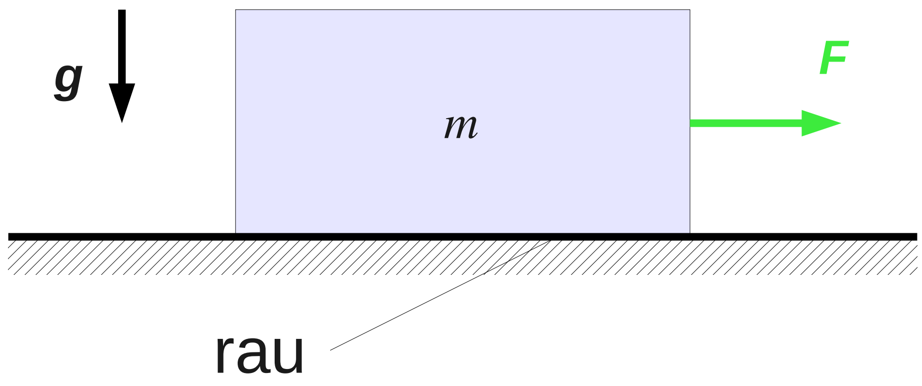
# 1. Haftung

- Das Coulombsche Gesetz:
  - Betrachtet wird ein Klotz auf einer rauen Oberfläche, an dem eine horizontale Kraft $F$ angreift:



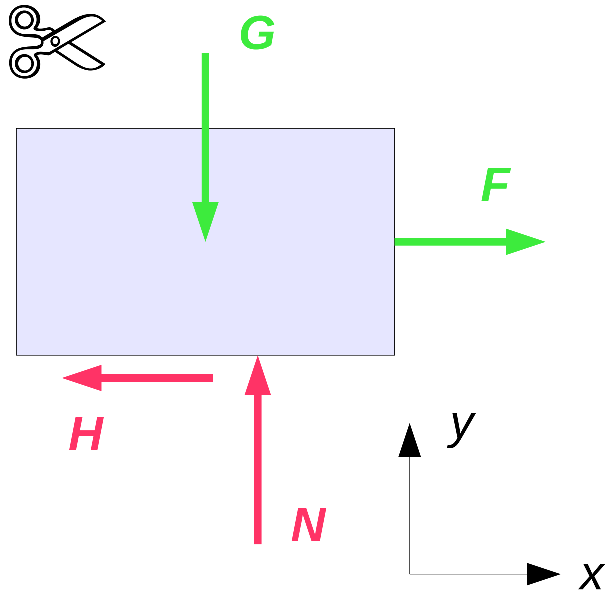

  - Die Erfahrung zeigt: Solange der Betrag der Kraft $F$ einen bestimmten Wert nicht überschreitet, bleibt der Körper in Ruhe.

# 1. Haftung

- Gleichgewicht:

$$\sum F_x = 0 \;:\; -H + F = 0 \;\rightarrow\; H = F$$

$$\sum F_y = 0 \;:\; -G + N = 0 \;\rightarrow\; N = G$$




- Der Körper haftet für $F = H < H_0$.
- Coulombsches Gesetz: $H_0 = \mu_0 N$
- Haftbedingung:

$$\boxed{H < H_0 = \mu_0 N}$$

# 1. Haftung

- Der maximale Wert $H_0$ ist näherungsweise proportional zur Normalkraft $N$.
- Der Proportionalitätsfaktor $\mu_0$ heißt *Haftungskoeffizient* oder *Haftzahl*.
- Der Haftungskoeffizient hängt vom Material und der Beschaffenheit der Oberflächen ab.
- Normalkraft und Haftungskraft werden aus den Gleichgewichtsbedingungen ermittelt.
- Anhand der Haftbedingung kann überprüft werden, ob Haften möglich ist.
- Ergibt sich für die Haftungskraft ein negativer Wert, so ist in der Haftbedingung der Betrag zu nehmen.

