

# 基于支持向量机的电磁逆散射方法\*

王芳芳 张业荣†

(南京邮电大学电子科学与工程学院, 南京 210003)

(2011年5月16日收到; 2011年7月12日收到修改稿)

为解决电磁逆散射问题, 提出了一种实时逆散射方法, 该方法利用支持向量机 (SVM) 将逆散射问题转化为一个回归估计问题. 基于 SVM 的电磁逆散射方法成功地解决了逆散射问题中的非线性和不适定性. 利用穿墙问题测试了该方法的可行性和有效性, 测试结果表明, 不论是无噪声还是有噪声的情况, 该方法都能很好地对墙后目标进行探测与定位. 此外, 在穿墙环境下用 SVM 预测模型讨论了接收天线的采样位置数对预测结果的影响. 最后对多源设置下的预测误差进行了分析和研究, 研究表明, 相比于单源情况多源设置有利于对墙后目标的识别.

**关键词:** 逆散射, 支持向量机, 穿墙问题, 多源设置

**PACS:** 41.20.Jb, 29.40.Gx, 81.70.Ex

## 1 引言

电磁逆散射理论利用散射体外部所测到的散射场来推断散射体的空间位置及其电磁特性等目标信息, 该理论广泛应用于地震学、目标识别、探地雷达、医学成像、地球物理观测和一些无损检测领域. 在过去的十年中, 逆散射研究得到了极大的关注, 特别是在微波成像和目标重构等领域<sup>[1-3]</sup>.

电磁波在散射体内及散射体间存在多次反射, 因此电磁逆散射问题是非线性的. 为解决非线性问题, 通常利用一些近似方法 (例如 Born 近似) 将其转化为线性问题, 然后利用奇异值分解对线性逆散射问题进行反演计算. 此类方法模型简单、计算量小、重建速度快, 但是模型中忽略了多次反射效应, 因此此类方法只适用于弱散射体<sup>[4-6]</sup>. 此外, 将非线性问题转化为优化问题的方法得到了越来越多的应用. 把观测到的散射场与数值计算到的场之间的差值作为价值函数, 通过一些优化算法 (如梯度算法) 来找到反演问题的解. 这种方法的优点是重建质量高, 不足是计算量大、计算时间长<sup>[7,8]</sup>.

在逆散射问题中, 由于测量数据只能在空间

域、时间域和频率域上有限地收集到, 无法为逆散射反演提供充分的信息, 因此逆散射问题又具有不适定性. 为解决不适定性所带来的解的非唯一和不稳定, 无论上述哪类方法都需要采用正则化处理. 然而目前在使用正则化方法时, 正则化参数都是人为设定的, 取值缺乏理论支持, 这也是当今处理逆散射问题的算法中普遍存在而又有待解决的困难.

穿墙问题是电磁逆散射问题的一个特例, 本文通过穿墙探测来检验所提算法的有效性. 穿墙问题相比其他逆散射问题有其特有的难点, 即成像算法中必须考虑墙体的作用. 例如利用上述近似方法或优化算法成像时, 墙体的作用是通过积分方程中的格林函数来计算的. 近些年, Ahmad 等<sup>[9]</sup>利用折射定律找到正确的电磁传播路径, 对成像算法 (例如 BP 算法) 中的时间因子进行修正, 从而达到了考虑墙体作用的效果. 但是在实际情况中, 墙体的参数是未知的, 所以上述方法并未能真正解决穿墙问题.

随着智能方法在电磁逆散射问题中的广泛应用, 神经网络已被用于解决穿墙问题<sup>[10]</sup>. 但是由于神经网络采用经验风险最小化原则, 在训练中最小化样本点误差, 因而不可避免地出现过拟合

\* 国家自然科学基金 (批准号: 61071022)、江苏省高等学校研究生科研创新计划 (批准号: CXZZ11-0381) 资助的课题.

† E-mail: zhangyr@njupt.edu.cn

现象, 这导致模型的泛化能力受到限制. 而且还存在诸如隐层节点数的选择和局部极小化问题, 从而大大限制了其进一步的应用<sup>[11,12]</sup>. 而支持向量机 (SVM) 方法是建立在统计学习理论的 Vapnik-Chervonenkis (VC) 维理论和结构风险最小原理基础上的. 这一方法根据有限的样本信息在模型的复杂性和学习能力之间寻求最佳折中, 以期获得更好的推广能力. SVM 算法求解的是一个凸二次优化问题, 因此得到的解是全局最优的, 避免了神经网络存在的局部最优解问题. 此外 SVM 中的超参数具有正则化的作用, 避免了对逆散射问题再做正则化处理, 而且这些参数是通过交叉验证得到的最优值, 不是人为经验选择的, 因此正则化参数的选择有了一定的理论依据<sup>[13-18]</sup>.

