

A

13. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$(x-5)^2 + 7 = 2x$$

- b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\begin{cases} x+y=1 \\ 0,7x+0,2y=x \end{cases}$$

a)	5 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	11 pont	

a) $x^2 - 10x + 25 + 7 = 2x$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 32}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 8 \end{cases}$$

Ellenőrzés: $(4-5)^2 + 7 = 8 \checkmark$
 $(8-5)^2 + 7 = 16 \checkmark$

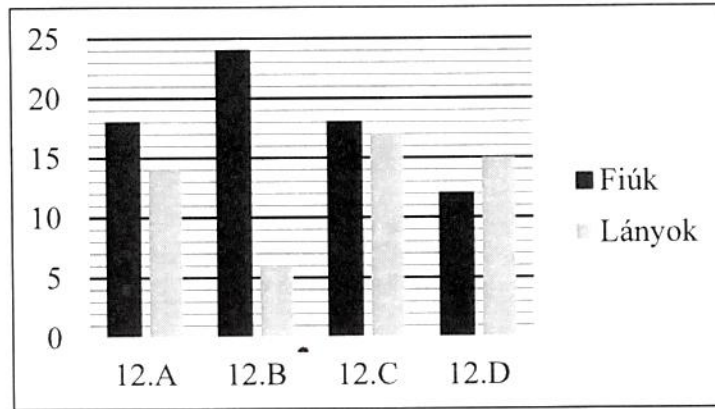
b) $y = 1 - x \rightarrow 0,7x + 0,2(1-x) = x$
 $0,7x + 0,2 - 0,2x = x$
 $0,2 = 0,5x$

$$x = 0,4$$

$$y = 0,6$$

Ell: $0,4 + 0,6 = 1 \checkmark$
 $0,7 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,6 = 0,4 \checkmark$

14. Az ábrán látható diagram egy végzős évfolyam négy osztályában mutatja a fiúk és a lányok számát.



- a) A legkisebb létszámú osztályban a lányok száma hány százaléka a fiúk számának?
 b) Töltse ki az alábbi táblázatot, majd határozza meg a 4 adat terjedelmét, átlagát és szórását!

osztály	12.A	12.B	12.C	12.D
lányok létszáma	14	6	17	15

A 12.B osztályban a lányok év végi matematikajegyeinek átlaga 4,5, az egész osztály matematikajegyeinek átlaga pedig 4,1 volt.

- c) Mennyi volt a 12.B osztályban a fiúk átlaga matematikából év végén?

a)

$$A: 18 + 14 = 32$$

$$B: 24 + 6 = 30$$

$$C: 18 + 17 = 35$$

$$D: 12 + 15 = 27$$

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

$$\rightarrow \frac{15}{12} = 1,25 \rightarrow \text{A lányok száma } 125\% \text{-a a fiúk számának}$$

b,

$$\text{terjedelem: } 17 - 6 = 11$$

$$\text{átlag: } \frac{14 + 6 + 17 + 15}{4} = 13$$

$$\text{szórás: } \sqrt{\frac{(14-13)^2 + (6-13)^2 + (17-13)^2 + (15-13)^2}{4}}$$

$$= \sqrt{17,5} \approx 4,18$$

c) Östályzatok összege (fiú és lány) : $30 \cdot 4,1 = 123$
Lányok östályzatánál összege : $6 \cdot 4,5 = 27$
→ Fiúk östályzatánál összege: $123 - 27 = 96$
fiúk átlaga : $\frac{96}{24} = 4$

15. Bálint szőlőt termeszt a Balaton-felvidéken. A szőlő egy részéből 100%-os szőlőlevet készít. 1 liter szőlőlé 1,3 kg szőlő felhasználásával készül. Az elkészült szőlőlevet 5 literes műanyag tasakokba töltik.

a) Hány teli tasak szőlőlé készül 4,7 tonna szőlőből?

Az 5 literes tasakot téglatest alakú papírdobozba teszik. A doboz éleinek hossza 12 cm, 20 cm és 25 cm.

