

Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 65 poäng varav 23 E-, 23 C- och 19 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov, det vill säga Delprov A, B, C och D.

Kravgräns för provbetyget

E: 17 poäng

D: 26 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 34 poäng varav 14 poäng på minst C-nivå

B: 44 poäng varav 6 poäng på A-nivå

A: 52 poäng varav 10 poäng på A-nivå

Bedömningsformulär

Elev: _____ Klass: _____ Provbetyg: _____

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
A	M_1												
	M_2												
	M_3												
	M_4												
	M_5												
	M_6												
	M_7												
B	1												
	2												
	3a												
	3b												
	4a												
	4b												
	4c												
	5a												
	5b												
	6												
	7a												
	7b												
	8												
	9a												
	9b												
	9c												
10a													
10b													
C	11_1												
	11_2												
	12_1												
	12_2												
	12_3												
	12_4												
	13_1												
	13_2												
	14_1												
	14_2												
	14_3												
	15_1												
	15_2												
	16_1												
16_2													

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	17_1												
	17_2												
	18												
	19a												
	19b_1												
	19b_2												
	19c_1												
	19c_2												
	19d_1												
	19d_2												
	20_1												
	20_2												
	21_1												
	21_2												
	21_3												
	22_1												
	22_2												
	22_3												
	23_1												
	23_2												
23_3													
23_4													
24a_1													
24a_2													
24b													
Total													
Σ													

Total	6	6	5	6	6	5	6	6	3	2	7	7	
Σ	65	23				23				19			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (-4) +1 E_B

2. **Max 1/0/0**

Korrekt svar $\left(\frac{8}{3}\right)$ +1 E_P

3. **Max 2/0/0**

a) Godtagbart ritad tangent +1 E_B

b) Godtagbart ritad sekant som skär grafen i två punkter +1 E_B

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



4. **Max 1/2/0**

a) Korrekt svar $(f'(x) = 15x^2 - 16x)$ +1 E_P

b) Korrekt svar $\left(f'(x) = \frac{3 - e^{-x}}{2}\right)$ +1 C_P

c) Korrekt svar $(f'(x) = x^{-1,5})$ +1 C_P

5. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar (54) +1 E_B

b) Korrekt svar $(2 \cdot 3^{n-1})$ +1 C_B

- 6.** **Max 1/0/0**
Godtagbart ritad graf
(Markering av punkterna (1, 1), (2, 4) och (3, 9)) +1 E_B
- 7.** **Max 1/1/0**
a) Korrekt svar (G) +1 E_B
b) Korrekt svar (H) +1 C_B
- 8.** **Max 0/1/0**
Korrekt svar (Alternativ E) +1 C_B
- 9.** **Max 1/1/1**
a) Korrekt svar (3) +1 E_P
b) Korrekt svar $\left(\frac{x-3}{2(x+3)}\right)$ +1 C_P
c) Korrekt svar $((x-1)^{12})$ +1 A_P
- 10.** **Max 0/1/1**
a) Korrekt svar (C) +1 C_B
b) Korrekt svar (B, D och E) +1 A_B

Delprov C**11.** **Max 2/0/0**

Godtagbar inledning till resonemang, t.ex. sätter in $x = 2$ i båda
 funktionsuttrycken *eller* tecknar ekvationen $x^3 = 6x^2 - 9x$

+1 E_R

med i övrigt godtagbart slutfört resonemang med slutsatsen att punkten inte
 är en skärningspunkt

+1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

**12.** **Max 3/1/0**

Godtagbar ansats, deriverar och tecknar ekvationen $3x^2 - 12x + 9 = 0$

+1 E_P

med korrekt bestämning av derivatans nollställen, $x_1 = 1$ och $x_2 = 3$

+1 E_P

med godtagbar verifiering, t.ex. verifiering av maximum då $x_1 = 1$ och
 uteslutning av nollstället $x_2 = 3$ med korrekt svar ($x = 1$)

+1 E_P

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

**13.** **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion, $\frac{x^4}{16} + \frac{x}{4}$

+1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (1,5 a.e.)

+1 C_P

Kommentar: Svar med utelämnad eller felaktig enhet godtas.

