Esto sólo nos elimina la posibilidad de equivocación en los cálculos o en la anotación, pero no nos indica que el trabajo haya sido realizado correctamente, Para ello es necesario que los resultados tengan una debida comprobación tal y como se verá en sección 8 de este documento.

6. Modelo de registro de datos

Cuando se realiza un trabajo de nivelación la parte mas importante es la claridad y orden que se tenga en la presentación de los datos levantados en el campo con el objetivo de que cualquier persona con conocimientos topográficos pueda interpretarlos y realizar los cálculos necesarios. Para entender el concepto de nivelación realicemos un ejemplo paso a paso.



Estación	LE o VA (+)	HI	LF o VF (-)	LI	Cota o Elevación
BM-1	1.650	96.800			95.150
PC-1	1.420	96.370	1.850		94.950
A				0.450	95.920
B				0.650	95.720
PC-2	3.850	96.420	3.800		92.570
PC-3	0.550	93.020	3.950		92.470
C				1.750	91.270
D				0.580	92.440
BM-2			2.650		90.370

LE o VA: Lectura espalda - vista atras

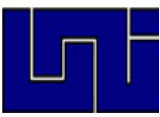
HI o AI: Altura de Instrumento

LI: Lectura Intermedia

VF o LF: Lectura de frente o vista de frente

PC: punto de cambio. Tambien designado como PL o punto de liga

Procedimiento de cálculo



Partimos con la elevación de BM conocida = 95.15 m

HI = Elevación de BM-1 + VA (Primera altura de instrumento)

$$HI = 95.15 - 1.65 = 96.80 \text{ m}$$

PC - 1 = HI - VF

$$PC - 1 = 96.80 - 1.85 = 94.95 \text{ m}$$

HI = Elevación PC-1 + VA (Segunda altura de instrumento)

$$HI = 94.95 + 1.42 = 96.37 \text{ m}$$

A = HI - LI

$$A = 96.37 - 0.45 = 95.92 \text{ m}$$

B = HI - LI

$$B = 96.37 - 3.65 = 92.72 \text{ m}$$

PC-2= HI - VF

$$PC-2= 96.37 - 3.80 = 92.57$$

HI = Elevación PC-2 + VA (Tercera altura de instrumento)

$$HI = 92.57 + 3.85 = 96.42 \text{ m}$$

PC-3 = HI - VF

$$PC-3 = 96.42 - 3.95 = 92.47 \text{ m}$$

HI = Elevación PC-3 + VA (Cuarta altura de instrumento)

$$HI = 92.47 + 0.55 = 93.02$$

C = HI - LI

$$C = 93.02 - 1.75 = 91.27 \text{ m}$$

D = HI - LI

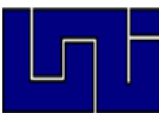
$$D = 93.02 - 0.58 = 92.44 \text{ m}$$

Elevación de BM-2 = HI - VF

$$\text{Elevación de BM-2} = 93.02 - 2.65 = 90,37 \text{ m.}$$

Como se desarrolla en clase lo importante es el levantamiento y anotación adecuada de los datos. Una vez levantados los datos podemos resolver la tabla de registro de manera mecánica, aunque no es lo correcto sino saber qué es lo que estamos realizando, de la siguiente manera:

A la elevación inicial le sumamos la lectura de espalda de la fila correspondiente, esto dará la altura de instrumento, a esta altura le restamos la lectura de frente de punto siguiente y nos dará la elevación siguiente. Este ciclo se repite hasta terminar la tabla.



7. Precisión en nivelaciones

La precisión o tolerancia en los trabajos de nivelación esta en función del trabajo a realizarse. Podemos decir que la nivelación tiene cuatro categorías dependiendo de la precisión que se desee en el levantamiento siendo estas:

7.1 Nivelación aproximada

Para reconocimientos, anteproyectos.
Visuales se hacen hasta 300m de longitud. (Si el terreno lo permite)
Lecturas de mira hasta el centímetro.
No se tiene cuidado en guardar equidistancia entre las LE y LF.

Error máximo en metros = $\pm 0.08 (D)^{1/2}$ D: distancia en Km.

7.2 Nivelación ordinaria

Es la usada en la mayor parte de los trabajos de nivelación. Usada en trabajos de carreteras, vías férreas y otras construcción de obras civiles con visuales hasta 190 m de longitud. Lecturas de mira al milímetro. Equidistancia aproximada entre LE y LF cuando se siguen itinerarios largos cuesta arriba y cuesta abajo.

Error máximo en metros = $\pm 0.024 (D)^{1/2}$ D: distancia en Km.

7.3 Nivelación de alta precisión

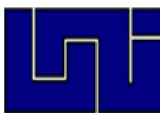
Es la usada en trabajos de mayor precisión tal como la localización de banco de nivel geodésicos o punto de referencia. Visuales 90 m de longitud. Lecturas de mira al milímetro. Equidistancia entre LE y LF.

Error máximo en metros = $\pm 0.004 (D)^{1/2}$ D: distancia en Km.

7.4 Nivelación de precisión

Es la usada en trabajos de planos poblacionales o para establecer puntos de referencia de referencias principales de levantamientos de cierta extensión. Visuales 90 m de longitud. Lecturas de mira al milímetro. Equidistancia entre LE y LF.

Error máximo en metros = $\pm 0.01 (D)^{1/2}$ D: distancia en Km.



* Por ejemplo si en un problema realizado por nivelación de doble puesta de instrumento se obtuvo un error de 0.02 m y si la longitud de nivelada fue 1 Km. entonces los errores máximos tolerables son:

0.08 m Nivelación Aproximada

0.02 m Nivelación Ordinaria

0.01 m Nivelación de Precisión

0.004 m Nivelación de alta Precisión.

Comparando este error con los tolerables podemos clasificar la nivelación como tipo ordinaria.

al hacer una nivelación de las mencionadas anteriormente se cometen errores dicho error cometido se conoce como error de cierre (ec) el cual debe de estar dentro de un margen de tolerancia y dentro de las clasificaciones anteriores entonces el (ec) será aceptado si cumple con el siguiente criterio.

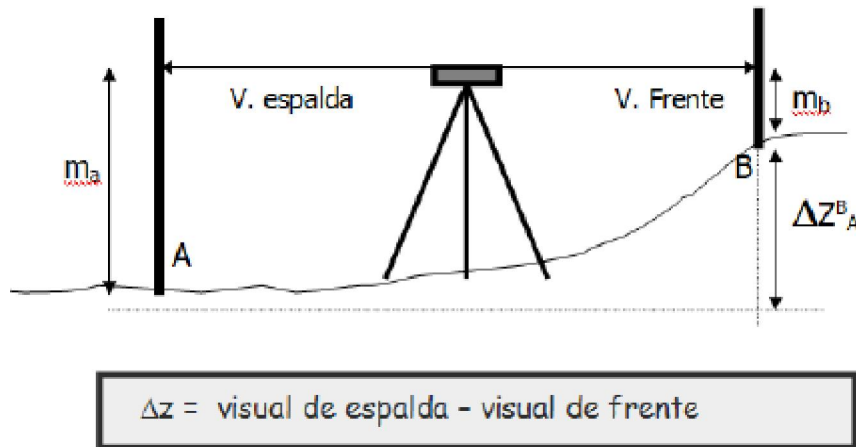
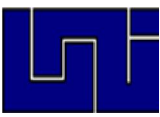
$$ec \leq e_{mp}$$

En Latinoamérica se trabajan con normas de tolerancia las cuales se representan en la tabla siguiente.

clasificación	Mts. Norma Americana	Mts. Norma Mexicana	Cms Norma colombiana	Longitud de nivelada
Aproximada	$0.15\sqrt{k}$	$0.08\sqrt{k}$	$9.5\sqrt{k}$	300 m
Ordinaria	$0.04\sqrt{k}$	$0.02\sqrt{k}$	$2.4\sqrt{k}$	190 m
Precisión	$0.02\sqrt{k}$	$0.01\sqrt{k}$	$1.2\sqrt{k}$	90 m
Alta precisión	$0.008\sqrt{k}$	$0.004\sqrt{k}$	$0.8\sqrt{k}$	90 m

8. Comprobación de las nivelaciones

En toda nivelación el numero de LE debe ser igual al numero de LF. La suma de lecturas de espalda menos las lecturas de frente es igual a la diferencia entre cota inicial y cota final. O sea $\sum LE - \sum LF = \text{Cota inicial} - \text{cota final}$. Pero esto solo elimina la posibilidad de equivocación en los cálculos aritméticos o en anotaciones en libreta de campo, pero no indica que el trabajo haya sido realizado de forma correcta. Esto puede apreciarse en siguiente grafico tomado de manual de prácticas, Santamaría.



En las nivelaciones como en cualquier tipo de trabajo topográfico es necesario que los resultados tengan una debida comprobación, con el objetivo de detectar cualquier equivocación cometida y de poder controlar los errores propios del proceso natural del trabajo. Los principales tipos de comprobación son tres:

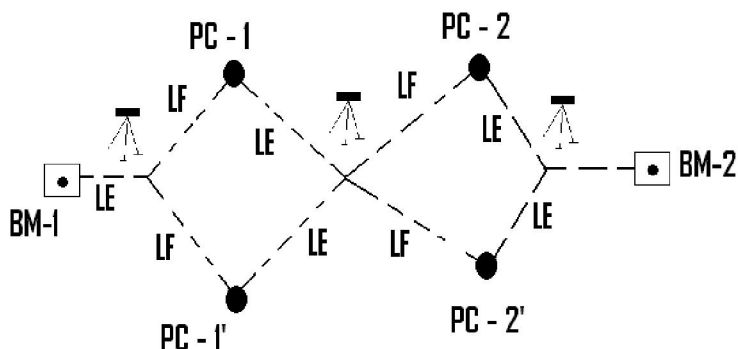
- ✚ Por doble punto de cambio
- ✚ Por doble puesta de instrumento
- ✚ Por nivelación de ida y vuelta

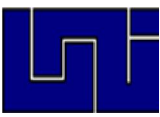
8.1 Método de doble punto de cambio

En este procedimiento se emplean dos puntos de cambio por cada puesta del instrumento. El Procedimiento de campo a seguir es el siguiente:

Con el instrumento situado en la primera posición se toma una mira de espalda sobre el punto de cota conocido BM-1 y miras de frente en los puntos de cambio PC-1 y PC-1'. En la segunda posición del instrumento se toman miras de espalda sobre los puntos PC-1 y PC-1' y miras de frente a los puntos PC-2 y PC-2' y se termina la nivelación tomando una lectura de frente en el BM-2 que es el punto que queremos conocer.

La cota BM-2 puede ser calculada por dos rutas o caminos (BM-1, PC-1, PC-2, BM2 o BM-1, PC-1', PC-2', BM2). Si la diferencia entre los niveles esta en el rango permisible la elevación del BM-2 será el promedio de las dos cotas calculadas por cada uno de los caminos.