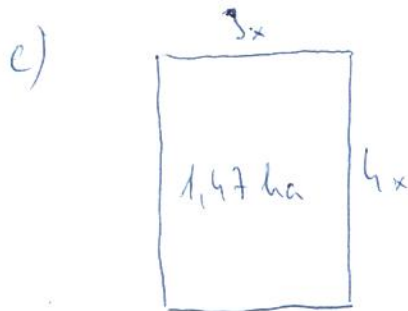
b) Hány literes a doboz?

Bálint telke téglalap alakú. A telek szomszédos oldalainak aránya 3 : 4, területe 1,47 hektár (1 hektár = 10 000 m²).

c) Mekkora ennek a teleknek a kerülete?

a) $4700 \text{ kg} \rightarrow 4700 : 1,3 \approx 3615 \text{ liter}$
 $3615 : 5 = 723 \text{ tasak}$

b) $1,2 \cdot 2 \cdot 2,5 = 6 \text{ dm}^3 \rightarrow 6 \text{ literes}$



$$3x \cdot 4x = 14700 \text{ m}^2$$

$$12x^2 = 14700$$

$$x^2 = 1225$$

$$x = 35 \text{ m}$$

$$3 \cdot 35 = 105 \text{ méter}$$

$$4 \cdot 35 = 140 \text{ méter}$$

$$K = 2 \cdot 105 + 2 \cdot 140 = 490 \text{ méter}$$

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	13 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Az új autók értéke a megvásárlás pillanatától kezdve csökken. A csökkenés mértékét különböző modellekkel lehet becsülni.

A *lineáris* becslési módszer szerint az autó minden hónapban ugyanannyi forintot veszít az értékéből.

- a) Egy újonnan 6 millió forintba kerülő autó értéke a lineáris becslési módszer szerint 5 év alatt csökken a felére. Hány forinttal csökken az autó értéke egy hónap alatt?

Az *exponenciális* modell szerint az új autó értéke havonta 1%-kal csökken.

- b) Hány forintra csökken a 6 millió forintba kerülő új autó értéke két év alatt az exponenciális modell szerint, és ez hány százalékos csökkenést jelent az új kori értékéhez képest?

- c) Hány hónap alatt csökken a felére az autó értéke az exponenciális modell szerint?

Egy autókereskedő a következő évre üzleti tervet készít. A terv szerint januárban 65 darab autót ad el, februártól kezdve pedig havonta egyre több autó eladásával számol: minden hónapban ugyanannyival növelné az értékesített autók számát az azt megelőző hónaphoz képest. Az éves terv szerint összesen 1110 darab autó eladása a cél.

- d) Hány darabbal kell növelnie hónapról hónapra az eladást a terv szerint?

a) $\frac{3000000}{60} = 50000$ Ft-tal csökken.

b) $6000000 \cdot 0,99^{24} \approx 4714065$ Ft
 \rightarrow ról. 21,4% \rightarrow csökkenés.

c) $0,99^n = 0,5 \rightarrow n = \log_{0,99} 0,5 \approx 68,97$
 \rightarrow ról. 69 hónap alatt.

d) $a_1 = 65$ $S_{12} = 1110$ $d = ?$

$\frac{2 \cdot 65 + 11 \cdot d}{2} \cdot 12 = 1110 \rightarrow d = 5$ darabbal kell növelni az eladást hónapról hónapra.

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. A képen egy kerámia tárolóedény és a parafából készült teteje látható. Az edény belseje egy csonkakúp alakú és egy ugyanolyan magasságú forgáshenger alakú részből áll. Az edény belső méretei: alapkörének átmérője 14 cm, a hengeres rész átmérője 11 cm, az edény teljes magassága 21 cm.



- a) Számítsa ki az edény térfogatát!

A kerámiaedény belső felületét vékony zománcréteggel vonták be.

- b) Számítsa ki, hogy egy edényen hány cm^2 -es a zománcozott felület!

