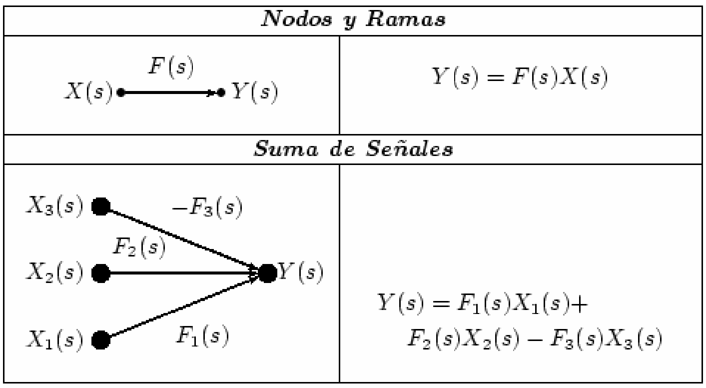
DIAGRAMAS DE FLUJOS DE SEÑALES

La metodología del enfoque de sistemas establece una secuencia lógica para la solución de la problemática de sistemas complejos por lo que constituye un complemento de acción de todo profesional en cualquier rama. La descripción del sistema parte del hecho de que sea cual fuese el sistema y sobare todo si es complejo el sistema está compuesto por subsistemas y cada uno de estos a su vez se halla compuesto por una variedad de componentes. Para efectuar la descripción gráfica de las interrelaciones de los componentes del sistema veremos los diagramas de bloques y las gráficas de flujos de señales.

7.1. INTRODUCCIÓN

Para sistemas compuestos de mayor complejidad, es recomendable adoptar los métodos de gráficas de flujo de señal, también llamadas gráficas dirigidas o digráficas, las cuales eliminan la necesidad de mostrar los subsistemas como bloques rectangulares. Se transmite en esencia la misma información de los diagramas de bloques, usando líneas dirigidas, denominadas *ramas*, en lugar de los bloques y pequeños círculos, llamados *nodos*, que representan las variables o señales. Además, de la flecha sobre la rama, que indica la dirección del flujo de la señal.

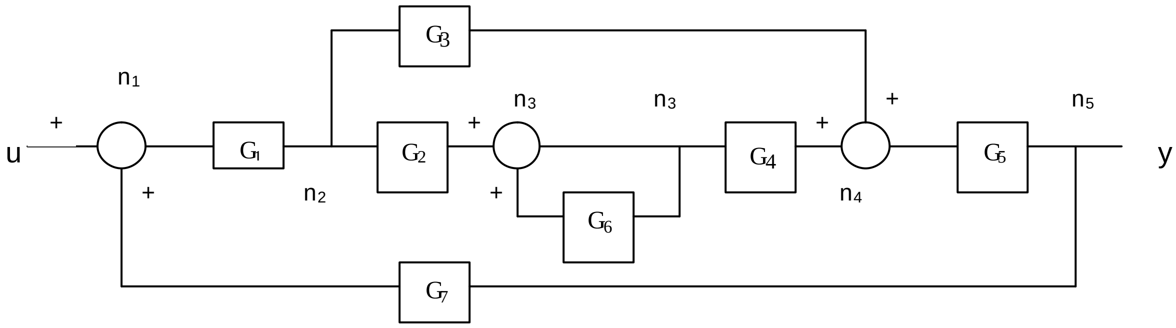
La siguiente figura presenta las relaciones básicas de un diagrama de flujo de señal. Nótese que el énfasis se pone en la señal y no en el sistema, a diferencia de los diagramas de bloques.