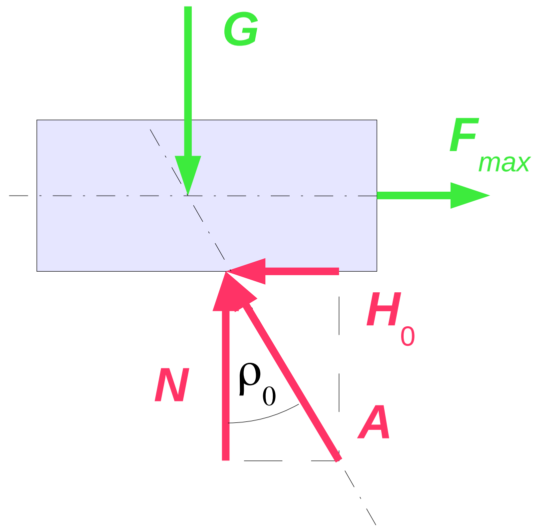
# 1. Haftung

- Typische Werte des Haftungskoeffizienten $\mu_0$:

| | |
|---|---|
| Stahl auf Eis | 0,03 |
| Stahl auf Stahl (blank) | 0,1 … 0,15 |
| Stahl auf Stahl (rostig) | 0,3 … 0,8 |
| Stahl auf Teflon | 0,04 |
| Leder auf Grauguss | 0,2 … 0,3 |
| Leder auf Metall | 0,2 … 0,6 |
| Holz auf Holz | 0,5 |
| Autoreifen auf Straße | 0,7 … 0,9 |
| Ski auf Schnee | 0,1 … 0,3 |

# 1. Haftung

- Haftungswinkel:
  - Der Haftungswinkel gibt die maximal mögliche Abweichung der Wirkungslinie der Reaktionskraft von der Normalenrichtung an, bei der noch Haften möglich ist.

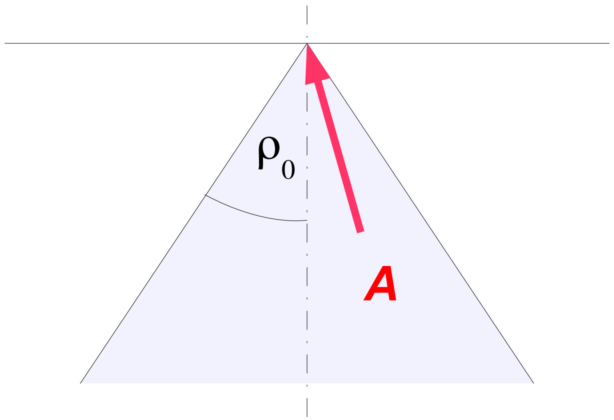



$$\tan(\rho_0) = \frac{H_0}{N} = \mu_0$$

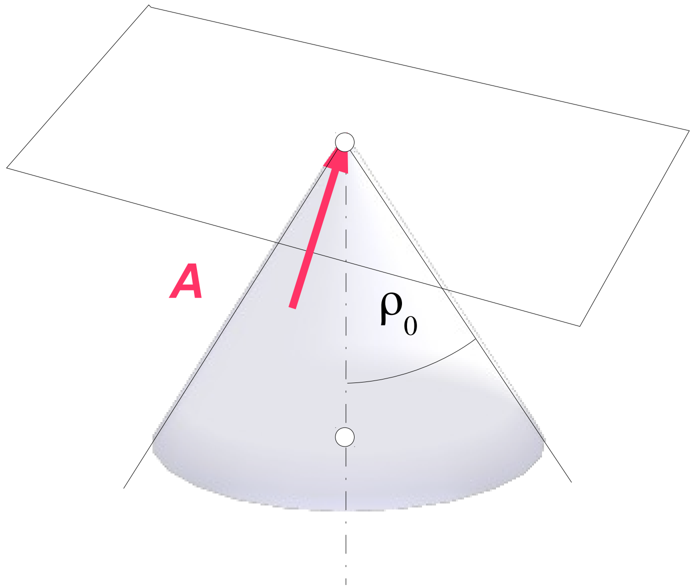
# 1. Haftung

- Die Haftbedingung ist erfüllt, wenn die benötigte Reaktionskraft innerhalb des Haftungskeils bzw. Haftungskegels liegt.