本文首先描述了穿墙问题, 利用电磁场知识对其进行物理及数学建模, 通过分析表明穿墙问题是非线性和病态的. 由于穿墙问题中存在的非线性和病态性, 本文提出了一种基于 SVM 的电磁逆散射方法, 试验验证表明该方法可以实时地解决穿墙问题. 此外, 本文还讨论了接收天线采样位置数对探测结果的影响. 为了模拟实际场景, 对数据中加入噪声的情况也进行了讨论. 最后, 比较了单个发射源和多个发射源情况下的预测结果.

## 2 问题描述

穿墙问题的几何模型如图 1 所示, 靠墙放置一发射天线, 对该场景发射高斯调制脉冲, 墙后放置一中心坐标为  $(x_0, y_0)$ , 半径为  $\rho$  的散射物, 其相对介电常数和电导率分别为  $\varepsilon$  和  $\sigma$ . 接收天线也靠墙放置, 在观测区域  $[-x_m, x_m]$  沿  $x$  方向移动形成一条直线, 通过观测接收天线接收到的散射场来推断散射目标的参数特性. 墙体的相对介电常数为  $\varepsilon_b$ , 电导率为  $\sigma_b$ , 磁导率为  $\mu_b = \mu_0$ . 探测区域  $D$  为  $[x_{\min}, x_{\max}] \times [y_{\min}, y_{\max}]$ , 该区域和观测区域均为自由空间, 其介电常数为  $\varepsilon_0$ , 磁导率为  $\mu_0$ . 目标的散射场与其特性参数的关系为

$$E_s(x_r, y_r, x_t, y_t, w) = k_0^2 \iint_D G(x_r, y_r, x, y, w) \times E_{\text{tot}}(x_t, y_t, x, y, w) \times \chi(x, y) dx dy. \quad (1)$$

这里,  $w = 2\pi f$ , 其中  $f$  为发射信号频率;  $k_0$  为波数;

$(x_t, y_t)$  和  $(x_r, y_r)$  分别为发射天线位置和接收天线位置,  $x_r \in [-x_m, x_m]$ ;  $G(\cdot)$  为表征环境的格林函数;  $E_{\text{tot}}(\cdot)$  为散射体内的总场;  $E_s(\cdot)$  为目标的散射场;  $\chi(\cdot)$  为表征散射物信息的目标函数, 其表达式如下:

$$\chi(x, y) = \frac{\varepsilon_{\text{eq}}(x, y) - \varepsilon_0}{\varepsilon_0}, \quad (2)$$

其中

$$\varepsilon_{\text{eq}} = \varepsilon(x, y)\varepsilon_0 - j \frac{\sigma(x, y)}{w}. \quad (3)$$

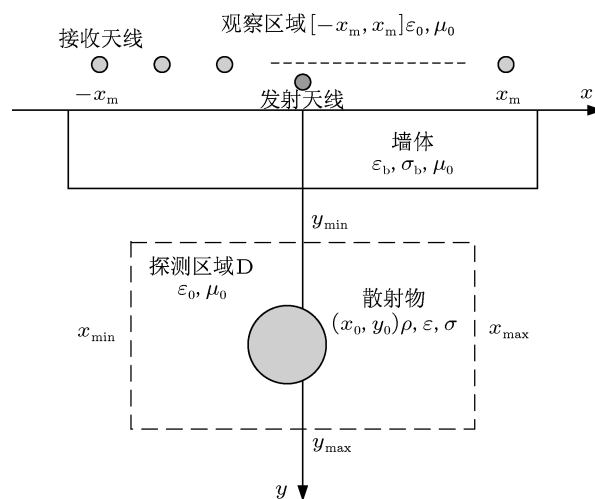


图 1 穿墙问题的几何模型

(1) 式中的  $E_{\text{tot}}(\cdot)$  部分由目标函数  $\chi(\cdot)$  决定, 所以 (1) 式为非线性的; 又因为接收天线位置只是在观测区域内移动, 其接收到的散射场是有限的, 无法为逆散射反演提供充分的信息, 因此该问题又是病态的, 即不适定的. 为了解决逆散射问题中的非线性和不适定性, 我们可将各个采样位置处接收到的目标散射信息组成的向量  $\bar{E}_s(\cdot)$  与目标函数的关系概括地表示为

$$\chi(\cdot) = f(\bar{E}_s(\cdot)). \quad (4)$$

在 SVM 中, 我们可以将  $\bar{E}_s(\cdot)$  作为输入信号,  $\chi(\cdot)$  作为输出信号. 通过时域有限差分 (FDTD) 仿真实验得到训练数据对  $(\bar{E}_s(\cdot), \chi(\cdot))$ , 然后利用 SVM 对其训练从而得到两者关系的近似表达式.

