

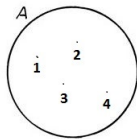
# Halmazok megadása elemeinek tulajdonsága alapján, halmazok egyenlősége, részhalmaz

## A halmazokat megadhatjuk:

- elemeinek felsorolásával:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

- Venn-diagrammallyal:



- közös tulajdonságuk meghatározásával:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$$

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával

## 1. példa:

$$B = \{p \mid p \in \mathbb{N}, 4 \leq p < 7\} \quad \text{akkor} \quad B = \{4, 5, 6\}$$

## 2. példa:

Hány eleme van a  $C = \{1, 1, 1, 4, 2, 5, 2, 3\}$  halmaznak?  
Hogy írhatnánk fel elemeinek tulajdonságával?

$$C = \{a \mid a \in \mathbb{N}, 1 \leq a \leq 5\} \text{ vagy } C = \{a \mid a \in \mathbb{N}, a \leq 5\}$$

## 3. példa:

Kösd össze az egyenlő halmazokat!

$\{x \mid x \text{ páros szám és } 3 < x < 11\}$	•	•	$\{2, 4, 6, 8, 10\}$
$\{y \mid y \text{ páros szám és } 2 \leq y < 12\}$	•	•	$\{4, 6, 8, 10\}$
$\{z \mid z \text{ páros szám és } 2 < z \leq 13\}$	•	•	$\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
$\{t \mid t \text{ páros szám és } 2 \leq t \leq 12\}$	•	•	$\{4, 6, 8, 10, 12\}$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával

## 1. példa:

$$B = \{p \mid p \in \mathbb{N}, 4 \leq p < 7\} \quad \text{akkor} \quad B = \{4, 5, 6\}$$

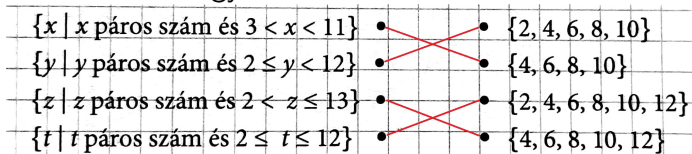
## 2. példa:

Hány eleme van a  $C = \{1, 1, 1, 4, 2, 5, 2, 3\}$  halmaznak?  
Hogy írhatnánk fel elemeinek tulajdonságával?

$$C = \{a \mid a \in \mathbb{N}, 1 \leq a \leq 5\} \quad \text{vagy} \quad C = \{a \mid a \in \mathbb{N}, a \leq 5\}$$

## 3. példa:

Kösd össze az egyenlő halmazokat!



## Halmazok egyenlősége

Az **A** és a **B** halmaz egyenlő, ha az **A** halmaz minden eleme egyben eleme a **B** halmaznak is, és fordítva.

Jelölése  $\mathbf{A} = \mathbf{B}$

Legyen:

$$Q = \{1, 2, 0\} \quad \text{és} \quad T = \{2, 0, 1\}$$

$$\text{akkor: } Q = T$$

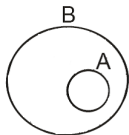
( mert az elemek sorrendje nem számít )

## A halmaz részhalmaza

Ha az **A** halmaz minden eleme egyben eleme a **B** halmaznak is, akkor az **A** halmaz részhalmaza a **B** halmaznak.

Jelölése  $\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$

$$A \not\subset B, \quad B \supset A, \quad A \subseteq B, \quad A \not\subseteq B$$



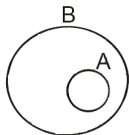
Valódi részhalmaz:  $\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$   
(B-nek van még eleme A elemein túl)

## A halmaz részhalmaza

Ha az **A** halmaz minden eleme egyben eleme a **B** halmaznak is, akkor az **A** halmaz részhalmaza a **B** halmaznak.

Jelölése  $A \subset B$

$$A \not\subset B, \quad B \supset A, \quad A \subseteq B, \quad A \not\subseteq B$$



Valódi részhalmaz:  $A \subset B$   
(B-nek van még eleme A elemein túl)

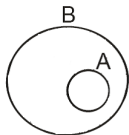
- Minden halmaz saját magának részhalmaza

## A halmaz részhalmozza

Ha az **A** halmaz minden eleme egyben eleme a **B** halmaznak is, akkor az **A** halmaz részhalmozza a **B** halmaznak.