Haftungskeil:

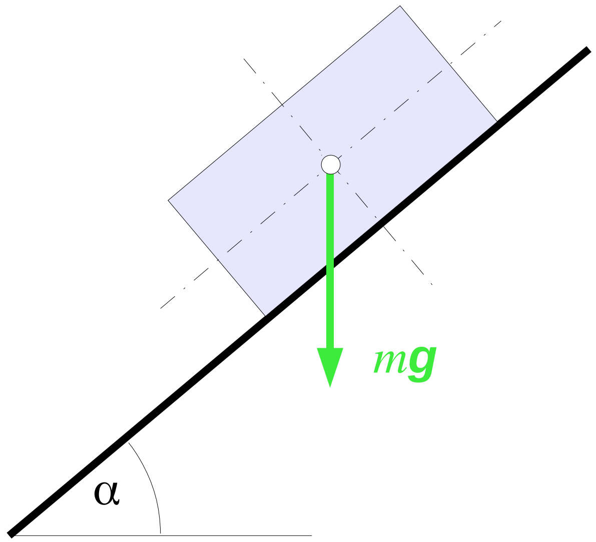



Haftungskegel:



# 1. Haftung

- Beispiel 1: Schiefe Ebene




- Gegeben:
  - Haftungskoeffizient $\mu_0 = 0{,}2$
- Gesucht:
  - Winkel $\alpha_0$, bei dem der Körper anfängt zu glei-ten

# 1. Haftung

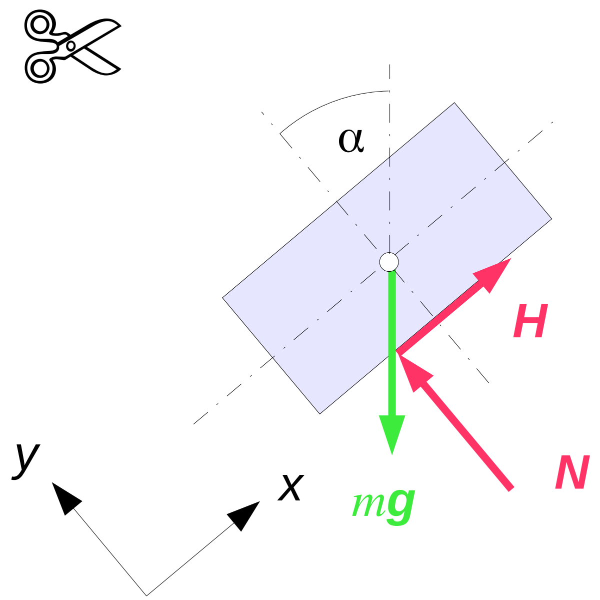
- Gleichgewicht:

$$\sum F_x = 0 \;:\; H - m\,g\sin(\alpha) = 0$$

$$\rightarrow \quad H = m\,g\sin(\alpha)$$

$$\sum F_y = 0 \;:\; N - m\,g\cos(\alpha) = 0$$

$$\rightarrow \quad N = m\,g\cos(\alpha)$$




- Haftbedingung:

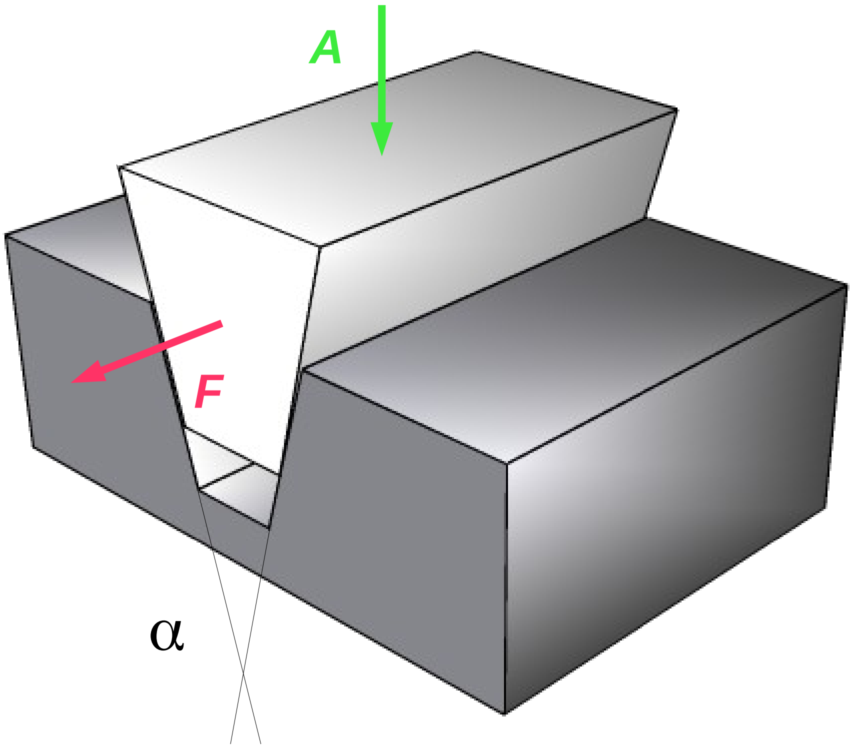
$$H < H_0 = \mu_0 N \quad \rightarrow \quad m\,g\sin(\alpha) < \mu_0 m\,g\cos(\alpha) \quad \rightarrow \quad \tan(\alpha) < \mu_0$$