Por ejemplo. Calcular la elevación del BM-2 aplicando el método de doble punto de cambio.

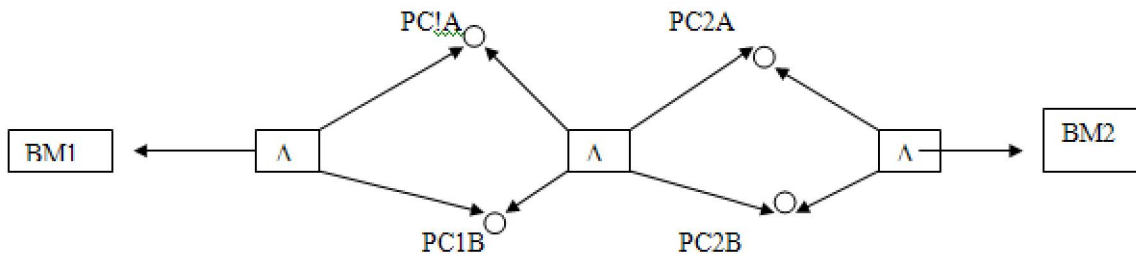
Ruta A					Ruta B				
Estación	LE	HI	LF	Cota	Estación	LE	HI	LF	Cota
BM-1	0.875	100.875		100.000	BM-1	0.875	100.88		100.000
PC-1	1.483	100.988	1.370	99.505	PC-1'	1.973	100.99	1.860	99.015
PC-2	0.732	100.570	1.150	99.838	PC-2'	1.938	100.58	2.350	98.638
BM2			1.980	98.590	BM2			1.980	98.596
Σ	3.090		4.500		Σ	4.786	302.44	6.190	

$$\begin{aligned} \sum LE - \sum LF &= -1.410 & \sum LE - \sum LF &= -1.404 \\ \text{BM-1} - \text{BM-2} &= -1.410 \text{ ok} & \text{BM-1} - \text{BM-2} &= -1.404 \text{ ok} \end{aligned}$$

* (-) Indica desnivel presente

$$\text{Cota BM-2} = (98.590 + 98.596) / 2 = 98.593 \text{ m}$$

Se utiliza dos puntos de cambio por cada puesto de instrumento, para poder establecer la corrección de los BM Transitorio y temporales



Como las elevaciones de los BM son puntos de elevación conocidas o en el caso de que se quiere establecer la elevación del BM2, entonces la diferencia de elevación entre dichos puntos se conoce como Δh fijo y se determina por diferencia entre los dos puntos ; $\Delta h_{fijo} = \text{Elev.BM2} - \text{Elev.BM1}$, al hacer dicha nivelación se cometen errores a dicho error se le conoce como (ec = error de cierre) el cual se puede calcular como:

$$E_c = (\text{suma de LE} - \text{suma de LF}) - \Delta h_{fijo}$$

Por tanto al producirse el error se tiene que corregir entonces:

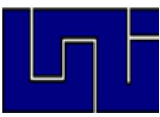
$$C_i = (e_c / \#LE + \# LF)$$

Si el (ec) resulta positivo a las LE se les resta la corrección y a las LF se les resta , si es negativa se realiza el proceso contrario, o bien en algunos casos se usara el promedio de las elevaciones.

$$Elev_{BM_2} = \frac{Elev_{BM_2} (1^{er}) + Elev_{BM_2} (2^{do})}{2}$$

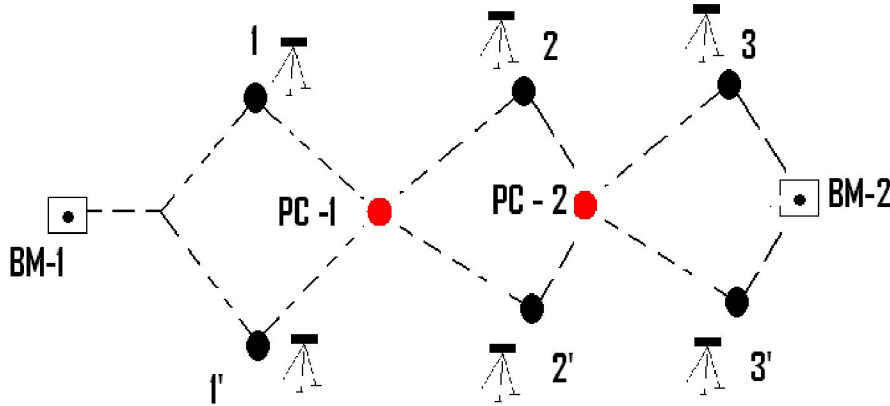
8.2 Método por doble puesta de instrumento

Este método es similar al anterior con la salvedad que es necesario realizar dos puestas de instrumento para cada punto de cambio. En este método se llevan dos registros de campo, pero el



proceso es mas lento y trabajoso ya que en cada nivelada se realizaran dos nivelaciones de instrumento. El procedimiento de campo es el siguiente:

Con el instrumento en la posición 1 tomamos una lectura de espalda BM-1 y una lectura de frente en PC-1. con el instrumento en la posición 1' observamos de nuevo una mira de espalda BM-1 y otra de frente al PC-1. El proceso se continua de esta forma hasta llegar al BM-2 que es la elevación que buscamos.



Por ejemplo. Calcular la elevación del BM-2 aplicando el método de doble Puesta de Instrumento.

Ruta A				Ruta B					
Estación	LE	HI	LF	Cota	Estación	LE	HI	LF	Cota
BM-1	1.440	59.940		58.500	BM-1	1.860	60.36		58.500
PC-1	3.180	60.420	2.700	57.240	PC-1'	3.840	61.08	3.120	57.240
PC-2	3.430	62.070	1.780	58.640	PC-2'	3.700	62.33	2.450	58.630
BM2			1.200	60.870	BM2			1.480	60.850
Σ	8.050		5.680		Σ	9.400	183.77	7.050	

$$\sum LE - \sum LF = 2.370$$

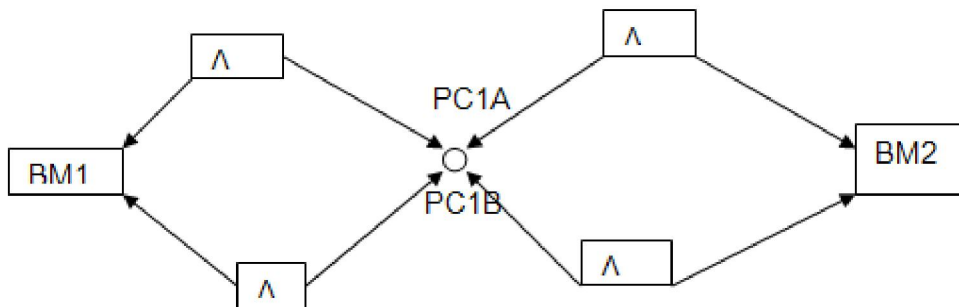
$$BM-1 - BM-2 = 2.370 \text{ ok}$$

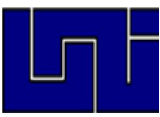
$$\sum LE - \sum LF = 2.350$$

$$BM-1 - BM-2 = 2.350 \text{ ok}$$

$$Cota \text{ BM-2} = (60.870 + 60.850) / 2 = 60.860 \text{ m}$$

Al utilizar este método se observa que los PC permanecerán iguales en ambos registros, el cálculo del (ec) y la corrección es igual al caso anterior.





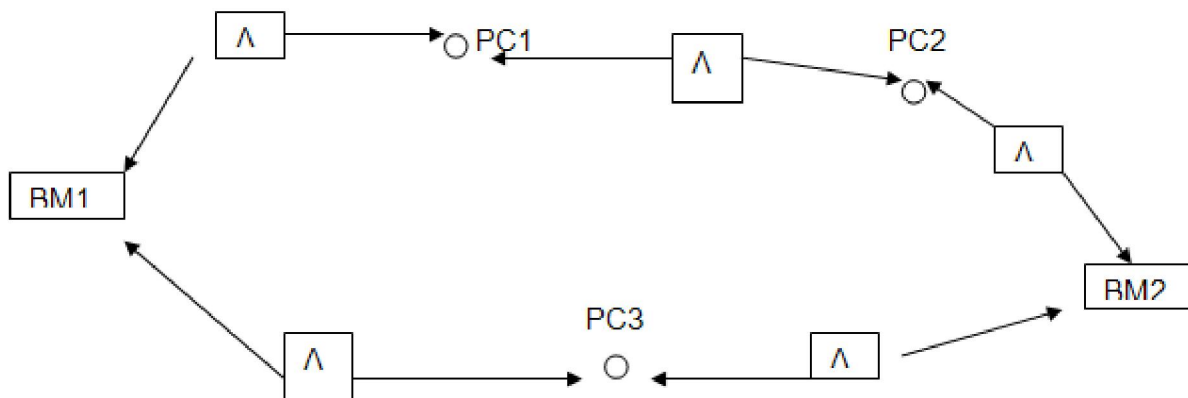
$$ElevBM_2 = \frac{ElevBM_1 (1^{er}) + ElevBM_2 (2^{do})}{2}$$

8.3 Método Nivelación de Ida y Vuelta

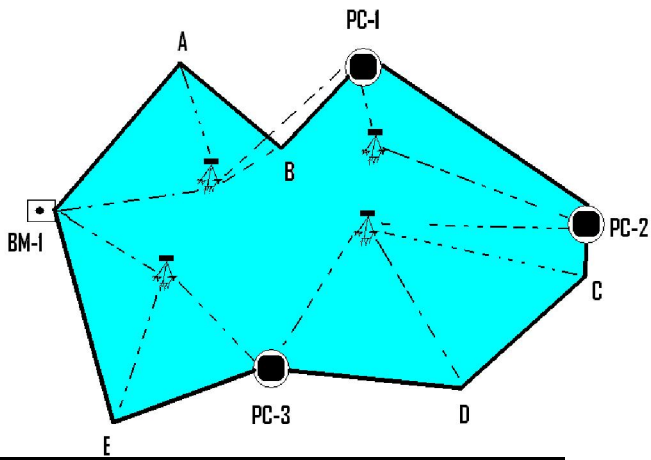
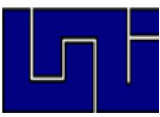
Cuando no existen puntos de cota definida, es el mejor método para comprobar el trabajo, es el mas practico y mas usado en la topografía para comprobar la nivelación, este método consiste en correr la nivelación de un BM inicial a uno final y luego se regresa partiendo del BM final al inicial por una ruta diferente a al primera, la forma de chequearse es que partiendo del BM final deberá llegarse al BM inicial con la misma elevación. Es preferible hacer la nivelación de vuelta en diferentes horas y días para trabajos de alta precisión.