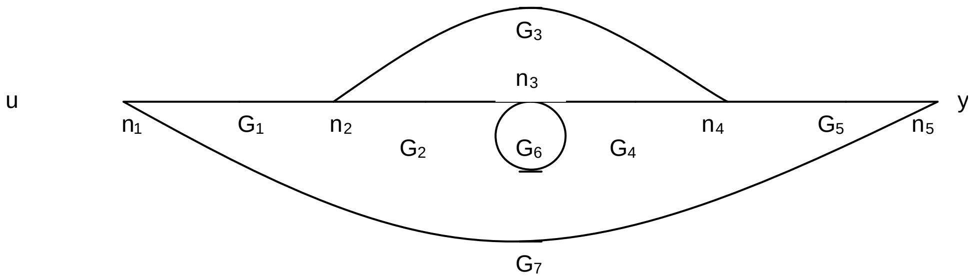
Equivalencias de los Diagramas de Flujo de Señal

Lic. Katya Perez M.
Ing. Carla Escobar O.

Con el propósito de explicar las definiciones básicas de los términos usados en la teoría de las gráficas dirigidas, considérese el sistema de la siguiente figura:



La gráfica de flujo de señal de este sistema se muestra en la siguiente figura:



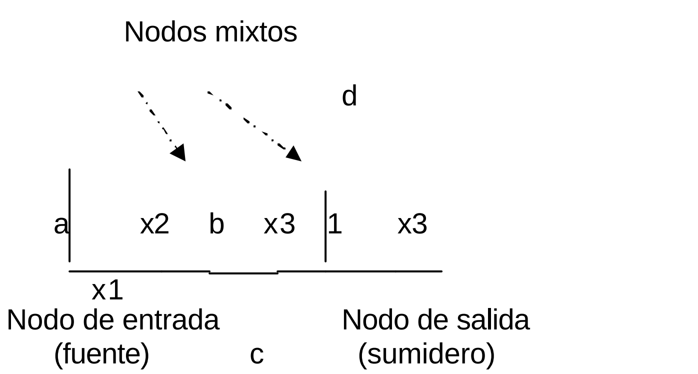
7.2. CONCEPTOS

- Nodo Fuente: Es aquel nodo del cual la señal fluye únicamente hacia fuera. Ejemplo: el nodo u.
- Nodo Sumidero: Un nodo que recibe únicamente señales de entrada. Ejemplo: el nodo y.
- Nodo Mixto: Un nodo que recibe y envía señales. Ejemplo: los nodos: n_1, n_2, n_3, n_4, n_5.
- Trayectoria: Conjunto de ramas interconectadas a lo largo del cual fluyen señales sólo en una dirección.
- Trayectoria Progresiva: Es aquella trayectoria que se origina en un nodo fuente y termina en un nodo sumidero y a lo largo de la cual no se encuentra más de una vez el mismo nodo. Ejemplo: la trayectoria: G_1, G_2, G_4, G_5 o la trayectoria: G_1, G_3, G_5.
- Trayectoria de Ganancia: Es el producto de las funciones de transferencia de todas las ramas que constituyen la trayectoria.

Lic. Katya Perez M.
Ing. Carla Escobar O.

- Ciclo de Retroalimentación: Un ciclo de retroalimentación es aquella trayectoria que se origina en un nodo mixto y termina en el mismo nodo, sin atravesar cualquier otro nodo más de una vez. Por ejemplo: G_6, $G_1G_2G_4G_5G_7$ y $G_1G_3G_5G_7$.
- Ciclo Ganancia: Es la trayectoria de ganancia de una trayectoria o ciclo de retroalimentación.
- Ciclos sin Contacto: Dos ciclos de retroalimentación se consideran sin contacto si no hay un nodo común a estos dos ciclos.

Ejemplo

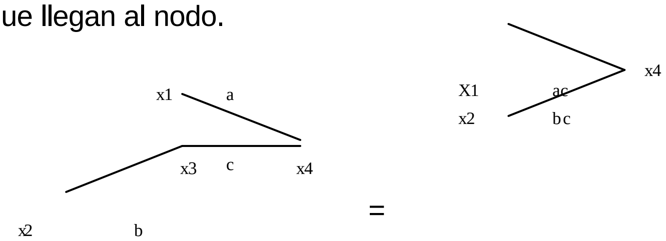


Ejemplo: La ley de Ohm establece que E =R*I donde E es un voltaje, I una corriente y R una resistencia. La gráfica de señales para esta ecuación es:

7.3. ALGEBRA DE GRAFICAS DEL FLUJO DE SEÑALES Y SIMPLIFICACIONES

- La regla de adición

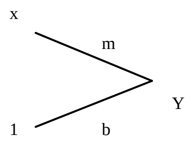
El valor de la variable que se designa por un nodo es igual a la suma de todas las señales que llegan al nodo.