$$\rightarrow \quad \alpha < \alpha_0 = \rho_0 \quad \text{(Haftungswinkel)}$$

- Zahlenwert: $\tan(\alpha_0) = 0{,}2 \quad \rightarrow \quad \alpha_0 = 11{,}3\,°$

# 1. Haftung

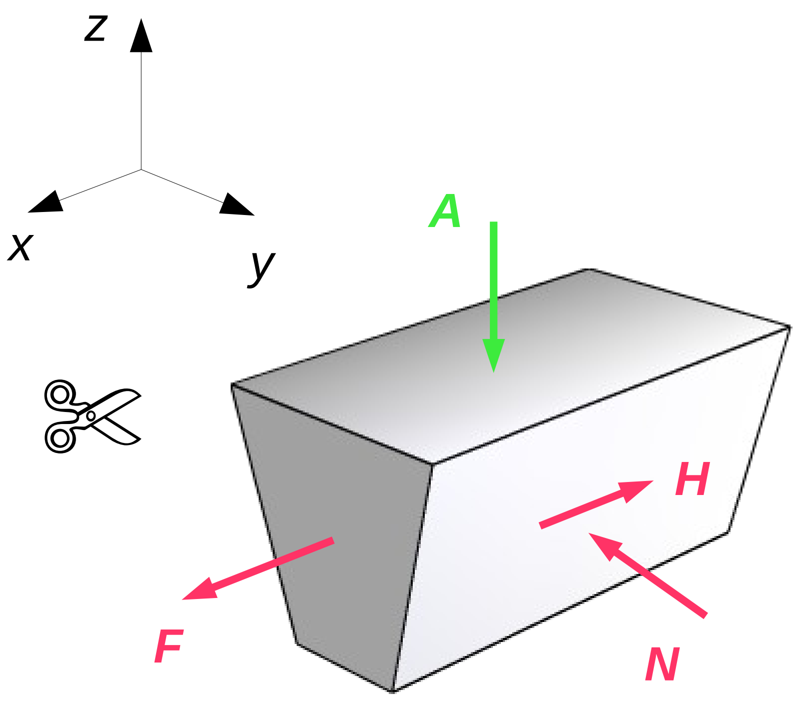
- Beispiel 2: Keilnut

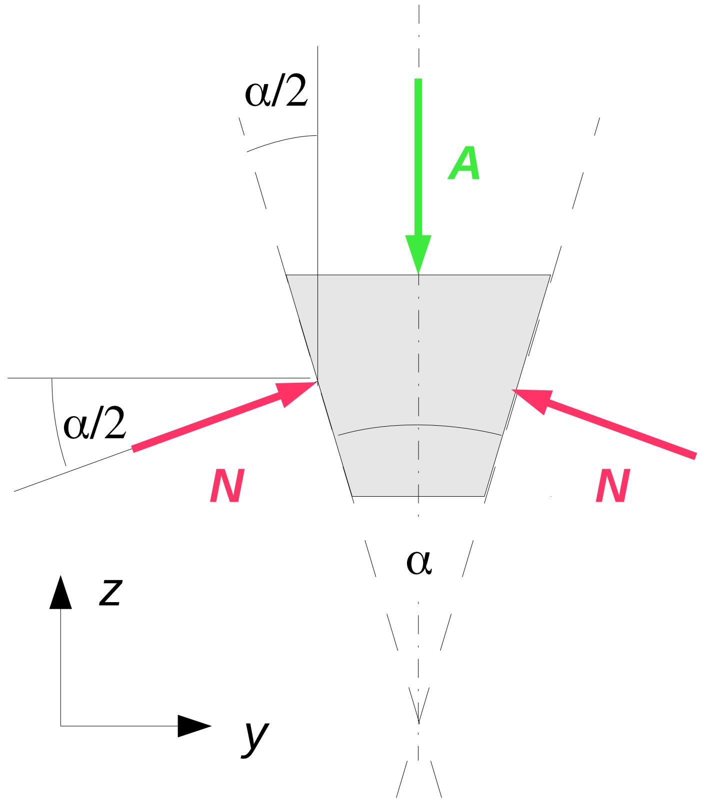



– Gegeben:
  - Anpresskraft $A$
  - Keilwinkel $\alpha$
  - Haftungskoeffizient $\mu_0$
– Gesucht:
  - durch Haftung übertragbare Kraft $F$

# 1. Haftung

- Kräfte am Keil:



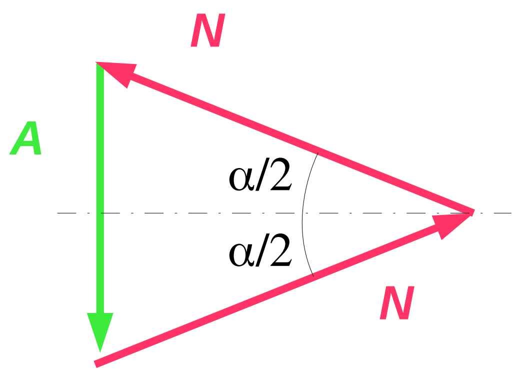



