Otfried Praetorius
(1878 – 1964)

Eine Gesetzmäßigkeit in der Nachkommenzahl

in:

Mitteilungen der Zentralstelle für deutsche Personen- und Familiengeschichte,
H. 8, 1911, S. 29-40

Ahnen- und Nachkommenzahl

in:

Rundschreiben Nr. 17 vom Sept. 1959 der Hessischen familiengeschichtlichen Vereinigung e. V.,
Vortragsbericht Nr. 2. (Vortrag gehalten am 21. März 1959)

Nachruf auf Otfried Praetorius

von F. W. Euler

in:

Archiv für Sippenforschung, 1965, H. 17, S. 63-64

3.

Eine Gesetzmäßigkeit in der Nachkommenzahl.

Von Otfried Praetorius.

Gleich jeder andern nach Exaktheit strebenden Wissenschaft ist auch die Genealogie bemüht, Gesetzmäßigkeiten in ihrem Bereich zu erforschen und ihnen in mathematischer Form festumrissenen Ausdruck zu geben. Beispiele dafür geben die vortrefflichen Aufsätze von Dr. Gmelin nach der statistischen, von Dr. Liebmann nach der biologischen Seite hin im Heft 7 der Mitteilungen.

Wie steht es nun mit Gesetzmäßigkeiten der Zahlen auf dem jedem Genealogen nächstliegenden, durch die Zählbarkeit der Individuen elementarmathematische Betrachtung geradezu herausfordernden Gebiet, Ahnentafel, Stammbaum und „Nachfahrentafel" (nach v. d. Veldens Bezeichnung, vergl. Heft 7, S. 123)?

Allgemein bekannt und ohne weiteres einleuchtend ist die für die Zahl der Vorfahren jedes einzelnen Menschen feststehende Gesetzmäßigkeit, wie sie sich in der Anlage jeder Ahnentafel ausdrückt, wonach jedermann 2 Eltern, 4 Großeltern, 8 Urgroßeltern usw., allgemein 2^n Vorfahren der $n$ten Generation rückwärts hat — auch der sogen. „Ahnenverlust" ändert hieran nichts, da die an verschiedenen Stellen der Ahnentafel mehrfach auftretenden Vorfahren entsprechend mehrfach gezählt werden müssen.

Ganz unberechenbar und zufällig erscheint dagegen die Zahl schon der Kinder: sie kann innerhalb weiter Grenzen schwanken. Und da sich dies in jeder folgenden Nachkommengeneration wiederholt, gilt dasselbe für Nachkommenschaft überhaupt in noch höherem Maße.

Und doch muß es auch für die Zahl der Nachkommen eine Gesetzmäßigkeit geben — von andrer Art freilich als das Gesetz der Ahnenzahl, das überall und jederzeit für jeden einzelnen Menschen, (ja in gewissem Sinn für jedes nur zweigeschlechtlich sich vermehrende Lebewesen) gilt. Es handelt sich um ein Gesetz der Durchschnittszahl, das nur für die Gesamtmasse zutrifft, während fast jeder Einzelfall eine Abweichung nach der einen oder andern Seite darstellt, so aber, daß diese Abweichungen im Ganzen einander aufheben.

I. Die durchschnittliche Kinderzahl jedes Paares innerhalb eines bestimmten Gebietes und Zeitraumes ist leicht zu berechnen. Man braucht nur die statistisch festgestellte Gesamtzahl aller ehelichen Geburten durch die Zahl der Eheschließungen zu teilen. (So sind wohl die Fruchtbarkeitsziffern in Dr. Gmelins Aufsatz berechnet.) Zu- und Abwanderungen verheirateter Paare werden sich in einem hinreichend großen Gebiet unter normalen Verhältnissen annähernd ausgleichen. Ein merklicher Fehler ergibt sich daraus, daß die Geburtenzahl die Kinder der gegen Ende des betrachteten Zeitraums geschlossenen Ehen noch nicht oder nicht vollständig enthält, dafür aber Kinder aus Ehen, die vor Beginn dieses Zeitraums geschlossen waren. Beides wird sich ausgleichen, wenn die jährliche Ehenzahl gleichbleibt. Im andern Fall kann man annehmen, daß aus den Ehen etwa der letzten 10 Jahrgänge durchschnittlich die halbe Kinderzahl in der Geburtszahl fehlt, dagegen die halbe Kinderzahl der Ehen dabei ist, die in den letzten 10 Jahren vor Beginn des betrachteten Zeitraums geschlossen werden; bei stetiger Entwicklung kann man ohne großen Fehler dafür die Ehenzahl der ersten 10 Jahre in dem Zeitraum setzen. Bezeichnen wir diese mit E_a, die der letzten 10 Jahre mit E_z, die Gesamtzahl der Eheschließungen mit E, die Geburtenzahl mit G und die gesuchte Durchschnittskinderzahl mit x, so ist

$$x = \frac{G + E_z \cdot \frac{x}{2} - E_a \cdot \frac{x}{2}}{E}$$

$$\text{also } E \cdot x = G + \frac{x}{2} \cdot (E_z - E_a) \text{ und daher}$$

$$x = \frac{G}{E - \frac{E_z - E_a}{2}}$$

Für das Großherzogtum Hessen ist z. B. in der Zeit von 1822 bis 1865 im damaligen Gebiet $G = 1016830$, $E = 252992$, $E_z = 57596$, $E_a = 51221$; das ergibt $x = 4{,}06$ (also merklich weniger als die von Gmelin in Heft 7, S. 22 für sein Gebiet angegebene Zahl 4,38). Für die Zeit von 1866 bis 1905 dagegen berechne ich aus $G = 1066170$, $E = 316020$, $E_z = 96580$, $E_a = 76280$, den noch viel kleineren Wert $x = 3{,}45$. Bei Benutzung der Gesamtzahl aller Geburten 1822—1905 einschl. der Unehelichen entfallen auf 1 Ehe im heutigen Gebiet nahezu 4,52 lebend- und 0,05 totgeborene Kinder. (Die diesen und den folgenden Berechnungen zugrunde gelegten Zahlen sind dem „Statistischen Handbuch f. d. Gr. Hessen“, 2. Ausg. 1909 sowie den „Beiträgen zur Statistik d. Gr. H.“ 1862—1908 entnommen).