Lic. Katya Perez M.
Ing. Carla Escobar O.

Ejemplo

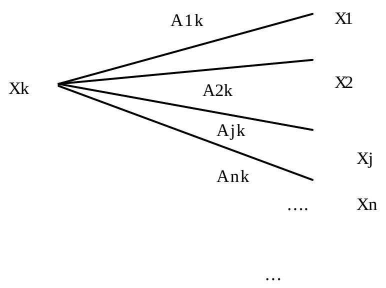
Graficar la ecuación Y = mX + b



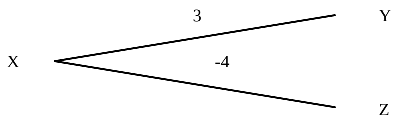
- La regla de transmisión

El valor de la variable que se designa por un nodo, se transmite sobre cada rama que parte del nodo. Es decir la ecuación:

$$X_i = A_{ik} X_k \qquad i=1,2,\ldots, n, \quad k \text{ fijo}$$



Ejemplo: graficar Y= 3x , Z = -4x



- La regla de multiplicación

Una conexión en cascada (en serie) de n-1 ramas con funciones de transmisión A21, A32, A43,…An (n-1) se puede reeplazar por una sola rama, con una nueva función de transmisión igual al producto de las anteriores. Esto es,

Xn = A21*A32 *A43*….An(n-1) *X1

7.4. APLICACIÓN DE LA REGLA DE MASON

Para la obtención de la función de transferencia de un sistema a partir de su diagrama de bloques es necesario desarrollar una habilidad específica debido a que no existe un algoritmo para ello. Por el contrario, si se utilizan diagramas de flujo de señal sí se cuenta con un procedimiento para la obtención de la función de transferencia conocido como la *regla de Mason*.

La regla de Mason, que se explica en esta sección, emplea las definiciones que se presentan a continuación y que se ilustran en el ejemplo que sigue

Camino directo

Conjunto de ramas que llevan de la entrada a la salida, sin repetirse.

Ganancia de camino directo

Producto de las ganancias de las ramas que forman el camino directo.

Lazo cerrado

Conjunto de ramas que parten de un nodo y llegan a el mismo nodo, sin repetir ningún otro nodo.

Ganancia de lazo cerrado

Producto de las ganancias de las ramas que forman un lazo.

Lazos adyacentes

Lazos que comparten al menos un nodo.

Lazos no adyacentes

Lazos que no comparten ningún nodo.

Ejemplo *Considérese el diagrama de flujo de señal de la figura*

Camino directo

Las figuras de los incisos (b) y (c) muestran los caminos directos.

Ganancia de camino directo

Las ganancias de camino directo Son:

- Inciso (b): $T_1 = G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_5(s)G_6(s)$

- Inciso (c): $T_2 = G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_{12}(s)G_6(s)$.

Lazo cerrado

Los incisos (d) a (f) de la figura muestran los lazos del ejemplo.

Ganancia de lazo cerrado

Las ganancias de lazo cerrado son:

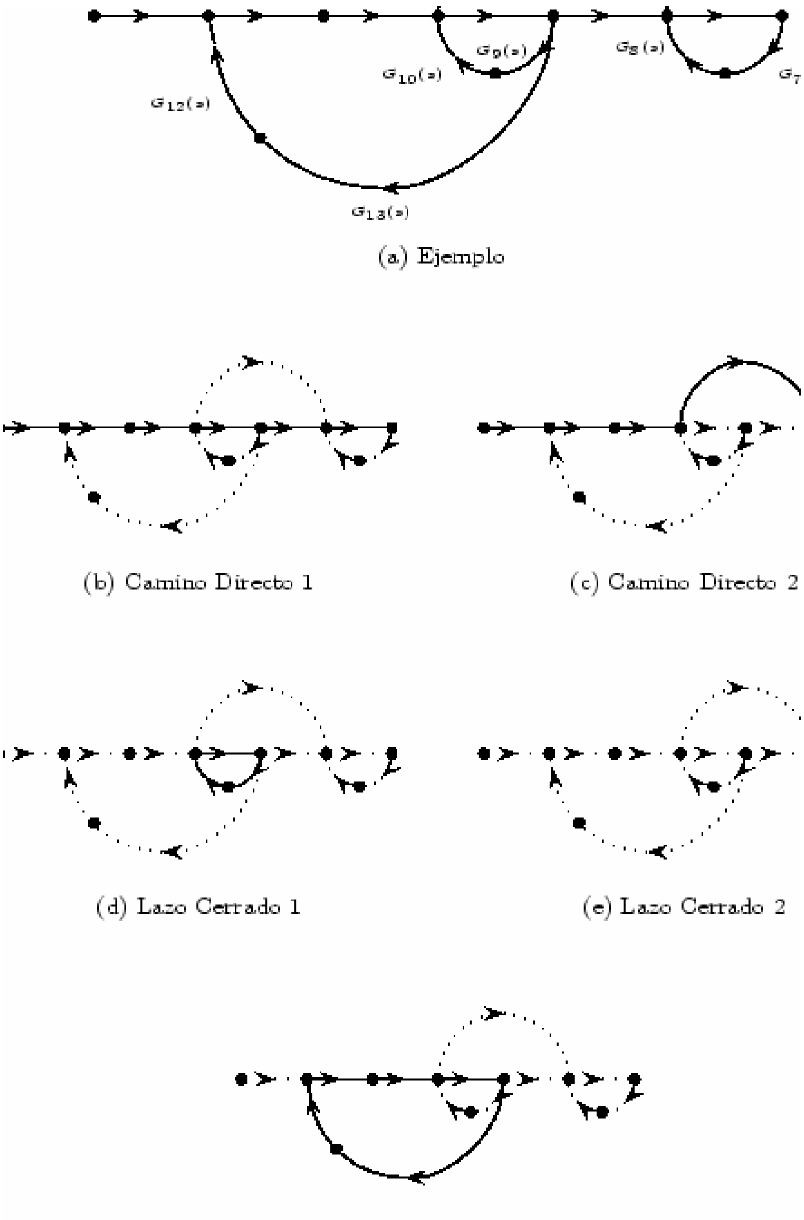
- Inciso (d): $L_1 = G_4(s)G_9(s)G_{10}(s)$
- Inciso (e): $L_2 = G_6(s)G_7(s)G_8(s)$
- Inciso (f): $L_3 = G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_{12}(s)G_{13}(s)$

Lazos adyacentes

Los lazos mostrados en los incisos (e) y (f) son adyacentes.

Lazos no adyacentes

Los lazos mostrados en los incisos (d) y (e) son no adyacentes



(a) Ejemplo

(b) Camino Directo 1

(c) Camino Directo 2

(d) Lazo Cerrado 1

(e) Lazo Cerrado 2

(f) Lazo Cerrado 3

Definiciones de Diagramas de Flujo de Señal

REGLA DE MASON

El cálculo de la función de transferencia $F(s)$ de un diagrama de flujo de señal esta dado por:

$$F(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\sum_{k=1}^{p} T_k \Delta_k}{\Delta}$$

Donde:

- p= Número de caminos directos de $X(s)$ a $Y(s)$
- T_k = Ganancia del camino directo número k
- Δ=1
  - (Suma de ganancias de lazos cerrados)
  + (Suma de ganancias de lazos no adyacentes tomados de a 2)
  - (Suma de ganancias de lazos no adyacentes tomados de a 3)
  + (Suma de ganancias de lazos no adyacentes tomados de a 4)
  $- \cdots$
- Δ_k : Δ para el diagrama eliminando los lazos que tocan el camino número k