# 1. Haftung

- Gleichgewicht am Keil:

$$\sum F_x = 0 \quad : \quad F - 2H = 0$$

$$\rightarrow \quad F = 2H$$




$$\frac{1}{2} A = N \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\rightarrow \quad N = \frac{A}{2\sin(\alpha/2)}$$

- Haftbedingung:

$$H < \mu_0 N$$

$$\rightarrow \quad F = 2H < \frac{\mu_0 A}{\sin(\alpha/2)}$$

$$= \mu'_0 A$$

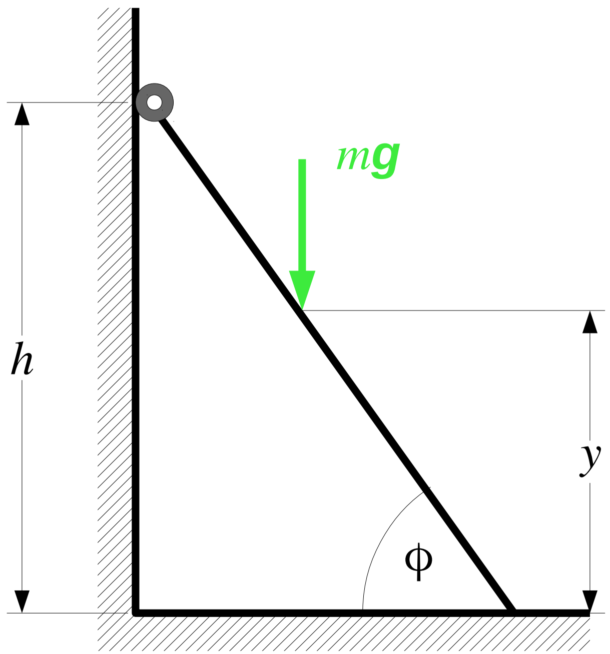
- Der Koeffizient

$$\mu'_0 = \frac{\mu_0}{\sin(\alpha/2)} > \mu_0$$

heißt *Keilnuthaftzahl*.

