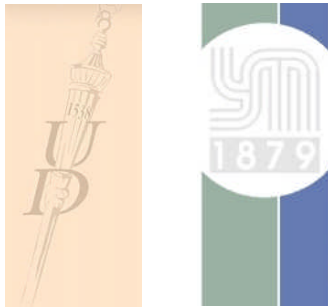




EURÓPAI UNIÓ
STRUKTURÁLIS ALAPOK



G
E
O
D
É
Z
I
A
II.

PMKGNB 121 segédlet a PTE PMMK építőmérnök hallgatói részére

„Az építész- és az építőmérnök képzés szerkezeti és tartalmi fejlesztése”

HEFOP/2004/3.3.1/0001.01

GEODÉZIA II.

Dr. Aradi László

Pécsi Tudományegyetem, Pollack Mihály Műszaki Kar,
Közmű Geodézia és Környezetvédelem Tanszék
<aradi@witch.pmmf.hu>

2007

Részletes tantárgyprogram:		
Hét	Ea/Gyak./Lab.	Témakör
1.	2 óra labor	Szögkitűzés
2.	2 óra labor	Szögkitűzés osztályozás
3.	2 óra labor	Táv mérés (bázisléc, Red Mini)
4.	2 óra labor	Trigonometriai magasságmérés (Nem pótolható!)
5.	2 óra labor	Ortogonalis részletpontmérés (Nem pótolható!)
6.	2 óra labor	Tachimetrikus felmérés (Nem pótolható!)
7.	2 óra labor	Területszintezés (rajz) (Nem pótolható!)
8.	2 óra labor	Magasságok kitűzése (Pótolható!)
9.	2 óra labor	Épületek kitűzése (Nem pótolható!)
10.	2 óra labor	Ívkitűzés (Nem pótolható!)
11.	2 óra labor	Sokszög vonal mérése
12.	2 óra labor	Sokszög vonal számítása
13.	2 óra labor	Tájékozás
14.	2 óra labor	Pótlások
15.		

TARTALOMJEGYZÉK:

1. VÍZSZINTES SZÖGEK KITŰZÉSE	5
1.1. ÁLLANDÓ NAGYSÁGÚ SZÖGEK KITŰZÉSE SZÖGKITŰZŐVEL	5
1.2. TETSZŐLEGES NAGYSÁGÚ SZÖGEK KITŰZÉSE SZÖGMÉRŐ- MŰSZERREL	5
1.3. SZÖGKITŰZÉS HOSSZMÉRÉSSSEL	6
2. TÁVMÉRÉS SOKKIA REDMINI 2 ELEKTROOPTIKAI TÁVMÉRŐVEL	8
2.1. FERDE TÁVOLSÁGOK MÉRÉSE	10
2.2. TÁVMÉRÉS BILLENTYŰZET ALKALMAZÁSÁVAL	12
2.3. VÍZSZINTES TÁVOLSÁGOK KITŰZÉSE	13
2.4. BEÁLLÍTÁSOK	14
3. TRIGONOMETRIAI MAGASSÁGMÉRÉS	16
4. MAGASSÁGÁBRÁZOLÁS	20
4.1. A MAGASSÁGÁBRÁZOLÁS MÓDSZEREI	20
5. TERÜLETSZINTEZÉS	21
6. MAGASSÁGOK KITŰZÉSE (MEGADÁSA)	23
7. ÍVKITŰZÉS	25
7.1. KÖRÍVEK FŐPONTJAINAK KITŰZÉSE	25
7.2. KÖRÍVEK RÉSZLETPONTJAINAK KITŰZÉSE	28
7.2.1. KÖRÍVEK RÉSZLETPONTJAINAK KITŰZÉSE DERÉKSZÖGŰ KOORDINÁTÁKKAL (ORTOGONÁLISAN)	28
7.2.2. KÖRÍVEK RÉSZLETPONTJAINAK KITŰZÉSE KERÜLETI SZÖGEKKEL (POLÁRISAN)	31
8. SOKSZÖGELÉS SZÁMÍTÁSA	36
9. TÁJÉKOZÁS	39
10. IRODALOMJEGYZÉK	42

1. VÍZSZINTES SZÖGEK KITŰZÉSE

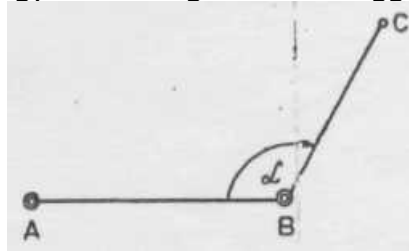
A vízszintes szögek kitűzésénél a legegyszerűbb esetben legalább három pontot kell a terepen megjelölni, és pedig a szög csúcspontját és a szög szárait legalább egy-egy pontjával úgy, hogy a szög csúcspontján és a szög szárakon kijelölt pontokon átmenő két egyenes által bezárt szög a kitűzendő szög legyen. A vízszintes szögek kitűzésére bármelyik szögmérőműszer alkalmas. A geodéziai gyakorlatban sok esetben megelégszünk a szögkitűzés kisebb pontosságával, de elvárjuk, hogy gyorsan és egyszerűen végrehajtható legyen. Az e célra szerkesztett eszközöket *szögkitűzőknek* nevezzük. Velük rendszerint csak bizonyos - előre megállapított nagyságú - szöget (90° vagy 45°) lehet kitűzni. A szögek kitűzése - a háromszögek oldalai és szögei között fennálló összefüggések felhasználásával - közvetve, hosszméréssel is végezhető.

1.1. ÁLLANDÓ NAGYSÁGÚ SZÖGEK KITŰZÉSE SZÖGKITŰZŐVEL

Az állandó nagyságú szögek (90° vagy 45°) kitűzésére szerkesztett és napjaink geodéziai gyakorlatában használatos műszerek a szögprizmák.

1.2. TETSZŐLEGES NAGYSÁGÚ SZÖGEK KITŰZÉSE SZÖGMÉRŐMŰSZERREL

A kitűzés általános feladata az, hogy valamely B pontból egy C pontot úgy kell kitűzni, hogy az ABC szög egy előre megadott a szöggel legyen egyenlő



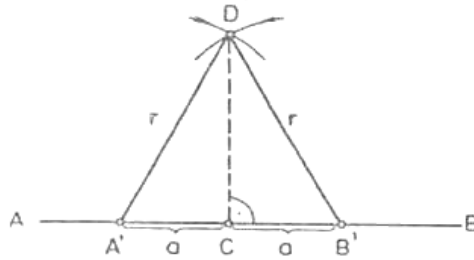
1. ábra

A feladatot szögmérő műszerrel a következők szerint hajtjuk végre: B ponton a teodolitot felállítva beirányozzuk az A pontot, majd leolvasást végzünk (l_1). Ezt követően az alhidádét addig forgatjuk, amíg a leolvasó berendezésen a leolvasás, $l_1 + \alpha$ értéket mutat, majd a távcsőbe nézve beintünk egy pontjelzőt (1 ábra). A pontos mérés érdekében a kitűzést második távcsőállásban megismételjük. A végleges irányt a két távcsőállásban végzett kitűzés középértéke adja.

1.3. SZÖGKITŰZÉS HOSSZMÉRÉSSEL

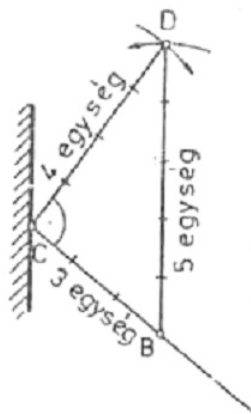
Vízszintes szögeket kitűzhetünk a háromszögben az oldalak és a szögek között fennálló összefüggések felhasználásával hossz-méréssel is. Kiseb-b pontosságuk miatt csak korlátozottan kerülnek alkalmazásra, de a gyakorlat néha kikényszeríti használatukat, ezért ismertetjük néhány lehetséges változatát.

Ha egy egyenes C pontjában ki kell tűzni egy merőleges egyenest, a kitűzés végrehajtásához felhasználhatjuk azt a geometriai tételt, hogy egy egyenlőszárú háromszög csúcsából az alapra bocsátott merőleges felezi az alapot. A 2. ábra jelöléseivel a C pontból az A - B egyenesen felmérünk jobbra és balra egyenlő a



2. ábra

távolságot, majd az így kapott A' és B' pontokból, mint középpontból egyenlő sugarú köríveket jelölünk ki, amelyek metszése adja a merőleges egyenesen lévő D pontot. A módszer eredményesen csak akkor használható, ha rövid távolságokról van szó, tehát az r méret kisebb, mint a rendelkezésre álló hossz-mérő-eszköz hosszúsága. Így a körív a terepre kirajzolható, vagy két hossz-mérő-eszköz használata esetén az egyik nulla pontjának az A' , a másik nulla pontjának pedig a B' pontba helyezése után a D pont helye a mindkét hossz-mérő-eszköz azonos értékű osztásvonásának találkozásaként kijelölhető.



3. ábra

Abban az esetben, ha a C pont az egyenes végpontja, és valamilyen akadály miatt (pl. épület) az egyenes nem hosszabbítható meg (3. ábra), a Pythagoras-tételt alkalmazhatjuk a derékszög kitűzésére. Az egyenesre felmérve 3 egységet,

kapjuk a B pontot. A B pontból 5, C pontból pedig 4 egységgel körívet rajzolva, a metszéspont a D pontot adja.

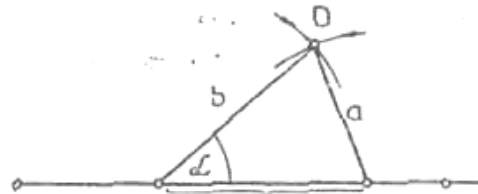
Eredményes használatára ugyanazt mondhatjuk, mint az előző módszernél.