Egy szállodában 20 db egyforma fedett edényben kétféle müzlikeveréket tartanak. 5 edényben natúr, 15 edényben csokis müzli van. Egy alkalmazott a reggeli sietségben véletlenszerűen választ ki az edények közül 4-et, és ezeket egy tálcára teszi.

- c) Mekkora a valószínűsége annak, hogy a 4 edény közül egyben natúr, háromban pedig csokis müzli lesz?

a)

$$V_{\text{henger}} = 5,5^2 \cdot \pi \cdot 10,5 \approx 997,8 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{csonkakúp}} = \frac{(7^2 + 7 \cdot 5,5 + 5,5^2) \cdot 10,5 \cdot \pi}{3} \approx 1294,7 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{edény}} \approx 2293 \text{ cm}^3$$

a)	6 pont	
b)	6 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

b)

$$a = \sqrt{10,5^2 + 1,5^2} \approx 10,6 \text{ cm}$$

$$P_{\text{henger}} = 11 \cdot \pi \cdot 10,5 \approx 362,9 \text{ cm}^2$$

$$P_{\text{csonkakúp}} = (7 + 5,5) \cdot 10,6 \pi \approx 416,3 \text{ cm}^2$$

$$P_{\text{alapkör}} = 7^2 \cdot \pi \approx 153,9 \text{ cm}^2$$

} A belső felület esze összege $\approx 933 \text{ cm}^2$.

c)

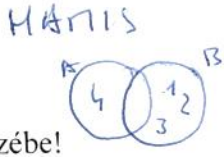
$$P = \frac{\binom{5}{1} \binom{15}{3}}{\binom{20}{4}} = \frac{2275}{4845} \approx 0,47$$

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

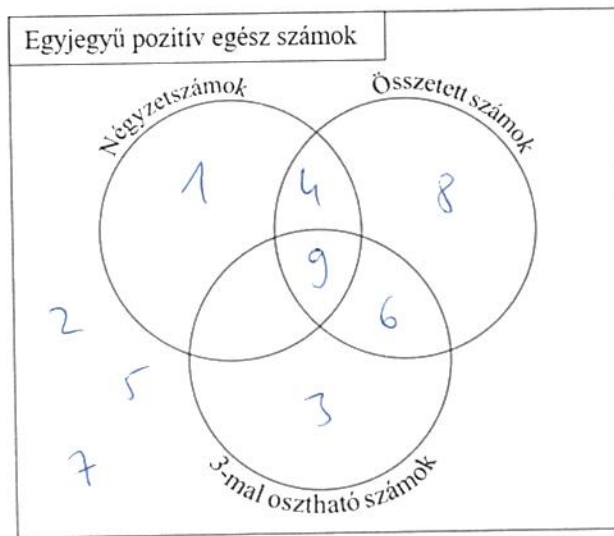
18. a) Határozza meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!
(A és B halmazokat jelöl. Válaszait itt nem kell indokolnia.)

I. állítás: Ha B üres halmaz, akkor $A \cap B$ üres halmaz. **IGAZ**
 II. állítás: Ha $A=B$, akkor $A \setminus B$ üres halmaz. **IGAZ**
 III. állítás: Ha $A \cup B = A$, akkor $A=B$. **HAMIS**

- b) Az I. állítás megfordítása: Ha $A \cap B$ üres halmaz, akkor B üres halmaz.
Határozza meg ennek az állításnak a logikai értékét! Válaszát indokolja!



- c) Írja be mind a kilenc egyjegyű pozitív egész számot az ábra megfelelő részébe!



A 0, 1, 2, 4 és 9 számjegyeket felhasználva elkészítjük az összes olyan ötjegyű számot, melyek különböző számjegyekből állnak.

- d) Hány 4-gyel osztható szám van az elkészített számok között?

d)

 $04 \rightarrow 3! = 6$
 $20 \rightarrow 3! = 6$
 $40 \rightarrow 3! = 6$
 $12 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$
 $24 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$
 $42 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$

} 30
 ilyen
 nem van.

a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
d)	7 pont	
Ö.:	17 pont	