Si la línea es muy larga, deberá dividirse en tramos no mayores de dos kilómetros, realizando la nivelación de ida y vuelta en cada uno de los tramos.

Es el mejor método para comprobación del trabajo y es el que se emplea en los trabajos o en las mediciones de alta precisión. Para obtener resultados mejores la nivelación de ida debe parecerse a la nivelación de vuelta.



Ejemplo. Comprobar que las elevaciones de los puntos son correctas por el método de ida y vuelta.

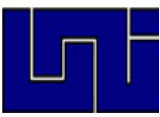


Estación	LE	HI	LF	LI	Cota
BM-1	0.625	100.625		0.000	100.000
A				0.504	100.121
B				1.520	99.105
PC-1	0.602	99.689	1.538		99.087
PC-2	0.773	98.829	1.633		98.056
C				2.095	96.734
D				1.153	97.676
PC-3	2.918	101.070	0.677		98.152
E				0.268	
BM-1			1.070	100.000	Ok
Σ	4.918		4.918		

HI-LI
 HI-LI
 HI-LF

Cota final - cota inicial = 0
 100 m - 100 = 0 **ok**

$\Sigma LE - \Sigma F = 0$
 4.918 m - 4.918 = 0 **ok**



9. Ajustes de nivelación

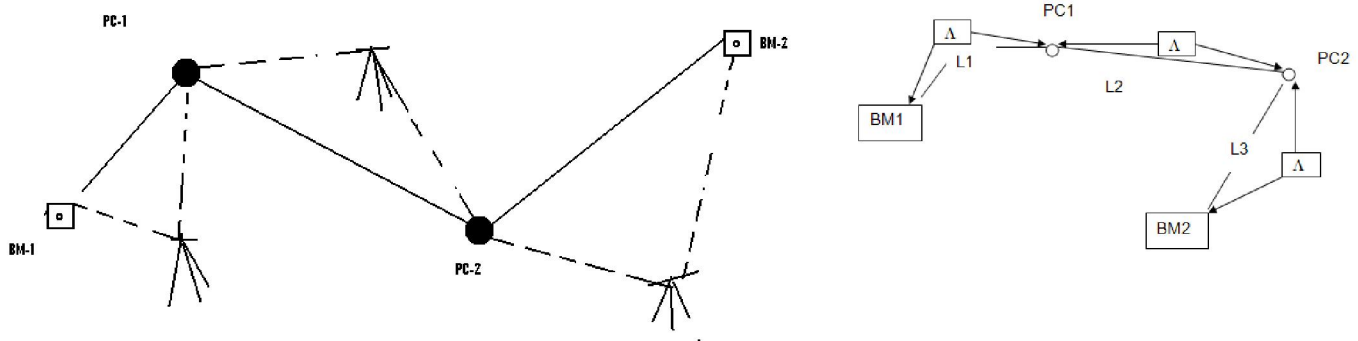
El ajuste de nivelaciones tiene por objeto distribuir el error de cierre obtenido y hallar el valor de las cotas de los puntos que intervienen en la nivelación. El ajuste se realizara de acuerdo al método empleado en la nivelación pero siempre, la distribución del error de cierre será proporcional a las distancias de nivelada, o sea, una distribución lineal del error de cierre.

Existen dos tipos de ajuste:

- ✚ Por diferencia de nivel observado (Δz)
- ✚ Por cotas calculadas.

9.1 Ajuste Por diferencia de nivel observado (nivelación de enlace)

La nivelación de enlace es aquella en la que partiendo de un punto de cota fija se llega a otro de cota fija. Se tienen dos BM de cota conocida y se quiere dejar puntos de control entre los dos BM. El objetivo de ella es dejar una serie de cotas conocidas a lo largo de un itinerario determinado.



Para realizar el ajuste el error de cierre debe ser menor o igual al error permisible.

El error de cierre esta dado por $e_c = \sum \Delta z \text{ observado} - \Delta z \text{ fijo}$
 $\sum \Delta z \text{ observado} = \Delta z (BM1 - PC1) + \Delta z (PC1 - PC2) + \Delta z (PC2 - BM2)$
 $\Delta z \text{ fijo} = \text{Cota final} - \text{Cota Inicial}$

Si llamamos e_1 al error correspondiente a una distancia de nivelada L_1 , los errores distribuidos proporcionalmente a las distancias niveladas son:

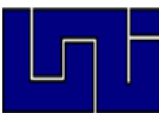
$e_1 = \pm (e_c / L) L_1$ donde,

e_1 = error correspondiente a Δz_1

L_1 = Distancia en metros de nivelada correspondiente a Δz_1

L = longitud total de itinerario

Por tanto la corrección será: $C_1 = \pm (e_c / L) L_1$



Veamos un ejemplo. Se requiere ajustar la nivelación sabiendo que la cota BM-1 = 84.213m y la cota BM-2 = 84.565 m

Estación	LADO	LONG (KM)	Δz Obs (LE-LF)	Δz Correg	Cota
BM-1					84.213
PC-1	BM-1 - PC-1	0.600	-1.611	-1.610	1.611
PC-2	PC-1 - PC-2	1.000	1.224	1.225	-0.624
PC-3	PC-2 - PC-3	0.900	1.143	1.144	
PC-4	PC-3 - PC-4	0.7	-1.330	-1.329	Ok
BM-2	PC-4 - BM-2	0.9	0.920	0.921	84.565

0.000

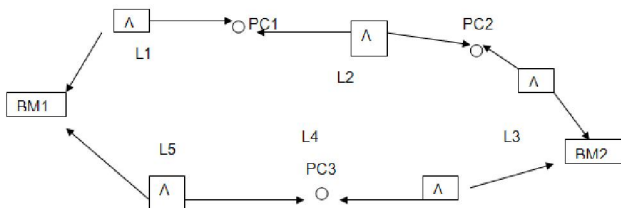
$$\begin{aligned}
 l = k = \text{longitud de itinerario} &= 4.100 \text{ Km} \\
 \sum \Delta z \text{ observados} &= 0.346 \text{ m} \\
 \Delta z \text{ Fijo} = \text{Cota final} - \text{Cota inicial} &= 0.352 \text{ m} \\
 ec = & -0.006 \quad (\sum \Delta z \text{ observado} - \Delta z \text{ Fijo})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_1 = (ec/L) L_1 \quad C_1 &= 0.000878 \\
 C_2 &= 0.0014634 \\
 C_3 &= 0.0013171 \\
 C_4 &= 0.0010244 \\
 C_5 &= 0.0013171 \\
 \Sigma &= 0.006
 \end{aligned}$$

* Sumatoria de correcciones es igual pero con signo contrario al error de cierre.
 Como comprobación la sumatoria de Δz corregidos debe ser igual al Δz fijo y la cota BM-2 calculada debe ser igual a la cota fija del dato.

9.2 Ajuste por cotas (Nivelación en circuito cerrado)

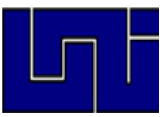
Es aquella nivelación que se parte de un BM y se quiere dejar puntos de control en su recorrido, regresando al mismo punto de partida. Para esta nivelación, se considera que estos errores han sido cometidos uniformemente, o sea proporcional a la longitud desde el origen hasta el punto considerado.



En este tipo de ajuste se considera que los errores han ocurrido en forma uniforme y progresiva es decir, proporcionalmente a la longitud de la línea desde el origen hasta el punto considerado, por lo tanto:

$$(e_c / L) = (e_1 / l_1)$$

Despejando:



$$e_1 = \pm (e_c / L) (l_1)$$

y como las correcciones son de igual magnitud pero de signo contrario al error:

$$C_1 = \pm (e_c / L) (l_1)$$

Donde:

C_1 = Corrección de un punto situado a una distancia l_1 del origen.

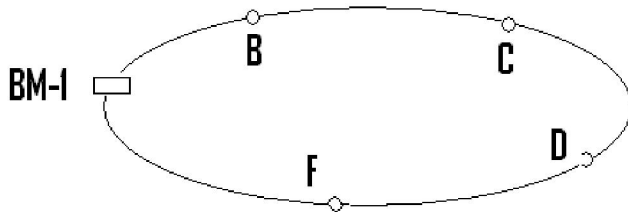
l_1 = Distancia acumulada desde el origen.

L = Longitud total del itinerario.

e_c = Error de cierre obtenido en la nivelación.

Ejemplo:

En el circuito cerrado de la figura se desea determinar la cota de los puntos B, C, D y F con un error kilométrico de 20 mm. En el registro se han colocado los datos de campo y resultados del gabinete.



Estación	LADO	LONG (KM)	Δz Obs	Cota	Cota Corr.
BM1			*	10.471	10.471
B	BM1-B	0.68	1.422	11.893	11.891
C	B-C	1.38	1.111	13.004	13.000
D	C-D	1.90	-1.421	11.583	11.578
F	D-F	3.20	0.434	12.017	12.009
BM1	F-BM1	4.30	-1.535	10.482	10.471

El error de cierre será:

$$\sum \Delta Z \text{ obs} = 1.422 + 1.111 - 1.421 + 0.434 - 1.535 = 0.011 \text{ m}$$

El error de cierre permisible :

$$e_p \leq e_k \sqrt{k} \leq 20 \sqrt{4.30} = 41 \text{ mm.} = 0.041 \text{ m}$$

Como $e_k = 0.011 < 0.041$ podemos ajustar la nivelación.

Debe notarse en el registro que la cota inicial del punto BM-1 tiene dos valores distintos y su diferencia debe coincidir con el error de cierre.

Calculo de las correcciones:

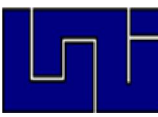
$$C_1 = (-0.011 / 4.30) * 0.68 = -0.002 \text{ m.}$$

$$C_2 = (-0.011 / 4.30) * 1.38 = -0.004 \text{ m.}$$

$$C_3 = (-0.011 / 4.30) * 1.90 = -0.005 \text{ m.}$$

$$C_4 = (-0.011 / 4.30) * 3.20 = -0.008 \text{ m.}$$

$$C_5 = (-0.011 / 4.30) * 4.30 = -0.011 \text{ m.}$$



Para hallar las cotas corregidas sumamos algebraicamente a las cotas observadas las correcciones. Después de efectuar este cálculo la cota del BM1 debe ser única e igual al valor del dato.