14. **Max 0/3/0**

Godtagbar generell ansats, där två relevanta areor beräknas, t.ex.

$$\int_0^a kx^2 dx = \frac{ka^3}{3} \text{ och } a \cdot ka^2 = ka^3$$

+1 C_R

med godtagbart slutfört bevis

+1 C_R

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4

+1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



- 15.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, skriver om nämnaren som $(x-1)(x+3)$ och inser att en av faktorerna $(x-1)$ eller $(x+3)$ ska finnas i täljaren $x^2 - ax - 12$ +1 A_{PL}
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a_1 = -11$ och $a_2 = 1$) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



- 16.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt om att $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3^h - 1}{h} = y'(0)$ +1 A_B
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\ln 3$) +1 A_P

Delprov D

- 17.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, bestämmer ett allmänt uttryck för den primitiva funktionen, $F(x) = 0,25x^4 + x^3 + C$ +1 E_{PL}
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($F(x) = 0,25x^4 + x^3 - 5$) +1 E_{PL}
- 18.** **Max 1/0/0**
- Godtagbart enkelt resonemang med slutsatsen att Lisa har fel +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



- 19.** **Max 3/4/0**
- a) Godtagbar lösning med korrekt svar (22°C) +1 E_M
- b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $17e^{-0,693x} + 5 = 10$ +1 E_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (1,8 h) +1 E_M
- c) Godtagbar ansats, visar insikt om att funktionen ska deriveras +1 C_B
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar inklusive korrekt enhet
 ($2,9^{\circ}\text{C/h}$) +1 C_B
- Kommentar:* Svaret $-2,9^{\circ}\text{C/h}$ bedöms som godtagbart.
- d) Godtagbar ansats, t.ex. ansätter några värden på x i funktionsuttrycket +1 C_M
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (5°C) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



- 20.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. deriverar och tecknar ekvationen $4x^3 - 4 = -17,5$ +1 C_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($-1,5$) +1 C_{PL}

21.

Max 0/3/0

Godtagbar ansats, bestämmer ett system av olikheter som motsvarar kraven, t.ex.

$$\begin{cases} x + 3y \leq 300 \\ 2x + 4y \leq 520 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad +1 C_M$$

Godtagbar lösning, där $(0, 100)$, $(260, 0)$ och $(180, 40)$ undersöks, med korrekt svar (180 paket 1 och 40 paket 2) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 och nedanstående kommentar +1 C_K

Kommentar 1: Om någon av följande brister

- villkoren $x \geq 0$ och $y \geq 0$ saknas,
- villkoren $x > 0$ och $y > 0$ används eller
- likhetstecken används istället för olikhetstecken

kompenstras av en korrekt figur som visar det aktuella området och de punkter som är relevanta, kan första modelleringspoängen ges. Däremot anses inte kraven för kommunikationspoäng på C-nivå kunna uppfyllas eftersom lösningen blir otydlig och motsägande. En sådan elevlösning ges maximalt två modelleringspoäng på C-nivå.

Kommentar 2: Bedömningen till denna uppgift avviker från de beskrivna bedömningsmodellerna på sidan 3. Här kan andra modelleringspoängen delas ut oavsett om första modelleringspoängen har delats ut eller inte.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



22.

Max 0/0/3

Godtagbar generell ansats, t.ex. tecknar en relevant ekvation,

$$F \left(\frac{1,02^{11} - 1}{1,02 - 1} \right) = J \left(\frac{(1,02^2)^6 - 1}{1,02^2 - 1} \right) \quad +1 A_R$$

med ett i övrigt godtagbart generellt resonemang, där det t.ex. visas att

$$\frac{J}{F} \approx 1,83 \quad +1 A_R$$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



23.

Max 0/0/4

Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt om att $\int 5,73e^{0,0573 \cdot t} dt$ kan användas +1 A_B
 med godtagbar fortsättning, tar hänsyn till att antalet bakterier är 100 då

$t = 0$, t.ex. genom att teckna ekvationen $100 + \int_0^x 5,73e^{0,0573 \cdot t} dt = 100000$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (120 min) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Kommentar: Observera att vissa felaktiga lösningar,

t.ex. $\int_0^x 5,73e^{0,0573 \cdot t} dt = 100000$ också ger svaret 120 minuter.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



24.

Max 0/0/3

a) Godtagbar ansats, funktionsuttrycket innehåller faktorn $30 \cdot 0,98^x$ +1 A_M

med korrekt svar ($D(x) = (40 + x)(30 \cdot 0,98^x)$) +1 A_M

b) Godtagbar grafisk lösning, där det korrekta funktionsuttrycket
 $D(x) = (40 + x)(30 \cdot 0,98^x)$ används, med godtagbart svar (49,50 kr/kg) +1 A_M