Jelölése  $A \subset B$

$$A \not\subset B, \quad B \supset A, \quad A \subseteq B, \quad A \not\subseteq B$$



Valódi részhalmoz:  $A \subset B$   
(B-nek van még eleme A elemein túl)

- Minden halmaz saját magának részhalmozza
- Az  $\emptyset$  minden halmaznak részhalmozza



Ha  $A \subset B$  és  $B \subset A$ , akkor  $A=B$

Legyen  $A = \{k, a, s\}$ ,  $B = \{s, a, k, k\}$

A elemei egyben elemei B-nek is, tehát:  $A \subset B$

B elemei egyben elemei A-nak is, tehát:  $B \subset A$

Így:  $A = B$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

1. Egyenlők-e a következő halmazok:

$$U = \{1, 4\}, V = \{1, 1, 1, 1, 4, 4\}, W = \{4, 1\} ?$$

Válasz: IGEN

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

1. Egyenlők-e a következő halmazok:

$$U = \{1, 4\}, V = \{1, 1, 1, 1, 4, 4\}, W = \{4, 1\} ?$$

Válasz: IGEN

2. Határozzuk meg a következő halmazok elemeinek számát:

$$A = \{a, a, b, c\}, B = \{1, 6, 6, 8\}, C = \{1, a, 6, d\}$$

Válasz: A-nak 3, B-nek 3 és C-nek 4 eleme van.

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

1. Egyenlőek-e a következő halmazok:

$$U = \{1, 4\}, V = \{1, 1, 1, 1, 4, 4\}, W = \{4, 1\} ?$$

Válasz: IGEN

2. Határozzuk meg a következő halmazok elemeinek számát:

$$A = \{a, a, b, c\}, B = \{1, 6, 6, 8\}, C = \{1, a, 6, d\}$$

Válasz: A-nak 3, B-nek 3 és C-nek 4 eleme van.

3. Írjuk fel matematikai jelekkel: "a 19 természetes szám"

$$19 \in \mathbb{N}$$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

4. Írjuk fel az  $E$  halmazt elemeinek felsorolásával:  
 $E = \{q \mid q \in \mathbb{N}, q < 6\}$      $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

4. Írjuk fel az  $E$  halmazt elemeinek felsorolásával:  
 $E = \{q \mid q \in \mathbb{N}, q < 6\}$      $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

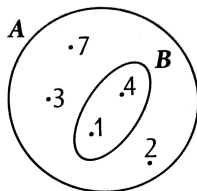
5. Írjuk fel a  $K$  halmaz összes részhalmazát, ha  
 $K = \{1, 2, 3\}$

Válasz:  $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

6. Az adott Venn-diagram alapján írjuk fel az A és B halmazokat, majd állapítsuk meg, hogy melyik állítás igaz:

$$B \subset A, A \subset B, A = B$$



Válasz:  $A = \{1, 2, 3, 4, 7\}$ ,  $B = \{1, 4\}$  és  $B \subset A$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

7. Részhalmaza-e  $\{a\}$  az  $A = \{\{a\}, b, c\}$  halmaznak?

Válasz: NEM,  $\{a\} \in A$



# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

7. Részhalmaza-e  $\{a\}$  az  $A = \{\{a\}, b, c\}$  halmaznak?

Válasz: NEM,  $\{a\} \in A$

8. A csillag helyett írjuk be a megfelelő jelet:  $\in$ ,  $\notin$  vagy  $\subset$  !

a)  $0 * \emptyset$ ;

b)  $2 * \{\{1\}, \{2\}\}$ ;

c)  $\emptyset * \{1, 2\}$ ;

d)  $\{1\} * \{1, 3\}$ ;

e)  $\emptyset * \{0\}$ ;

f)  $\{1, 2\} * \{\{1, 2\}, 3\}$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

7. Részhalmaza-e  $\{a\}$  az  $A = \{\{a\}, b, c\}$  halmaznak?

Válasz: NEM,  $\{a\} \in A$

8. A csillag helyett írjuk be a megfelelő jelet:  $\in$ ,  $\notin$  vagy  $\subset$  !

a)  $0 \notin \emptyset$ ;

b)  $2 * \{\{1\}, \{2\}\}$ ;

c)  $\emptyset * \{1, 2\}$ ;

d)  $\{1\} * \{1, 3\}$ ;

e)  $\emptyset * \{0\}$ ;

f)  $\{1, 2\} * \{\{1, 2\}, 3\}$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

7. Részhalmaza-e  $\{a\}$  az  $A = \{\{a\}, b, c\}$  halmaznak?

Válasz: NEM,  $\{a\} \in A$

8. A csillag helyett írjuk be a megfelelő jelet:  $\in$ ,  $\notin$  vagy  $\subset$  !

a)  $0 \notin \emptyset$ ;

b)  $2 \notin \{\{1\}, \{2\}\}$ ;

c)  $\emptyset * \{1, 2\}$ ;

d)  $\{1\} * \{1, 3\}$ ;

e)  $\emptyset * \{0\}$ ;

f)  $\{1, 2\} * \{\{1, 2\}, 3\}$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