## 3 SVM 的基本原理

SVM 的基本思想是通过内积函数定义的非线性变换将输入空间变换到一个高维空间, 在这个高维空间中寻找输入变量与输出变量之间的线性关系.

设给定的训练样本为  $\{(\mathbf{x}_i, t_i), i = 1, 2, \dots, k\}$ , 其中,  $\mathbf{x}_i \in R^N$  为输入值,  $t_i \in R$  为对应的目标值,  $k$  为训练样本数. 首先用一个非线性映射  $\phi$  把数据映射到一个高维特征空间, 然后在高维特征空间中进行线性回归, 设回归函数为

$$f(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{w}, \phi(\mathbf{x}) \rangle + b, \quad (5)$$

其中,  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  为内积运算符号,  $\mathbf{w}$  和  $b$  分别为回归函数的权重向量和偏置.

假设所有数据在精度下无误差地用线性函数拟合, 精度为  $\varepsilon$ . 根据统计学习理论, 基于 SVM 的最优化回归函数是指满足结构风险最小化原理, 即最小化 VC 维和数据误差. 考虑到允许误差的情况, 引入松弛变量  $\xi_i, \xi_i^*$ , 则最小化问题为

$$R(\mathbf{w}) = \min \left( \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^k (\xi_i + \xi_i^*) \right), \quad (6)$$

约束条件为

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}_i) - t_i &\leq \xi_i + \varepsilon, \\ t_i - f(\mathbf{x}_i) &\leq \xi_i^* + \varepsilon, \\ \xi_i &\geq 0, \\ \xi_i^* &\geq 0. \end{aligned} \quad (7)$$

这里  $i = 1, 2, \dots, k$ ;  $C$  为惩罚参数,  $C$  可对泛化能力和拟合误差做出调整. 利用拉格朗日方法求解上述约束最优化问题, 将原问题转化为其对偶问题, 即

$$\begin{aligned} J(\alpha_i, \alpha_i^*) = \max &\left( -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^k (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*) \right. \\ &\times \langle \phi(\mathbf{x}_i), \phi(\mathbf{x}_j) \rangle \\ &+ \sum_{i=1}^k (\alpha_i - \alpha_i^*) t_i \\ &\left. - \sum_{i=1}^k (\alpha_i + \alpha_i^*) \varepsilon \right), \end{aligned} \quad (8)$$

约束条件为

$$\sum_{i=1}^k (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \quad (0 \leq \alpha_i, \alpha_i^* \leq C), \quad (9)$$

其中,  $\alpha_i, \alpha_i^*$  为拉格朗日系数. 于是, 回归函数  $f(\mathbf{x})$  的表达式为

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^k (\alpha_i - \alpha_i^*) \langle \phi(\mathbf{x}_i), \phi(\mathbf{x}) \rangle + b. \quad (10)$$

由以上所述可知, 在优化中需要计算高维特征空间中的内积运算, 此时可以引入核技术, 找到一个满足 Mercer 条件的核函数来代替高维空间中的内积, 即

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \langle \phi(\mathbf{x}), \phi(\mathbf{y}) \rangle. \quad (11)$$

这样就避免了需要知道  $\phi(\mathbf{x})$  的具体映射关系, 从而巧妙地解决了在高维空间中的内积运算, 则回归函数的表达式为

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^k (\alpha_i - \alpha_i^*) K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b. \quad (12)$$

对于新的输入  $\mathbf{x}$ , 可通过 (12) 式计算得到相应的输出值.

## 4 仿真结果及讨论

本文用于训练和测试的数据对是通过 FDTD 数值模拟穿墙场景得到的, 穿墙问题仿真模型如图 2 所示.