10. Nivelación de perfil

Este tema se ha desarrollado indirectamente en el desarrollo de cambio pues como se ha destacado el perfil no es más que el comportamiento del terreno. En esta sección sólo se indicarán

Recuerde

$$ec = \sum \Delta H_{obs} - \sum \Delta H_{fijo}$$

$$\sum \Delta H_{obs} = \sum LE - \sum LF$$

$$\Delta H_{fijo} = Elev_{BM2} - Elev_{BM1}$$

$$ec \leq ep$$

$$C_1 = \frac{ec}{L_t} * l_i ;$$

l_i Son longitudes parciales cuando se ajusta por desnivel y acumulados cuando se ajusta

En la nivelación de circuito cerrado no cambia el proceso de cálculo y las fórmulas son las mismas, siendo el ΔH_{fijo} igual a cero debido a que se parte del BM y se regresa al mismo punto de partida.

$$ec = \sum \Delta H_{obs} - \Delta H_{fijo} \text{ por tanto:}$$

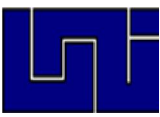
$$ec = \sum \Delta H_{obs} = \sum LE - \sum LF$$

$$C_1 = \frac{ec}{L_t} * l_i ;$$

por cotas (las correcciones que se aplican (C_i) son de signos contrarios al error de cierre)

algunos criterios. Se denomina perfil a la línea determinada por la intersección del terreno con el plano vertical. Un perfil es una sección vertical del terreno a lo largo de una línea fija. Por ejemplo en el trazado de caminos, tuberías y canales se necesitan las elevaciones de estaciones cada 20 m. Estas estaciones pueden ser en puntos de cambio de dirección y/o pendiente.

Una de las principales aplicaciones de la altimetría es en perfil longitudinal y secciones transversales para la construcción de Carreteras, vías férreas canales, tuberías, etc. Su objetivo principal es determinar las profundidades de cortes y de relleno y las terracería de obras longitudinales, para la investigación de la selección de las características más económicas de las pendientes o rasantes. Ayuda a fijar y seleccionar la rasante de un proyecto, para el cruzamiento de pendientes (intersección de calles entre otros).



Un perfil puede utilizarse para:

- Determinación de volúmenes de corte o relleno en obras civiles.
- Estudio de problemas de secciones transversales.
- Selección de rasantes.
- Localización y ubicación de tuberías, canales, etc.

El procedimiento de cálculo como el de levantamiento es el mismo que el de nivelación donde los datos para dibujar el perfil se obtienen de la lecturas en la estadia.

Es la operación de nivelar puntos situados a corta distancia entre si, a lo largo de una alineación predeterminada. Generalmente se colocan estas a cada 20 mts. o en aquellos puntos donde hayan cambios bruscos de pendientes. Para tuberías o canales las estaciones son a cada 10mts. Las estaciones vienen separadas en Km y metros.

Podemos clasificar los estacionamientos en dos grupos: Estación completa: Son los puntos separados equidistantes y con números completos por ejemplo 0+20, 0+40. Subestación: son puntos situados en la línea central que no son estaciones de números completos por ejemplo 0+95.40, 0+100.40.

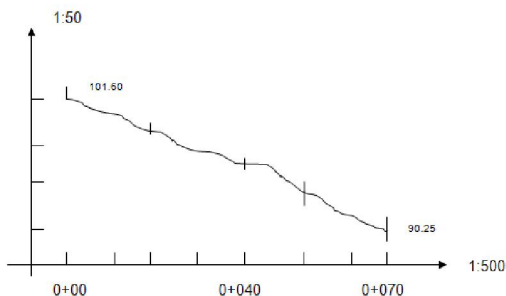
Recuerde que las estaciones en la ingeniería civil son denotadas en función de los metros, separados por un signo más (+). Por ejemplo: 0+00 la cual designa una estación con 0 Km., y 0 m. 10+010.24 la cual designa una estación con 10 Km., 10 m y 24 cm.

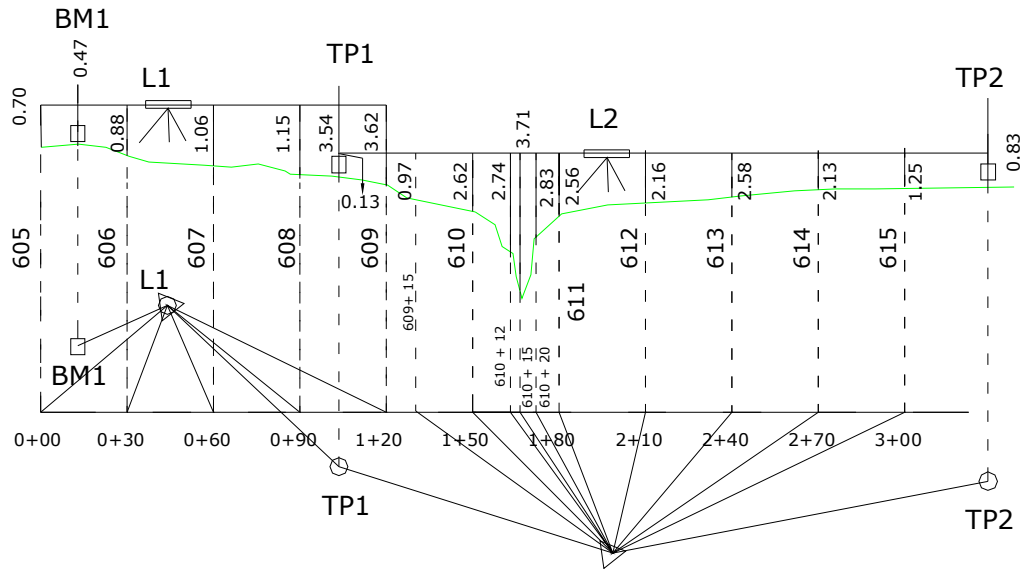
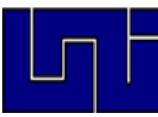
Generalmente se hace el levantado de texto para las siguientes recomendaciones.

- 1) a cada 20m.
- 2) en los puntos en que cambia la pendiente, o sea, partes más altas y mas bajas del montículo
- 3) En las orillas de los rasgos naturales tales como zanjas, estanques, etc.
- 4) En las secciones con cruce de caminos, veredas, sobre guarniciones, arroyos de calle y sobre el centro de las carreteras.

Las secciones normalmente se grafican a diferentes escalas horizontal y vertical. Para trabajos de Carreteras lo usual es 1:500 para la horizontal y 1:100 para la vertical.

Las elevaciones por medio de las cuales el perfil se construyen son levantadas tomando lectura de nivelación sobre las estacas o en puntos intermedios donde ocurren cambios de pendientes. Ver siguientes gráficos siguiente.





10.1 Cómo usar la escalas en los perfiles

Para dibujar un perfil deberá hacerse uso de dos tipos de escalas: Horizontal y vertical.

Escala horizontal: nos representa las distancias de la línea central donde están ubicadas las estaciones (20 m es lo usual).

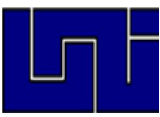
Escala vertical: es la representación de las elevaciones de cada uno de los puntos o estaciones situados a lo largo de la línea central. Esta escala se exagera con respecto a la horizontal con el objetivo de resaltar las diferencias de nivel ya que siempre son menores que las distancias horizontales.

Se construye a partir de los datos de campo, se empieza el dibujo en la parte izquierda del papel, aumentando hacia la derecha de acuerdo al orden del estacionamiento, utilizando dos escalas, una horizontal (eje X) y una vertical (eje Y), la escala vertical se dibuja siempre más grande que la horizontal, generalmente es una relación 10:1

Por ejemplo si la escala horizontal es 1:1000 la vertical será 1:100, es decir en la horizontal cada cm será equivalente a 10m y en la vertical cada cm. será 1m.

Es importante destacar que el uso de la escala dependerá de la longitud medida y de los estacionamientos obtenidos.

Ejemplo Dibujar el perfil, calcular la pendiente natural y los cortes y rellenos. considere el punto inicial y final puntos obligados



Est.	LE	Λ	LF	Elev.	E.ev. R	Corte	Relleno
BM	0.468	100.668		100.200			
0+000			0.210	100.458	100.458	-	-
0+020	0.950	100.748	0.870	99.798	100.121	-	0.386
0+040			1.050	99.698	99.784	-	0.086
0+060	0.370	99.918	1.200	99.548	99.447	0.101	
0+080			0.580	99.338	99.109	0.229	-
0+100			1.650	98.268	98.772	-	0.504
0+120			1.150	98.768	98.435	0.333	-
0+140			1.820	98.098	98.98.098	-	-

$$\Sigma \quad 1.788 \qquad 3.890$$

$$1.788 - 3.890 = 98.098 - 100.20$$

$$- 2.102 \quad = \quad 2.102 \quad \text{ok}$$

$$\text{ElevTN} - \text{Elev,R} \quad \left\{ \begin{array}{l} +C \\ -R \end{array} \right.$$

$$\text{ElevR} - \text{ElevTN} \quad \left\{ \begin{array}{l} - \text{Corte} \\ + \text{Relleno} \end{array} \right.$$

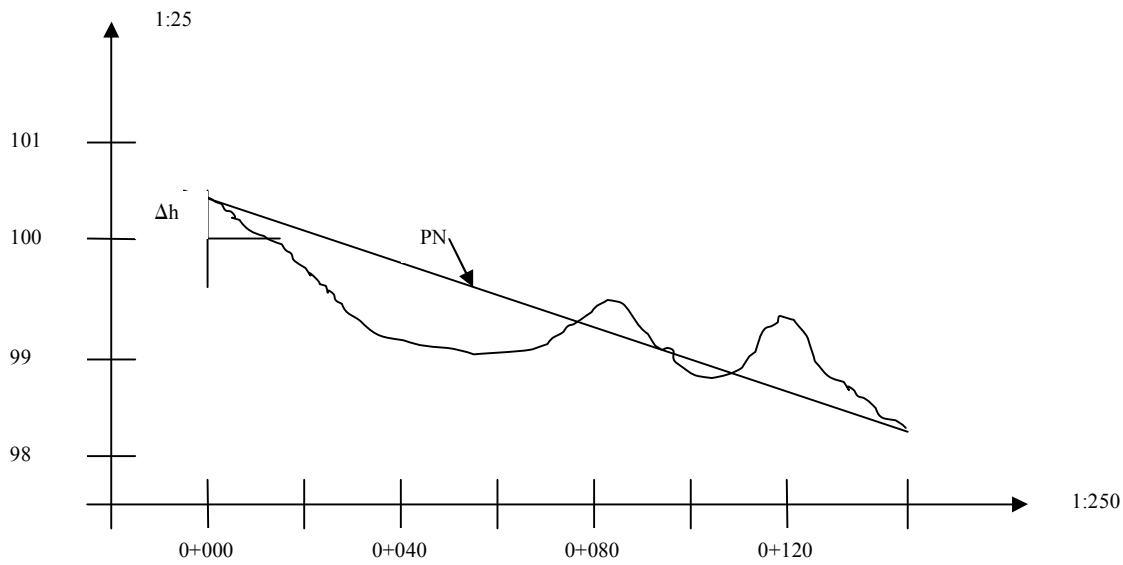
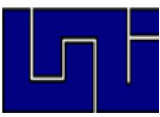
$$\Lambda_1 = 100.20 + 0.468 = 100.668$$

$$\text{Elev}_{.0+00} = 100.668 - 0.210 = 10.458$$

$$\text{Elev}_{.0+040} = 10.668 - 0.870 = 99.798$$

$$\Lambda_2 = 99.798 + 0.950 = 100.748$$

$$\Lambda_3 = 99.548 + 0.370 = 99.918$$



$$P = 1.6857 \%$$

$$\Delta H_{20} = \frac{P * dist.}{100} = \frac{1.6857\% * 20}{100} = 0.33714 \text{ mts}$$

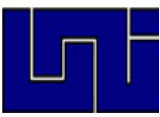
$$Elev_{,0+000} = 100.458$$

$$Elev_{,0+020} = 100.458 - 0.33714 = 100.121$$

$$Elev_{,0+040} = 100.121 - 0.33714 = 99.784$$

$$Relleno = 99.798 - 100.121 = - 0.323$$

$$Corte = 99.988 - 99.361 = + 0.627$$



10.2 Secciones transversales

Son de gran importancia para el cálculo de las áreas y volúmenes tanto para obras longitudinales como superficiales, los datos del levantamiento de este tipo sirven para confeccionar un plano con curvas de nivel para ello se determina la altura del instrumento para cada estación por medio de visuales de espalda en la estaca central y se va colocando la mira a distancias constantes a la derecha y a la izquierda del eje central o en aquellos puntos donde haya cambios de pendientes bruscos.