II. Diese Durchschnittskinderzahl ist aber für die Berechnung der weiteren Nachkommenschaft gänzlich unbrauchbar. Denn ein großer Teil der Kinder stirbt im Säuglings- oder späteren Kindesalter, ein anderer Teil wächst zwar heran, bleibt aber ledig und kommt daher für die folgenden Generationen nicht in Betracht. Den Genealogen interessiert daher in erster Linie die Zahl der Kinder, die zur Verheiratung kommen und für die weitere Nachkommenschaft des Stammelternpaares sorgen. Von dieser Zahl aus kann darum erst die Frage nach der Zahl der Enkel, Urenkel usw. gelöst werden. Um sie zu bestimmen, muß zunächst eine von der vorigen verschiedene Überlegung angestellt werden.

Die Statistik zeigt, daß die Bevölkerungszahl eines abgegrenzten großen Bezirks unter natürlichen Verhältnissen nie sprungweise, sondern nur allmählich zu- oder abnimmt, und zwar nach einem während größerer Zeiträume annähernd gleichbleibenden Verhältnis. Gehen wir zunächst von dem einfachsten Fall aus, daß dies Verhältnis = 1 ist, also die Volks- und Familienzahl weder zu- noch abnimmt. Es ist klar, daß dabei jeder durch Aussterben einer Familie entstehende Ausfall durch entsprechende Vermehrung einer andern gedeckt werden muß und umgekehrt. Im Durchschnitt wird also jeder Familienvater vom Anfang einer beliebigen Zeitstrecke *einen* verheirateten männlichen Nachkommen im Mannesstamm am Ende dieser Zeit hinterlassen: die Durchschnittszahl der „Stammhalter“, die zur Heirat kommen und den Mannesstamm erhalten, wird unter der genannten Voraussetzung (Vermehrungsverhältnis = 1) — in jeder Generation = 1 sein. Da aber jeder dieser Männer eine Frau braucht, auch die Gesamtzahl der männlichen Kinder annähernd gleich der der weiblichen ist (die der hier allein betrachteten *heiratenden* wäre sogar absolut gleich, wenn nicht die bei den Männern häufigeren zweiten Ehen einen kleinen Unterschied zugunsten der weiblichen verursachten), muß im Durchschnitt jedes Elternpaar außer einem Sohn auch eine Tochter zur Heirat bringen. Dies wiederholt sich in jeder folgenden Generation: also *muß bei gleichbleibender Bevölkerungszahl die Durchschnittszahl der zur Verheiratung kommenden Nachkommen der* 2. Generation (Enkel vom Sohn und der Tochter) = 4, die der 3. = 8 usw., *die der nten Generation* = 2^n sein; mit anderen Worten, die ideale Durchschnitts-„Nachfahrentafel“ muß dann ein umgekehrtes Abbild der Ahnentafel sein, auch darin dieser entsprechend, daß in jeder Generation nur 1 Glied den Mannesstamm darstellt, die Gesamtzahl der Glieder aber 2^n mal so groß ist.

III. Nun aber trifft die bisher der Einfachheit halber gemachte Voraussetzung, daß die Volkszahl unverändert bleibt, meist nicht zu; vielmehr hat sich z. B. in den 90 Jahren von 1815 bis 1905 die Zahl der Bewohner des jetzigen Deutschen Reichs-Gebietes von 24,8 auf 60,6 Millionen vermehrt, also fast auf das $2^1/_2$fache. Diese Bevölkerungszunahme beruht zwar auch auf verringerter Sterblichkeit, in der Hauptsache aber doch auf Vermehrung der einzelnen Familien. Im Durchschnitt wird jede Familie ihren Bestand in jeder je einer Generation entsprechenden Zeitspanne mit einen bestimmten Faktor über 1 vervielfacht haben, der hier „Vermehrungsfaktor“ genannt und mit q bezeichnet werden soll. Bei ungestörter Entwicklung wird dieser Faktor innerhalb mehrerer Generationen annähernd konstant bleiben.

Jedes Elternpaar muß also durchschnittlich (statt 2) $2 \cdot q$ Kinder, nämlich q Söhne und q Töchter, zur Verheiratung bringen. Bei diesen wiederholt sich das: also ist die Zahl der Enkelkinder $4 \cdot q^2$, darunter q^2 Enkel im Mannesstamm.

Da also der Vermehrungsfaktor bei jeder Generation wiederum zur Wirkung kommt, sind die für den Sonderfall $q=1$ gefundenen Zahlen der 2. Generation mit q^2, die der 3. mit q^3. . die der nten mit q^n zu multiplizieren. Demnach muß die Durchschnittszahl der zur Heirat kommenden Nachkommen eines Elternpaares in der nten Generation $2^n \cdot q^n$ betragen, darunter $1 \cdot q^n$ im reinen Mannesstamm.

Es fragt sich nun, wie der Zahlenwert des Vermehrungsfaktors q bestimmt werden kann. Läßt man die Wirkung verminderter Sterblichkeit außer Acht, so erscheint die Bevölkerungszunahme als Wirkung des Faktors q nach den Gesetzen der geometrischen Reihe, die Volkszahl Z am Ende einer n Generationen entsprechenden Zeitspanne aus der Volkszahl A am Anfang hervorgegangen durch Vervielfachung mit q^n, also

$$q^n = \frac{Z}{A}, \quad q = \sqrt[n]{\frac{Z}{A}}.$$

Für das Gebiet des Deutschen Reiches z. B. ergibt sich aus den vorgenannten Zahlen $A = 24800000$, $Z = 60600000$, wenn man auf die 90 Jahre von 1815 bis 1905 3 Generationen rechnet, $q = \sqrt[3]{\frac{606}{248}} = 1{,}35$, für Hessen infolge überstarker Auswanderung um die Jahrhundertmitte nur 1,26, während für die letzte Generationsspanne 1875—1905 q = 1,37 oder (bei Zugrundelegung eines größeren Generationsabstandes) für die Zeit 1871—1905 gar 1,42 herauskommt.

Diese Zahlen sind wegen der Nichtberücksichtigung des Sterblichkeitsrückganges zweifellos zu groß; daraus ergibt sich die Notwendigkeit, q auf andere Art zu berechnen.