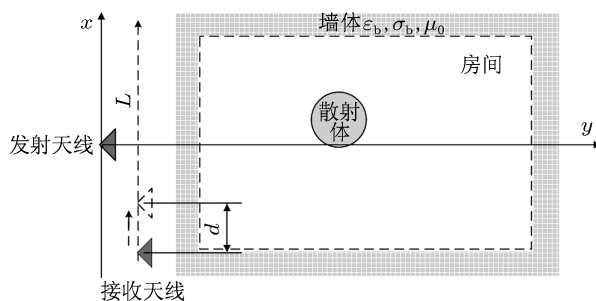


图2 穿墙问题的仿真模型

设一金属圆柱放置在房间内, 该房间大小为  $[-1.18, 1.18]m \times [0.15, 3.74]m$ , 墙体厚度为  $0.1m$ , 其相对介电常数和电导率分别为  $2.75$  和  $0.003 S/m$ , 磁导率为  $\mu_0$ . 靠墙放置一发射天线, 接收天线沿墙体移动形成一直线  $L$ , 并在采样位置处收集目标散射信号, 采样位置间的距离为  $d$ . 发射信号为调制高斯脉冲, 脉冲宽度为  $4.5 ns$ , 中心频率为  $0.5 GHz$ , 时域波形和频域波形如图 3 所示.

在本文中我们只讨论目标的识别问题, 即定位问题. 设散射目标中心的坐标为  $(x, y)$ , 在训练样本中, 散射体的位置按以下方式改变:

$$\begin{aligned} x_n &= (-1.13 + n\Delta x), \\ y_n &= (0.2 + n\Delta y). \end{aligned} \quad (13)$$

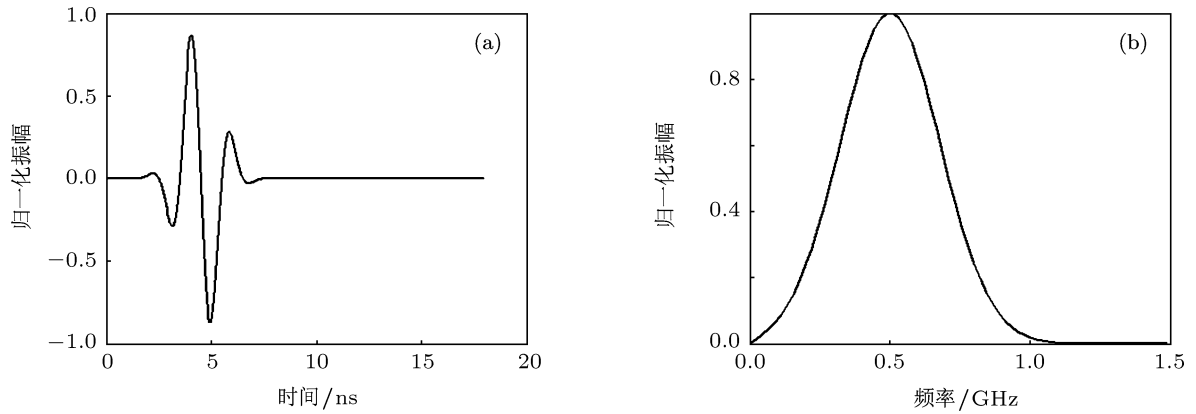


图3 发射信号的时域波形和频域波形 (a) 时域波形; (b) 频域波形

同理, 在测试样本中, 散射体的位置沿以下方式改变:

$$\begin{aligned} x_n &= (-1.1 + n\Delta x), \\ y_n &= (0.25 + n\Delta y). \end{aligned} \quad (14)$$

在 (13), (14) 式中  $n$  为正整数,  $\Delta x$  和  $\Delta y$  分别为

横坐标和纵坐标的采样间隔,  $\Delta x = \Delta y = 0.1 \text{ m}$ . 在 SVM 中, 各个采样位置处收集到的信号振幅组成的向量作为输入信号, 目标中心位置的坐标分别为输出信号. 我们设定接收天线采样位置数  $R = 121$ .