Cuando se va a cortar o a rellenar un terreno hasta un nivel determinado, por ejemplo al excavar un sótano para un edificio, nivelar un terreno para riego por gravedad, construcción de carreteras, etc. Se tienen que levantar secciones transversales.

Levantamiento de secciones transversales: Con frecuencia se obtiene la forma de la superficie de un lote o terreno estaquillando su superficie en forma de cuadrícula los lados pueden ser de 50, 25, 20, 10,5 mt, determinando luego las elevaciones de los vértices de la cuadrícula.

Trabajo de campo: Las secciones transversales se deben levantar perpendicular al eje longitudinal (línea central) en todas las estaciones del eje. Las perpendiculares se pueden levantar al ojo, usando escuadra óptica, teodolito etc; se mide la distancia indicada y se clava un estaca para su nivelación de la línea central y es por esa razón que se debe tener cuidado en la anotación.

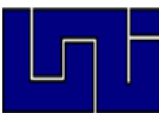
10.2.1 Clases de secciones

En todo trabajo de nivelación de un perfil por lo general va acompañado de las dos secciones las cuales son:

- A) Secciones longitudinales: Estas son las elevaciones que se determinan a todo lo largo del eje (línea central) del trabajo a ejecutar. En ciertos trabajos, como para determinar la profundidad del corte de una zanja solo se puede levantar la sección longitudinal.
- B) Secciones transversales: Estas son las elevaciones que se determinan a puntos situados perpendicularmente a la sección longitudinal (línea central).

La información obtenida de estas secciones suministra datos para:

- A) Determinar la pendiente adecuada para la obra que se va a construir.
- B) Calcular el volumen de los trabajos de movimientos de tierra.
- C) Dar datos sobre la profundidad de los cortes y alturas de los rellenos que sean necesarios.

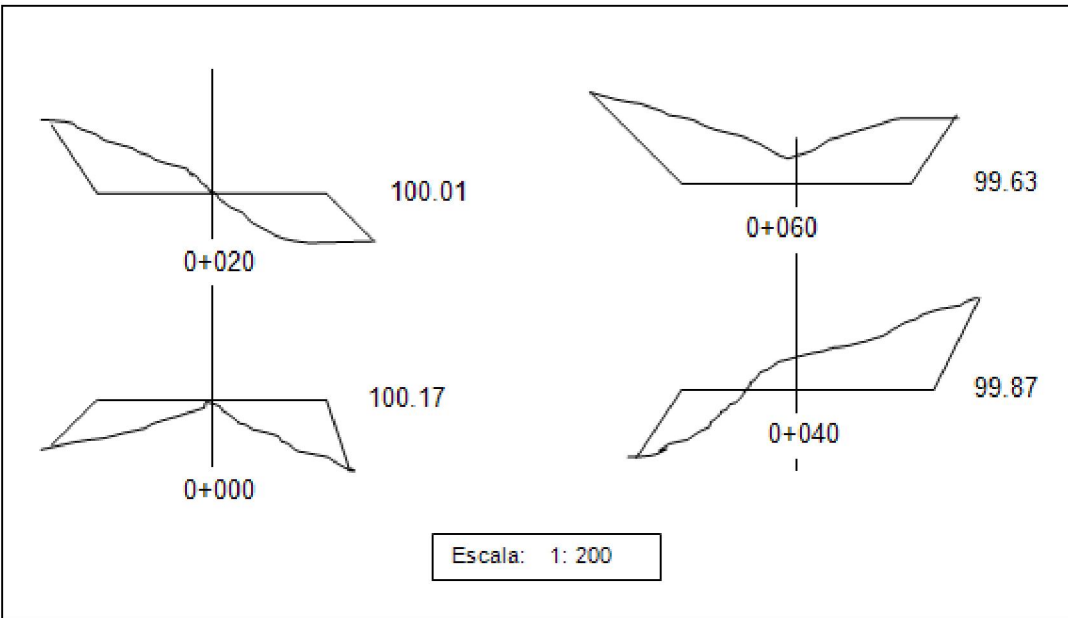
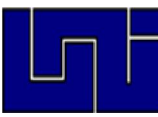


Las secciones transversales se pueden registrar de la siguiente forma.

Est.	LE(+)	Δ	LF(-)	Δh	Elev.
BM					
0+000					
2.50 D					
3.20 D					
1.20 Iz					
3.00 Iz					
5.00 Iz					
0+020					
-					
-					

Est.	Elev. eje	Sección Transversal						
		Izquierda			LC	Derecha		
0+00	100.45	LF/di	LF/di	LF/di	LF/0.0	LF/dd	LF/dd	LF/dd
-								
0+40	101.05	1.05/3.5	1.60/2.0	1.00/1.0	1.20/0.0	1.85/0.9	1.28/2.65	1.15/4.1
-								
-								

Su dibujo es similar al dibujo del perfil longitudinal con la diferencia que se dibuja a escala natural. La sección transversal se dibuja una debajo de la otra y en cada sección se coloca el número de estación, el dibujo se inicia en la parte inferior del papel con la estación inicial.



10.3 Determinación de la pendiente

La pendiente (P) llamada también porcentaje de inclinación o gradiente, es el ascenso o descenso vertical por cada 100 unidades (pies o mts.) de distancia horizontal. Así, una pendiente de 2.5% significa que hay una diferencia de elevación de 2.5 mts por cada 100 mts de distancia horizontal. El signo positivo o negativo lo define si es ascendente o descendente en el sentido del levantamiento.

Se entiende por pendiente de un terreno en general a su inclinación respecto a la horizontal, pueden ser ascendentes o descendentes según el punto de observación. Si el terreno es horizontal su pendiente es cero. La pendiente es el cociente que resulta de dividir la diferencia de nivel existente entre dos puntos y la distancia horizontal que separa ambos puntos.

La forma más usual de expresar la pendiente es en tanto por ciento (%) indicando el número, la diferencia de nivel existente por cada 100 unidades. Aunque en la práctica está generalizado indicar el tanto por uno por cuestiones de cálculo y es la diferencia de nivel por cada unidad horizontal.

Pendiente expresada en porcentaje: $P = (DN/ DH) \cdot 100$ Donde:

P= Pendiente

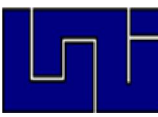
DN= Diferencia de nivel

DH= Distancia horizontal

100= Expresión en porcentaje

Pendiente expresada en tanto por uno.

$P = DN/ DH = m/m$



10.4 Determinación de la rasante

Es frecuente el caso en topografía que se quiera trazar en el terreno una línea con pendiente determinada. Esto se presenta generalmente en la construcción de canales, carreteras, obras de instalación de tuberías, etc. Donde la RASANTE es la línea que configura la obra tal como queremos que quede el terreno después de realizada la misma. Al proyectar la Rasante en cualquier obra es necesario determinar la pendiente que hay que darle, tratando de construirla con el menor movimiento de tierra ya que esto supone menores costos. La rasante en los canales facilita la conducción de agua por gravedad, por lo tanto se proyectan como líneas obligadas a los desniveles existentes.

Cálculo de la Rasante: Para calcular las elevaciones de la Rasante se necesitan los siguientes datos:

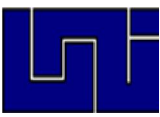
1. Pendientes de la Rasante o dos elevaciones por las que debe pasar y la distancia horizontal.
2. Una elevación de partida en el caso que me den la pendiente.
3. Orientación para saber si la pendiente es positiva o negativa.
4. Las estaciones por la que debe pasar la Rasante.

El término **Rasante** se usa para denotar la elevación de la superficie terminada de un proyecto de terrecerías.

$$P = \frac{\Delta H}{Dist. H} * 100 = P = \frac{Elev. final - Elev. inicial}{DH} * 100$$

Es la operación, usualmente por nivelación directa, de determinar las elevaciones de puntos a cortos intervalos a lo largo de una línea localizada tal como el centro para una carretera o tubería. Es también usada para determinar elevaciones de cortes o secciones, contornos y gradientes.

El proceso de determinar las elevaciones de puntos a cortos intervalos medidos a lo largo de un alineamiento fijada es llamado levantamiento de perfil. Durante la localización o construcción de autopistas, líneas férreas, canales, drenajes, etc., son colocadas estacas a intervalos regulares sobre esta línea, usualmente la línea central. El intervalo escogido es uno conveniente de acuerdo a la longitud del perfil, tal como 100, 50, 25 mts.



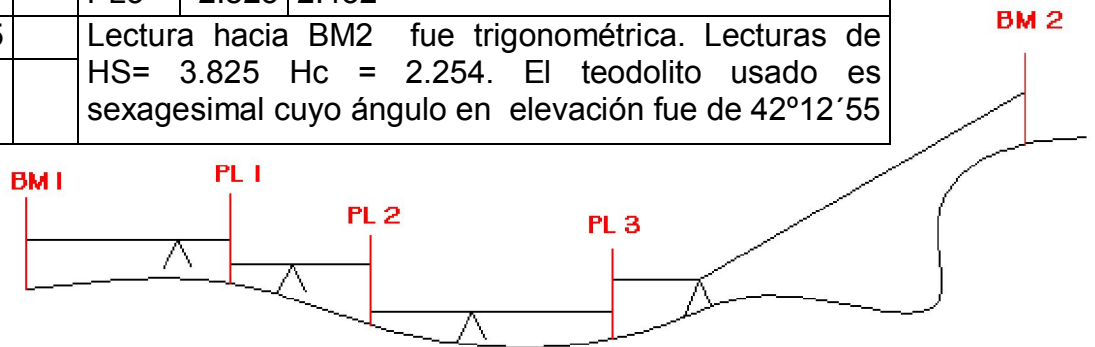
Ejercicios resueltos y propuestos

1. A partir de los datos de mostrados, de una libreta de campo, determine el desnivel entre BM1-BM2, PC1 y PC5. Dibuje el procedimiento de campo seguido. Verifique su calculos y el desnivel obtenido realizando la $\sum LE$ y $\sum LF$.