# 1. Haftung

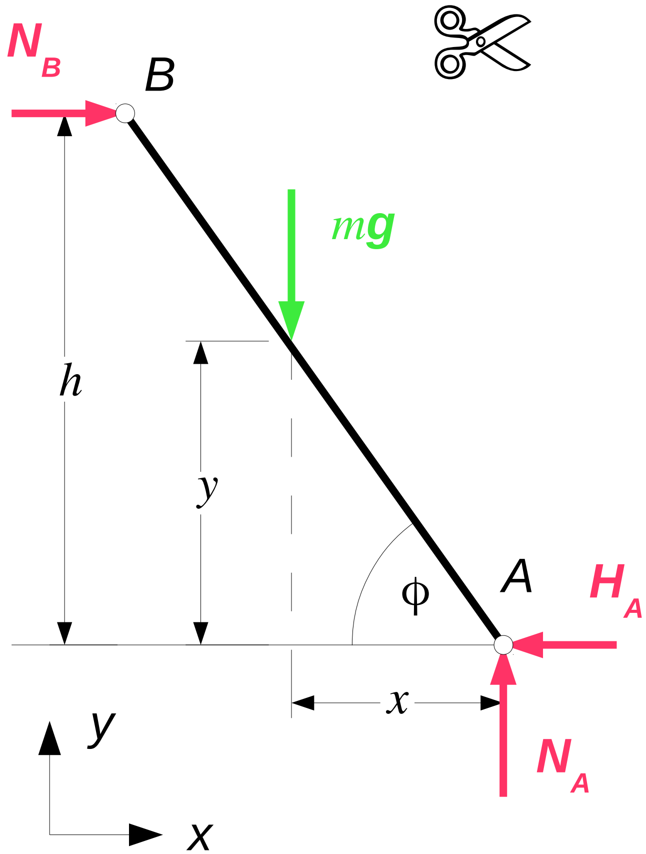
- Beispiel 3: Leiter




- Auf der dargestellten Leiter steht eine Person der Masse $m$.
- Wie hoch kann sie steigen, wenn die Wand als glatt betrachtet wird?
- Gegeben:
  - Haftungskoeffizient $\mu_0$
  - Höhe $h$, Winkel $\phi$
- Gesucht:
  - maximale Höhe $y$

# 1. Haftung

- Gleichgewicht:




$$\sum M^A = 0 \;:\; -h\,N_B + x\,mg = 0$$

$$\rightarrow\; N_B = \frac{x}{h}\,m\,g$$

$$\sum F_x = 0 \;:\; -H_A + N_B = 0 \;\rightarrow\; H_A = N_B$$

$$\sum F_y = 0 \;:\; N_A - m\,g = 0 \;\rightarrow\; N_A = m\,g$$

- Haftbedingung:

$$N_B = H_A < \mu_0 N_A \;\rightarrow\; \frac{x}{h}\,m\,g < \mu_0\,m\,g$$

$$\rightarrow\; x < \mu_0\,h$$

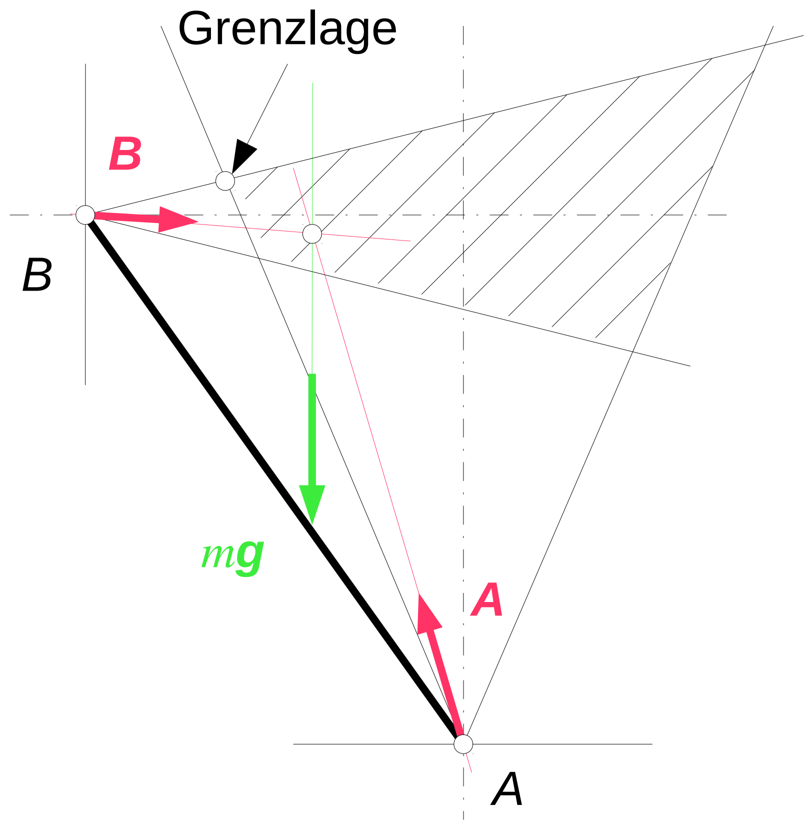
$$y = x\tan(\phi) < \mu_0\,h\tan(\phi)$$