Zugleich aber weist die Spannung zwischen den letztgenannten beiden Werten hin auf eine schwer vermeidbare andere Fehlerquelle: daß nämlich der tatsächliche Zeitabstand aufeinanderfolgender Generationen selbst innerhalb einer Familie so überaus ungleich ist.[1])

Der Durchschnittsabstand zweier bestimmten Generationen einer bestimmten Nachfahrentafel läßt sich ja berechnen; für die Gesamtheit aber sind wir zunächst auf Schätzungen angewiesen. Da die Männer fast allgemein in späteren Lebensjahren heiraten als die Frauen, ist der Generationsabstand in rein männlicher Linie meist größer, der in rein weiblicher kleiner als der Durchschnitt aller, wie wohl jede Ahnentafel bestätigt. Die gewöhnlichen, nur die Nachkommen im Mannesstamm verfolgenden „Stammbäume“ ergeben meist einen durchschnittlichen Generationsabstand von fast 35 Jahren, während er bei Berücksichtigung aller Nachkommen einschl. der in weiblicher Linie eher unter 33 Jahre liegen dürfte. Dieser Sachverhalt könnte dazu verleiten, zur Berechnung der Nachkommenzahl im Mannesstamm einen für den Generationsabstand von etwa 35 Jahren berechneten größeren Vermehrungsfaktor in Berechnung zu bringen, als für die Gesamtnachkommenschaft. Das widerspräche aber der schon erwähnten Tatsache, daß ebensoviele[2]) Frauen zur Heirat kommen, wie Männer; der Vermehrungsfaktor muß demnach für die Gesamtnachkommenschaft ebensogroß sein wie für die im Mannes-

[1]) Als Beispiel sei ein Fall aus der Verwandtschaft des Verf. angeführt, worin der erste Enkel eines Paares 44 Jahre, der letzte 93 Jahre nach der Hochzeit der Großeltern heiratete, daher das erste Urenkelkind 63, das letzte 126 Jahre nach der Geburt der Urgroßmutter zur Welt kam; der mittlere Abstand einer Generation von der nächsten beträgt also im einen Fall 21 Jahre, im andern 42 Jahre, genau doppelt so viel! Ein ähnlicher Fall in Goethes Verwandtschaft (vgl. Stammbaum Streng in Kiefers Frkf. Bl. f. Fam.-Gesch. I, S. 86—89 und Stb. Goethe ebenda III, Heft 7, sowie Knetsch, Goethes Ahnen) führte dazu, daß Ulrich Thomas Streng 1749 in Cornelia Goethe eine E n k e l i n seiner Cousine (Cornelia Goethe geb. Walter, Goethes Großmutter) heiratete!

[2]) Infolge der häufigeren 2. Ehen der Männer sogar etwas mehr; da sich die Kinderzahl in diesem Fall aber auf die 2 Frauen verteilt, kommt dies hier nicht in Betracht.

stamm. Daß die Bevölkerungszahl nach 35 Jahren stärker gewachsen ist als nach 30—33, beruht ja auch nicht auf der stärkeren Vermehrung im Mannesstamm, sondern auf der inzwischen hinzugetretenen Vermehrung der 25—33 Jahre vorher Geborenen.

Nun aber gibt die Statistik einen sicheren Anhaltspunkt für den durchschnittlichen Generationsabstand der Gesamtheit. Da sind die Höhe- und Tiefpunkte der Kurven der Geburts- und der Heiratenzahl, auf die Dr. Gmelin aufmerksam gemacht hat: sie zeigen sich mit überraschender Deutlichkeit auch in der Statistik des 19. Jahrh. für Hessen und zwar in Übereinstimmung mit Gmelins Ergebnissen, also wohl auch andrer Länder. Gmelin nennt als „primäre Hauptursache die Generationenrechnung“, verbindet damit aber sofort den Gedanken an gleichfalls periodisch wirkende Wetter- und Ernte- und letzten Grundes astronomische Einflüsse. Sicher sind wenigstens erstere mit im Spiel, aber genügt nicht als primäre Hauptursache zur Erklärung die Tatsache, daß ein einmal durch starke äußere Einflüsse entstandener Ausfall an fruchtbaren Ehen fortwirkt, indem immer dann, wenn die Hauptmasse der damals geborenen Kinder zur Heirat und Fortpflanzung kommt, wieder ein Ausfall entsteht, und ebenso eine Häufung sich mehrere Generationen hindurch immer wieder bemerklich macht? Das ist ja auch bei Gmelin mit dem Wort „Generationenrechnung“ angedeutet. Dann ist aber auch der Abstand je zweier Maxima oder Minima als ziemlich genaues Maß des durchschnittlichen Generationsabstandes zu betrachten. Gmelins Maximaljahre ergeben 33—34 Jahre (nur 1679—1711 sind 32, 1745—75 gar nur 30 Jahre). Die hessische Statistik zeigt Höhepunkte der Heiratslinie in dem Zeitraum 1841—43 (leider fehlen vor 1862 Angaben für die einzelnen Jahre) und wieder 1872(—75), denen solche der Geburten in 1843—45 und 1875 entsprechen; noch auffallender, weil plötzlich erscheinend, sind die Tiefpunkte der Heiraten 1852—55 (hier tatsächlich mit hohen Getreidepreisen zusammenfallend) und 1881—85, Tiefpunkte der Geburten 1852—55 und 1885—90. Das Herannahen eines neuen Tiefpunktes, der als Folge davon 1915—20 zu erwarten ist, macht sich, auch im Reich, in den letzten Jahren als Abnahme des Geburtenüberschusses und verminderte Bevölkerungszunahme 1905—10 schon geltend; demnach sollten diese Erscheinungen als naturnotwendige den Soziologen keinen Grund zu Besorgnissen um unsere Volkskraft geben!

Die Angaben der hessischen Statistik genügen nicht, um den Generationsabstand aufs Jahr genau zu bestimmen; sie sind hier auch nur angeführt, weil sie Gmelins Beobachtungen für ein größeres Gebiet bestätigen. Aus diesen ergibt sich aber mit hinreichender Genauigkeit ein mittlerer Generationsabstand von 33 Jahren, wie er ja auch der landläufigen Annahme entspricht.