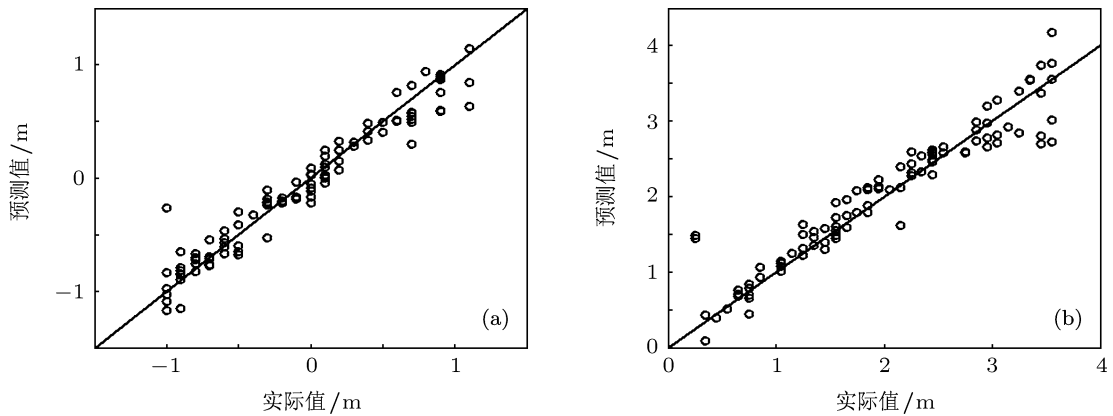


图4 散射目标中心位置的实际值与预测值对比 (a) 横坐标; (b) 纵坐标

#### 4.1 发射天线数 $T = 1$ 的情况

我们先讨论发射天线数  $T = 1$  的情况. 根据训练样本得到的预测模型, 对测试样本中的 100 个数据进行预测, 其结果如图 4 和图 5 所示. 图 4 和图 5 分别定性和定量地表明了在一定精度内通过 SVM 穿墙雷达能够对墙后目标进行正确定位, 预测结果与实际的目标位置相符, 而且预测误差基本控制在 0.2 m 以内.

上述预测情况是假设接收天线采样位置总数为 121, 下面讨论不同接收天线采样位置数  $R$  对目标定位的影响, 分别对  $R = 5, 11, 21, 31, 51, 71, 91,$

121 情况进行研究. 现定义相对均方根误差为

$$\begin{aligned} e_{\text{RMS},x} &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{x_i - \tilde{x}_i}{l_x} \right)^2}, \\ e_{\text{RMS},y} &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - \tilde{y}_i}{l_y} \right)^2}, \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $(x_i, y_i)$  为散射目标中心实际位置,  $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$  为散射目标中心预测位置,  $l_x$  和  $l_y$  分别为房间的宽度和长度,  $N$  为测试样本数. 相对均方根误差与采样位置数  $R$  的关系如图 6 所示. 从图 6 可以看出, 随着接收天线采样位置数的变化, 预测结果有所不同,

即随着采样位置数的增加, 预测误差减小, 预测结果有所改善. 上述结果表明, 可以增加采样位置数来提高穿墙探测精度.

上述预测结果是在理想的无噪声情况下得到的, 但是实际上训练和测试数据的收集过程必然会有噪声的污染, 所以我们必须研究噪声的影响, 以此判断所用方法是否具有鲁棒性. 在训练和测试

数据中对接收的散射信号加入不同信噪比 (SNR) 的噪声, 比较各种 SNR 下预测结果的相对均方根误差, 结果如图 7 所示. 从图 7 可以看出: 即使在低 SNR 下, 本文所提方法也能对墙后散射目标进行定位, 即该方法具有鲁棒性. 随着 SNR 的增加, 相对均方根误差越来越小, 定位效果越来越好.

