

КВАДРАТНА ФУНКЦИЈА

1. Испитати ток и скицирати график следећих функција

(a) $f(x) = -2x^2 + x + 6$

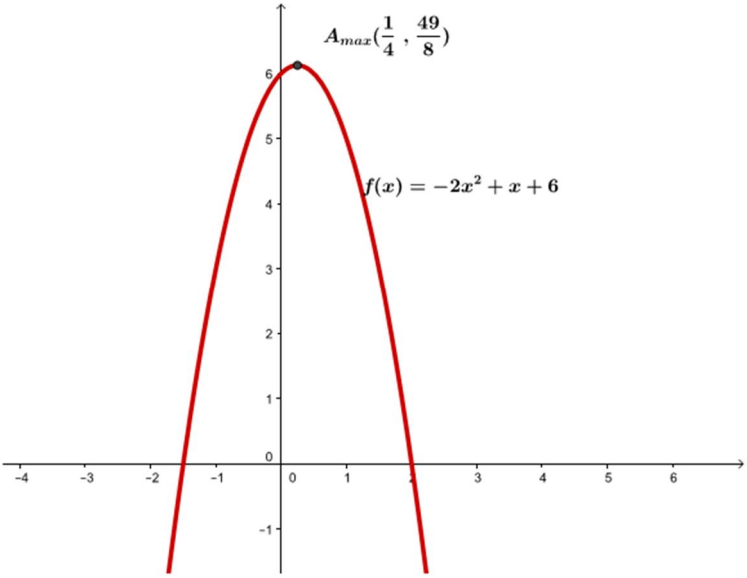
(b) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + x + 6$

(c) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$

(d) $f(x) = -x^2 + 4x - 5$

(e) $f(x) = -x^2 + x - \frac{1}{4}$

Решење (а)

Нуле функције	Решавањем једначине $f(x) = 0$ добијамо $x_1 = 2, x_2 = -\frac{3}{2}$.
Функција сече у -осу у тачки:	$f(0) = -6$. Дакле, тачка пресека са у - осом је тачка $(0, -6)$
Екстремна вредност функције	Како је $a = -1 < 0$ график функције је парабола окренута отвором надоле и функција има тачку максимума. $A_{max}(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ тј. $A_{min}(\frac{1}{4}, \frac{49}{8})$
Кодомен	$\overline{D_f} = \left(-\infty, \frac{4ac - b^2}{4a}\right] = \left(-\infty, \frac{49}{8}\right]$
График функције	
Монотоност функције	$f \nearrow$ за $x \in \left(-\infty, \frac{1}{4}\right)$
	$f \searrow$ за $x \in \left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$
Знак функције	$f(x) > 0$ за $x \in \left(-\frac{3}{2}, 2\right)$
	$f(x) < 0$ за $x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup (2, +\infty)$

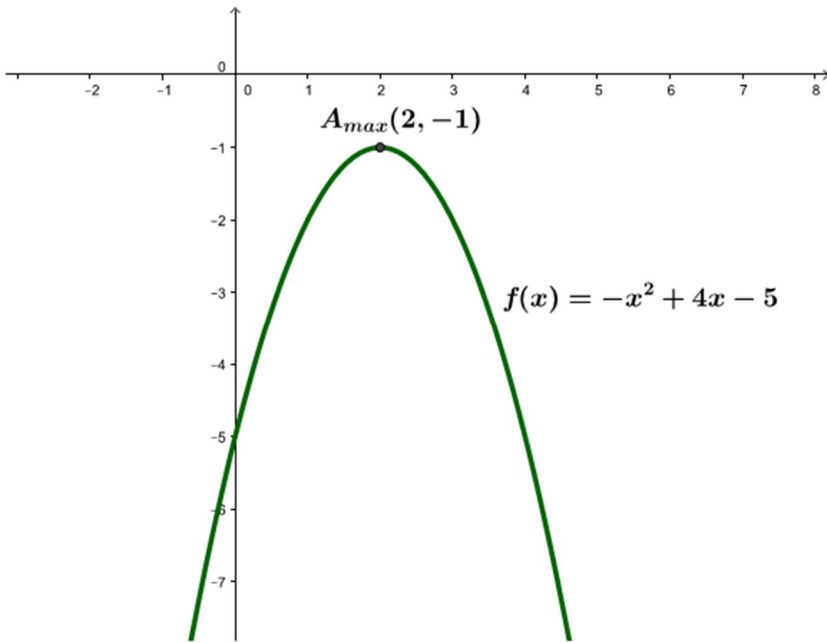
Решење (б)