Aus dem vorstehenden Gedankengang ergibt sich aber außerdem auch ein Weg, den Vermehrungsfaktor genauer als auf die vorige Art zu bestimmen. Denn da die jeweils Heiratenden im Durchschnitt die Kinder derer sind, die 33 Jahre vorher geheiratet haben, so ist der Quotient der entsprechenden Heiratsziffern eben der Vermehrungsfaktor. Natürlich müssen zur Vermeidung der oft beträchtlichen Zufallsabweichungen mehrere Jahre zusammengenommen werden. Für Hessen[1]) ergeben die Heiratsziffern der Jahre 1901—05 (49455) verglichen mit denen von 1868—72 (39089) $q = 1,27$, letztere verglichen mit 1835—39 (29851) $q = 1,31$, die der Minimumjahre 1881—85 (32890) gegen 1848—52 (25676) $q = 1,28$ — also ziemlich nahe übereinstimmende Werte. Besonders starke Abweichungen hiervon zeigen die Quotienten der Heiratsziffern 1886—90 mit 1853—57 (36685 : 23050 = 1,59) und 1861—65 mit 1828—32[2]) (29048 : 28375 = 1,024); für erstere gibt wohl die einsetzende Entwicklung der Industrie, für letztere die starke Auswanderung um 1840 eine hinreichende Erklärung. Zur Gewinnung einer allgemeinen Durchschnittsziffer sei die Gesamtzahl der Heiraten 1861—1905 (345080) mit der 1828—72[2]) (268000) verglichen: danach ist $q = 1,29$ — naturgemäß kleiner, als der früher aus dem Bevölkerungszuwachs berechnete Wert: der Unterschied bedeutet Gewinn aus verminderter Sterblichkeit (und etwaigen Wanderungsgewinn, der sich ja durch Vergleich der Bevölkerungszunahme mit dem Geburtenüberschuß gesondert feststellen läßt).

Freilich gilt der gefundene Wert q streng genommen nur für das Gebiet und den Zeitraum, worauf sich die Zahlen beziehen, aus denen er berechnet wurde. Doch läßt er sich wohl ohne großen Fehler auf andere Gebiete und Zeiten mit ähnlichen Verhältnissen übertragen. Wo statistische Angaben fehlen, bleibt nichts anderes übrig. Sind aber solche vorhanden, so kann q auf gleiche Art ja stets wieder berechnet werden. Ja selbst für die einzelnen Generationen jedes bestimmten Familienkreises lassen sich zur Erzielung größerer Genauigkeit die dem Zeitraum jeder Generation entsprechenden Werte berechnen. Nennt man

[1]) Heutiges Gebiet.

[2]) Für das Jahr 1831 fehlen die Angaben; hier ist der Durchschnitt der 3 vorhergehenden und der 3 folgenden Jahre angenommen.

diese q' für die 1., q'' für die 2. Generation u. s. f., so erhält die vorhin aufgestellte Formel für die Nachkommenzahl eine etwas veränderte Gestalt: die Normalzahl der Kinder ist dann $2 \cdot q'$, die der Enkel $4 \cdot q' \cdot q''$, der Urenkel $8 \cdot q' \cdot q'' \cdot q'''$ usw., worunter q' Söhne, $q' \cdot q''$ Enkel, $q' \cdot q'' \cdot q'''$ Urenkel im Mannesstamm sind, allgemein $2^n \cdot q' \cdot q'' \cdot q''' \ldots, q^{(n)}$ Nachkommen der nten Generation.

Indessen wird im allgemeinen die erste Formel, die q als gleichbleibend betrachtet, hinreichend genau und dann, weil einfacher, vorzuziehen sein.

IV. In II und III war von den verheirateten und dadurch die Vermehrung bewirkenden Nachkommen die Rede, deren Anzahl mit dem Ausdruck „wirkende Zahl“ bezeichnet werden möge. Wie verhält sich dazu nun die Gesamtzahl aller Nachkommen in einer Generation? Offenbar stellt die „wirkende Zahl“ von dieser vollen Zahl nur einen Bruchteil dar, während die übrigen als Kinder oder doch ledig sterben. Bezeichnet man diesen Bruchteil mit $\frac{1}{k}$, so muß die Gesamtzahl k mal so groß sein, als die wirkende Zahl. Dieser Faktor k wird in verschiedenen Zeiten verschiedene Werte annehmen; er ist z. B. im 18. Jahrh. mit seiner großen Säuglingssterblichkeit und seinen ungünstigeren Erwerbsmöglichkeiten, infolge deren ein kleinerer Bruchteil der Kinder zur Heirat kam, größer als heute.[1])

Da der Überschuß der Gesamtzahl über die wirkende Zahl ohne Einfluß auf die folgenden Generationen ist, wird der Faktor k nicht wie das Vermehrungsverhältnis q potenziert, sondern die wirkende Zahl

---

[1]) Die wohl aus jedem Stammbaum belegbare Tatsache, daß damals nicht etwa weniger Kinder eines Paares heirateten als heute, sondern mehr Kinder geboren wurden, beweist die Berechtigung des Verfahrens, von der wirkenden Zahl ausgehend die Gesamtzahl zu berechnen und nicht umgekehrt. Mit dieser Tatsache ist übrigens die von Gmelin für das 18. Jahrh. angegebene Fruchtbarkeitsziffer von 3,65 ehelichen Kindern schwer vereinbar. Die Friedberger Kirchenbücher ergeben für das 18. Jahrh. mit 6374 Geburten auf 1321 Ehen die Ziffer 4,83 — die im Abschnitt I vorgeschlagene verbesserte Formel ergibt 4,84, also fast dasselbe, da E_z kaum größer als E_a ist, infolge starken Rückgangs der Heiratenzahl in den 3 letzten Jahrzehnten —; hierbei sind freilich uneheliche Geburten mitgezählt, die aber — in der freien Reichsstadt Friedberg wohl aus ähnlichen Gründen, wie sie Gmelin S. 21 für das Hällische angibt — nur einen verschwindenden Bruchteil ausmachen: es bleibt also eine wesentlich höhere Ziffer nicht nur als die bei Gmelin fürs 18. Jahrh., sondern auch als die dort (und erst recht die hier unter I für Hessen) fürs 19. Jahrh. berechnete Ziffer.

jeder Generation wird zur Ermittelung der Gesamtzahl nur einmal multipliziert und zwar jeweils mit dem Wert des Faktors k, der für die Zeit gilt, in der die Hauptmasse der betreffenden Generation lebt. Demnach beträgt die durchschnittliche Gesamtzahl aller Nachkommen eines Paares in der ersten Generation $k \cdot 2^n \cdot q^n$, darunter $k \cdot 1 \cdot q^n$ männliche (und ebensoviel weibliche) im reinen Mannesstamm.