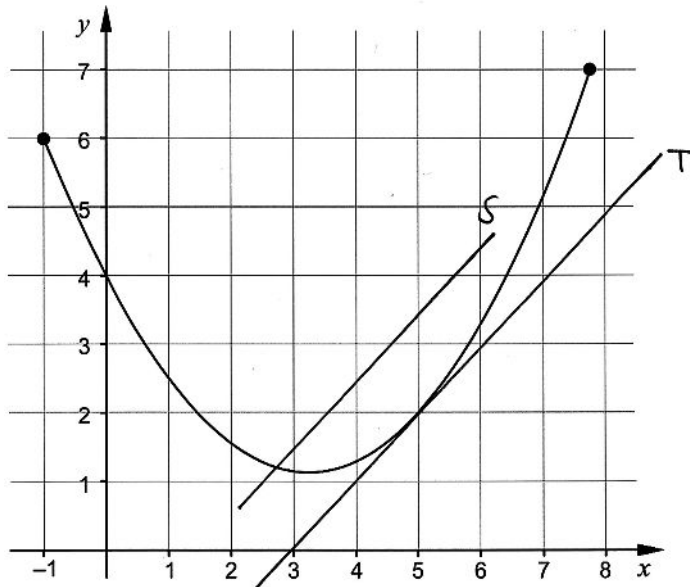
Se avsnittet Bedömda elevlösningar.



Bedömda elevlösningar

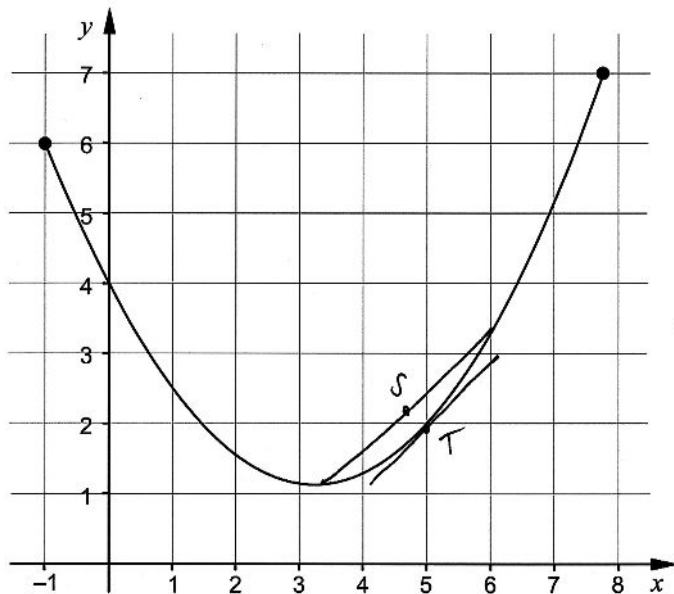
Uppgift 3

Elevlösning 1 (1 E_B)



Kommentar: a) Tangenten är godtagbart ritad, vilket ger en begreppsöäng på E-nivå.
 b) Sekanten uppfyller inte kraven för en begreppsöäng på E-nivå eftersom den inte skär grafen i två punkter.

Elevlösning 2 (2 E_B)



Kommentar: Tangenten och framförallt sekanten borde ha varit längre och lutningen är inte riktigt 1. Trots detta bedöms lösningen nätt och jämnt ge två begreppsöäng på E-nivå.

Uppgift 11

Elevlösning 1 (1 ER)

$$x^3 = 6x^2 - 9x$$

$$x^3 - 6x^2 + 9x = 8$$

$$2^3 - 6 \cdot 2^2 + 9 \cdot 2 = 8$$

$$8 - 24 + 18 = 8$$

$$-16 + 18 \neq 8$$

Nj!

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar ansats genom att teckna ekvationen

$x^3 = 6x^2 - 9x$. Resonemanget som följer är felaktigt från och med rad 2. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (2 ER)

$$(2, 8)$$

$$x, y$$

$$f(x) = x^3 \quad g(x) = 6x^2 - 9x$$

$$f(2) = 2^3 = 8 \text{ och } g(2) = 6 \cdot 2^2 - 9 \cdot 2 = 24 - 18 = 6$$

Svcr: De möts ej

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som nätt och jämnt uppfyller kraven för två resonemangspoäng på E-nivå eftersom slutsatsen "De möts ej" är otydlig. Det borde ha stått "De möts ej i punkten (2, 8)".

Uppgift 12

Elevlösning 1 (2 E_P och 1 C_K)

$$V(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

V_{\max} finns där $V'(x) = 0$

$$V'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \text{pq-formeln ger vidare att}$$

$$\Rightarrow x = -\left(-\frac{4}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 3}$$

$$= 2 \pm \sqrt{1}$$

$$\Rightarrow x_1 = 2 + 1 = 3 \text{ dm}$$

$$x_2 = 2 - 1 = 1 \text{ dm}$$

x_1 ger att sidan $x = 3 \text{ dm}$ vilket är orimligt då detta är den kvadratiske plåtens sida.

Påvar finns V_{\max} i $x = 1$. Sidan ska vara 1 dm för att botten ska bli så stort som möjligt.