Tetszés szerinti nagyságú szögek kitűzésére az egyenlőszárú háromszögre alkalmazott Carnot-féle cosinus tételt használhatjuk fel. A 4. ábra jelöléseivel ugyanis

$$a^2 = b^2 + b^2 - 2bb\cos\alpha$$

tehát

$$a = b \cdot \sqrt{2(1 - \cos\alpha)}$$



4. ábra

A C b E B

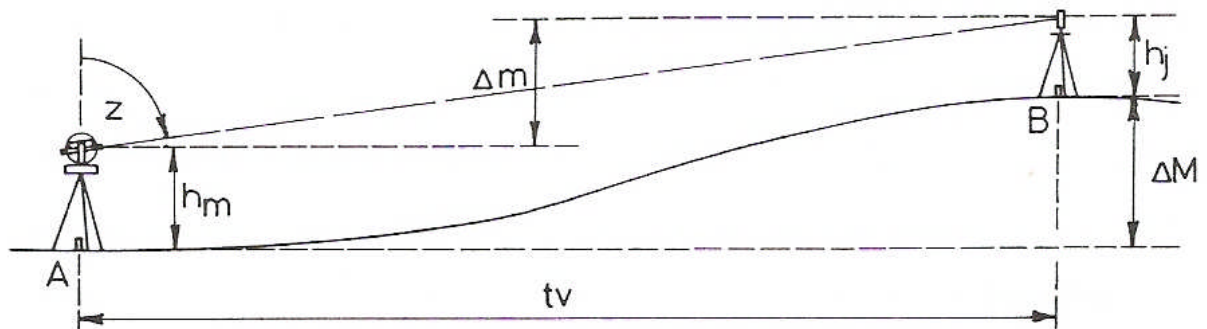
Felvéve egy b hosszúságot és ismerve a kitűzendő α szöget számítható a hozzátartozó a hosszúság. Ezek szerint a C pontból az egyenesre felmérve a felvett b hosszúságot, az E pontot kapjuk. Ezután a C pontból b sugárral, az E pontból pedig a számított a sugárral körívet rajzolva a két körív metszéspontja adja a D pontot.

Tetszés szerinti, nagyságú szögek kitűzésére a tangenselemekkel való kitűzést is alkalmazhatjuk. Ha ugyanis egy kerek pl. 10 m-es AB távolság egyik végpontjába - mondjuk A-ba - merőlegest állítunk és a kitűzendő szög tangensértékének - példánknál maradván - tízszeresét felmérjük, valamint ezt a pontot B ponttal összekötjük így a B pontban a kitűzendő szöget kapjuk.

2. TÁVMÉRÉS SOKKIA REDMINI 2 ELEKTROOPTIKAI TÁVMÉRŐVEL.

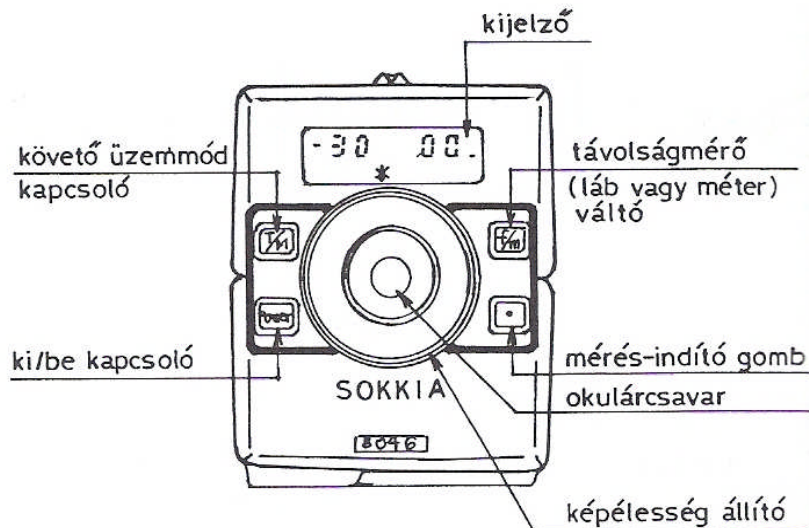
A távmérővel való méréskor a mérendő távolság egyik végpontján a műszert a másik végpontján a visszaverő prizmat állítjuk fel. (5.ábra)

A műszer energiaforrásául egy 12 V- os akkumulátor szolgál. A műszer ferde távolságot mér, melyet - ha mérjük a zenitszöget és azt a műszerrel közöljük - a vízszintesre vagy függőlegesre redukál azaz magasságkülönbséget ad.



5. ábra

A távmérő távcsövének okuláris felé eső oldalán található a kezelő billentyűzet és a kijelző (6.ábra)



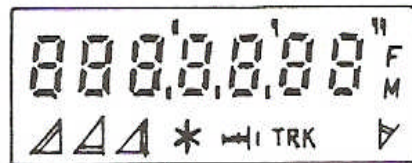
6. ábra

Alapfelszereltségben a műszer ferde távolságok mérésére alkalmas - a beállítástól függően - láb vagy méter dimenzióban. A távmérő egy csatlakozó segítségével teodolit távcsövére helyezhető, de önállóan is használható egy erre szolgáló tartóval.

A mérés u.n. *standard* (a kijelzőn nincs jelezve) vagy *követő* (a kijelzőn TRK felirat található) üzemmódban dolgozik.

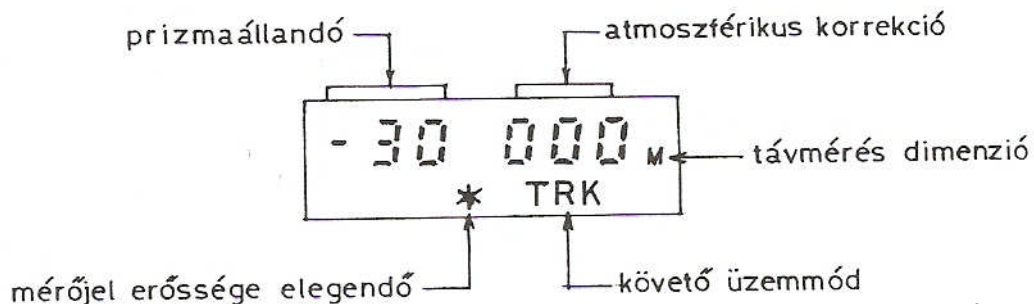
Standard üzemmódban a távolságot mm élességgel méri a műszer, míg *követő* üzemmódban a mérésindítást követően 2,5 mp múlva megjelenik a kijelzőn a távolság cm élességgel, majd ezt követően 0,3 mp-ként új mérést végez a műszer anélkül, hogy a mérésindító gombot megnyomnánk (ily módon a mozgó prizma pillanatnyi távolságát tudjuk ismételt mérésindítás nélkül meghatározni).

A távmérő bekapcsolását követően a képernyőn a 7. ábrán látható jel jelenik meg.



7. ábra

mely kb. 2 mp után ha az akkumulátor töltöttsége megfelelő a 8. sz ábrán láthatóra vált.



8. ábra

Ahol az *első számjegy csoport* (két szám) jelenti a beállított *prizmaállandó* értékét, mely - 99 és + 99 között változtatható, de a műszerhez gyárilag rendszeresített prizma állandója - 30, vagy -40. Így csak azt kell ellenőriznünk, hogy a pillanatnyilag használt prizma állandója (mely a prizma oldalperemén feliratozva látható) megegyezik-e a beállított értékkel. Az átállítási lehetőséget később ismertetjük.

A második számjegy csoport (három szám) jelenti az atmoszférikus korrekció értékét mely - 199 és + 199 között változtatható - a hőmérséklet és légnyomás változásának függvényében - a később ismertetett módon.

Erről fontos tudnunk, hogy + 15 °C-on és 760 Hgmm légnyomás mellett értéke 0, ami azt jelenti, hogy átlagos mérési körülmények között - amennyiben a mérnöki gyakorlatban általában szükséges felmérési pontosságot el tudjuk fogadni - ezen az értéken nem kell változtatni.

A második számjegycsoport mögött található egy betű, mely nagy M vagy L attól függően, hogy a távolság mérése méter vagy láb dimenzióban történik.

A második számjegy csoport alatt található betűk - TRK - csak akkor látszik, ha a távmérés követő üzemmódban történik. Standard üzemmód esetén már utaltunk rá, nincs betűjelzés. A mérőjel erősség elegendő (csillag) jelzés az irányítást követően jelenik meg, ha elegendő a méréshez a prizmáról visszaérkező fényerősség.

Ha az akkumulátor lemerült a 9. ábrán látható kiírás jelenik meg a kijelzőn



9. ábra

2.1. FERDE TÁVOLSÁGOK MÉRÉSE

1. A hazai gyakorlatban alábbiak szerint végezzük a ferde távolság mérését. A mérendő távolság egyik végpontján a távmérőt, a másik végpontján a prizmát állítjuk fel.

Ha a távmérőt teodolitra szerelve használjuk, akkor a teodolit pontraállítását és állótengely függőlegessé tételét végezzük el, majd ezt követően helyezzük a távmérőt a teodolit távcsövére. Felhelyezést követően az állótengely függőlegességét ellenőrizni kell.

Lemérjük a h_m műszer - illetve h_j jelmagasságokat (zsebmérőszalaggal)

Ha a távmérőt részletpontok távolságának meghatározására használjuk a prizmát, egy változtatható hosszúságú prizmabotra szerelve visszük a bemérendő pontokra. Ez esetben számítások egyszerűsítése végett a prizmabot hosszát a lemerő műszer magasság értékére állítjuk azaz a $h_m = h_j$ helyzet áll elő.

Megirányozzuk a prizmat. Az irányzás történhet a távmérő távcsövén keresztül, de történhet a teodolit távcsövével is, attól függően milyen prizmahordozót használunk. Részletpont távolságok meghatározásánál általában a távmérő távcsövével irányzunk a prizmára. (Ügyeljünk a műszermagasság és jelmagasság hovatartozásának a meghatározására.).

A POWER gomb benyomásával bekapcsoljuk a távmérőt. Megjelenik a 7. ábra, majd 2 mp után a 8. ábra a kijelzőn. Ha a kijelzőn a csillag (*) jelzés nem jelenik meg, akkor kevés a visszajövő jelerőssége.

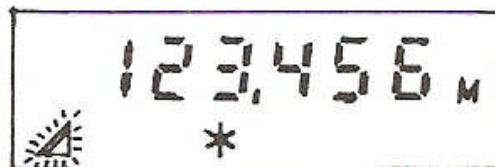
Ennek okai következők lehetnek:

- Pontatlan irányzás
- Kevés a prizmák száma
- Igen kedvezőtlen légköri viszonyok

Elindítjuk a mérést a mérést indító gomb benyomásával.

A mérés indítását egy rövid sípoló hang jelzi.

A mérés befejeztével ismét egy rövid sípoló hangot hallunk, majd a kijelzőn megjelenik a mért ferde távolság (10. ábra).



10. ábra

Az első mérés eredményének kijelzése után elkezdődik a második mérés, majd a harmadik (tehát a műszer ismételve mér). Ha az indító gombot ismételt mérés közben megnyomjuk, akkor leáll a mérés ismétlése, a kijelzőn a legutolsó mérés eredménye lesz látható.