Zur Ermittelung des Faktors k diene folgende Überlegung. Die in einem bestimmten Zeitabschnitt geborenen Kinder werden durchschnittlich etwa 28 Jahre später[1]) in einem entsprechenden Zeitraum zur Heirat gekommen sein, und zwar sind an jeder Eheschließung 2 beteiligt. Dividiert man also die doppelte Zahl der Eheschließungen einer Reihe von Jahren durch die Zahl der Geburten der 28 Jahre vorher beginnenden und schließenden Jahrreihe, so ergibt sich der vorhin mit $\frac{1}{k}$ bezeichnete Bruchteil; der reziproke Wert davon ist k für eine durchschnittlich um die Mitte der zweiten Jahrreihe geborene Generation.

So z. B. entsprechen die in den Jahren 1886—95 Verheirateten, in Hessen 2×77570, den 1858—67 Lebendgeborenen, deren Zahl in Hessen (aufs heutige Gebiet berechnet) 272180 betrug. Das ergibt $\frac{1}{k} = 0{,}57$ und $k = 1{,}75$ für die um 1863 Geborenen. Für die vorhergehende Generation wird angenommen werden können, daß sie um 1830 geboren ist und um 1858 heiratet; den 245300 Lebendgeborenen von 1825—35 (für den in der Statistik fehlenden Jahrgang 1831 ist 1835 hinzugenommen) stehen 51670 Heiraten 1853—62 gegenüber: daraus bestimmt sich $\frac{1}{k} = 0{,}42$ und $k = 2{,}37$, — die starke Abweichung kommt auf Rechnung der zahlreichen Ausgewanderten (1847—55 jährlich durchschnittlich über 1% der Bevölkerung!), deren Nachkommen nicht mitberücksichtigt werden können. Daß der erstberechnete Wert (1,75) für normale Verhältnisse des 19. Jh. zutrifft, wird dadurch bestätigt, daß sich mit ihm und dem früher berechneten $q = 1{,}29$ als Kinderzahl einer Ehe $2 \cdot k \cdot q = 4{,}515$ ergibt — nahe übereinstimmend mit der unter I auf andre Art gefundenen Zahl 4,52 (auch hier sind unehel. Kinder mitgezählt).

---

[1]) Das niedrige durchschnittliche Heiratsalter der Gegenwart ist eine im Gefolge der Industrie aufgetretene Neuerscheinung, die für die Vergangenheit außer acht bleiben kann, in Zukunft aber auch den Generationsabstand verringern wird

Bei Benutzung dieser Werte ergibt sich also als normale, dem Durchschnitt entsprechende Nachkommenzahl eines um 1797 geborenen, um 1825 verheirateten Paares:

Generation:	A. überhaupt Gesamtzahl $k \cdot 2^n \cdot q^n$	B. überhaupt wirkende Zahl $2^n \cdot q^n$	C. Mannesstamm Gesamtzahl $k \cdot 1 \cdot q^n$	D. Mannesstamm wirkende Zahl $1 \cdot q^n$
I. $k = 2{,}37$ geb. um 1830	6,12	3,58	3,06	1,29
II. $k = 1{,}75$ geb. um 1863	11,58	6,66	2,91	1,66
III. $k = 1{,}75$ (angenommen) geb. um 1896	30,05	17,18	3,76	2,15

Daß die meisten gedruckten Stammbäume eine viel größere Zahl von Nachkommen aufweisen, erklärt sich sehr einfach: gerade in den Fällen starker Familienverzweigung wird das genealogische Interesse reger, das Bedürfnis nach schriftlicher Festlegung und Vervielfältigung stärker und der Druck durch die größere Abnehmerzahl lohnender als bei wenig verzweigten Familien[1]).

Welche Anwendungsmöglichkeiten gibt es nun für die so gefundenen Zahlen und Formeln? Als Normalzahlen geben sie einen Anhalt für die Beurteilung einer Kinder- und Nachkommenzahl, ob sie als normal, oder über oder unter dem Durchschnitt anzusehen ist und wieviel; sie zeigen insbesondere den Mangel des sogen. „Zweikindersystems", daß es die Faktoren q und k nicht berücksichtigt und daher oft das Aussterben einer Familie verschuldet, stets aber die normale, d. h. durchschnittsgemäße Ausbreitung der Familie hindert. Andrerseits lehren die Formeln, auf wieviel größere Zahlen der Genealoge rechnen muß, wenn er die Gesamtnachkommenschaft eines Paares durch mehrere Generationen verfolgt, als wenn er nur den Mannesstammbaum aufstellt ($2^5 \cdot q^5$ ist schon 114,31).

IV. Dagegen ist (wie bei aller Statistik — vgl. Gmelin S. 16) die Wahrscheinlichkeit, daß die berechneten Zahlen für einen Einzelfall

[1]) Für alle noch blühenden Familien sind aber auch die Durchschnittszahlen etwas größer, als die berechneten, weil die ausgestorbenen mit ihrer tatsächlichen Nachkommenzahl 0 den Durchschnitt herunterdrücken; vgl. darüber das Folgende.