Svar: 1 dm

Kommentar: I elevlösningen motiveras varför $x = 3 \text{ dm}$ är orimligt men verifiering av att $x = 1 \text{ dm}$ motsvarar ett maximum saknas, vilket gör att kraven för tredje procedurpoängen på E-nivå inte är uppfyllda. När det gäller kommunikation är uppgiften i det närmaste behandlad i sin helhet och redovisningen är mycket lätt att följa och förstå samt symboler används med god anpassning till syfte och situation. Därmed anses kraven för kommunikationspoängen på C-nivå vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen två procedurpoäng på E-nivå och kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösning 2 (3 E_P och 1 C_K)

Sökes: Största möjliga volym

Givet: Sidan är 3 dm

$$V(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

Lösning: $V'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$$V'(x) = 0 \text{ ger } 3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{2^2 - 3}$$

$$(x_1 = 3) \quad x_2 = 1$$

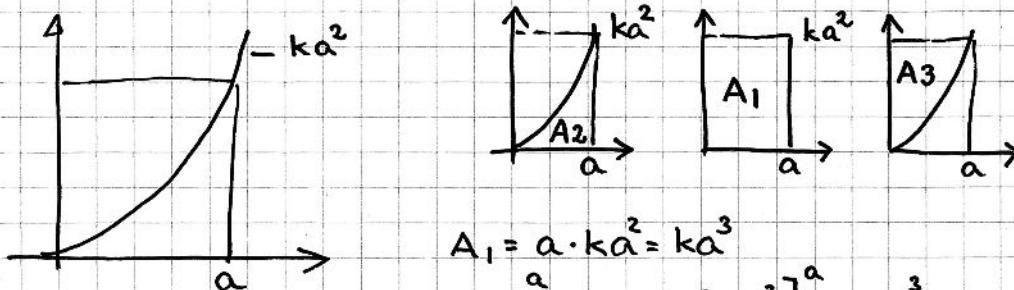
$$V''(x) = 6x - 12$$

$$V''(1) = 6 \cdot 1 - 12 = -6 \quad V(1) \text{ max}$$

Svar $x = 1$

Kommentar: Uppgiften är löst i sin helhet inklusive uteslutning av $x = 3$ och verifiering av maximum. När det gäller kommunikation är lösningen strukturerad och möjlig att följa och förstå trots att motiveringen till varför $x = 1$ ger ett maximum är ofullständig. Elevlösningen ges tre procedurpoäng på E-nivå samt nått och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå

Uppgift 14

Elevlösning 1 (1 C_R och 1 C_K)

$$A_1 = a \cdot ka^2 = ka^3$$

$$A_2 = \int_0^a kx^2 dx = \left[\frac{kx^3}{3} \right]_0^a = \frac{ka^3}{3}$$

Om $A_2 + A_3$ ska vara lika med A_1 så
måste $A_3 = \frac{2ka^3}{3}$

Kommentar: Relevanta areor beräknas korrekt men bevisföringen är inte helt slutförd eftersom en slutsats av typen "dvs $A_3 = 2A_2$ " saknas. Även om beviset inte är helt fullständigt så är lösningen välstrukturerad och lätt att följa och förstå. Matematiska symboler används korrekt och figurerna förtydligar lösningen. Elevlösningen ges en resonemangs- och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_R och 1 C_K)

$$A_{\text{vit}} = \int_0^a (kx^2) dx = \left[\frac{kx^3}{3} \right]_0^a = \frac{ka^3}{3}$$

$$y = ka^2$$

$$A_{\text{rek}} = a \cdot ka^2 = ka^3$$

$$A_{\text{grå}} = ka^3 - \frac{ka^3}{3} = \frac{2ka^3}{3}$$

$$A_{\text{grå}} = 2 \cdot A_{\text{vit}}$$

$$\frac{2ka^3}{3} = 2 \cdot \frac{ka^3}{3} \quad \text{v. s. b.}$$

Kommentar: Elevlösningen visar ett godtagbart bevis. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. Visserligen saknas figur men detta kompenseras av användningen av index. Elevlösningen ges två resonemangspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$\frac{x^2 - ax - 12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{x^2 - ax - 12}{(x-1)(x+3)}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 + 3}$$

$$x_1 = 1 \quad \text{och} \quad x_2 = -3$$

Kommentar: Nämnaren faktoriseras korrekt men det framgår inte att faktorerna även ska finnas i täljaren för att förkortning ska vara möjlig. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösning 2 (1 A_{PL})

$$\frac{x^2 - ax - 12}{x^2 + 2x - 3}$$

Man kan inte använda några kvadreringsregler eftersom det är - framför 12 och 3.

$$x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$$

För att det ska bli 12 måste man ha med 4 och 3 i parenteserna.

$$(x+3)(x-4) = x^2 - 4x + 3x - 12 = x^2 - x - 12$$

Detta gör att om $a=1$ kan man förenkla uttrycket.