Az így kapott ferde távolságot a további számításokhoz a vízszintesre kell redukálni. Ehhez szükséges a magassági szöget (vagy műszertől függően a zenitszöget) mérni és az alábbi számításokat elvégezni:

$$t_v = t_f \cdot \cos \alpha \text{ (magassági szög mérése esetén)}$$

vagy

$$t_v = t_f \cdot \sin z \text{ (zenit szög mérése esetén)}$$

A geodézia számításához mindig vízszintes távolságot használhatunk fel. Megjegyezzük, hogy a redukálást nem csak vízszintesre, hanem a függőlegesre is elvégezhetjük és ez esetben tulajdonképpen a magasságkülönbséget kapjuk meg. A magassági szög (vagy zenit szög) mérését teodolitra szerelt távmérő esetén azon idő alatt, míg a műszer a távolságot méri elvégezhetjük (hisz ez a magassági körön való leolvasást jelent csak).

A P pont magasságát az alábbiak szerint számítjuk:

$$MP = MA + hm \pm \Delta m - h_j$$

Δm előjele a magassági (illetve zenit) szögtől függ.

2.2. TÁVMÉRÉS BILLENTYŰZET ALKALMAZÁSÁVAL

A REDMINI 2 objektív felőli homloklapján található egy csatlakozási lehetőség egy billentyűzet számára.

A billentyűzet a funkciók kiterjesztését teszi lehetővé.

Az egyes gombok értelmét az alábbiakban adjuk meg:

	- standard és tracking üzemmód váltó
	- tizedes pont / kitűzési adat mérés
	- előjel váltó / adat kihívása a memóriából
	- törlés / prizmaállandó bevitel
	- "1" számjegy / kitűzendő távolság bevitel
	- "2" számjegy / zenitszög bevitel
	- "3" számjegy / atmoszferikus korrekció bevitel
	- "4" számjegy
	- "5" számjegy
	- "6" számjegy
	- "7" számjegy / ferde távolság mérése
	- "8" számjegy / vízszintes távolság mérése
	- "9" számjegy / magasságkülönbség mérése
	- "0" számjegy
	- adat tárolása a memóriába
	- a mérés folyamatának leállítása

Ferde távolság mérése

Az előzőekben már ismerttetett előkészületek (pontraállítás, irányzás stb. és bekapcsolás) után a mérést a billentyűzet 7-es számjelű gombjával indítjuk és ha nem kívánjuk a mérések további ismétlését a CA gomb megnyomásával állítjuk be. A kijelzőn a 10. ábra szerint a ferde távolság jelenik meg.

Vízszintes távolság vagy magasságkülönbség mérése

Ha vízszintes távolságot vagy magasságkülönbséget kívánunk meghatározni, szükséges előtte a zenitszögnek a memóriába vitele. Ezért a mérést előkészítő műveletek után leolvassuk előbb a teodolit magassági körén a zenit szöget és a billentyűzet 2-es szám gombjának megnyomása után bebillentyűzzük. Megjegyezzük, hogy a gyakorlat számára

gyakran elegendő a zenitszöget perc élességgel megadni (bár a műszer lehetővé teszi a másodperc élességű megadást is).

A mérés lépései a következők:

1. Műszer és prizma pontraállítása
2. Műszer és jelmagasság mérése
3. Irányzás
4. Távmérő bekapcsolás (POWER)
5. Zenitszög leolvasása a magassági körön
6. A zenitszög bevitele:

A 2-es gomb megnyomása után beírjuk a számgombok segítségével a zenitszög értékét oly módon, hogy a fok érték bebillentyűzése után tizedes pontot teszünk (a perc és másodperc közé nem kell!!!) $81^{\circ}42'26''$ így néz tehát ki: 81.4226

A beírást követően ne felejtjük el az ENT gombot megnyomni.

7. A vízszintes távolság méréséhez nyomjuk a 8-as gombot (A magasságkülönbség méréséhez a 9-es gombot nyomjuk meg.)

A mérés leállítása a CA gombbal történik.

2.3. VÍZSZINTES TÁVOLSÁGOK KITŰZÉSE

Vízszintes távolságok kitűzésekor a műszer memóriájába kell juttatni a kitűzendő távolságot és a távcsőhajlás pillanatnyi helyzetét (zenit szöget). A kitűzendő pont közelébe (becsléssel) helyezve a prizmat és mérést végezve rá a műszer kijelzi a mért távolság és a kitűzendő távolság különbségét. Így a feladat ismételt mérésekkel fokozatos közelítéssel oldható meg. Megjegyezzük, hogy az utolsó méteren belüli prizmahely korrekciót, a gyakorlatban rendszerint mérőszalag segítségével végzik el.

A kitűzés lépései a következők:

1. A műszer pontraállítása
2. A prizma a kitűzendő távolság közelébe való helyezése a kérdéses irányban.
3. Az 1-es gomb megnyomása után a kitűzendő távolság memóriába vitele
4. A prizma beirányzása után a zenitszög leolvasása majd a 2-es gomb megnyomását követően a számgombok segítségével a memóriába vitele.
5. Az S-O gomb, majd a 8-as gomb megnyomását követően a kijelzőn a prizma pillanatnyi helyének és a kitűzendő távolság különbsége jelenik meg.
6. A különbség mértékével a prizma helyét módosítjuk (becsléssel) és ismét mérést végzünk a prizma felé.

Felhívjuk a figyelmet, hogy a zenitszög értéke az áthelyezés következtében változik, így azt ismét be kell vinni a memóriába (a kitűzendő távolság bent marad, míg a műszert ki nem kapcsoljuk)

7. A 6. pont ismétlése még a pont közelébe nem jutunk 1 méteren belül, amikor is a korrekciót kézi szalag segítségével végezzük.

2.4. BEÁLLÍTÁSOK

Mint már említettük korábban a műszerállandókat - a prizmaállandót és az atmoszferikus korrekciót - változtatni tudjuk. Hasonlóan változtatni tudjuk a szögértékek mértékegységét. A változtatásra a billentyűzet ad lehetőséget.

Prizmaállandó beállítása

A prizmaállandó beállításához a bekapcsolást követően nyomjuk meg a billentyűzet PC jelző gombját (a prizmaállandó egy konstans, mely azt fejezi ki, hogy a fény a prizmába mekkora utat tett meg).

Ekkor a kijelzőn megjelenik a prizmaállandó pillanatnyi értéke.

Az új érték beállításakor először adjuk meg a prizmaállandó előjelét. Ezt az RCL gomb megnyomásával érjük el, majd a számbillentyűk segítségével beírjuk az új értéket.

Végül az ENT gombbal lezárjuk a bevitelt.

Atmoszferikus korrekció beállítása

Az atmoszferikus korrekció értékét a hőmérséklet és légnyomás megmérését követően a műszerhez mellékelt korrekciós kártyán levő diagramból olvashatjuk ki.

A megadáshoz a bekapcsolást követően a billentyűzet 3-as gombját nyomjuk meg. Hatására a kijelzőn a korrekció pillanatnyilag beállított értéke jelenik meg.

A felülíráshoz a billentyűzet számbillentyűit használjuk. A beírást követően ENT lenyomásával zárjuk a bevitelt.

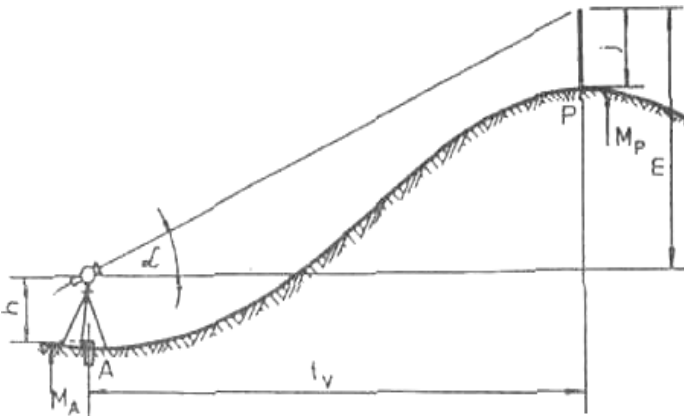
Szögértékek mértékegységének beállítása

Attól függően, hogy a zenitszög méréséhez 360-as vagy 400-as rendszerben dolgozó műszert használunk lehetőség van a kívánt szögmérés mértékegységének beállítására.

A beállítás a következő módon történik:

1. Bekapcsolást és billentyűzet csatlakoztatást követően nyomjuk meg egyidejűleg a műszer homlokfalán lévő bekapcsolás (POWER) és mérés indítás gombot.
2. A billentyűzeten nyomjuk le a 2-es gombot. Ennek hatására, ha a beállított mértékegység 360-as, akkor a kijelzőn $0^{\circ}00'00''$ látható, ellenkező esetben 0.000 érték.
3. Változtatni a 2-es gomb ismételt lenyomásával lehet.
4. Enter

3. TRIGONOMETRIAI MAGASSÁGMÉRÉS



11. ábra

A trigonometriai magasságmérésnél a magasság meghatározását derékszögű háromszög mérésére és számítására vezetjük vissza (11. ábra). Megmérjük a pont távolságát a teodolittól és a pontra menő irány magassági szögét

Az ismeretlen másik befogó az $m = t_v \cdot \operatorname{tg}\alpha$ képletből számítható,

ahol m a pont magassága a teodolit fekvőtengelyének szintje felett, t_v a pont távolsága a teodolittól, α

pedig a leolvasott magassági szög.