# 1. Haftung

- Wird auch im Punkt *B* eine Haftungskraft zugelassen, so treten vier unbekannte Reaktionskräfte auf. Die Leiter ist dann statisch unbestimmt gelagert.
- Mithilfe der Haftungskeile in den Lagerpunkten *A* und *B* lässt sich graphisch ermitteln, unter welchen Bedingungen Gleichgewicht möglich ist.
- Die Leiter ist im Gleichgewicht, wenn sich die Wirkungslinien der Reaktionskräfte in den Punkten *A* und *B* und der Gewichtskraft in einem Punkt schneiden.

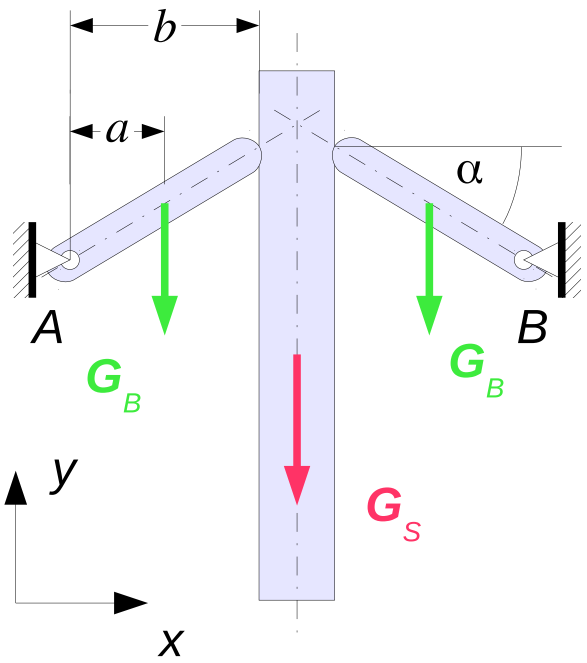
# 1. Haftung

- Gleichgewicht ist möglich, wenn sich die Wirkungslinien im schraffierten Gebiet schneiden.



# 1. Haftung

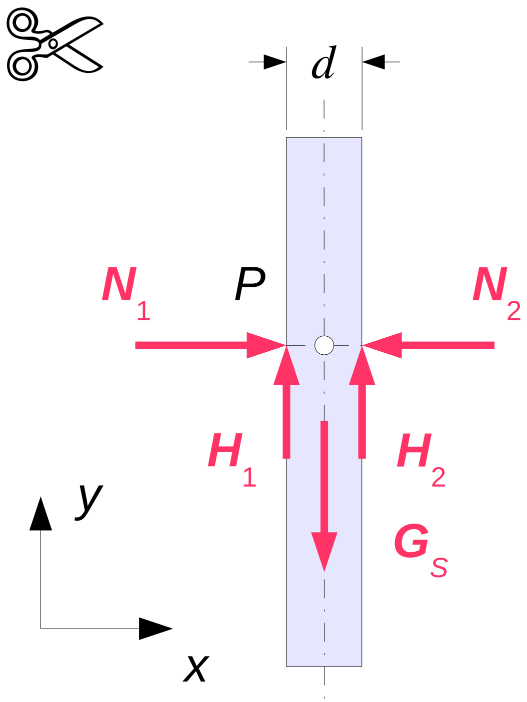
- Beispiel 4: Klemmhalterung




- Der Stab mit Gewicht $G_S$ wird von zwei Klemmbacken mit Gewicht $G_B$ gehalten.
- Gegeben:
  - Gewicht $G_B$
  - Abmessungen $a$, $b$
  - Haftungskoeffizient $\mu_0$
  - Winkel $\alpha$
- Gesucht:
  - maximales Stabgewicht $G_S$