$$\frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x+3)(x-4)}{(x-1)(x+3)} = \frac{x-4}{x-1} \quad \text{Svar: } a=1$$

Kommentar: I elevlösningen faktoriseras nämnaren och det ena värdet på a bestäms. Elevlösningen ges en problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (2 A_{PL})

$$\frac{x^2 - ax - 12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x+3)(x-4)}{(x+3)(x-1)} = \frac{x^2 - 4x + 3x - 12}{x^2 - x + 3x - 3} = \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3}$$

Förkortning möjlig

$$x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1)$$

svar $a_1 = 1$
 $a_2 = 11$

$$\frac{x^2 - ax - 12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x-1)(x+12)}{(x+3)(x-1)} = \frac{x^2 + 12x - x - 12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{x^2 + 11x - 12}{x^2 + 2x - 3}$$

Förkortning möjlig

Kommentar: Elevlösningen är korrekt förutom ett lapsusfel i sista ledet. Elevlösningen ges två problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (1 E_R)

$$x^4 + 0,01 = 0 \quad x^4 \text{ kan aldrig vara}$$

$$x^4 = -0,01 \quad \text{negativt}$$

Kommentar: Resonemanget är godtagbart men det saknas en tydlig slutsats kring Lisas påstående. Lösningen bedöms nått och jämnt motsvara kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_R)

Nej, ekvationen har inga svar egentligen
 dvs den är inte lösbar och ingen siffra
 upphöjt till fyra kan bli $-0,01$

Kommentar: Argumentet "ingen siffra upphöjt till fyra kan bli $-0,01$ " anses tillräckligt för att motsvara kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 3 (1 E_R)

Nej, hon har fel. $x^4 = -0,01$ det går
 inte att dra fjärderoten ur ett negativt
 tal, det blir ett icke reellt tal.

Kommentar: Argumentet "det går inte att dra fjärderoten ur ett negativt tal" anses tillräckligt för att motsvara kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 19d

Elevlösning 1 (0 poäng)

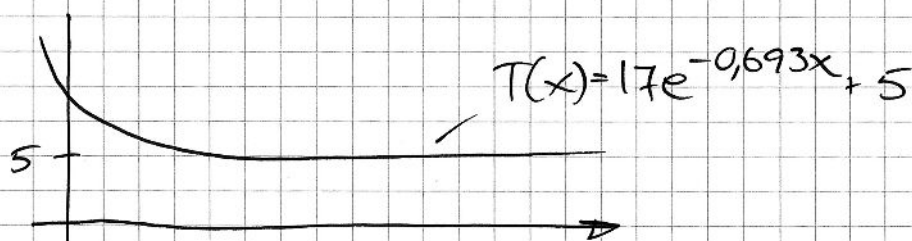
Vi säger att $x=1000$

$$T(1000) = 17e^{-0,693 \cdot 1000} + 5 = 5 \quad \text{Svar } 5^\circ\text{C (undre gräns)}$$

Kommentar: I elevlösningen ansätts enbart ett värde på x vilket inte är tillräckligt för att dra slutsatsen att uttryckets värde *närmar sig* 5. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösning 2 (2 CM)

Temperaturen blir 5°C . Det kan vi se när vi ritat upp grafen m.h.j.a. miniräknearen



Grafen sjunker inte under $y=5$ utan stannar på $y=5$.
Vattnet kan alltså inte bli kallare än 5°C .

Kommentar: I elevlösningen används den matematiska modellens graf för att visa att den undre gränsen är 5°C . Skalan på x -axeln framgår inte, grafen går inte genom $(0,22)$ och det är inte matematiskt korrekt att skriva att "Grafen ... stannar på $y=5$ ". Trots detta bedöms elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för två modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (2 CM)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 17e^{-0,693x} + 5 = 5$$

Detta kommer att gå mot noll när x går mot ~~o~~ oändligheten och kvar blir då 5.
Svar: Undre gräns är 5°C

Kommentar: I elevlösningen används modellen för att visa att den undre gränsen för vattnets temperatur är 5°C . Elevlösningen uppfyller kraven för två modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösning 1 (1 CM)

$$\begin{cases} x + 3y \leq 300 & \textcircled{1} \\ 2x + 4y \leq 520 & \textcircled{2} \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \quad I = 40x + 100y$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{aligned} 3y &\leq 300 - x \\ y &\leq 100 - \frac{x}{3} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{aligned} 4y &\leq 520 - 2x \\ y &\leq 130 - \frac{x}{2} \end{aligned}$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{aligned} y &= 100 - \frac{x}{3} \\ y=0 \quad 0 &= 100 - \frac{x}{3} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{aligned} y &= 130 - \frac{x}{2} \\ y=0 \quad 0 &= 130 - \frac{x}{2} \end{aligned}$$