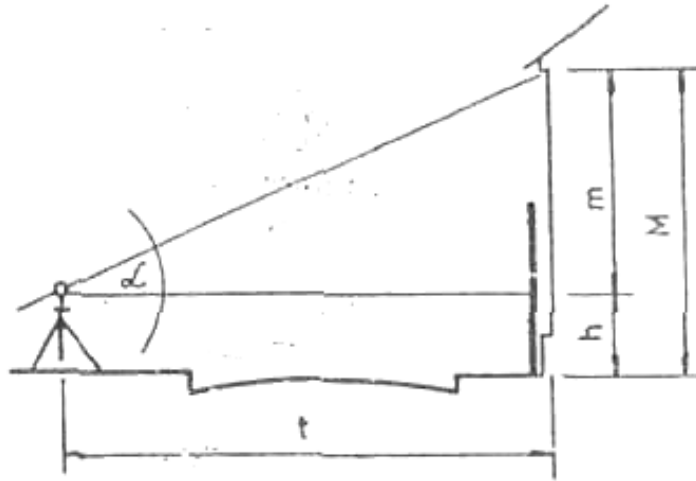
A geodéziai gyakorlatban ez általában nem ennyire egyszerű. Adott általában a műszerállás alatti alappont magassága (M_A), fölötte a műszer fekvőtengelyének magassága h , a mérendő pont vízszintes távolsága (t_v) és nem magát a pontot, hanem a rajta álló j magasságú jel tetejét irányozzuk. Ezekon kívül 400 m-nél nagyobb távolság esetén már a Föld görbületét és a levegőben bekövetkező fénytörést, az úgynevezett refrakció hatást is figyelembe kell venni a számításnál. Az előbbi képlet ezek után már komplikáltabb:

$$M_B = M_A + h + t_v \cdot \operatorname{tg}\alpha - j + (1 - k) \frac{t_v^2}{2r}$$

ahol K = refrakció koefficiens, átlagértéke 0,13; r = a gömbnek tekintett Föld sugara. A képlet utolsó tagját táblázatból vehetjük a (t_v), függvényében. A meghatározás várható pontossága ± 5 -10 cm.

A trigonometriai magasságmérés nagyon alkalmas épületek magasságának meghatározására. Előnye ugyanis, hogy kis távolságon is aránylag nagy magasságkülönbséget mérhetünk meg és a mérési munka kevés, tehát gyorsan elvégezhető. Az elérhető 1...2 cm-es pontosság gyakorlati célokra elegendő.

Példaként a 12. ábrán egy épület főpárkány-magasságának mérését láthatjuk. A teodolitot felállítjuk a mérendő saroktól a várható (becsült) magasság másfél-, vagy kétszeres távolságára, hogy a magassági szög 30 és 40° közötti legyen.



12. ábra

A mérendő saroknál az épület lábazata mellé állíthatunk egy szintező léceket, amit vízszintesen megirányozva meghatározzuk a műszer horizontmagasságát a járdaszint felett (h). Azután megirányozzuk a műszerrel a főpárkány falhoz csatlakozó pontját, és megmérjük a magassági szöveget (α).

Végül a műszer és a mért pont vízszintes távolságát is meg kell mérnünk (f)- Az épület homlokzatának magassága ezek után az

$$m = h + t \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

képlet alapján számítható.

Előfordul, hogy az irányzott pont vízszintes távolsága nem mérhető meg közvetlenül, mert az nincs a homlokzati síkban. Ez esetben - ha van elég hely az épület mellett - elő-metszéssel határozzuk meg a pont távolságát. Az előmetszéssel történő távolság meghatározás menetét az 13. ábra alapján mutatjuk be.

Feladatunk egy mészégető (vagy téglagyár) kéményének magasságát meghatározni. A méréshez két műszerállást jelölünk ki, melyeket cövekkel megjelölünk. A két pont a kéménnyel megközelítőleg egyenlő oldalú háromszöget alkotson. Legyen a két pont A és B, a mérendő pont P. Mérőszalaggal megmérjük az AB távolságot (b). Azután felállunk teodolittal előbb az A, majd a B pont fölé és megmérjük a vízszintes szögeket (φ_A és φ_B) és a magassági szögeket (α_A és α_B), valamint a műszerállaspontokhoz tartozó horizontmagasságokat (h_A és h_B)

A számítási munkát a háromszög két oldalának meghatározásával kezdjük. A szinusz tétel alapján

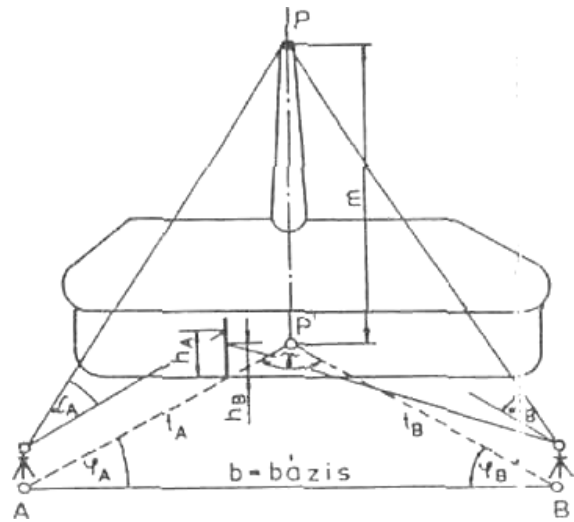
$$\frac{t_A}{b} = \frac{\sin \varphi_B}{\sin \gamma}$$

$$\frac{t_B}{b} = \frac{\sin \varphi_A}{\sin \gamma}$$

amiből

$$t_A = b \frac{\sin \varphi_B}{\sin \gamma}$$

$$t_B = b \frac{\sin \varphi_A}{\sin \gamma}$$



13. ábra

ahol γ a háromszög harmadik szöge, a mért szögekből számítható
 $\gamma = 180^\circ - (\varphi_A + \varphi_B)$

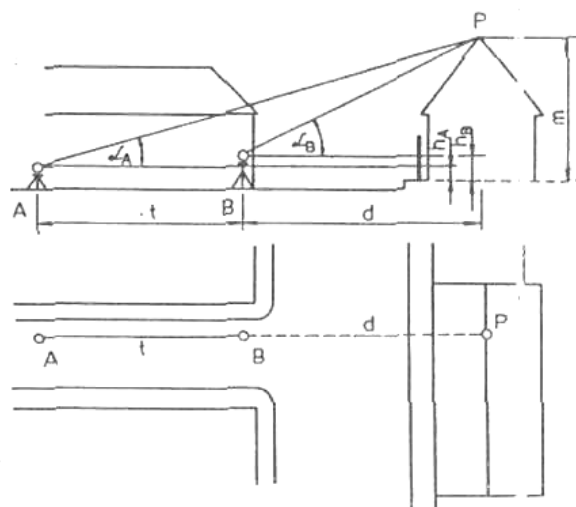
A távolságok ismeretében a kémény magassága most már mind a két ponton mért adatokból számítható:

$$m_A = h_A + t_A \cdot \operatorname{tg} \alpha_A$$

$$m_B = h_B + t_B \cdot \operatorname{tg} \alpha_B$$

A két m értéknek meg kell egyeznie. Kisebbsé eltérés esetén középértéket veszünk, nagyobb eltérés hibát mutat, amit vagy a mérésben, vagy a számításban követtünk el. A hibát meg kell

keresni. Ha nincs helyünk az előmetszés elvégzésére, akkor a két pontból történő mérést egy függőleges síkba eső pontokon is elvégezhetjük az 14. ábrán látható módon.



14. ábra

Tételezzük fel, hogy egy épület gerincmagasságát kell megmérnünk. Az épület szűkebb belvárosi utcában áll, szemből is egy utca csatlakozik. Kiválasztjuk a

gerincnek egy jellegzetes (pl. kémény melletti) pontját, s most úgy tűzünk ki két álláspontot,

hogy azok és a megméréendő pont egy egyenesbe essenek (A, B és P). Megmérjük a két alappont távolságát (t), majd a teodolitot felállítjuk egymás után a két alappontra és

megmérjük a magassági szögeket (α_A és α_B), valamint a műszerhorizont magasságokat (h_A és h_B).

A magasság számítását a két háromszögből végezzük kétismeretlenes egyenletrendszer megoldásával:

$$m = h_A + (t + d) \cdot \operatorname{tg} \alpha_A$$

$$m = h_B + d \cdot \operatorname{tg} \alpha_B$$

egyenletekből

$$d = \frac{h_A + t \cdot \operatorname{tg} \alpha_A - h_B}{\operatorname{tg} \alpha_B - \operatorname{tg} \alpha_A}$$

A d távolság ismeretében a magasság most már mindkét háromszögből számítható.

4. MAGASSÁGÁBRÁZOLÁS

Térképeink készítésekor arra törekszünk, hogy azok minél tökéletesebben tükrözzék a rajtuk ábrázolt terep jellemzőit. Így sokszor nem elegendő a síkrajzi vonalak megrajzolása, a terep magasságviszonyait, azaz domborzatát is ábrázolni kell.

4.1. A MAGASSÁGÁBRÁZOLÁS MÓDSZEREI

A térképi magasságábrázolásnak két követelményt kell kielégítenie:

Meg kell tudni állapítani a térképről a bármely pont tengerszint feletti magasságát, egyes vonalszakaszok esésirányát, lejtésszögét.

Szemléletesen kell ábrázolni a terep idomait; alaki jellemzőit, hogy pusztán szemlélet alapján egyértelműen felismerhető legyen a térképen ábrázolt domborzat.

Mindezekon felül a domborzatábrázolás legyen összhangban a síkrajzzal, kiegészítse és ne elnyomja azt. Az idők során sokféle domborzatábrázolási módszer alakult ki.

A *színfokozatos* domborzatábrázolást a földrajzi atlaszokból ismerjük.

A szárazföld magassági viszonyait a zöld-sárga-barna színek és ezek árnyalataival, a vizek (tengerek) különböző mélységeit a kék árnyalataival fejezik ki. Igen szemléletes, de az 1. alatti feltételnek még igen sok színfokozat alkalmazása mellett sem tesz eleget.

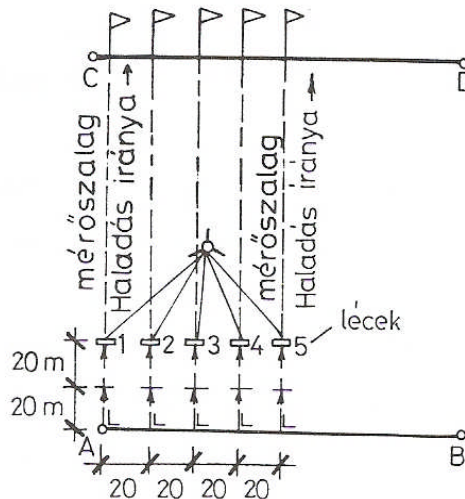
Természetes terepalakulatok ábrázolására ma a *szintvonalas* domborzatábrázolást használjuk a nagyméret arányú térképeken. A szintvonal az azonos magasságú tereppontokat összekötő vonal. Értelmezhetjük a szintfelület és a terep áthatási vonalaként is. A különböző, de az alapfelülethez képest meghatározott magasságú szintfelületek adják a szintvonalak sokaságát, melyek jól kifejezik a domborzat idomait. Előnye, hogy tetszőleges tereppontok magasságát pontosan leolvashatjuk róla, a lejtőszög bárhol pontosan meghatározható. Hátránya, hogy lankás vagy közel sík terepen a szintvonalak távol kerülnek egymástól és így már nem elég plasztikus. Színtörléses módszerrel kombinálva térhatása növelhető.