7. Részhalmaza-e  $\{a\}$  az  $A = \{\{a\}, b, c\}$  halmaznak?

Válasz: NEM,  $\{a\} \in A$

8. A csillag helyett írjuk be a megfelelő jelet:  $\in$ ,  $\notin$  vagy  $\subset$  !

a)  $0 \notin \emptyset$ ;

b)  $2 \notin \{\{1\}, \{2\}\}$ ;

c)  $\emptyset \subset \{1, 2\}$ ;

d)  $\{1\} * \{1, 3\}$ ;

e)  $\emptyset * \{0\}$ ;

f)  $\{1, 2\} * \{\{1, 2\}, 3\}$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

7. Részhalmaza-e  $\{a\}$  az  $A = \{\{a\}, b, c\}$  halmaznak?

Válasz: NEM,  $\{a\} \in A$

8. A csillag helyett írjuk be a megfelelő jelet:  $\in$ ,  $\notin$  vagy  $\subset$  !

a)  $0 \notin \emptyset$ ;

b)  $2 \notin \{\{1\}, \{2\}\}$ ;

c)  $\emptyset \subset \{1, 2\}$ ;

d)  $\{1\} \subset \{1, 3\}$ ;

e)  $\emptyset * \{0\}$ ;

f)  $\{1, 2\} * \{\{1, 2\}, 3\}$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

7. Részhalmaza-e  $\{a\}$  az  $A = \{\{a\}, b, c\}$  halmaznak?

Válasz: NEM,  $\{a\} \in A$

8. A csillag helyett írjuk be a megfelelő jelet:  $\in$ ,  $\notin$  vagy  $\subset$  !

a)  $0 \notin \emptyset$ ;

b)  $2 \notin \{\{1\}, \{2\}\}$ ;

c)  $\emptyset \subset \{1, 2\}$ ;

d)  $\{1\} \subset \{1, 3\}$ ;

e)  $\emptyset \subset \{0\}$ ;

f)  $\{1, 2\} \not\subset \{\{1, 2\}, 3\}$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

7. Részhalmaza-e  $\{a\}$  az  $A = \{\{a\}, b, c\}$  halmaznak?

Válasz: NEM,  $\{a\} \in A$

8. A csillag helyett írjuk be a megfelelő jelet:  $\in$ ,  $\notin$  vagy  $\subset$  !

a)  $0 \notin \emptyset$ ;

b)  $2 \notin \{\{1\}, \{2\}\}$ ;

c)  $\emptyset \subset \{1, 2\}$ ;

d)  $\{1\} \subset \{1, 3\}$ ;

e)  $\emptyset \subset \{0\}$ ;

f)  $\{1, 2\} \in \{\{1, 2\}, 3\}$

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

9. Határozzuk meg az ismeretlen  $x$  értékét!

- a)  $\{1, 5\} \subset \{1, 2, x, 3, 10\}$ ;    b)  $\{x\} \subset \{1, 2, 3\}$ ;  
c)  $x \subset \{1, 2\}$ ;    d)  $\{1, x\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ ;  
e)  $\{x, 2x\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ .



# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

9. Határozzuk meg az ismeretlen  $x$  értékét!

- a)  $\{1, 5\} \subset \{1, 2, 5, 3, 10\}$ ;    b)  $\{x\} \subset \{1, 2, 3\}$ ;  
c)  $x \subset \{1, 2\}$ ;    d)  $\{1, x\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ ;  
e)  $\{x, 2x\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ .

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

9. Határozzuk meg az ismeretlen  $x$  értékét!

- a)  $\{1, 5\} \subset \{1, 2, 5, 3, 10\}$ ;    b)  $\{1\} \subset \{1, 2, 3\}$ ;  
c)  $x \subset \{1, 2\}$ ;    d)  $\{1, x\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ ;  
e)  $\{x, 2x\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ .

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

9. Határozzuk meg az ismeretlen  $x$  értékét!

- a)  $\{1, 5\} \subset \{1, 2, 5, 3, 10\}$ ;    b)  $\{1\} \subset \{1, 2, 3\}$ ;  
c)  $\emptyset \subset \{1, 2\}$ ;    d)  $\{1, x\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ ;  
e)  $\{x, 2x\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ .

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

9. Határozzuk meg az ismeretlen  $x$  értékét!

- a)  $\{1, 5\} \subset \{1, 2, 5, 3, 10\}$ ;    b)  $\{1\} \subset \{1, 2, 3\}$ ;  
c)  $\emptyset \subset \{1, 2\}$ ;    d)  $\{1, 3\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ ;  
e)  $\{x, 2x\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ .

# Halmazok megadása elemeinek tulajdonságával, halmazok egyenlősége, részhalmaz - példák

9. Határozzuk meg az ismeretlen  $x$  értékét!

- a)  $\{1, 5\} \subset \{1, 2, 5, 3, 10\}$ ;    b)  $\{1\} \subset \{1, 2, 3\}$ ;  
c)  $\emptyset \subset \{1, 2\}$ ;    d)  $\{1, 3\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ ;  
e)  $\{2, 4\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ .

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!