Est.	L.E	Δ	LF	LI	Elev.
BM1	1.423				21.245
PC1	2.844		1.629		
PC2	1.194		2.325		
A				1.822	
B				1.325	
PC3	1.967		0.402		
C				1.415	
PC4	0.475		0.994		
PC5	1.281		1.405		
BM2			1.399		

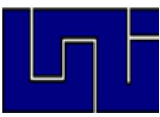
2. Calcule el desnivel entre los puntos BM1 y BM2. Asuma elevacion inicia y considere los siguientes datos facilitados por el docente. Cree su tabla de registro.

Punto	L.E	LF		Punto	L.E	LF
BM-1	1.825	-		PL3	2.825	2.452
PL 1	1.425	2.825	Lectura hacia BM2 fue trigonométrica. Lecturas de HS= 3.825 Hc = 2.254. El teodolito usado es sexagesimal cuyo ángulo en elevación fue de 42°12'55			
PL 2	1.452	3.251				

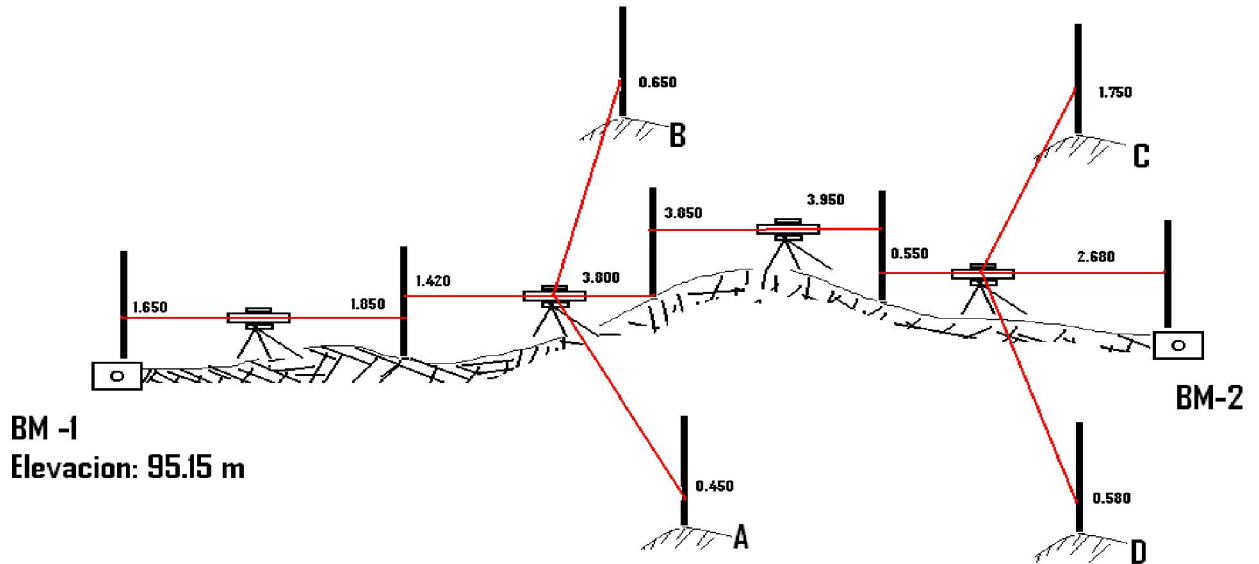


3. Calcule datos faltantes. Dibuje trazado de trabajo y el perfil de la línea. Use la escala correspondiente. (Note que estación 0+60 se uso como punto de liga)

EST	LE	AI	LF	LI	Elev	Dist	Obs
BM	0.663				98.760		ENTRADA
0+00				1.946		0.00	
0+20				1.008		20.00	
0+40				1.153		40.00	
0+60	2.787		1.585			60.00	
0+80				2.27		80.00	
0+100				1.218		100.00	
0+120			0.646			120.00	

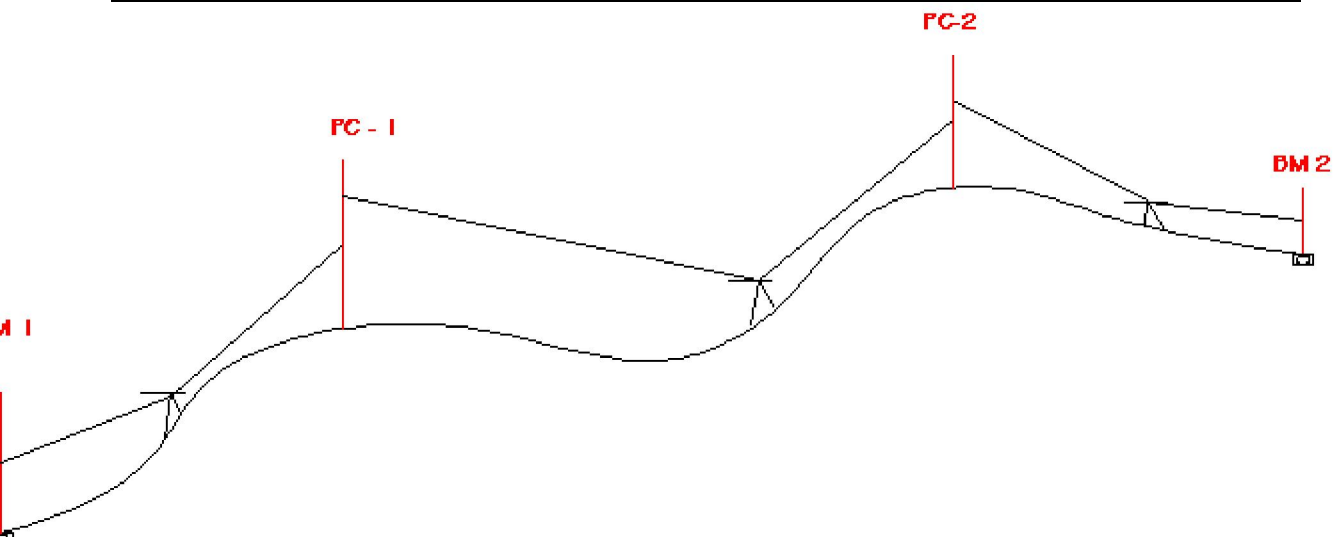


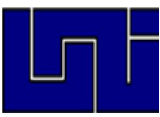
4. Cree tabla de registro campo a partir del grafico mostrado. Determine el desnivel entre cada punto.



5. En un levantamiento topográfico por trigonometría para determinar el nivel del BM 2. Sabiendo que los ángulos y lecturas angulares son los indicados en la tabla determine la elevación del BM2. ¿Cuál fue la distancia horizontal total recorrida?

Punto visado	LE				LF			
	HI	HC	HS	α_v	HI	HC	HS	α_v
BM-1	2.825	1.875		-18°22'15"				
PC-1		2.258	1.825	17°15'20"	3.485	2.985		22°28'17"
PC2	2.625	1.90		32°20'00"	3.258		2.254	42°28'05"
BM-2					2.258	1.625	0.992	-12°02'05"



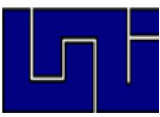


6. En un levantamiento topográfico para obtener los perfiles longitudinales y transversales se obtuvieron los siguientes datos. Obtenga las elevaciones de todos los puntos. Dibuje el gráfico del procedimiento descrito. Dibuje tres secciones transversales y el perfil longitudinal.

<i>EST</i>	<i>LE</i>	<i>AI</i>	<i>LF</i>	<i>LI</i>	<i>Elev</i>	<i>Obs</i>
BM	1.163				121.214	Cuneta
2+000				2.254		
2+020				2.308		
2+040				2.153		
2+060				2.325		
2+080				2.027		
PL-1	1.625			2.425		Poste Luz
2+100				1.918		
2+120				1.825		
PL-2				1.725		
2+140				1.625		
2+160				1.425		

7. En el el levantamiento topografico anterior se hizo necesario el levantamiento de secciones transversales. Calcule las elevaciones y dibuje cuatro secciones transversales. Use las elevaciones para la linea de centro calculados en inciso anterior

<i>Izquierda</i>			<i>Centro</i>	<i>Derecha</i>		
Lect/Dist	Lect/Dist	Lect/Dist	Lect/Est	Lect/Dist	Lect/Dist	Lect/Dist
1.925/4.50	1.825/3.00	1.825/1.50	2+020	1.725/1.50	1.723/3.00	1.825/4.50
2.420/4.50	2.325/3.00	2.075/1.50	2+040	2.005/1.50	2.424/3.00	2.455/4.50
2.725/4.50	2.626/3.00	2.425/1.50	2+060	2.325/1.50	2.123/3.00	2.005/4.50
2.845/4.50	2.825/3.00	2.725/1.50	2+080	2.625/1.50	2.443/3.00	2.398/4.50
2.652/4.50	2.785/3.00	2.825/1.50	2+100	2.725/1.50	2.658/3.00	2.525/4.50
1.925/4.50	2.125/3.00	2.325/1.50	2+120	2.395/1.50	2.323/3.00	1.325/4.50



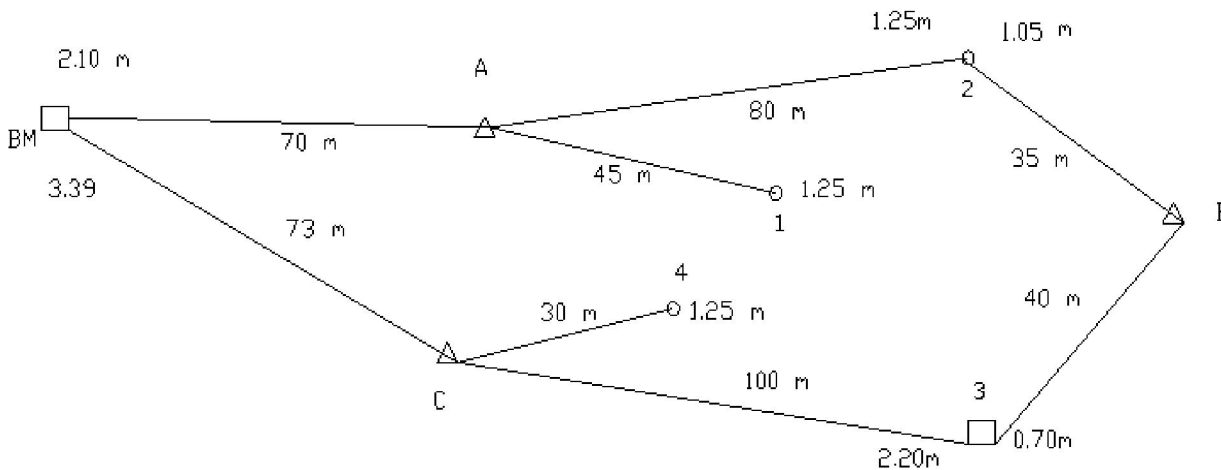
8. Se realizó una nivelación trigonométrica desde una sola puesta de instrumento, Si el instrumento utilizado es Zenital con medición angular positiva determine las elevaciones de todos los puntos. El BM tiene una elevación de 100 m.