5. TERÜLETSZINTEZÉS

A területszintezés a sík, domborzatilag jellegtelen területek terepfelmérési módszere.

Legáltalánosabb alkalmazási területe a mezőgazdasági vízügyi létesítmények - mint pl. öntözés, belvízrendezés - tervezéséhez szükséges domborzati térkép készítése. Méretaránya 1:500 - 1:4000 között változhat, a tervezői kívánalomnak megfelelően.

Az eljárás lényege, hogy a magasságilag felméréndő terepen négyzethálózatot tűzünk ki - melyek oldalhosszúsága a kívánalomtól függőlegesen 5-10-20 vagy 50 m és meghatározzuk a terepmagasságot a négyzetek sarokpontjain. (15. ábra). A felméréskor kompenzátoros szintezőműszert és öt szintezőlécet (kivételesen 10) használunk.



15. ábra

A feladatot az alábbi lépések szerint hajtjuk végre:

Előkészítés:

1. Kitűzzük a főalapot, majd a segédalapot (több alapvonal esetén a töréspontokat geodéziaiilag meghatározzuk)
2. Kijelöljük a főalapot és a segédalapot a megadott osztásköznek megfelelő távolságokat.

Az alapvonalon minden ötödik pontot cövekkel jelöljük meg. A közbenső pontokat elegendő egy-egy kapavágással vagy más egyszerű módon megjelölni.

3. Szintezéssel meghatározzuk a cövek tetejének magasságát.

4. A segédalpvonalon kitűzőrúddal megjelöljük az első öt pontot.
5. A két szélső (1-es és 5-ös) léces vonalában mérőszalagot fektetünk.

Mérés:

6. Az öt lécc az alpvonalon lévő első öt pontra áll. Az 1-es léces a léccet a cövek tetejére állítja.
7. Felállunk szintezőműszerrel úgy, hogy egy állásból minél nagyobb területet tudjunk átlátni.
8. Léccleolvasást végzünk a cöveken álló 1-es léccen mm élességgel, majd "tovább" vezényszóra a léccet a cövek mellé helyezi a léccet.
9. A műszerrel további léccleolvasásokat teszünk cm élességgel a következő sorrendben: 1-5-4-3-2.
10. Miután az 1-es léccet a talajon is leolvastuk, az a lefektetett szalag mentén egy osztásközzel előre áll. A sorrendben következő 5-ös ugyancsak a szalag mentén lép előre.

A közbenső 4-3-2 léccsek a leolvasást követően úgy állnak előre, hogy hosszirányban a segédalpvonalon lévő kitűzőrudakat figyelve tartják az irányt, keresztirányban pedig az 1-es léccet inti be az 1-5 irányban.

- Ha egy szalagfekvéssel elkészültünk a szalagot tovább viszik. A szalag hátul lévő végét az 1-es és 5-ös lécc fogja és beinti az elől lévő szalagot a segédalpvonalon lévő és neki megfelelő kitűzőrúd irányában.

- A léccleolvasások után egyértelmű vezényszóval küldjük tovább a léccet pl.: "2-es tovább", vagy "3-as tovább".

- Ha sávjaink olyan hosszúak, hogy egy műszerállásból nem látjuk végig, akkor az utolsó sáv leolvasása után az egyik - rendszerint szélső - léccet sarura vagy egy ideiglenesen levert cövekre állítjuk és mm élességgel "előre" leolvasást végzünk. A műszer átállása után pedig ide irányzunk "hátra", s így visszük tovább a magasságot.

- A jegyzőkönyv vezetéséhez A/4-es papírlapokra előre megrajzoljuk a négyzethálózatot. Egy-egy lapon egy műszerállásnak megfelelő rácshálózatot tüntetjük fel. Tehát annyi lapunk lesz, ahány műszerállás. A lapokat a műszerállások sorrendjének megfelelően számozzuk.

Az alpvonal megfelelő szelvényszámait a lap szélső négyzetsarkára írjuk.

A kezdőkarón álló léccre tett "hátra" leolvasást a lap szélére felírjuk oly módon, hogy a karó korábban meghatározott és felírt magasságához azonnal hozzá tudjuk adni, s így a látsík (műszerhorizont) magasságát számoljuk.

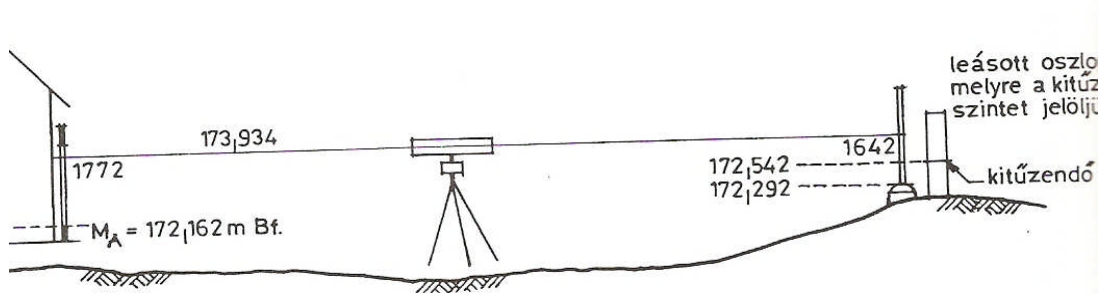
6. MAGASSÁGOK KITŰZÉSE (MEGADÁSA)

A magasságok meghatározásának ellentett művelete a magasságok megadása. Míg vonalszintezésnél egy ismeretlen magasságú pont magassági mérőszámát (abszolút vagy relatív magasságot) kell meghatározni utóbbi esetben egy előre megadott magassági érték (szint) kijelölését kell a függőleges mentén egy előre megadott helyen elvégezni.

A feladatot az alábbiak szerint végezzük el:

(A könnyebb érthetőség kedvéért tételezzük fel, hogy a megadandó pont függőlegesének közelében - egy műszerálláson belül - van egy magassági alappontunk 16. ábra)

A megadandó pont helyén egy oszlopot ásunk le. Erre jelöljük a kitűzendő szintet.



16. ábra

1. Szintezőműszerrel felállunk a magassági alapponttól és a kitűzendő ponthelytől azonos távolságra.
2. Az alappontra helyezett szintezőlécen lécleolvasást végzünk (1772).
3. A lécet átküldjük az oszlop mellé helyezett sarura és ott lécleolvasást végzünk (1642).
4. Kiszámítjuk a műszerhorizontot, majd abból a saru magasságát

$$172,162 + 1,772 = 173,934 - 1,642 = 172,292 \text{ mBf}$$

5. Kiszámítjuk a kitűzendő szint és a saru magasságkülönbségét.

$$172,542 - 172,292 = 0,250 \text{ m}$$

és ezt az értéket a lécc mentén fölmérjük és szeggel vagy időjárásálló írónnal megjelöljük.

Ha a kitűzendő pont távolabb van az alapponttól mint egy műszerállás ez esetben az alappontból indulólag a vonalszintezésnél tanultak szerint meghatározzuk a saru magasságát és a továbbiakban a már leírtak szerint járul el.

Előfordulhat, hogy a kitűzendő pont magassága kisebb mint a saru magassága. Ez esetben a saru alatt kellene a pontot kitűzni, ami - mivel az oszlopot leástuk - gyakorlatilag megoldhatatlan.

Ilyenkor az alábbiak szerint járul el:

Első példánknál maradva a saru magassága 172,292 mBf.

Tételezzük fel, hogy a kitűzendő pont magassága 171,816 mBf. Ez esetben tehát 0,476 m-t kellene a saru felső szintjétől lefelé mérni, hogy a kívánt szintet jelöljük ki, ami nem oldható meg.

A nehézséget úgy hidaljuk át, hogy a lécz mentén felmérünk

$1,000 - 0,476 = 0,524$ m-t és a jelöléshez odaírjuk - 1 -t.

Vagyis a megadandó szint fölötti 1 m-t jelöltük ki. Természetesen az 1 m nem kötött számérték, bármely más számot választhatunk, de ez esetben az oszlopra az kerül felírásra.

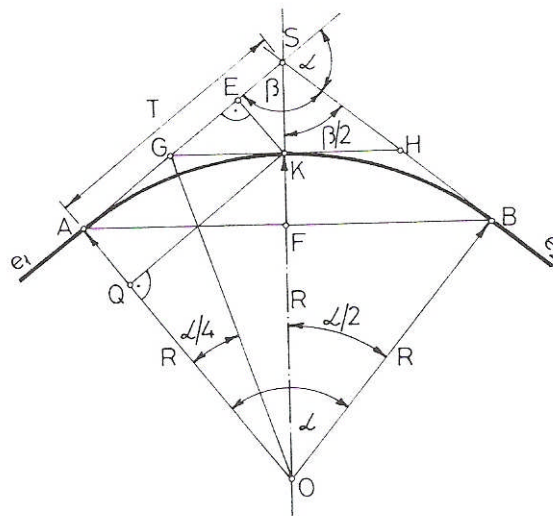
Nagyobb pontosságú magasságmegadásoknál rendszerint a megadandó pont függőlegesébe nem sarut alkalmazunk, hanem az oszlopba előre bevert szög magasságát határozzuk meg, majd attól mérjük fel a szükséges értékeket.

7. ÍVKITŰZÉS

Vonalas létesítmények köríveinek kitűzését a gyakorlatban két lépésben oldjuk meg. Először a főpontokat tűzzük ki, s ezzel megadtuk az ív vázát. Ezt követően tűzzük ki a részletpontokat a már kitűzött főpontok között.

7.1. KÖRÍVEK FŐPONTJAINAK KITŰZÉSE

A főpontkitűzés alapadatai a *körívsugár* (R) és a *középponti szög* (α).



