2 Zug- und Druckbeanspruchung

Zugspannungen entstehen durch Kräfte, die ein Bauteil mittig auf Zug beanspruchen. Druckspannungen entstehen, wenn auf ein Bauteil Druckkräfte wirken.

An vereinfachten Beispielen werden nachfolgend die Spannungsarten erklärt. Hierzu werden Beispiele aus der Praxis gewählt, teilweise auch von älteren Konstruktionen, wenn diese einfacher sind als heutige Konstruktionen. Dieser Weg kann hier beschritten werden, da dieses Buch nicht für Konstruktionsarten, sondern die statischen Belage darstellt. Zur Gestaltung von Konstruktionen ist spezielle Literatur zu verwenden, z.B. für Grundbau, Stahlbetonbau, Mauerwerksbau, Holzbau, Stahlbau oder allgemein für Baukonstruktionen. Auch auf Abschnitt 11 sei verwiesen, wo die Sicherheitsnachweise für die vorgenannten Bereiche zusammengestellt sind.

2.1 Zugbeanspruchung

Äußere Kräfte, die an einem Tragwerk ziehend angreifen, versuchen das Tragwerk zu verlängern, zu dehnen (Bild **2.**1). Es wirken innere Längskräfte (Normalkräfte). Das Bauteil erfahrt eine Beanspruchung auf Zug. Wenn die Zugkräfte mittig wirken, kann im allgemeinen eine gleichmäßige Verteilung über den Querschnitt angenommen werden. Es entstehen Zugspannungen σ_Z. Diese erhalten ein positives Vorzeichen (+).

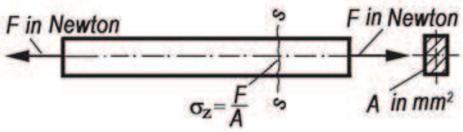


Bild **2.**1
Eine Zugkraft verursacht Zugspannungen

2.1.1 Querschnittsschwächungen

Der volle Querschnitt ist nicht immer über die gesamte Länge des Bauteils vorhanden: es können Querschnittsschwächungen vorhanden sein. Zur Übertragung der inneren Kräfte ist jedoch nur das Werkstoffgefüge des Querschnitts fähig. Es wird daher derjenige Querschnitt betrachtet, der die meisten Schwächungen erfährt, z.B. durch Löcher für Anschlussmittel oder durch Aussparungen.

Zur Berechnung der größten Beanspruchung ist der kleinste Nettoquerschnitt A_{net} zu ermitteln. A_{net} errechnet sich aus der Bruttoquerschnittsfläche A abzüglich aller Querschnittsschwächungen ΔA im ungünstigsten Schnitt:

$$A_{net} = A - \Delta A \qquad \text{in mm}^2 \qquad \text{oder m}^2 \tag{2.1}$$

Holzbauteile

Bei Holzbauteilen sind alle Querschnittsschwächungen zu berücksichtigen, wie z.B. Bohrungen, Zapfenlöcher, Einschnitte und dergleichen. In Faserrichtung hintereinander liegende Schwächungen brauchen nur einmal abgezogen zu werden. Versetzt zur Faserrichtung angeordnete Querschnittsschwächungen sind nur einmal abzuziehen, wenn ihr Lichtabstand in Faserrichtung mehr als 15 cm beträgt.

S. Baar, *Lohmeyer Baustatik 2,* DOI 10.1007/978-3-8348-2222-2_2,

Bei *Nagelverbindungen* sind bei Nägeln mit $d_n > 6$ mm und bei allen vorgebohrten Nagellöchern die im gleichen Querschnitt liegenden Lochflächen abzuziehen. Bei *Vollholzbauteilen* muss die Mindestdicke 24 mm und die Querschnittsfläche $A_n \geq 14$ cm^2 betragen, bei Lattungen ≥ 11 cm^2.