# 1. Haftung

- Gleichgewicht am Stab:




$$\sum F_x = 0 \ : \ N_1 - N_2 = 0$$

$$\rightarrow \ N_1 = N_2 = N$$

$$\sum M^P = 0 \ : \ \frac{d}{2} H_2 - \frac{d}{2} H_1 = 0$$

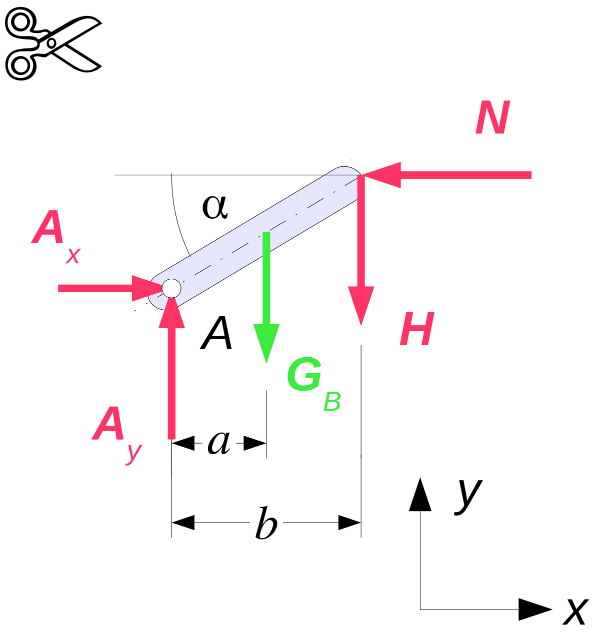
$$\rightarrow \ H_1 = H_2 = H$$

$$\sum F_y = 0 \ : \ H_1 + H_2 - G_S = 0$$

$$\rightarrow \ G_S = 2H$$

# 1. Haftung

- Gleichgewicht am Klemmbacken:




$$\sum M^A = 0 \quad :$$

$$-a\,G_B - b\,H + b\tan(\alpha)\,N = 0$$

$$\rightarrow \quad N = \left( H + \frac{a}{b} G_B \right) \cot(\alpha)$$

# 1. Haftung

- Haftbedingung:

$$H < \mu_0 N = \mu_0 \left( H + \frac{a}{b} G_B \right) \cot(\alpha)$$

$$\rightarrow \left(1 - \mu_0 \cot(\alpha)\right) H < \mu_0 \frac{a}{b} G_B \cot(\alpha) \rightarrow \left(\tan(\alpha) - \mu_0\right) H < \mu_0 \frac{a}{b} G_B$$

- Es müssen drei Fälle unterschieden werden:
  - Für $\tan(\alpha) > \mu_0$ gilt:

$$H < \frac{\mu_0}{\tan(\alpha) - \mu_0} \frac{a}{b} G_B \rightarrow G_S = 2H < \frac{2\mu_0}{\tan(\alpha) - \mu_0} \frac{a}{b} G_B$$

# 1. Haftung

- Für $\tan(\alpha) = \mu_0$ gilt: $0 < \mu_0 \dfrac{a}{b} G_B$

- Für $\tan(\alpha) < \mu_0$ gilt: $\tan(\alpha) - \mu_0 < 0$

$$-\left(\mu_0 - \tan(\alpha)\right) H < \mu_0 \frac{a}{b} G_B \;\rightarrow\; -H < \frac{\mu_0}{\mu_0 - \tan(\alpha)} \frac{a}{b} G_B$$

- Die Bedingungen für $\tan(\alpha) \leq \mu_0$ sind immer erfüllt. Das Stabgewicht $G_S$ kann beliebig groß werden. Dieser Fall wird als *Selbsthemmung* bezeichnet.