P.observ	Hs	Hc	Hi	S	ANG.VERT.			DIST.	V	A. Instrumento
BM	1.110	1.069	1.028		80	22	14			

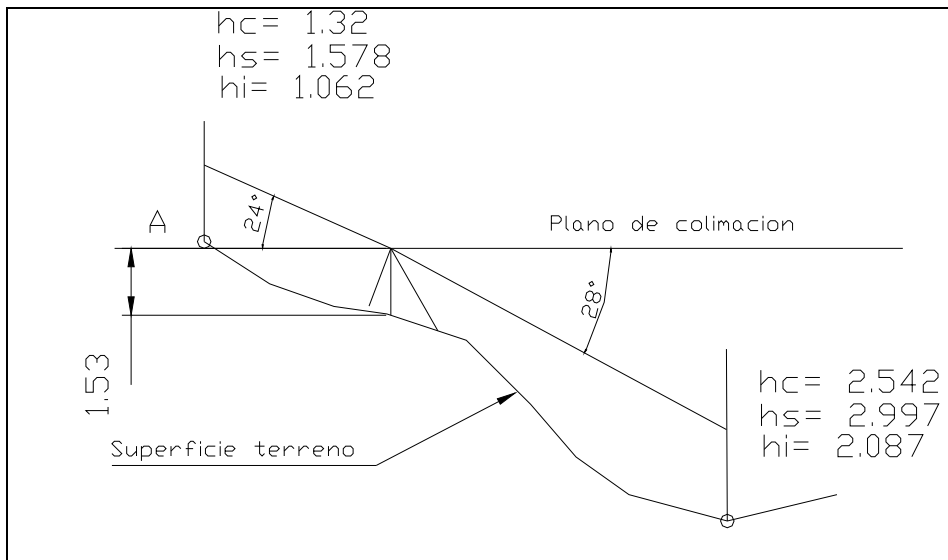
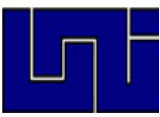
E	Hs	Hc	Hi	S	ANG.VERT.			DIST.	V	Elev
1	1.160	1.080	1.000		87	15	0			
2	1.130	1.065	1.000		86	32	40			
3	1.187	1.042	1.000		91	52	0			
4	1.090	1.045	1.000		96	4	26			
5	1.170	1.085	1.000		92	46	30			

9. Ordene los datos del esquema del levantamiento en el formato mostrado en la siguiente tabla y compruebe si el mismo cumple el requisito para una precisión ordinaria. BM = 160.151

Est	LE	AI	LF	LI	Elev	Obs

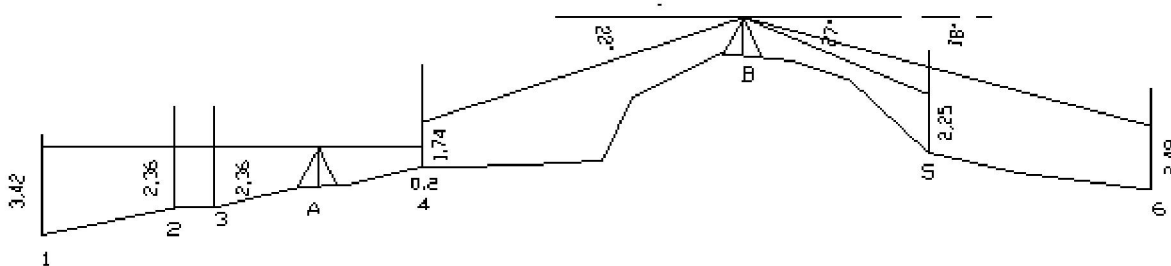


10. Determine el desnivel entre los puntos A y B.

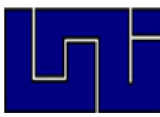


11. Partiendo del siguiente gráfico calcule la elevación en el punto 6. Considere para sus cálculos que la elevación inicial en punto 1 es 1000 m. las lecturas estadimétricas se aprecian en siguiente tabla.

Est.	Punto Observado	Lecturas Estadimétricas			Angulo vertical Sexagesimal		
		hs	hc	hi	grados	minutos	segundos
A	1	3.67	3.42	3.17	0		
	2	2.485	2.36	2.235	0		
	3	2.41	2.36	2.31	0		
	4	0.275	0.2	0.125	0		
B	4	1.94	1.74	1.54	22	10	15
1.5	5	2.4	2.25	2.1	27	25	14
	6	2.69	2.49	2.29	18	41	25



12. Determine elevaciones en cada punto y dibuje perfil.

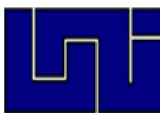


EST	LE	AI	LF	FS	ELEV.
BM1	0.47	172.52			172.05
20			0.72		171.8
35			88		84.52
50			1.06		171.46
65			1.15		171.37
80			3.62		168.9
PC-1	0.13	169.11		3.54	168.98
120			0.97		168.14
140			2.62		166.49
160			2.74		166.37
180			3.71		165.4
200			2.83		166.28
220			2.56		166.55
240			2.16		166.95
260			2.58		166.53
280			2.13		166.98
300			1.25		167.86
BM2				0.83	168.28
	0.6			4.37	
			DIF.=	3.77	
			elev.1.	172.05	
			elev.2	168.28	
			DIF.=	3.77	ok.

13. Determine elevaciones encada punto a partir de los datos de campo siguientes:

- Cuál es la diferencia de elevación entre A y B?
- Cuál es la diferencia de elevación entre BM-1 y el punto c?
- Compruebe sus cálculos.

Estación	LE	HI	LI	IF	Elevación
BM-1	1.453				75.578
PC-1	1.954			1.665	
PC-2	1.864			1.655	
PC-3	0.565			0.987	
PC-4	1.876			1.432	
A			1.765		
B			1.465		
PC-5	0.654			1.654	
PC-6	1.766			2.766	
PC-7	0.876			1.866	
C			1.765		
PC-8	1.765			1.876	
PC-9	0.987			0.877	
PC-10	1.122			0.675	
PC-11	1.654			1.012	
BM-2				2.005	



--	--	--	--	--	--

14. Calcule el (ec) de la siguiente nivelación realizada por doble punto de cambio y corrija.

Primer Registro					Segundo Registro				
Est.	LE	LF	ΔH	Elev.	Est.	LE	LF	ΔH	EeLEV.
BM1	1.400			82.400	BM1	1.400			82.400
	1.402					1.404			
PC1A	1.250	0.900		82.900	PC1B	1.040	0.700		83.100
	1.252	0.898	+0.504	82.904		1.044	0.696	+0.708	83.108
PC2A	2.010	1.450		82.700	PC2B	2.150	1.430		82.710
	2.012	1.448	-0.196	82.708		2.154	1.426	-0.382	82.726
PC3A	0.708	1.080		83.630	PC3B	0.850	1.280		83.580
	0.710	1.078	+0.934	83.642		0.854	1.276	+0.878	83.604
PC4A	1.010	1.950		82.388	PC4B	1.600	1.550		82.880
	1.012	1.948	-1.238	82.404		1.604	1.546	-0.692	82.912
MB2		1.298		82.100	MB2		2.392		82.080
		1.296	-0.284	82.120			2.396	-0.792	82.120
Σ	6.378	6.678			Σ	7.040	7.360		
	6.388	6.668	-0.280			7.060	7.340	-0.280	

Elev. BM1 = 82.400

Elev. BM2 = 82.120

Δhobsv. = -0.300

Δhfijo = -0.280

Δhobsv. = -0.320

Δhfijo = -0.280

ec = -0.30 - (-0.280) = -0.020

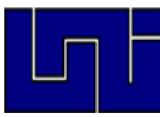
ec = -0.30 - (-0.320) = 0.04

Ci = 0.020/10 = 0.002

Ci = 0.04/10 = 0.004

15. Calcule el (ec) de la siguiente nivelación realizada por doble puesta de Instrumento corrija.

Primer Registro					Segundo Registro				
Est.	LE	LF	ΔH	Elev.	Est.	LE	LF	ΔH	EeLEV.
BM1	1.600			90.200	BM1	1.550			90.200
	1.598					1.552			
PC1A	2.100	1.900	-0.300	89.900	PC1B	1.980	1.852	-0.302	89.898
	2.098	1.902	-0.304	89.896		1.982	1.850	-0.298	89.902
PC2A	1.200	0.800	+1.300	91.200	PC2B	1.350	0.680	+1.300	91.198
	1.198	0.802	+1.296	91.192		1.352	0.678	+1.304	91.206
PC3A	0.500	2.400	-1.200	90.00	PC3B	0.680	2.549	-1.199	89.999
	0.498	2.402	-1.204	89.988		0.682	2.547	-1.195	90.011
PC4A	0.900	1.300	-0.800	89.200	PC4B	1.100	1.479	-0.799	89.200
	0.898	1.302	-0.804	89.184		1.102	1.477	-0.795	89.216
MB2		1.080	-0.180	89.020	MB2		1.318	-0.218	88.982



		1.082	-0.184	89.000			1.316	-0.214	89.002
Σ	6.300	7.480	-1.180		Σ	6.660	7.878	-1.218	
	6.290	7.490	-1.200			6.670	7.868	-1.200	

Elev. BM1 = 90.200

Elev. BM2 = 89.000

$\Delta h_{obsv.} = -1.180$

$\Delta h_{fijo} = -1.200$

$\Delta h_{obsv.} = -1.218$

$\Delta h_{fijo} = -1.200$

$ec = -1.180 - (-1.200) = +0.020$

$ec = -1.218 - (-1.200) = 0.018$

$Ci = 0.020/10 = 0.002$

$Ci = 0.018/10 = 0.0018$

Aunque se ha hecho la corrección debida las elevaciones de los puntos de cambio siempre difieren en valor, por ello resulta mas sencillo promediar las elevaciones sin haber corregido.