Stahlbauteile

Bei Stahlbauteilen ist der kleinste Nettoquerschnitt A_{net} aus der Gesamt-Querschnittsfläche abzüglich aller Lochflächen in der ungünstigsten Risslinie zu berechnen (Gleichung (2.1)). Wenn die Zugbeanspruchung in der Schwerachse des Querschnitts wirkt, kann eine gleichmäßige Verteilung der Zugspannungen über den Querschnitt angenommen werden. Bei Querschnittsschwächungen (z.B. durch Bohrlöcher für Schrauben oder Niete) ist das jedoch nicht mehr der Fall: Hier entstehen ungleichförmige Spannungsverteilungen und Spannungserhöhungen am Rande der Löcher. Aber diese Spannungsspitzen können die Streckgrenze des Stahls nicht überschreiten. Damit stellt sich bei zunehmender Zugbeanspruchung ein immer gleichförmigerer Spannungszustand ein. Deshalb kann auch hierbei eine gleichmäßige Spannungsverteilung über den verbleibenden Nettoquerschnitt A_n angenommen werden.

Bei Schrauben mit Zugbeanspruchung in Richtung der Schraubenachse wird mit der vorhandenen Querschnittsfläche A_{Sp} gerechnet. A_{Sp} ist der sogenannte Spannungsquerschnitt. Er errechnet sich aus dem Mittelwert von Nenn-Flankendurchmesser d_{Fl} und Nenn-Kerndurchmesser d_K der Schraube:

$$A_{Sp} = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{d_{Fl} + d_K}{2} \right)^2 \tag{2.2}$$

2.1.2 Größte Zugspannung

Die größte Zugbeanspruchung ergibt sich im Bereich des geringsten Nettoquerschnitts. An dieser Stelle ist die Zugspannung zu berechnen:

$$\textbf{Zugspannung} = \frac{\textbf{Zugkraft}}{\textbf{Nutzquerschnitt}}$$

$$\sigma_z = \frac{F}{A_n} \quad \text{in} \quad \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \qquad \begin{array}{lll} \text{mit} & F \text{ in N} & \text{bzw. MN} \\ \text{und} & A_n \text{ in mm}^2 & \text{bzw. m}^2 \end{array} \tag{2.3}$$

Die errechnete Spannung σ_z ist die vorhandene Zugspannung $\sigma_{z,vorh}$. Der Bemessungswert der vorhandenen, also der wirkenden Spannung, darf den in den Vorschriften festgelegten Bemessungswert der zulässigen Spannung nicht überschreiten.

Baustoffkennwerte und Widerstandsgrößen sind in Abschnitt 11 zusammengestellt.

Zugspannungen in Holzbauteilen

Zum Abschluss einer Berechnung wind der Bemessungswert der Zugspannung dem Bemessungswert der Zugfestigkeit gegenüber gestellt. Dieses ist der Spannungsnachweis.

Eine andere Möglichkeit ist es, die vorhandene Tragfähigkeit auf die zulässige Tragfähigkeit zu beziehen. Dieses ist der Tragfähigkeitsnachweis.

Gleichungen für den Spannungsnachweis:

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{F_{t,0,d}}{A_n} \qquad \text{in } \frac{N}{mm^2} \quad \text{bzw. } \frac{MN}{m^2} \tag{2.4}$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} \leq 1 \tag{2.5}$$

Gleichung für die Bemessung:

$$A_{n,erf} = \frac{F_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} \qquad \text{in mm}^2 \quad \text{bzw. m}^2 \tag{2.6}$$

Gleichung für die Tragfähigkeit:

$$F_{t,0,d,zul} = A_{n,vorh} \cdot f_{t,0,d} \qquad \text{in N} \quad \text{bzw. MN} \tag{2.7}$$

Beispiele zur Erläuterung

1. Der Zugbalken eines Holztragwerkes hat einen Nutzquerschnitt von 140 mm × 220 mm. Die Größe der aufnehmbaren Zugkraft wird berechnet.