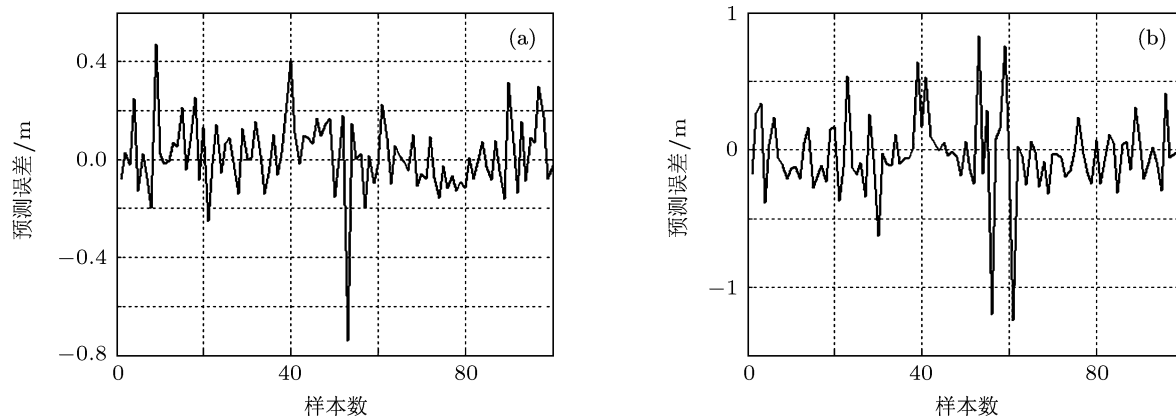


图 5 散射目标中心位置的预测误差 (a) 横坐标; (b) 纵坐标

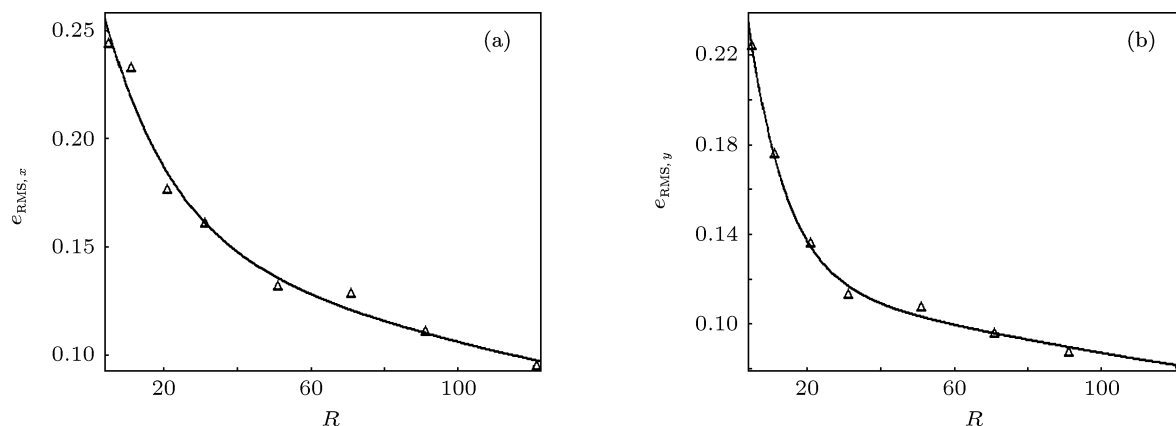


图 6 散射目标中心位置预测结果的相对均方根误差  $e_{\text{RMS}}$  随接收天线采样位置数  $R$  的变化关系 (a) 横坐标; (b) 纵坐标

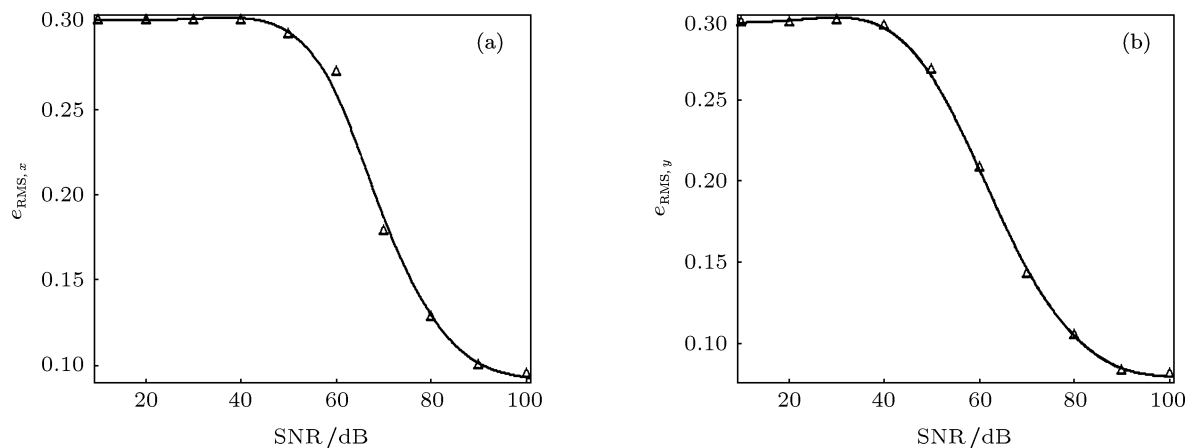


图 7 散射目标中心位置预测结果的相对均方根误差  $e_{\text{RMS}}$  随 SNR 的变化关系 (a) 横坐标; (b) 纵坐标

## 4.2 发射天线数 $T = 3$ 的情况

发射天线的多少也会影响定位结果. 我们研究了当  $T = 3$  时的穿墙探测问题, 并与上述设置单个发射源情况下的结果进行比较, 所得结果如图 8 和图 9 所示. 从图 8 可以发现: 特别是对于散射目标中心位置的横坐标, 增加发射天线数可以使预测结果的相对均方根误差明显减小; 而对于散射目标中心位置的纵坐标, 在接收天线采样位置数  $R > 20$

后, 单源和多源情况下预测结果的相对均方根误差大致相同. 图 9 显示, 即使在相同 SNR 情况下, 绝大多数多源比单源设置下的相对均方根误差要小. 研究表明, 无论是无噪声还是有噪声的情况, 多源设置对穿墙探测都有积极的作用. 但是随着发射天线的增加, 天线之间的互耦以及散射物与墙体之间的多次反射所引起的误差会占据主要地位, 这样会对穿墙探测带来一定的不利, 所以实际使用中要综合考虑发射天线的个数.