Elev. PC sin corr. = $(89.900 + 89.898)/ 2 = 89.899$

Elev. PC con corr. = $(89.896 + 89.902)/ 2 = 89.899$

16. Corrija la siguiente nivelación de circuito cerrado.

Est.	LE	\wedge	LE	ΔH	Elev.
BM1	1.405				
	1.408				
PC1	0.701		0.420	+0.985	
	0.704		0.417	+0.991	
PC2	1.094		0.220	+0.481	
	1.097		0.217	+0.487	
PC3	0.950		0.200	+0.894	
	0.953		0.197	+0.900	
PC4	0.346		1.080	-0.130	
	0.349		1.077	-0.124	
PC5	0.154		0.823	-0.477	
	0.157		0.820	-0.471	
BM1			1.943	-1.789	
			1.940	-1.783	
Σ	4.650		4.686	-0.036	
	4.668		4.668	0.00	

$EC = 4.65 - 4.686 = -0.036$

$Ci = 0.036/ 12 = +0.003$

17. Clasifique y corrija la siguiente nivelación de enlace por el método de ajuste por desnivel.



ElevBM1 = 82.450

ElevBM2 = 82.100

Est.	L.E	Δ	LF	Δ Hobs	Elev. Cald.	Δ H Correg	Elev. Correg	Long
BM1	1.401				82.450		82.450	Bm ₁ -PC ₁
PC1	1.252		0.906	+0.495	82.945	+0.4896	82.940	100
PC2	2.014		1.447	-0.195	82.750	-0.2031	82.737	150
PC3	0.708		1.078	+0.936	83.686	+0.9309	83.667	95
PC4	1.012		1.958	-1.250	82.436	-1.2549	82.413	90
BM2			1.318	-0.306	82.130	-0.3125	82.100	120
Σ	6.387		6.707	-0.320				555

$$\Sigma\Delta H_{obs} = LE - LF =$$

$$= 6.387 - 6.707 = -0.320$$

$$\Delta H_{fijo} = 82.100 - 82.450 = -0.35$$

$$e_c = \Sigma\Delta H_{obs} - \Delta H_{fijo}$$

$$= -0.320 - (-0.350)$$

$$= +0.030$$

$$\text{Nivelación Aproximada} = 0.08\sqrt{k} = 0.08\sqrt{0.555} = 0.06 \text{ m}$$

$$e_c \leq e_p$$

$$+0.030 \leq 0.06 \text{ ok cumple}$$

$$\text{Nivelación Ordinaria} = 0.02\sqrt{k} = 0.02\sqrt{0.555} = 0.015 \text{ m}$$

$$e_c \leq e_p$$

$$+0.030 \leq 0.015 \text{ No cumple}$$

Las correcciones serán

$$C1 = \frac{0.03}{555} * 100 = 0.0054$$

$$C4 = \frac{0.03}{555} * 90 = 0.0049$$

$$C2 = \frac{0.03}{555} * 150 = 0.0081$$

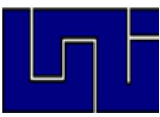
$$C5 = \frac{0.03}{555} * 120 = 0.0065$$

$$C3 = \frac{0.03}{555} * 95 = 0.0051$$

$$\Sigma C1 + C2 + C3 + C4 + C5 = e_c$$

18. Clasifique y corrija la siguiente nivelación de circuito cerrado por el método de ajuste por cotas.

Est.	L.E	Δ	LF	Δ Hobs	Elev. Cald.	Elev. Correg	Long
BM1	1.423				101.200	101.200	Bm ₁ -PC ₁



PC1	0.844		0.629	+0.794	101.994	101.988	150
PC2	1.194		0.325	+0.519	102.513	102.500	190
PC3	0.967		0.402	+0.792	103.305	103.287	120
PC4	0.475		0.994	-0.027	103.278	103.256	100
PC5	0.281		1.405	-0.930	102.348	102.322	120
BM1			1.399	-1.118	101.230	101.230	100
Σ	5.184		5.154	-0.030			780

$$\Sigma \Delta H_{\text{Hobs}} = LE - LF =$$

$$= 5.184 - 5.154 = 0.030$$

$$\Delta H_{\text{fijo}} = 101.200 - 101.200 = 0.00$$

$$ec = \Sigma \Delta H_{\text{Hobs}} - \Delta H_{\text{fijo}}$$

$$= 0.030 - (-0.00)$$

$$= 0.030$$

$$\text{Nivelación Aproximada} = 0.08\sqrt{k} = 0.08\sqrt{0.780} = 0.07 \text{ m}$$

$$ec \leq ep$$

$$+0.030 \leq 0.07 \text{ ok cumple}$$

$$\text{Nivelación Ordinaria} = 0.02\sqrt{k} = 0.02\sqrt{0.780} = 0.018 \text{ m}$$

$$ec \leq ep$$

$$+0.030 \leq 0.018 \text{ No cumple}$$

Las correcciones serán:

$$C1 = \frac{0.03}{780} * 150 = 0.0058$$

$$C2 = \frac{0.03}{780} * (150 + 190) = 0.013$$

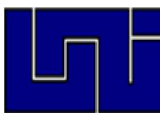
$$C3 = \frac{0.03}{780} * (150 + 190 + 120) = 0.018$$

$$C4 = \frac{0.03}{780} * (150 + 190 + 120 + 100) = 0.022$$

$$C5 = \frac{0.03}{780} * (150 + 190 + 120 + 100 + 120) = 0.026$$

$$C6 = \frac{0.03}{780} * (150 + 190 + 120 + 100 + 120 + 100) = 0.03$$

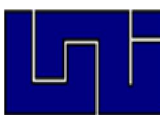
19. Encuentre las elevaciones. Complete la tabla indicada



Est.	LE	Δ	LE	ΔH	Elev.
BM1	1.405				100.00
	1.408				
PC1	0.701		0.420	+0.985	
	0.704		0.417	+0.991	
PC2	1.094		0.220	+0.481	
	1.097		0.217	+0.487	
PC3	0.950		0.200	+0.894	
	0.953		0.197	+0.900	
PC4	0.346		1.080	-0.130	
	0.349		1.077	-0.124	
PC5	0.154		0.823	-0.477	
	0.157		0.820	-0.471	
BM1			1.943	-1.789	
			1.940	-1.783	
Σ	4.650		4.686	-0.036	
	4.668		4.668	0.00	

20. Determine las elevaciones en el BM2 a partir de registros mostrados

Primer Registro					Segundo Registro				
Est.	LE	LF	ΔH	Elev.	Est.	LE	LF	ΔH	EeLEV.
BM1	1.400			82.400	BM1	1.400			82.400
	1.402					1.404			
PC1A	1.250	0.900		82.900	PC1B	1.040	0.700		83.100
	1.252	0.898	+0.504	82.904		1.044	0.696	+0.708	83.108
PC2A	2.010	1.450		82.700	PC2B	2.150	1.430		82.710
	2.012	1.448	-0.196	82.708		2.154	1.426	-0.382	82.726
PC3A	0.708	1.080		83.630	PC3B	0.850	1.280		83.580
	0.710	1.078	+0.934	83.642		0.854	1.276	+0.878	83.604
PC4A	1.010	1.950		82.388	PC4B	1.600	1.550		82.880
	1.012	1.948	-1.238	82.404		1.604	1.546	-0.692	82.912
BM2		1.298		82.100	BM2		2.392		82.080
		1.296	-0.284	82.120			2.396	-0.792	82.120
Σ	6.378	6.678			Σ	7.040	7.360		
	6.388	6.668	-0.280			7.060	7.340	-0.280	



21. Determine la elevación en PC4. Compruebe sus resultados.

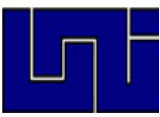
Est.	LE	Λ	Lf	LI	ΔH	Elev	Observ.
BM	1.584	51.584				50.00	
PC ₁	1.290	50.398	2.476		-0.892	49.108	
A				2.730	-1.440	47.668	
B				0.640	+0.650	49.758	
PC ₂	1.290	49.212	2.476		-1.186	49.922	
C				1.270	+0.020	47.942	
D				1.426	-0.136	47.786	
PC3	0.995	47.933	2.274		-0.984	46.938	
E				0.484	+0.511	47.449	
F				1.828	-0.833	46.105	
PC ₄			0.673		+0.322	47.260	
	Σ 5.159		7.899				

22. Determine las elevaciones en el BM2 a partir de registros mostrados

Primer Registro					Segundo Registro				
Est.	LE	LF	ΔH	Elev.	Est.	LE	LF	ΔH	EeLEV.
BM1	1.600			90.200	BM1	1.550			90.200
	1.598					1.552			
PC1A	2.100	1.900	-0.300	89.900	PC1B	1.980	1.852	-0.302	89.898
	2.098	1.902	-0.304	89.896		1.982	1850	-0.298	89.902
PC2A	1.200	0.800	+1.300	91.200	PC2B	1.350	0.680	+1.300	91.198
	1.198	0.802	+1.296	91.192		1.352	0.678	+1.304	91.206
PC3A	0.500	2.400	-1.200	90.00	PC3B	0.680	2.549	-1.199	89.999
	0.498	2.402	-1.204	89.988		0.682	2.547	-1.195	90.011
PC4A	0.900	1.300	-0.800	89.200	PC4B	1.100	1.479	-0.799	89.200
	0.898	1.302	-0.804	89.184		1.102	1.477	-0.795	89.216
BM2		1.080	-0.180	89.020	BM2		1.318	-0.218	88.982
		1.082	-0.184	89.000			1.316	-0.214	89.002
Σ	6.300	7.480	-1.180		Σ	6.660	7.878	-1.218	
	6.290	7.490	-1.200			6.670	7.868	-1.200	

23. Corrija la siguiente nivelación.

Est.	L.E	Λ	LF	ΔH obs	Elev. Cald.	ΔH Correg	Elev. Correg	Long
BM1	1.401				82.450		82.450	Bm ₁ -PC ₁
PC1	1.252		0.906	+0.495	82.945	+0.4896	82.940	100
PC2	2.014		1.447	-0.195	82.750	-0.2031	82.737	150
PC3	0.708		1.078	+0.936	83.686	+0.9309	83.667	95
PC4	1.012		1.958	-1.250	82.436	-1.2549	82.413	90
BM2			1.318	-0.306	82.130	-0.3125	82.100	120
Σ	6.387		6.707	-0.320				555



24. Corrija la siguiente nivelación.

Est.	L.E	Δ	LF	Δ Hobs	Elev. Cald.	Elev. Correg	Long
BM1	1.423				101.200	101.200	Bm ₁ -PC ₁
PC1	0.844		0.629	+0.794	101.994	101.988	150
PC2	1.194		0.325	+0.519	102.513	102.500	190
PC3	0.967		0.402	+0.792	103.305	103.287	120
PC4	0.475		0.994	-0.027	103.278	103.256	100
PC5	0.281		1.405	-0.930	102.348	102.322	120
BM1			1.399	-1.118	101.230	101.230	100
Σ	5.184		5.154	-0.030			780