17. ábra

A kitűzést megelőző számításokat az alábbi sorrendben célszerű végezni 17. ábra alapján:

1. Az ív eleje és vége (A és B) kitűzéshez szükséges T tangeshosszak meghatározása

$$T = \overline{AS} = \overline{BS} = R \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

$$\overline{SK} = R \cdot \left(\sec \frac{\alpha}{2} - 1 \right)$$

$$\overline{AE} = R \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\overline{EK} = R \cdot \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\overline{AG} = R \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} = \overline{GK} = \overline{KH} = \overline{HB}$$

A kitűzést az alábbiak szerint hajtjuk végre:

1. Teodolittal felállunk S ponton

2. Beirányozzuk e_1 egyenes egy pontját, majd ebben az irányban kimérjük T távolságot. Eredményül kapjuk az ív eleje pontot.

3. Beirányozzuk e_2 egyenes egy pontját és felmérjük ismét T távolságot. Ezúttal az ív vége pontot kapjuk meg.

4. Kitűzzük β szög felezőjének irányát és kimérjük \overline{SK} távolságot. Ezzel megkapjuk az ív közép pontot. Amennyiben \overline{SK} távolság kimérésének akadálya lenne, úgy \overline{AE} és \overline{EK} ortogonális kitűzési elemek, vagy az \overline{AG} távolság felhasználásával jelöljük ki K pont helyét.

A kitűzési adatok az ívkitűző zsebkönyvek különböző ívsugarakra vonatkoztatva tartalmazzák.

Körívfőpontok adatai

$\alpha = 21^\circ$

Perc	AS	SK	AE	EK	AB	Perc
	$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$	$\sec \frac{\alpha}{2} - 1$	$\sin \frac{\alpha}{2}$	$1 - \cos \frac{\alpha}{2}$	$\operatorname{arc} \alpha$	
0	0,249 33	0,030 61	0,241 92	0,029 70	0,488 69	0
1	0,249 48	0,030 65	0,242 06	0,029 74	0,488 98	1
2	0,249 64	0,030 69	0,242 20	0,029 78	0,489 27	2
3	0,249 79	0,030 73	0,242 35	0,029 81	0,489 57	3
4	0,249 95	0,030 76	0,242 49	0,029 85	0,489 86	4
5	0,250 10	0,030 80	0,242 63	0,029 88	0,490 15	5
6	0,250 26	0,030 84	0,242 77	0,029 92	0,490 44	6
7	0,250 41	0,030 88	0,242 91	0,029 95	0,490 73	7
8	0,250 56	0,030 91	0,243 05	0,029 99	0,491 02	8
9	0,250 72	0,030 95	0,243 19	0,030 02	0,491 31	9
10	0,250 87	0,030 99	0,243 33	0,030 06	0,491 60	10
11	0,251 03	0,031 03	0,243 47	0,030 09	0,491 89	11
12	0,251 18	0,031 06	0,243 62	0,030 13	0,492 18	12
13	0,251 34	0,031 10	0,243 76	0,030 16	0,492 47	13
14	0,251 49	0,031 14	0,243 90	0,030 20	0,492 77	14
15	0,251 65	0,031 18	0,244 04	0,030 23	0,493 06	15
16	0,251 80	0,031 22	0,244 18	0,030 27	0,493 35	16
17	0,251 96	0,031 25	0,244 32	0,030 31	0,493 64	17
18	0,252 11	0,031 29	0,244 46	0,030 34	0,493 93	18
19	0,252 27	0,031 33	0,244 60	0,030 38	0,494 22	19
20	0,252 42	0,031 37	0,244 74	0,030 41	0,494 51	20
21	0,252 58	0,031 40	0,244 88	0,030 45	0,494 80	21
22	0,252 73	0,031 44	0,245 03	0,030 48	0,495 06	22
23	0,252 88	0,031 48	0,245 17	0,030 52	0,495 38	23
24	0,253 04	0,031 52	0,245 31	0,030 56	0,495 67	24
25	0,253 19	0,031 56	0,245 45	0,030 59	0,495 96	25
26	0,253 35	0,031 59	0,245 59	0,030 63	0,496 26	26
27	0,253 50	0,031 63	0,245 73	0,030 66	0,496 55	27
28	0,253 66	0,031 67	0,245 87	0,030 70	0,496 84	28
29	0,253 81	0,031 71	0,246 01	0,030 73	0,497 13	29
30	0,253 97	0,031 75	0,246 15	0,030 77	0,497 42	30

A kitűzést az alábbiak szerint hajtjuk végre:

1. Teodolittal felállunk S ponton.

Beirányozzuk e_1 egyenes 1 pontját, majd ebben az irányban kimérjük T távolságot. Eredményül kapjuk az ív eleje pontot.

Beirányozzuk e_2 egyenes egy pontját és felmérjük ismét T távolságot. Ezuttal az ív vége pontot kapjuk meg.

Kitűzzük β szög felezőjének irányát és kimérjük \overline{SK} távolságot. Ezzel megkapjuk az ív középpontot. Amennyiben \overline{SK} távolság kimérésének akadálya lenne, úgy \overline{AE} és \overline{EK} ortogonális kitűzési elemek, vagy az \overline{AG} távolság felhasználásával jelöljük ki K pont helyét.

7.2. KÖRÍVEK RÉSZLETPONTJAINAK KITŰZÉSE

A gyakorlatban körív részletpontok kitűzése történhet ortogonálisan (derékszögű koordinátákkal) vagy polárisan (polár koordinátákkal)

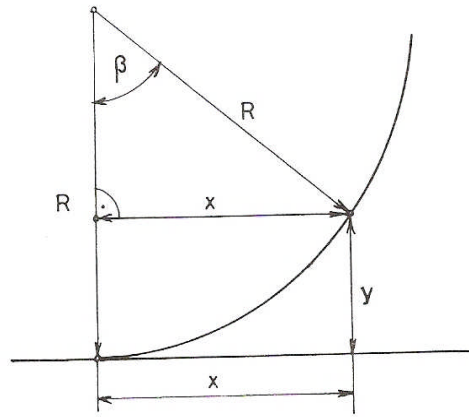
7.2.1. KÖRÍVEK RÉSZLETPONTJAINAK KITŰZÉSE DERÉKSZÖGŰ KOORDINÁTÁKKAL (ORTOGONÁLISAN)

Két eljárás használatos: érintőről kerek abszcissza értékekkel (18. ábra) és egyenlő ívhosszakkal (19. ábra).

Mindkét eljárásnál a koordinátarendszerünk x tengelye az érintő.

Először kitűzzük az érintőn az abszcisszákat, majd ezekben a pontokban merőlegest állítva (pontosságtól függően prizmával, vagy teodolittal) az ordinátákat.

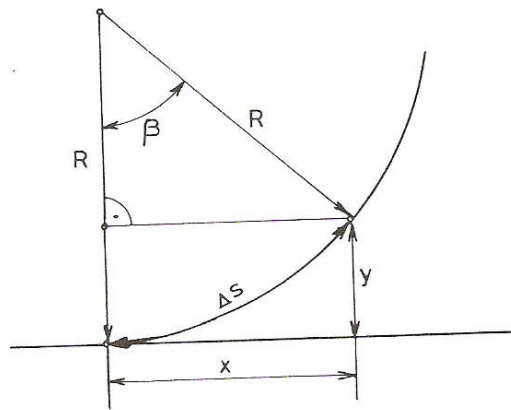
A kitűzési adatokat számítjuk, vagy táblázatból vesszük ki.



$$x = \text{adott}$$

$$y = R - \sqrt{R^2 - x^2}$$

18. ábra



$$\text{arc}\beta = \frac{AS}{R}$$

$$x = R \cdot \sin\beta$$

$$y = R (1 - \cos\beta)$$

19. ábra

Körív-részletpontok adatai kerek ívhosszakkal

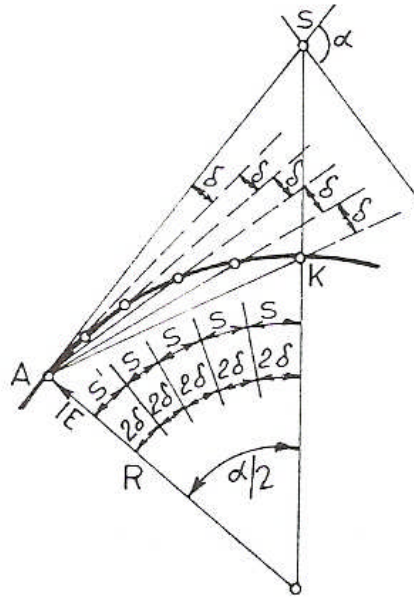
Ív- hossz m	R = 130		R = 140		R = 150		Ív- hossz m
	x	y	x	y	x	y	
5	5,00	0,10	5,00	0,09	5,00	0,08	5
10	9,99	0,38	9,99	0,36	9,99	0,33	10
15	14,97	0,86	14,97	0,80	14,98	0,75	15
20	19,92	1,54	19,93	1,43	19,94	1,33	20
25	24,85	2,40	24,87	2,23	24,88	2,08	25
30	29,73	3,45	29,77	3,20	29,80	2,99	30
35	34,58	4,68	34,64	4,35	34,68	4,06	35
40	39,37	6,11	39,46	5,68	39,53	5,30	40
45	44,11	7,71	44,23	7,17	44,33	6,70	45
50	48,78	9,50	48,94	8,83	49,08	8,26	50
55	53,37	11,46	53,60	10,67	53,78	9,97	55
60	57,89	13,60	58,18	12,66	58,41	11,84	60
65	62,32	15,91	62,69	14,82	62,98	13,86	65
70	66,67	18,40	67,12	17,14	67,49	16,04	70
75	70,91	21,04	71,46	19,61	71,91	18,36	75
80			75,72	22,24	76,26	20,83	80

Körívrészletpont-koordináták kerek abszcisszákkal

x absz- cissz a	y ordinátaértékek					x absz- cissz a
	95	100	110	120	130	
méteres körívsugárnál						
5	0,13	0,12	0,11	0,10	0,10	5
10	0,53	0,50	0,46	0,42	0,39	10
15	1,19	1,13	1,03	0,94	0,87	15
20	2,13	2,02	1,83	1,68	1,55	20
25	3,35	3,18	2,88	2,63	2,43	25
30	4,87	4,61	4,17	3,81	3,51	30
35	6,68	6,32	5,72	5,22	4,80	35
40	8,42	8,35	7,53	6,86	6,31	40
45	11,33	10,70	9,63	8,76	8,04	45
50	14,22	13,40	12,02	10,91	10,00	50
55	17,54	16,48	14,74	13,35	12,20	55
60	21,34	20,00	17,81	16,08	14,67	60
65			21,26	19,13	17,42	65
70				22,53	20,46	70

7.2.2. KÖRÍVEK RÉSZLETPONTJAINAK KITŰZÉSE KERÜLETI SZÖGEKKEL (POLÁRISAN)

A körív részletpontok kitűzésének egyik legelőnyösebb módszere. A szükséges mérőeszközök: szögmérőműszer és mérőszalag. A módszer alap gondolata, hogy a körív bármely pontján is legyen a kerületi szög csúcса, az *egyenlő ívhosszakhoz egyenlő kerületi szögek tartoznak* és a szögértékek nagysága egyenlő az ívhez tartozó középponti szög felével. (20. ábra)



20. ábra

$$\text{arc } 2\delta = \frac{s}{R}$$

$$\text{amelyből } \text{arc } \delta = \frac{s}{2R}$$

Adott ívhossz esetén a szükséges kerületi szögek értékeit a körív sugarától függően táblázatos formában tartalmazzák az ívkitűzési kézikönyvek.