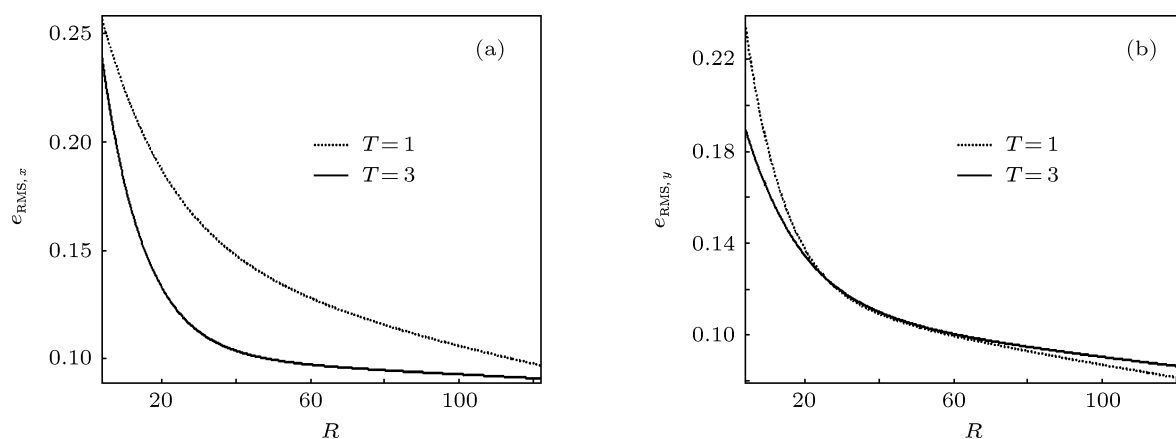


图 8 单源和多源情况下散射目标中心位置预测结果的相对均方根误差  $e_{RMS}$  与接收天线采样位置数  $R$  的关系 (a) 横坐标; (b) 纵坐标

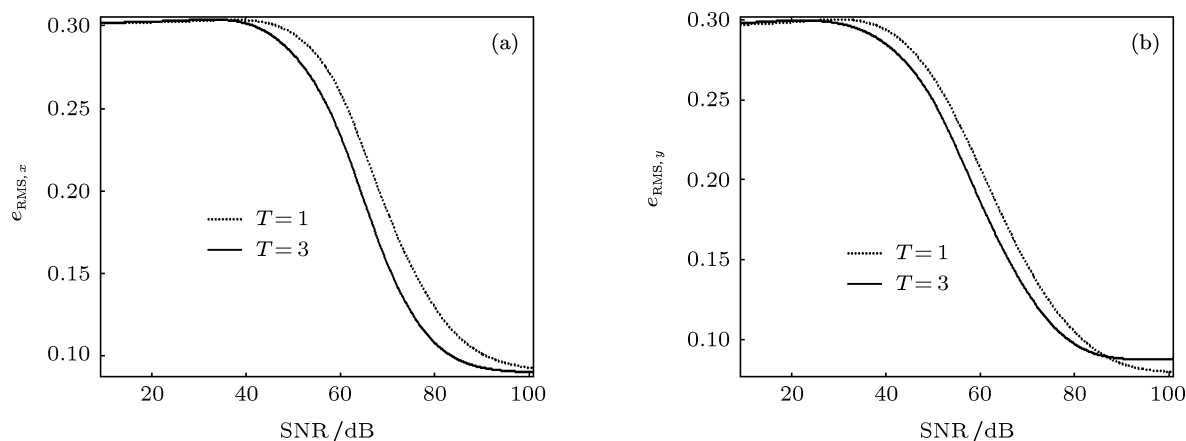


图 9 单源和多源情况下散射目标中心位置预测结果的相对均方根误差  $e_{RMS}$  随 SNR 的变化关系 (a) 横坐标; (b) 纵坐标

## 5 结论

鉴于逆散射问题中的非线性和不适定性, 本文提出了一种基于 SVM 的电磁逆散射方法. 该方法将非线性问题重建为凸二次规划问题, 这样得到的

解是全局最优的, 成功地解决了非线性局部解问题. 此外, 该算法本身就含有正则化思想, 这给解决逆散射问题中的不适定性提供了有利的工具. 仿真结果表明, 不论是在无噪声还是有噪声情况下, 该方法都能成功地对墙后目标进行探测, 继而达到穿

墙成像的目的, 从而证实了该算法的可行性和鲁棒性. 在穿墙环境下, 本文还研究了接收天线采样位置数对穿墙探测的影响, 结果表明采样位置越多, 定位效果越好. 最后讨论了在多源设置下 (即多个

发射天线) 的结果, 虽然利用多源设置改善了预测误差, 但实际上多源设置会给硬件要求上带来负担, 所以发射天线数的选取还需要综合各方面情况进行考虑.