$$x = 300$$

$$x = 260$$

$$\begin{aligned} x=0 \quad y &= 100 - \frac{0}{3} \\ y &= 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x=0 \quad y &= 130 - \frac{0}{2} \\ y &= 130 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &\stackrel{=}{=} \textcircled{2} & 100 - \frac{x}{3} &= 130 - \frac{x}{2} \\ & & \frac{x}{2} - \frac{x}{3} &= 130 - 100 \\ & & \frac{x}{6} &= 30 \\ & & x &= 180 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 100 - \frac{180}{3} \\ y &= 100 - 60 \\ y &= 40 \end{aligned}$$

$(180, 40) \leftarrow$ skärning

Punkter

$(180, 40)$

$(0, 100)$

$(260, 0)$

$$I = 40x + 100y$$

$$V = 40 \cdot 180 + 100 \cdot 40 = 11200$$

$$V = 40 \cdot 0 + 100 \cdot 100 = 10000$$

$$V = 40 \cdot 260 + 100 \cdot 0 = 10400$$

Svar: 180 paket 1 och 40 paket 2

Kommentar: Elevlösningen utgår från ett system av olikheter där de felaktiga villkoren $x > 0$ och $y > 0$ anges. Beräkningarna som följer är korrekt utförda. Även om lösningen ger ett korrekt svar så bygger den på felaktiga villkor som ger en motsägelse i lösningen vilket gör att kraven för kommunikationspoäng inte är uppfyllda. En figur med markerade axelpunkter hade kompenserat de felaktiga villkoren (se kommentar 1 till bedömningsanvisning). Lösningen ges den andra modelleringspoängen på C-nivå (se kommentar 2 till bedömningsanvisning).