wirklich, wenn auch nur annähernd, zutreffen, recht gering. Denn schon die wirkende Zahl der Kinder kann stark von dem berechneten Durchschnitt abweichen, und diese Abweichung wird sich bei den folgenden Generationen geltend machen. Indessen ist es irrig, bei außergewöhnlich großer Kinderzahl von einer „Expansionskraft“ zu reden, in dem Sinne, daß diese in den nächsten Generationen weiterwirkend zu einer Potenzierung der ersten Zahl führe; vielmehr macht übergroße Fruchtbarkeit in der Folge (mindestens bei einem Teil der Kinder) oft einem Rückschlag Platz, vielleicht unter Mitwirkung andersartiger, von den Vorfahren des angeheirateten Gattenteils vererbter Anlagen. Entsprechend gilt von einer Kinderzahl, die unter dem normalen Durchschnitt bleibt, daß dann doch in den folgenden Generationen die Vermehrung den Durchschnitt erreichen oder gar übersteigen kann. Bei kinderlosen Ehen ist freilich jede Nachkommenschaft in den folgenden Generationen ausgeschlossen; wenn diese trotzdem in der „wirkenden Zahl“ mitgerechnet werden, so rechtfertigt sich dies damit, daß sie mit den Ein- und Zweikinderehen das notwendige Gegengewicht gegen die Ehen bilden, deren wirkende Kinderzahl den Durchschnitt überschreitet, zumal ihre Kinderzahl 0 als untere Grenze dem Durchschnitt viel näher liegt als die mögliche obere Grenze, die sich überhaupt nicht bestimmt angeben läßt, und ferner damit, daß sie in der Ehenzahl eingeschlossen sind, die der Berechnung von k (und von q auf die 2. Art) zugrunde liegen. Zur Bestätigung der Richtigkeit dieser Auffassung ordnet sich dieser Sonderfall ohne weiteres richtig einer Überlegung unter, die an jede bekannte Nachkommenzahl anknüpft.

Wenn nämlich die tatsächliche Nachkommenzahl einer bestimmten Generation bekannt ist, die vielleicht stark von der Normalzahl abweicht, so dürfen doch wenigstens für die weitere Nachkommenschaft, die sich aus den Nachkommen der bekannten Nachkommen zusammensetzt, die gefundenen Formeln angewandt werden: *ist die bekannte wirkende Nachkommenzahl der nten Generation* $= a$, so können für jeden von diesen a je $k \cdot 2^p \cdot q^p$ Nachkommen der pten Generation, die von den Stammeltern aus die $(n+p)$te ist, erwartet werden, also im Ganzen: $a \cdot k \cdot 2^p \cdot q^p$ *Nachkommen* (wirkende Zahl: $a \cdot 2^p \cdot q^p$, Mannesstamm bei a' bekannten Stammhaltern $a' \cdot k \cdot q^p$, wirkend $a' \cdot q^p$) *der Stammeltern in der* $(n+p)$*ten Generation.*

Je größer a ist, umso wahrscheinlicher werden die vorkommenden Abweichungen einander aufheben, umso näher wird also das errechnete Ergebnis der Wirklichkeit kommen (für $a = 0$ ergibt diese Formel für alle weiteren Generationen die unumstößlich richtige Zahl 0).

Infolgedessen läßt sich diese Formel wohl anwenden, wenn es gilt, auf Grund einer vorhandenen Nachkommenzahl über die in der Zukunft zu erwartende Voraussagen zu machen, etwa die Anwärter auf eine Erbschaft oder eine Familienstiftung zu mutmaßen, die nach einer bestimmten Zeit da sein werden, u. dgl. — Voraussetzung bleibt dabei, daß q sich nicht übermäßig ändert, also was eingangs „unter natürlichen Verhältnissen“ genannt war; eine Zeit wie das 17. Jahrh. mit dem 30jähr. Krieg und verheerenden Seuchen wirft die natürliche Entwicklung und damit die vorstehenden Berechnungen über den Haufen.

Nur ein Ergebnis bleibt, mag der Wert der Größen k und q noch so schwanken, das Gegenstück des Ahnentafelgesetzes: Die wirkende sowohl wie die volle Zahl der Gesamtnachkommenschaft eines Paares in der nten Generation ist im allgemeinen 2^nmal so groß als die entsprechende Zahl der männlichen Nachkommen im Mannesstamm.

Erschienen in:

Mitteilungen

der

Zentralstelle für deutsche Personen- und Familiengeschichte

8. Heft.

Leipzig 1911.

H. A. Ludwig Degener,

Verlagsbuchhandlung.

S. 29 – 40

929.111.I : 519.2 Sm 3.1960.
S 12 089+

Vortragsbericht Nr. 2 (Darmst. 21.3.1959)

Ahnen- und Nachkommenzahl

Die **Ahnenzahlen** 2 – 4 – 8 – 16 usw. verdoppeln sich gesetzmäßig mit jeder aufsteigenden Generation. Die **Zahlen der Nachkommen** sind dagegen unbestimmt; schon im Mannesstamm, erst recht in der durch Töchter-Nachkommen vielnamigen Gesamtnachkommenschaft. Doch gilt auch hier das Gesetz der großen Zahlen: es muß in der millionenfachen Gesamtheit einen „Mittelwert" geben, um den die Einzelwerte sich häufen, während stärkere Abweichungen seltener sind – ähnlich wie z. B. für die Körpermaße (Schuh- u. Handschuhnummern, Kleidergrößen, Hut- u. Kragenweiten), Lebensdauer (wichtig für Versicherungsmathematik), Generationsabstand (um 33 Jahre), Kinderzahl u. a. mehr. Für die Nachkommenschaft ist nicht die Kinderzahl, sondern die kleinere Zahl der verheirateten (und nicht kinderlosen) Kinder wirksam, die „wirkende Zahl" (vgl. Praetorius, Eine Gesetzmäßigkeit in der Nachkommenzahl, in „Mitteilgn. d. Zentralstelle f. d. P. u. F." Leipzig 1911, Heft 8). Mittelwerte dafür lassen sich aus Mangel an ausreichendem Material nur durch Überlegung finden. Da jedes Paar nach 100 Jahren durch seine Urenkel ersetzt sein muß (nach 200 Jahren durch deren Urenkel usw.), müßte es zur Erhaltung der Volkszahl im Durchschnitt je 1 Sohn und 1 Tochter zur Fortpflanzung bringen, durch diese 4 Enkel, 8 Urenkel usw.), so daß die Mittelwerte der wirkenden Zahl denen der Ahnenliste entsprechen. Nun hat sich aber Deutschlands Bevölkerung nachweisbar im 19. Jahrhundert reichlich verdoppelt, zweifellos auch schon im 18.: daher muß jedes um 1800 lebende Paar im Durchschnitt um 1900 nicht 8, sondern 16 verheiratete Urenkel haben, ein um 1700 lebendes 16 um 1800 und mehr als 250 Nachkommen der 6. Generation um 1900. Das bedeutet, daß die Zahlen im Mittel statt mit 2 mit rund 2½ zu vervielfachen sind! Mittelwerte der wirkenden Zahlen also (abgerundet): ~~3~~ 2,5 – ~~7~~ 6 – 16 – 40 – 100 – 250 650 in 6 Nachkommen-Generationen. Natürlich sind von den Enkeln an alle zugleich Nachkommen ihrer übrigen Ahnen.