Nem kerek ívhosszaknál - mivel a kerületi szög is arányos az ívhosszal - az ívkitűző zsebkönyvek megfelelő táblázatából kivehető értékek egyszerű összeadásával állapíthatjuk meg a keresett kerületi szög értékét.

Példa:

Mennyi $R = 110$ m sugarú ív esetén 12,56 m ívhosszhoz tartozó kerületi szög?

Kerületi szögek értékei

Ív- hossz m	Körívsugár méterben												Ív- hossz m
	90			95			100			110			
	°	'	"	°	'	"	°	'	"	°	'	"	
0,01	0	0	11,5	0	0	10,9	0	0	10,3	0	0	9,4	0,01
0,02		0	22,9		0	21,7		0	20,6		0	18,8	0,02
0,03		0	34,4		0	32,6		0	30,9		0	28,2	0,03
0,04		0	45,8		0	43,4		0	41,2		0	37,5	0,04
0,05		0	57,3		0	54,3		0	51,6		0	46,9	0,05
0,06		1	8,8		1	5,1		1	1,9		0	56,3	0,06
0,07		1	20,2		1	16,0		1	12,2		1	5,7	0,07
0,08		1	31,7		1	26,8		1	22,5		1	15,0	0,08
0,09		1	43,1		1	37,7		1	32,8		1	24,4	0,09
0,10	0	1	55	0	1	49	0	1	43	0	1	34	0,10
0,20		3	49		3	37		3	26		3	8	0,20
0,30		5	44		5	26		5	9		4	41	0,30
0,40		7	38		7	14		6	53		6	15	0,40
0,50		9	33		9	03		8	36		7	49	0,50
0,60		11	28		10	51		10	19		9	23	0,60
0,70		13	22		12	40		12	2		10	56	0,70
0,80		15	17		14	28		13	45		12	30	0,80
0,90		17	11		16	17		15	28		14	4	0,90
1,00	0	19	6	0	18	6	0	17	11	0	15	38	1,00
2,00	0	38	12	0	36	11	0	34	23	0	31	15	2,00
3,00	0	57	18	0	54	17	0	51	34	0	46	53	3,00
4,00	1	16	24	1	12	22	1	8	45	1	2	30	4,00
5,00	1	35	30	1	30	28	1	25	57	1	18	8	5,00
6,00	1	54	36	1	48	34	1	43	8	1	33	45	6,00
7,00	2	13	41	2	06	39	2	0	19	1	49	23	7,00
8,00	2	32	47	2	24	45	2	17	31	2	5	0	8,00
9,00	2	51	53	2	42	50	2	34	42	2	20	38	9,00
10,00	3	10	59*	3	00	56*	2	51	53*	2	36	16*	10,00
20,00	6	21	58**	6	01	52**	5	43	46**	5	12	31**	20,00
30,00	9	32	57	9	02	48	8	35	40	7	48	47	30,00
40,00	12	43	57	12	03	44	11	27	33	10	25	3	40,00
50,00	15	54	56	15	04	40	14	19	26	13	1	19	50,00
60,00	19	5	55	18	05	36	17	11	19	15	37	34	60,00

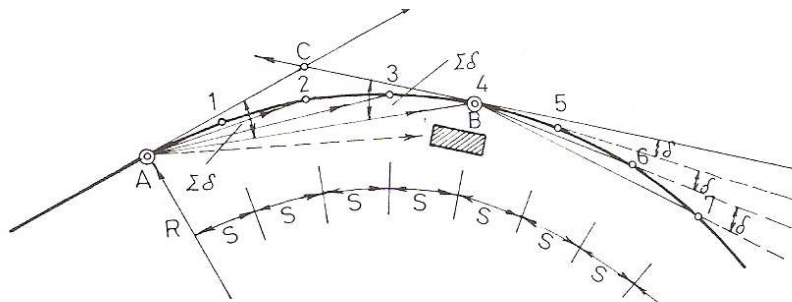
A táblázat alapján

10	2 - 36 - 16
2	0 - 31 - 15
0,5	0 - 7 - 49
0,06	0 - 0 - 56,3
12,56	3 -16 - 56,3

Az eljáráshoz szükséges a körív két megbízható pontjának az ismerete, amire legtöbbször a körív főpontokat használják fel.

A kitűzést az alábbiak szerint hajtjuk végre:

Szögmérőműszerrel felállunk A ponton és beirányozzuk B pontot. (21. ábra). Leolvassuk a vízszintes irányértéket. Adott sugár és felvett S részletponttávolság esetén táblázatból kikeressük a δ kerületi szög értékét. Ezt jobb ívnél levonjuk, bal ívnél pedig hozzáadjuk a B pont irányértékéhez. A műszert az új irányértékre forgatva megkapjuk az első részletpont irányát. Ezt követően az S hosszúságú szalag egyik végét az egyik figuráns a B ponthoz illeszti, a másik végével a figuráns egy kitűzőrúddal addig mozog, amíg a távcső irányvonalába nem kerül (beintjük).



21. ábra

A beintés után a kitűzőrúd helyett a földbe egy cöveket verünk le és a cövek tetején is megjelöljük a pontot szeggel. (a szeget is beintjük S távolságra).

A következő részletpont kitűzéséhez a távcső irányvonalát ismét δ kerületi szöggel változtatjuk, és az előbb kitűzött ponthoz illesztett S hosszú szalagot ismét beintjük.

Amint láttuk a kitűzést a távolabbi körívpontról a műszerállásponthoz közeledve végezzük, ezáltal a kitűzési hibák halmozását csökkentjük.

A gyakorlatban - különösen látási akadályok esetén - előfordulhat, hogy A műszer álláspontról nem látjuk a következő körív főpontot. Ilyenkor a részletpontokat kénytelenek vagyunk a műszerálláspontról távolodó irányban

kitűzni. Ez a hátrányosabb megoldás különös gondos munkát igényel. Ez esetben az induló irány az álláspontbeli érintőirány.

Az A pontban felállított műszerrel a látási akadályig végezzük a kitűzést, majd az utolsó, még látható körív részletpontra állunk át a műszerrel. Az új műszerállásból beirányozzuk az A pontot és ezután a $\Sigma\delta$ szöggel elforgatjuk a távcső irányvonalát, így megkapjuk az új műszerálláshoz tartozó körív érintőt.

Az új érintő ismeretében az előzőek szerint tovább folytathatjuk a részletpont kitűzést.

Megfelelő látási viszonyok esetén az egész körívet a K ívközepe ponton álló műszerrel tűzzük ki, az ív eleje, majd ív vége ponttól a műszerállás felé közeledve.

8. SOKSZÖGELÉS SZÁMÍTÁSA

A teljes számítást *kétszeresen csatlakozó* (kezdő- és végpont koordinátái adottak) és *kétszeresen tájékozott* (a kezdő- és végponton is mértünk tájékozó irányt), sokszögvonala számításán mutatjuk be. (22. ábra).

Adottak a sokszögvonala kezdő- és végpontjának, valamint a két tájékozásul felhasznált alappont koordinátái

$$Y_K \quad X_K$$

$$Y_V \quad X_V$$

$$Y_{T1} \quad X_{T1}$$

$$Y_{T2} \quad X_{T2}$$

Mérési eredmények:

$t_{K1}, t_{12}, t_{2n}, \dots, t_{nV}$ távolságok és

$\beta_K, \beta_1, \beta_n, \dots, \beta_V$ mért irányértékekből számítható törésszögek.

A számítást a következő lépésekben végezzük:

Tájékozó irányok irányszögének számítása (a második alapeladat szerint).

$$\delta_{KT_1} = \arctg \frac{Y_{T1} - Y_K}{X_{T1} - X_K}$$

$$\delta_{KT_2} = \arctg \frac{Y_{T2} - Y_V}{X_{T2} - X_V}$$

A szögzáróhiba és a törésszögek javításának számítása:

$$d\beta = \delta_{VT_2} - (\delta_{KT_1} + [\beta] - g \cdot 180^\circ)$$

a javítás $\frac{d\beta}{n+1}$, ahol n a sokszögoldalok számát jelöli.