- [1] Zhang Y R, Nie Z P, Ruan Y Z 1996 *J. Univ. Electron. Sci. Techn. China* **25** 589 (in Chinese) [张业荣, 聂在平, 阮颖铮 1996 电子科技大学学报 **25** 589]
- [2] Liu G D, Zhang Y R 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6969 (in Chinese) [刘广东, 张业荣 2010 物理学报 **59** 6969]
- [3] Zhang Q H, Xiao B X, Zhu G Q 2006 *Acta Geophys. Sin.* **49** 1546 (in Chinese) [张清河, 肖柏勋, 朱国强 2006 地球物理学报 **49** 1546]
- [4] Soldovieri F, Solimene R 2007 *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.* **4** 513
- [5] Chew W C, Wang Y M 1990 *IEEE Trans. Med. Imag.* **9** 218
- [6] Cui T J, Chew W C, Aydinler A A, Chen S Y 2001 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **39** 339
- [7] Rekanos I T, Yioultis T V, Tsiboukis T D 1999 *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.* **47** 336
- [8] Song L P, Yu C, Liu Q H 2005 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **43** 2793
- [9] Ahmad F, Amin M G, Kassam S A 2005 *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* **41** 271
- [10] Kim Y, Ling H 2009 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **57** 2116
- [11] Sukens J A K 2000 *Neural Network World* **10** 29
- [12] Cui W Z, Zhu C C, Bao W X, Liu J H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3303 (in Chinese) [崔万照, 朱长纯, 保文星, 刘君华 2004 物理学报 **53** 3303]
- [13] Vapnik V N 1995 *The Nature of Statistical Learning Theory* (New York: Springer-Verlag)
- [14] Wang F F, Zhang Y R 2011 *J. Electromagn. Waves Appl.* **25** 75
- [15] Jiang B, Wang H Q, Li X, Guo G R 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3985 (in Chinese) [姜斌, 王宏强, 黎湘, 郭桂蓉 2006 物理学报 **55** 3985]
- [16] Wu S Y, Wang Y J, Li L, Hu J S, Feng G Z, Yan H J 2007 *Prog. Geophys.* **22** 1611 (in Chinese) [鄂世英, 王延江, 李莉, 胡加山, 冯国志, 阎汉杰 2007 地球物理学进展 **22** 1611]
- [17] Zhang X, Liu X M, Xiao X L, Hu W B 2005 *Chin. J. Eng. Geophys.* **2** 191 (in Chinese) [张翔, 刘晓敏, 肖小玲, 胡文宝 2005 工程地球物理学报 **2** 191]
- [18] Wang F F, Zhang Y R 2011 *Prog. Electromagn. Res. Lett.* **23** 119

# An electromagnetic inverse scattering approach based on support vector machine\*

Wang Fang-Fang Zhang Ye-Rong<sup>†</sup>

(School of Electronic Science and Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

(Received 16 May 2011; revised manuscript received 12 July 2011)

## Abstract

In order to solve electromagnetic inverse scattering problem, a real-time inverse scattering method is proposed. This technique converts the inverse scattering problem into a regressed one using support vector machine (SVM). Electromagnetic inverse scattering method based on the SVM deals with nonlinearity and ill-posedness inherent in the inverse scattering problem successfully. The feasibility and the validity are tested by making use of simulating through-wall problem, and the results demonstrate that this approach can detect and position the targets behind the wall, no matter whether there exists noise or not. In the through-wall scenario, the influence of the number of sampling positions of receiving antenna on the predicted results is discussed using the predicted model of SVM. In the end, the predicted errors are analyzed and investigated in the multiple source scenario. The results show that this kind of setting is helpful for target identification in through-wall problem.

**Keywords:** inverse scattering, support vector machine, through-wall problem, multiple sources setting

**PACS:** 41.20.Jb, 29.40.Gx, 81.70.Ex

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61071022) and the Scientific Research and Innovation Program for the Graduate Students in Institution of Higher Education of Jiangsu Province, China (Grant No. CXZZ11-0381).

<sup>†</sup> E-mail: zhangyr@njupt.edu.cn