Die in einigen Beispielen ermittelten tatsächlichen Zahlen sind erwartungsgemäß teils niedriger, teils höher, weichen aber nicht allzu stark von den theoretischen ab, soweit sie vollständig sind. Die Zahlen in den folgenden Beispielen von 1. bis 3. sind aus „AT berühmter Deutscher" ermittelt, die von 8., 9. und 11. aus „Rösch, Die Familie Buff (1953) und Goethes Verwandtschaft (1954)"; die übrigen beruhen auf eigenen Forschungen, die z. T. anderweitig veröffentlicht, jetzt aber ergänzt sind.

$n w_k$

1. Georg Niebuhr (⚭ 1800/16) 4 – 7 – 18;
2. Joseph Görres (⚭ 1801) 2 – 5 – 9;
3. Friedrich Schleiermacher (⚭ 1809) 3 – 4 – 10;
4. Justus (v.) Liebig (⚭ 1827) 4 – 10 – 27;
5. dessen Eltern Georg Liebig (⚭ 1803) 7 – 20 – 37 – 53;
6. Ludwig Praetorius (⚭ 1797) 4 – 9 – 16 – 26;
7. Anton Kleberger (⚭ 1771) 5 – 12 – 30 – 46;

$n t_k$

Bü. d V 19 8. Christoph Buff (⚭ 1706/15) 6 – 22 – 59 – 78 – 119 – 147; (12, 52, 150, 204, 320, 425)
Goe. (14) 9. Cornelius Lindheimer (⚭ 1697) 6 – 21 – 41 – 51 – 81 – 118; (8, 55, 116, 158, 227, 324)
6 22 43 50 83 128
10. Johannes Angelus-Engel (⚭ 1571) 9 – 15 – 24 – 49 – 63 – 121;
Bü d I, 1 11. Stephan Poff Buff (⚭ 1564) 6 – 5 – 7 – 13 – 21 – 34; (8, 21, 46, 53, 88, 114) (217, 258)

Stets sind die Kinderzahlen weit größer als die sogenannten „wirkenden" Zahlen (z. B. bei 11.: 8, 21, 46, 53, 82, 101, hier noch besonders durch das große Massensterben im Dreißigjährigen Krieg vermindert). Oft sind auch von einem Teil Verbleib und Kinder unbekannt, so daß die weiteren Nachkommen unvollständig erfaßt sind; daher auch das steigende Zurückbleiben der ermittelten Zahlen hinter den theoretischen.
In unserer Zeit werden aber auch tatsächlich die zur Erhaltung der Volkszahl nötigen Zahlen nicht erreicht – ein Grund zu ernster Sorge!

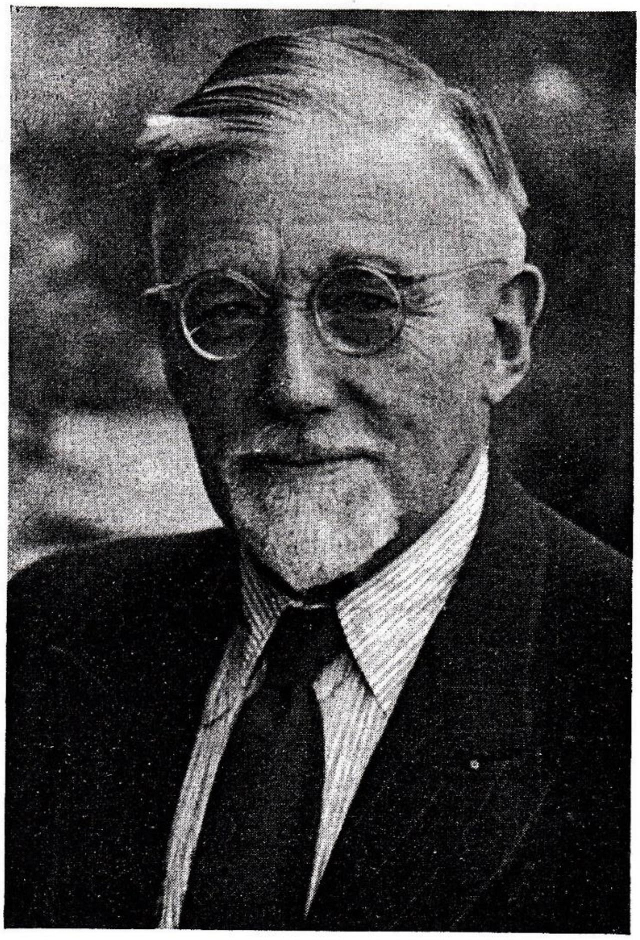
Otfr. Praetorius
(Nieder-Ramstadt)

Zdschr. 17 der hess. fam.-gesch. Verein. Darmstadt, vom 9.1959.

Otfried Praetorius †

* 26. 2. 1878 † 23. 11. 1964
Professor

Mit dem am 23. November 1964 im 87. Lebensjahr heimgegangenen Professor Otfried Praetorius hat die deutsche und insbesondere die hessische Familienforschung einen ihrer großen Wegbereiter verloren. Es entsprach ganz dem persönlich so bescheidenen Menschen, daß er nicht durch die Fülle eigener großer Veröffentlichungen, sondern vielmehr durch seine stets zum Dienst bereite Mit- und Zusammenarbeit an großen genealogischen Vorhaben in den Fachkreisen der Genealogie bekannt wurde. So war er der nahezu selbstverständliche Mitarbeiter vieler Bände des hessischen Geschlechterbuches, von denen er nur den darmstädter Band (Band 69) im Jahre 1930 in sichtbarer Verantwortung schuf und er war es auch, der, nach der völligen Zerstörung aller Vorarbeiten und auch aller eigenen Aufzeichnungen nach der Kriegsbrandnacht in Darmstadt im Jahre 1944 die Verpflichtung auf sich nahm, den letzten Band des hessischen Lehrerbuchs, den 12. Band der Hassia sacra des von ihm so verehrten Prälaten D. Dr. Wilhelm Diehl in Jahre langer umsichtigster Arbeit zu vollenden und ihn bereits 1951 vorzulegen. Auch hier tritt er im Buchtitel bescheiden zurück hinter dem verstorbenen