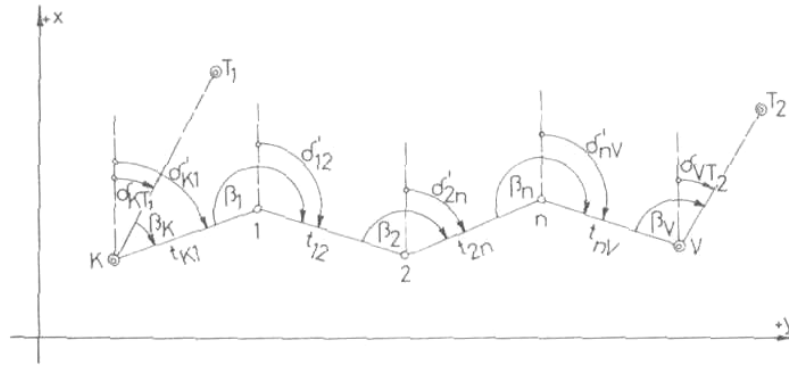
A kiegyenlített törésszögek számítása:

$$(\beta_K) = \beta_K + \frac{d\beta}{n+1}$$

$$(\beta_1) = \beta_1 + \frac{d\beta}{n+1}$$

$$(\beta_n) = \beta_n + \frac{d\beta}{n+1}$$

$$(\beta_V) = \beta_V + \frac{d\beta}{n+1}$$



22. ábra

Ellenőrzés:

$$\delta_{KT} + [\beta] - g \cdot 180^\circ = \delta_{VT_2}$$

A sokszögdalok tájékozott irányértékének a számítása

$$\delta'_{K1} = \delta_{K1} + \beta_K$$

$$\delta'_{K2} = \delta_{K1} \pm 180^\circ \beta_1$$

$$\delta'_{nV} = \delta_{n-1,n} \pm 180^\circ + \beta_n$$

Számítási ellenőrzés:

$$\delta_{nV} = \pm 180^\circ + \beta_V = \delta_{VT_2}$$

Oldal vetületek előzetes értékének számítása:

$$(\Delta Y_{K1}) = t_{K1} \cdot \sin \delta'_{K1} \quad \text{és} \quad (\Delta X_{K1}) = t_{K1} \cdot \cos \delta'_{K1}$$

$$(\Delta Y_{12}) = t_{12} \cdot \sin \delta'_{12} \quad \text{és} \quad (\Delta X_{12}) = t_{12} \cdot \sin \delta'_{12}$$

$$(\Delta Y_{nV}) = t_{nV} \cdot \sin \delta'_{nV} \quad \text{és} \quad (\Delta X_{nV}) = t_{nV} \cdot \cos \delta_{nV}$$

Oldal vetületek összege:

$$[(\Delta Y)] = [t_i \cdot \sin'_i] \quad \text{és} \quad [(\Delta X)] = [t_i \cdot \cos \delta'_i]$$

Koordináta-záróhibák és a hosszegységre eső részük számítása:

$$dY = (Y_V - Y_K) - [(\Delta Y)]$$

$$dX = (X_V - X_K) - [(\Delta X)]$$

A vonalas záróhiba:

$$d = \sqrt{dY^2 + dX^2}$$

Amennyiben a vonalas záróhiba kisebb a megengedett értéknél, a koordináta záróhibák ráoszthatók az oldalvetületekre a mért hosszak arányában. Ehhez számítjuk a záróhibák hosszegységre eső részét:

$$\frac{dY}{[t]} \quad \text{és} \quad \frac{dX}{[t]}$$

ahol $[t]$ a mért oldalhosszak összege.

A kiegyenlített oldalvetületek számítása:

$$\Delta Y_{K1} = (\Delta Y)_{K1} + \frac{dY}{[t]} \cdot t_{K1} \quad \text{és} \quad \Delta X_{K1} = (\Delta X)_{K1} + \frac{dX}{[t]} \cdot t_{K1}$$

$$\Delta Y_{12} = (\Delta Y)_{12} + \frac{dY}{[t]} \cdot t_{12} \quad \text{és} \quad \Delta X_{12} = (\Delta X)_{12} + \frac{dX}{[t]} \cdot t_{12}$$

$$\Delta Y_{nV} = (\Delta Y)_{nV} + \frac{dY}{[t]} \cdot t_{nV} \quad \text{és} \quad \Delta X_{nV} = (\Delta X)_{nV} + \frac{dX}{[t]} \cdot t_{nV}$$

Ellenőrzés:

$$[\Delta Y] = Y_V - Y_K \quad \text{és} \quad [\Delta X] = X_V - X_K$$

A koordináták számítása:

$$Y_1 = Y_K + \Delta Y_{K1} \quad \text{és} \quad X_1 = X_K + \Delta X_{K1}$$

$$Y_2 = Y_1 + \Delta Y_{12} \quad \text{és} \quad X_2 = X_1 + \Delta X_{12}$$

$$Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y_{n-1,n} \quad X_n = X_{n-1} + \Delta X_{n-1,n}$$

Ellenőrzés:

$$Y_n + \Delta Y_{nV} = Y_V \quad X_n + \Delta X_{nV} = X_V$$

9. TÁJÉKOZÁS

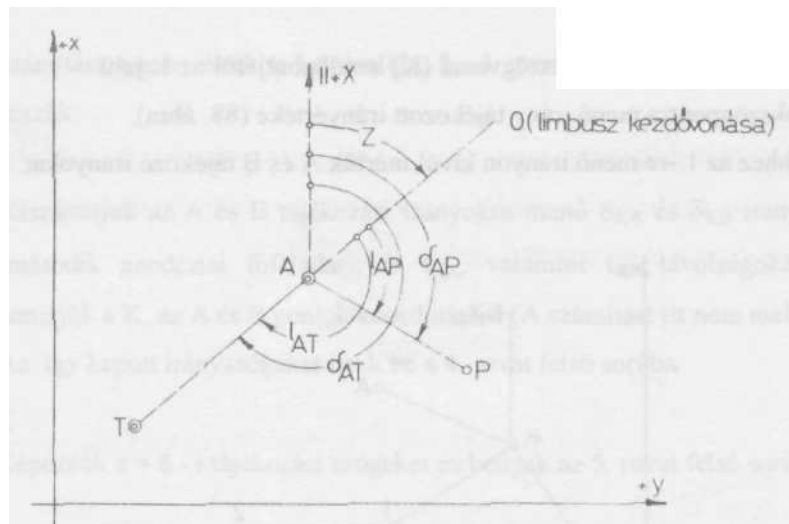
Ismert pontról (koordinátával rendelkező) ismert pontra menő iránynak a + X tengellyel vagy azzal párhuzamos iránnyal bezárt szögét irányyszög számításal határozzuk meg.

Ismert pontról ismeretlen pontra menő irányyszög esetében a fenti szöget un. *tájékozással* határozzuk meg az alábbiak szerint:

Az ismert A ponton teodolittal iránymérést végezve, abba bevonunk a meghatározandó P ponton kívül egy további ismert koordinátájú pontot (T tájékozó irány 23. ábra). Az iránymérés eredményeként kapott l_{AT} és l_{AP} irányérték nem más, mint a kérdéses irányoknak a limbusz kezdővonásával bezárt szöge.

Mivel A és T pont koordinátáit ismerjük, számíthatjuk (második geodéziai főfeladat) δ_{AT} irányyszöget. Ha ebből levonjuk az l_{AT} mért irányértéket, megkapjuk a limbusz kezdő vonásának a + X tengely irányával bezárt szögét.

$$z = \delta_{AT} - l_{AT}$$



23. ábra

Ezta szöget *tájékozási szögnek* nevezzük. Az így kapott tájékozási szöget hozzáadva az l_{AP} irányértékhez, a δ'_{AP} irányyszög jellegű szögértéket kapjuk.

$$\delta'_{AP} = l_{AP} + z$$

Az ily módon számított szöget *tájékozott irányértéknek* nevezzük. A gyakorlatban rendszerint nem egy, hanem legalább két tájékozó irányt mérünk. Ez esetben minden tájékozó irányra tudunk számítani tájékozási szöget, melyek a mérési hibák miatt kis mértékben különböznek egymástól. Ezekből a súlyozott számtani középértéket kiszámítva megkapjuk a Z *középtájékozási szöget* (a limbusz kezdő vonásának legmegbízhatóbb értéke).

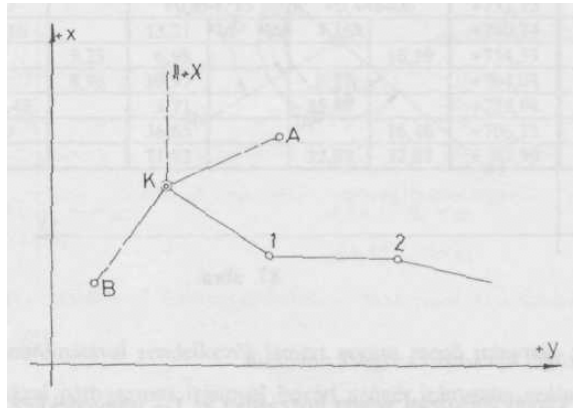
$$Z = \frac{[p_i z_i]}{[p_i]}$$

A p_i súly a mért irány hosszával arányos, így súlyként km-beni hosszát szokás felvenni (a szögletes zárójel összegzést jelent).

Tájékozott irányértéket most már az így kapott középtájékozási szöggel képezzük.

Példa: meghatározandó a sokszögvonala (K.) kezdőpontjáról az 1. jelű sokszögpontra menő irány tájékozott irányértéke (24. ábra).

Ehhez az I.-re menő irányon kívül mértük. A és B tájékozó irányokat.



24. ábra

1	2	3	4	5	6	7	8
Állás pont	Irányzó tt pont	Irányérték (1) (1 és 11 távcsöáll. középértéke)	Irányszög (δ)	Tájékozási szög ($z = \delta - 1$)	z	P	pz
			Tájékozott irányérték	középtájékozási szög (Z)			
K	A	268-46-05	71-54-07	163-08-02	62	2,0	124
	1	344-39-29					
			147-47-25	163-07-56			
	B	45-56-41	209-04-33	163-07-52	52	3,0	156
$Z = \frac{[p \cdot z]}{[p]} = \frac{280}{5} = 56$			$[P \cdot Z] = 280 [P]$				

A számítást a mért értékek beírása (1., 2., 3. rovat) után az alábbi sorrendben végezzük:

Kiszámítjuk az A és B tájékozási irányokra menő δ_{KA} és δ_{KB} irányszögeket (második geodéziai főfeladat), és t_{KA} , valamint t_{KB} távolságokat. Ehhez ismerjük a K, az A és B pontok koordinátáit. (A számítást itt nem mellékeljük.) Az így kapott irányszögeket írjuk be a 4. rovat felső sorába.

Képezzük; $z = \delta - 1$ tájékozási szögeket és beírjuk az 5. rovat felső sorába.

A 6. rovatba beírjuk a tájékozási szögnek a súlyozott számtani közép képzésben résztvevő részét.

(Példánkban a változatlan rész a $163^{\circ}07'$ a közép képző rész a $62''$ illetve $52''$]

A tájékozó irányokra menő távolság ismeretében a 7. rovatba beírjuk az irányok súlyát tizedkilométer élesen.

(Ha pl.: a tájékozó irányra menő távolság $1715,26$ m, akkor a súly 1.7).

4. Képezzük, majd összeadjuk a pz szorzatokat (8. rovat).

5. Kiszámítjuk a középtájékozási szöget és beírjuk a 5. rovat alsó sorába ($16^{\circ}0756''$).

Kiszámítjuk a tájékozott irányértéket $\delta'_{k1} = Z + 1$ és beírjuk a 4. rovat alsó sorába ($I47^{\circ}47'25''$).

10. IRODALOMJEGYZÉK

Aradi-Novotny:Geodézia I. PMMF 1995.

Aradi:Geodéziai praktikum PMMF 1999.