Elevlösning 2 (1 C_M och 1 C_K) $x = \text{antal paket 1}$

$$x + 3y \leq 300$$

$$(y = 100 - x/3)$$

 $y = \text{antal paket 2}$

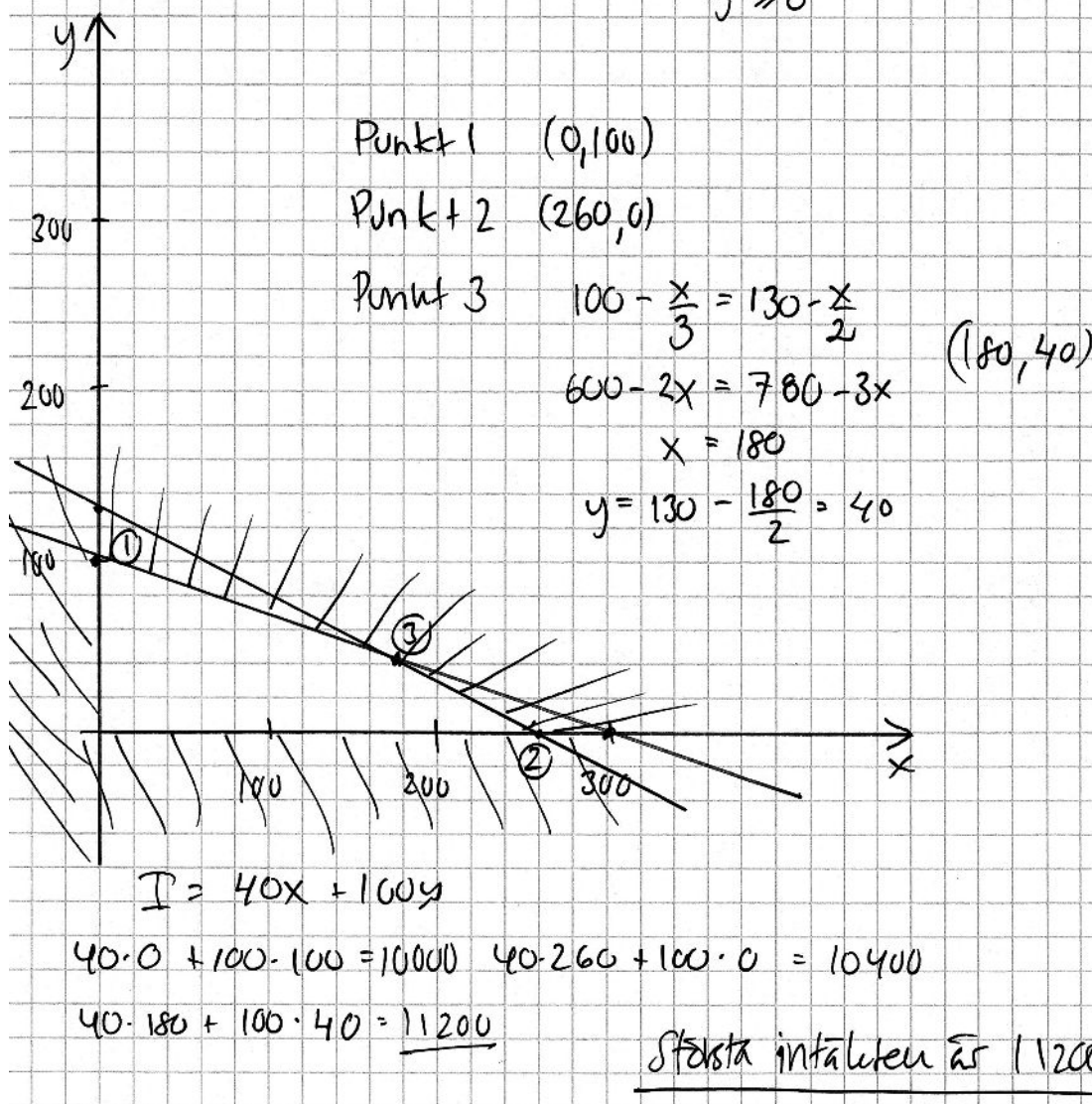
$$2x + 4y \leq 520$$

$$(y = 130 - x/2)$$

$$I = 40x + 100y$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$



Kommentar: Uppgiften är löst i sin helhet och är korrekt förutom att det inte är intäkten som efterfrågas utan hur många paket av vardera sorten som ska tillverkas. På grund av det felaktiga svaret anses inte kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå vara uppfyllda. När det gäller kommunikation saknas klammer kring olikheterna, redovisning om hur linjerna ritats och redovisning om hur koordinaterna för punkt 1 och 2 bestämts, men lösningen är i övrigt möjlig att följa och förstå med en tydlig figur. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för den första modelleringspoängen samt nätt och jämnt kommunikationspoängen på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösning 1 (2 A_R och 1 A_K)

$$\text{John} \quad J(1,02^2)^5 + J(1,02^2)^4 + \dots + J(1,02^2)^1 + J$$

$$\text{Frida} \quad F \cdot 1,02^{10} + F \cdot 1,02^9 + F \cdot 1,02^8 + \dots + F \cdot 1,02 + F$$

$$\text{John} \quad S_6 = X = \frac{J((1,02^2)^6 - 1)}{1,02^2 - 1}$$

$$X \approx J \cdot 6,6396$$

$$\text{Frida} \quad S_{11} = X = F \frac{(1,02^{11} - 1)}{1,02 - 1}$$

$$X \approx F \cdot 12,1687$$

Eftersom Johns och Fridas summa ska vara lika stora sätter vi $F \cdot 12,1687 = J \cdot 6,6396$

$$J \approx \frac{F \cdot 12,1687}{6,6396}$$

Det innebär att John

måsk betala 83%.

$$J \approx 1,83F$$

mer än Frida

Kommentar: I elevlösningen visas generellt att John måste sätta in ca 83 % mer än Frida vid varje insättning. När det gäller kommunikation framgår det inledningsvis att Fridas och Johns insättningar motsvarar två geometriska summor men variabeln x definieras på två olika sätt och motivering till varför förändringsfaktorn i det ena fallet är $1,02^2$ saknas. Lösningen är i övrigt lätt att följa och förstå. Sammantaget bedöms elevlösningen uppfylla kraven för två resonemangspoäng och nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (1 A_B)

$$\begin{aligned}
 & 100 \text{ från början (per gram)} \\
 & \text{hastighet } 5,73 e^{0,0573t} \text{ bakt./min} \\
 & \int_0^t 5,73 e^{0,0573t} = 100000 \\
 & = \left[\frac{5,73 e^{0,0573t}}{0,0573} \right]_0^t = \left[100 e^{0,0573t} \right]_0^t \\
 & = 100 e^{0,0573t} - 100 e^0 = 100 e^{0,0573t} - 100 \\
 & = 10000 + 100 = 100 e^{0,0573t} \\
 & 10000 = 100 e^{0,0573t} \\
 & 1001 = e^{0,0573t} \\
 & \ln 1001 = \ln e^{0,0573t} \\
 & 0,0573t = \frac{\ln 1001}{\ln e} \\
 & t = 121 \text{ min}
 \end{aligned}$$

Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att $\int 5,73e^{0,0573t} dt$ ska beräknas, men tar ingen hänsyn till antalet bakterier då $t = 0$. Elevlösningen uppfyller därmed kraven för en begrepps-poäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 A_B och 1 A_{PL})

$$5,73 e^{0,0573t}$$

Gör om från $f'(x)$ till $f(x)$

$$f(x) = \frac{5,73 e^{0,0573t}}{0,0573} + C \quad (100 \text{ bakterier från början. } C=100)$$

$$f(x) = 100 e^{0,0573t} + 100 = 100000$$

$$99900 = 100 e^{0,0573t}$$

$$\frac{99900}{100} = e^{0,0573t}$$

$$\ln(999) = 0,0573t$$

$$\frac{\ln(999)}{0,0573} = t$$

$$t \approx 120,5 \text{ min}$$

Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att antalet bakterier som funktion av tiden ges av

$$f(x) = \frac{5,73e^{0,0573t}}{0,0573} + C. \text{ Lösningen tar hänsyn till att antalet bakterier är 100 då } t = 0 \text{ men}$$

bestämningen av konstanten är felaktig. Elevlösningen ges därmed en begreppsöäng och en problemlösningsoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (1 A_B, 1 A_{PL} och 1 A_K)

Om $f(t) = 5,73 e^{0,0573t}$ beskriver hur antalet bakterier förändras per gram så kommer dess primitiva funktion $F(t)$ att beskriva antalet bakterier som finns per gram.

$$F(t) = \frac{5,73 e^{0,0573t}}{0,0573} + C$$

Vid tillagning, då $t=0$, finns det 100 bakterier/gram
Alltså är $F(0) = 100$.

$$100 = \frac{5,73 e^{-0,0573 \cdot 0}}{0,0573} + C \Rightarrow C = 100 - \frac{5,73 e}{0,0573} = 100 - 100e$$

$$C = 100 - 100e \Rightarrow F(t) = \frac{5,73 e^{0,0573t}}{0,0573} + 100 - 100e = 100 e^{0,0573t} + 100 - 100e$$

Om gränsen är 100000 bakterier så kommer $F(t) = 100000$ när det blir farligt att äta laxen.

$$F(t) = 100000 = 100 e^{0,0573t} + 100 - 100e \Rightarrow 1000 = e^{0,0573t} + 1 - e$$

$$999 + e = e^{0,0573t}$$

$$\ln(999 + e) = 0,0573t \Rightarrow t = \frac{\ln(999 + e)}{0,0573} \approx 121 \text{ min}$$

Svar: Det tar ca 121 min innan laxen gör en matförgiftad.

Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att antalet bakterier som funktion av tiden ges av

$$f(x) = \frac{5,73 e^{0,0573t}}{0,0573} + C. \text{ Lösningen tar hänsyn till att antalet bakterier är 100 då } t = 0 \text{ men}$$

bestämningen av konstanten är felaktig. När det gäller kommunikation är elevlösningen lätt att följa och förstå eftersom funktionsbeteckningar är tydligt definierade, resonemangen kring bestämning av primitiv funktion och konstanten C är utskrivna och symboler används korrekt, med god anpassning till syfte och situation. Sammantaget ges elevlösningen en begrepps-, en problemlösnings- och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 4 (1 A_B och 2 A_{PL})

$y = C \cdot a^t$

$t = \text{antal år}$
 $C = 100 = \text{startmängd}$
 $a = \text{förändringsfaktor}$

$v = \frac{\text{antal bakterier}}{\text{min}}$

$v(t) = N'(t) \rightarrow V(t) = 5,73 \cdot e^{0,0573t}$ eftersom funktionen har en hastighet bakterier/g/min

primitiv, $\rightarrow N(t) = \frac{5,73 \cdot e^{0,0573t}}{0,0573} + C$
 till $v(t) = N'(t)$

$N = \text{antal bakterier}$

$N(t) = 100 \cdot e^{0,0573t} + C$

$e^{0,0573} = a = \text{förändringsfaktorn}$

$N(t) = 100 \cdot 1,05897^t + C$

$N(0) = 100$ alltså måste $C = 0$

$100000 = 100 \cdot 1,05897^t$

$1000 = 1,05897^t$

$t = 120,55 \approx 120 \text{ min}$

Svar: 120 min tar det innan det finns 100 000 st bakterier/g i laken.

Kommentar: Elevlösningen visar en metod för att bestämma tiden. När det gäller kommunikation så anses inte elevlösningen vara lätt att följa och förstå. Det beror främst på byte av funktionsbeteckning i inledningen, att C används med två olika betydelser och att det inte visas hur slutekvationen löses. Sammantaget ges elevlösningen en begreppsöppning och två problemlösningsöppning på A-nivå.

Uppgift 24a

Elevlösning 1 (1 A_M)

a) $D = 1 \cdot x + 40 \cdot 30 \cdot 0,98^x$

Kommentar: Elevlösningen innehåller faktorn $30 \cdot 0,98^x$ och uppfyller därmed kraven för en modelleringsöppning på A-nivå.