Ejemplo *Para el sistema de la siguiente figura la aplicación de la regla de Mason es como sigue:*

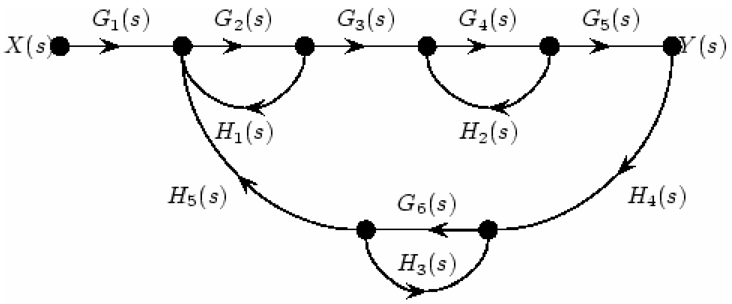


Diagrama de Flujo de Señal del ejemplo

- Sólo existe un camino directo (p = 1), cuya ganancia es:

$T_1 = G_1 G_2 G_3 G_4 G_5$

- Existen cuatro lazos cerrados, cuyas ganancias son:

$L_1 = G_1 H_1$

$L_2 = G_4 H_2$

$L_3 = G_6 H_3$

$L_4 = G_2 G_3 G_4 G_5 H_4 G_6 H_5$

- Como existen 4 lazos, hay 6 posibles grupos de 2 lazos (L_1L_2, L_1L_3, L_1L_4, L_2L_3, L_2L_4, L_3L_4), pero de ellos, sólo son no adyacentes los siguientes:

$$L_1L_2 = G_2H_1G_4H_2$$
$$L_1L_3 = G_2H_1G_6H_3$$
$$L_2L_3 = G_4H_2G_6H_3$$

- Como existen 4 lazos, hay 4 posibles grupos de 3 lazos ($L_1L_2L_3$, $L_1L_2L_4$, $L_1L_3L_4$, $L_2L_3L_4$), pero de ellos, sólo hay uno que es no adyacentes:

$$L_1L_2L_3 = G_2H_1G_4H_2G_6H_3$$

- Como existen 4 lazos, sólo hay un posible grupo de 4 lazos ($L_1L_2L_3L_4$), pero estos son adyacentes.
- De acuerdo con lo anterior, el valor de Δ es:

$$\Delta = \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ -(L_1 + L_2 + L_3 + L3) \\ +(L_1L_2 + L_1L_3 + L_2L_3) \\ -(L_1L_2L_3) \end{array} \right\}$$

$$\Delta = \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ -(G_2H_1 + G_4H_2 + G_6H_3 + G_2G_3G_4G_5H_4G_6H_5) \\ +(G_2H_1G_4H_2 + G_2H_1G_6H_3 + G_4H_2G_6H_3) \\ -(G_2H_1G_4H_2G_6H_3) \end{array} \right\}$$

- Al eliminar los lazos que tocan el único camino directo sólo subsiste el lazo L_3. Por lo tanto resulta:

$$\Delta_1 = 1 - (G_6H_3)$$

- Dado que sólo hay un camino directo, la función de transferencia se calcula como:

$$F(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\sum_{k=1}^{p} T_k \Delta_k}{\Delta} = \frac{T_1 \Delta_1}{\Delta}$$

$$F(s) = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 (1 - (G_6 H_3))}{\begin{array}{l} 1-(G_2H_1+G_4H_2+G_6H_3+G_2G_3G_4G_5H_4G_6H_5) \\ +(G_2H_1G_4H_2+G_2H_1G_6H_3+G_4H_2G_6H_3) \\ -(G_2H_1G_4H_2G_6H_3) \end{array}}$$

Lic. Katya Perez M.
Ing. Carla Escobar O.

EJERCICIOS

Aplicando la Regla de Mason obtener la función de transferencia en los ejercicios del capítulo anterior. Previamente deberá obtener el Diagrama de flujo de señal correspondiente.