Нуле функције	Решавањем једначине $f(x) = 0$ добијамо $x_1 = \frac{3(-1-\sqrt{7}i)}{2}$, $x_2 = \frac{3(-1+\sqrt{7}i)}{2}$. Дакле, функција нема нула.
Функција сече у -осу у тачки:	$f(0) = 6$. Дакле, тачка пресека са у - осом је тачка (0,6)
Екстремна вредност функције	Како је $a = \frac{1}{3} > 0$ график функције је парабола окренута отвором нагоре и функција има тачку минимума. $A_{min}(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ тј. $A_{min}(-\frac{3}{2}, \frac{21}{4})$
Кодомен	$\overline{D_f} = \left[\frac{4ac - b^2}{4a}, +\infty \right) = \left[\frac{21}{4}, +\infty \right)$
График функције	
Монотоност функције	$f \nearrow$ за $x \in \left(-\frac{3}{2}, +\infty\right)$
	$f \searrow$ за $x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$
Знак функције	Функција је позитивна за сваки реалан број тј. $f(x) > 0$ за свако $x \in \mathbb{R}$

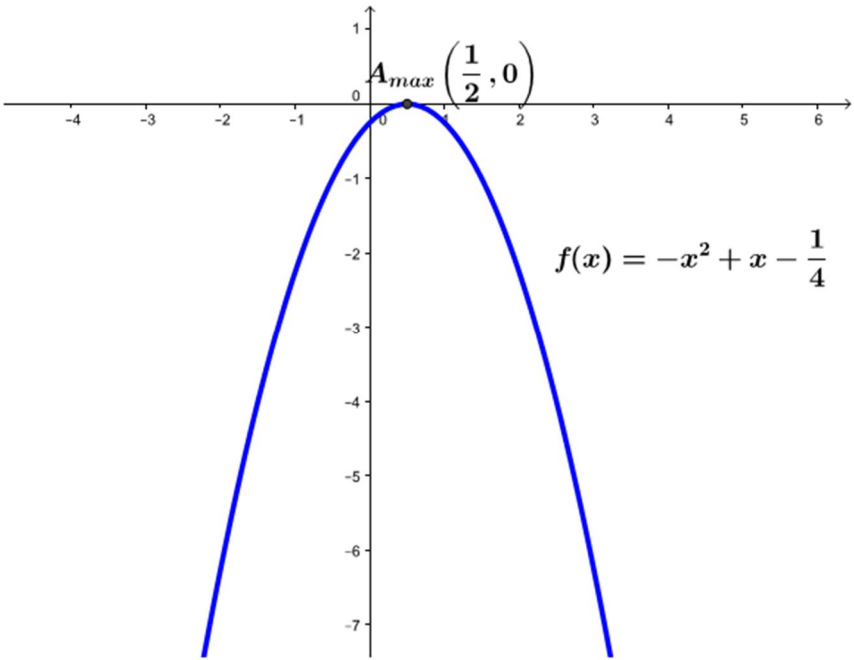
Решење:(ц)

Нуле функције	Решавањем једначине $f(x) = 0$ добијамо $x_1 = 3, x_2 = 3$.
Функција сече y – осу у тачки:	$f(0) = \frac{9}{2}$. Дакле, тачка пресека са y – осом је тачка $(0, \frac{9}{2})$
Екстремна вредност функције	Како је $a = \frac{1}{2} > 0$ график функције је парабола окренута отвором нагоре и функција има тачку минимума. $A_{min}(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ тј. $A_{min}(3,0)$
Кодомен	$\overline{D_f} = \left[\frac{4ac - b^2}{4a}, +\infty \right) = [0, +\infty)$
График функције	<p style="text-align: center;">$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$</p> <p style="text-align: center;">$A_{min}(3,0)$</p>
Монотоност функције	$f \nearrow$ за $x \in (3, +\infty)$ $f \searrow$ за $x \in (-\infty, 3)$
Знак функције	$f(x) > 0$ за $x \in (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$