Schöpfer der Gesamtreihe. Wir verdanken Praetorius auch das heute noch unentbehrliche Verzeichnis der Kirchenbücher und Standesregister für alle Wohnplätze im Land Hessen (1939) und finden ihn immer wieder als Mitarbeiter der Fachzeitschriften, insbesondere der Mitteilungen der hessischen familiengeschichtlichen Vereinigung und ihrer Nachfolger sowie der Hessischen Chronik.

aus: *Archiv für Sippenforschung, 1965, Heft 17,* S. 63-64

Wohl war ihm die eigene Familie und die ausgedehnte Ahnentafel seiner Kinder Ausgangspunkt und immer wieder anfeuerndes Ziel seiner weitgespannten Forschungen, aber man kann gerade von ihm mit vollem Recht sagen, daß er mit seiner Hauptarbeitskraft den größeren, allgemeineren Aufgaben der Genealogie gedient hat. Er hat viele bis dahin kaum beachtete Quellen für die Forschung anderer erschlossen und er hat den damals noch seltenen Versuch unternommen, über eine nähere Kenntnis der soziologischen Entwicklung im hessischen Lehrer- und Pfarrhaus zu allgemeineren Erkenntnissen vorzudringen. Hier konnte er, der väterlicherseits vorwiegend alten Lehrerfamilien, mütterlicherseits alten Pfarrer- und Beamtenfamilien entstammte, die eigene Erlebniswelt für seine Arbeit einsetzen (vgl. Ahnentafel Praetorius im DGB 64).

Von vielen schmerzlichen Fügungen war sein Leben überschattet und doch hat er sich bis in seine letzten Tage eine innere Fröhlichkeit und ein echtes, glaubendes Gottvertrauen nicht nur bewahrt, sondern es zur richtungweisenden Grundlage seines Lebens und Wirkens erhoben. Seine eigene Mutter aus der Pfarrer- und Gelehrtenfamilie Kleberger verlor er in den ersten Tagen seines Lebens, mit 9 Jahren erhielt er in Ilse Scriba eine zweite wirkliche Mutter, die ihn, nachdem er mit 14 Jahren auch seinen Vater verloren hatte, ganz in ihre große und mitfürsorgende Familie aufnahm. Eines seiner frühesten genealogischen Erlebnisse war die Erkenntnis, daß auch die eigene Mutter zu den Nachkommen dieser großen Familie Scriba gehörte, in der genealogische Forschungen schon lange gepflegt wurden. Er selbst hat anschaulich erzählt, wie er zur Familienforschung kam und wie er zunächst ernten konnte, was andere bereits vor ihm für die gemeinsame Ahnenkunde geleistet hatten. Die eigene Ahnentafel und die mit seiner eigenen Frau Dora geborene Nodnagel gemeinsamen Ahnen führten ganz nahe an den mütterlichen Ahnenkreis Goethes heran, brachten ihm aber auch die alten Advokaten-Sippen am Reichskammergericht in Speyer und Wetzlar als immer wieder interessanten Ahnenkreis zu, der sein Blickfeld auf den gesamten deutschen Westen, vom äußersten Norden bis in den Süden, erweiterte und ihn früh erkennen ließ, daß nur eine Zusammenarbeit und ein Austausch der Forscher zu größeren Ergebnissen führen konnte. Aber überall wurde er durch seine intensive und methodisch hervorragende Arbeit bald der Gebende. Als Naturwissenschaftler haben ihn immer wieder biologische Probleme, auch mathematische Möglichkeiten in der Genealogie und ihrer Darstellung gefesselt, doch stand für ihn der Mensch in seiner erb- und umweltbedingten Entwicklung in Vergangenheit und Gegenwart im Mittelpunkt seines Interesses. Ich persönlich habe ihm bei meinen ersten Schritten auf dem Gebiet der Familienforschung und auch später immer wieder großzügige Förderung durch Rat und Hilfe zu danken. Er war mein unmittelbarer Vorgänger als Archivar des Hauses Merck und als Herausgeber der Merckschen Familienzeitschrift. Auch hier konnte ich dankbar seine gründlichen Vorarbeiten weiterführen und den selbstlosen Dienst seiner erschließenden und ordnenden Arbeiten an den Quellen wahrnehmen. Durch seine Scriba-Ahnen Greineisen war er mit der Mutter des Kriegsrat Johann Heinrich Merck verwandt, so daß sich auch hier sein für die Familie Scriba geleistetes Amt des Ahnenforschers und langjährigen Schriftleiters der Familienzeitschrift Scriba glücklich mit den merckschen Aufgaben verbinden ließ.

Die für einen großen Kreis dankbarer Freunde stets fühlbare große Arbeitsleistung auf dem Gebiet der hessischen Familienforschung wird umso erstaunlicher, wenn man bedenkt, daß er diese Leistungen einem Körper abverlangte, der durch schwere Verwundung im I. Weltkrieg eine zusätzliche Last zu tragen hatte und wenn man hört, was er auch über die Altersgrenze hinaus als Studienrat an der Viktoria-Schule für seine vielen Schüler und für seine Kollegen bedeutete. Der 2. Weltkrieg nahm ihm dann geliebte Söhne und brachte ihn um seine gesamte, liebevoll gesammelte und gehegte persönliche Habe. Im Altersheim der Anstalt der Inneren Mission zu Nieder-Ramstadt fand er eine neue Heimat für 20 weitere Lebensjahre, in denen er dem alten und neuen Lebenskreis erneut ein allseits beliebter väterlicher Freund und ein vorbildlicher Weggenosse sein durfte. So hinterläßt er nach einem durch ständiges Geben reich gewordenen Leben eine fühlbare Lücke, die sich nicht schließen kann. Wir Genealogen wollen ihn nie vergessen und seinen Namen in Ehren halten.

F. W. Euler

+