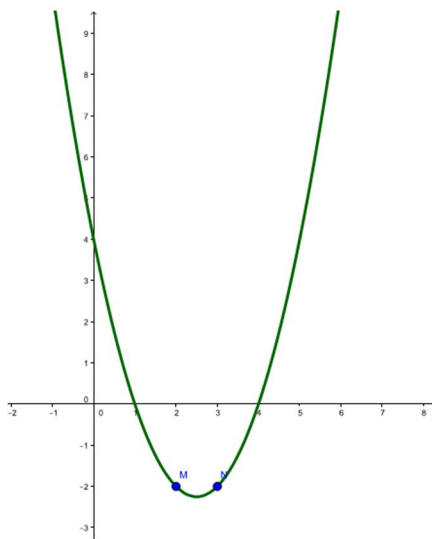
Решење: (д)

Нуле функције	Решавањем једначине $f(x) = 0$ добијамо $x_1 = 2 + i, x_2 = 2 - i$. Дакле, функција нема нула.
Функција сече y -осу у тачки:	$f(0) = -5$. Дакле, тачка пресека са y - осом је тачка $(0, -5)$
Екстремна вредност функције	Како је $a = -1 < 0$ график функције је парабола окренута отвором надоле и функција има тачку максимума. $A_{max}(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ тј. $A_{max}(-\frac{3}{2}, \frac{21}{4})$
Кодомен	$\overline{D_f} = \left(-\infty, \frac{4ac - b^2}{4a}\right] = (-\infty, -1]$
График функције	
Монотоност функције	$f \nearrow$ за $x \in (-\infty, 2)$
	$f \searrow$ за $x \in (2, +\infty)$
Знак функције	Функција је негативна за сваки реалан број тј. $f(x) < 0$ за свако $x \in \mathbb{R}$

Решење: (е)

Нуле функције	Решавањем једначине $f(x) = 0$ добијамо $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{2}$
Функција сече у y -осу у тачки:	$f(0) = -\frac{1}{4}$. Дакле, тачка пресека са y -осом је тачка $(0, -\frac{1}{4})$
Екстремна вредност функције	Како је $a = -1 < 0$ график функције је парабола окренута отвором надоле и функција има тачку максимума. $A_{max}(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ тј. $A_{max}(\frac{1}{2}, 0)$
Кодомен	$\overline{D_f} = \left(-\infty, \frac{4ac - b^2}{4a}\right] = (-\infty, 0]$
График функције	 <p style="text-align: right;">$f(x) = -x^2 + x - \frac{1}{4}$</p>
Монотоност функције	$f \nearrow$ за $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$
	$f \searrow$ за $x \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$
Знак функције	$f(x) < 0$ за $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

2. У функцији $f(x) = x^2 + px + q$ одредити вредност реалних параметара p и q тако да њен график пролази кроз тачке $M(2,-2), N(3,-2)$, а затим скицирати график те функције.
Решење: $p = -5, q = 4$



3. У функцији $f(x) = x^2 + bx + c$ одредити коефицијенте b и c тако да она сече x – осу у тачкама $A(2,0), B(-3,0)$.
Решење: $b = 1, c = -6$
4. За које вредности параметра m ће теме параболе $f(x) = x^2 - 8x + m$ бити на x – оси?
Решење: $m = 16$
5. Ако квадратна функција $f(x) = (m + 2)x^2 + (1 - m)x + m$ има максимум при $x = 2$, одредити вредност параметра m .
Решење: $m = -3$
6. За коју вредност реалног параметра m функција $f(x) = x^2 - mx + m + 1$ има минимум једнак -2 ?
Решење: $m_1 = 6 \vee m_2 = -2$