Nadelholz Festigkeitsklasse C24

Charakteristischer Wert der Zugfestigkeit $f_{t,0,k}$ = 14 N/mm² (Tafel 11.4.2)

Es wird die Klasse der Lasteinwirkungsdauer (KLED) „kurz“ und die Nutzungsklasse (NKL) 1 angenommen. Damit ergibt sich der Modifikationsbeiwert zu k_{mod} = 0,9. Der Teilsicherheitsbeiwert beträgt γ_M = 1,3 und somit ist der Bemessungswert der Zugfestigkeit

$$f_{t,0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{t,0,k}}{1,3} = 0,9 \cdot \frac{14}{1,3} = 9,69 \text{ N/mm}^2$$

Querschnittsfläche des ungeschwächten Holzes

$$A_{vorh} = b \cdot h = 140 \cdot 220 = 30.800 \text{ mm}^2$$

Grenzwert der zulässigen Zugkraft

$$\begin{aligned} F_{t,0,d,zul} &= A_{vorh} \cdot f_{t,0,d} \\ &= 30.800 \cdot 9,69 = 298.452 \text{ N} \\ &= 298,5 \text{ kN} \end{aligned}$$

2. Der Zugbalken hat im Anschlussbereich (Bild **2**.2) zwei Löcher für Passbolzen 16 mm ∅ in einer Risslinie. d_{st} = 16 mm. Nadelholz.

Querschnittsfläche des geschwächten Holzes:

$$\begin{aligned} A_{n,vorh} &= A - \Delta A = A - 2 \cdot d_{st} \cdot b \\ &= 30.800 - 2 - 16 - 140 - 30.800 - 4.480 \\ &= 26.320 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Zulässige Zugkraft

$$\begin{aligned} F_{t,0,d,zul} &= A_{n,vorh} \cdot f_{t,o,d} \\ &= 26.320 \cdot 9,69 = 255.041 \text{ N} \\ &= 225,0 \text{ kN} \end{aligned}$$

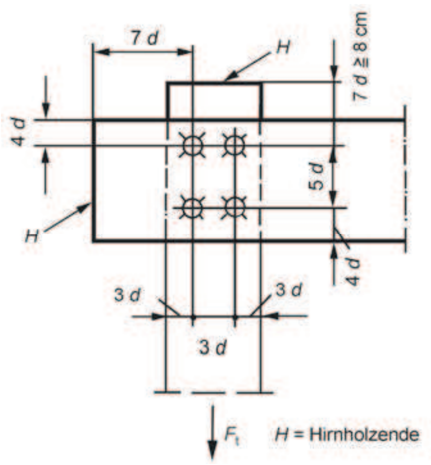


Bild **2.**2
Zugbalken, gehalten von 4 Pass-bolzen ∅ 16 mm

3. Der Zugbalken hat eine Zugkraft von $F_{t,0,d} = 240$ kN zu übertragen. Nachweis der Tragfähigkeit

$$\frac{F_{t,0,d}}{F_{t,0,d,zul}} = \frac{240,0}{255,0} = 0,94 < 1$$

Das Ergebnis besagt, dass der Querschnitt zu 94 % ausgelastet ist.

4. Für den Zugbalken kann anstelle des Nachweises der Tragfähigkeit auch der Spannungsnachweis geführt werden.

Bemessungswert der Zugspannung

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{F_{t,0,d}}{A_n} = \frac{240.000}{26.280} = 9,13\ \mathrm{N/mm^2}$$

Spannungsnachweis

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{9,13}{9,69} = 0,94 < 1$$

Durch dieses Ergebnis wird ebenfalls ausgedrückt, dass der Querschnitt zu 94 % auf Zug beansprucht wird. Der Wert 1 (≙ 100 %) darf nicht überschritten werden.

Zugspannungen in Stahlbauteilen

Der Tragsicherheitsnachweis bei zugbeanspruchten Bauteilen aus Stahl ist so zu führen, dass der Bemessungswert der einwirkenden Zugkraft N_{Ed} den Bemessungswert der Zugbeanspruchbarkeit $N_{t,Rd}$ nicht überschreitet. Es ist daher folgende Bedingung einzuhalten:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1,0 \tag{2.8}$$

Falls eine Ausmittigkeit auftritt, ist diese in der Regel zu berücksichtigen (EC3-1-8, 3.10.3). Einseitig mit einer Schraubenreihe angeschlossene Winkel dürfen wie zentrisch belastete Winkel bemessen werden, wenn die Tragfähigkeit $N_{u,Rd}$ mit einem effektiven Nettoquerschnitt wie folgt bestimmt wird:

Mit 1 Schraube: $$N_{u,Rd} = \frac{2,0\,(e_2 - 0,5\,d_0)\; t \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \quad (2.9)$$

Mit 2 Schrauben: $$N_{u,Rd} = \frac{\beta_2 \cdot A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \quad (2.10)$$

Mit ≥ 3 Schrauben: $$N_{u,Rd} = \frac{\beta_3 \cdot A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \quad (2.11)$$

mit
$N_{u,Rd}$ Bemessungswert der Zugtragfähigkeit des Nettoquerschnitts längs der kritischen Risslinie durch die Löcher
e_1, e_2 Randabstände (Bild **2.**31)
d_0 Lochdurchmesser
t Blechdicke des Winkels
β_2, β_3 Abminderungsbeiwerte in Abhängigkeit vom Lochabstand (Tafel **2.**1)
A_{net} Nettoquerschnittsfläche des Winkels
f_u Zugfestigkeit des Stahls
γ_{M2} Teilsicherheitsbeiwert für Festigkeitseigenschaften (Tafel **11.**5.9)

Tafel **2.**1 **Abminderungsbeiwerte** β_2, β_3 (EC3-1-8, Tabelle 3.8)

Lochabstand	p_1	≤ 2,5 d_0	≥ 5,0 d_0
2 Schrauben	β_2	0,4	0,7
≥ 3 Schrauben	β_3	0,5	0,7

Für Zwischenwerte von p_1 dürfen die Beiwerte β_2 und β_3 interpoliert werden.

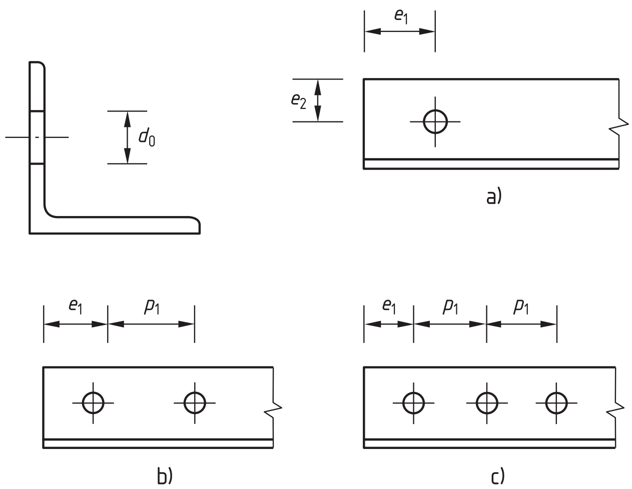


Bild **2.**3
Einseitig angeschlossene Winkel
a) 1 Schraube
b) 2 Schrauben
c) 3 Schrauben

In zugbeanspruchten Querschnittsteilen muss eine vorhandene Querschnittsschwächung durch Löcher berücksichtigt werden. Als Bemessungswert der Zugbeanspruchbarkeit $N_{t,Rd}$ ist dann der kleinere der beiden Werte $N_{pl,Rd}$ bzw. $N_{u,Rd}$ anzusetzen.

$$N_{t,Rd} = \min\{N_{pl,Rd}; N_{u,Rd}\} \tag{2.12}$$

Bemessungswert der plastischen Beanspruchbarkeit des Bruttoquerschnitts $N_{pl,Rd}$:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \tag{2.13}$$

Bemessungswert der Zugbeanspruchbarkeit des Nettoquerschnitts längs der kritischen Risslinie durch die Löcher $N_{u,Rd}$:

$$N_{u,Rd} = \frac{0{,}9 \cdot A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \tag{2.14}$$

mit A Bruttoquerschnittsfläche des Stahlprofils
f_y Streckgrenze des Stahls
γ_{M2} Teilsicherheitsbeiwert für Festigkeitseigenschaften (Tafel **11.**5.9)

Bei Schrauben kann die Zugtragfähigkeit $F_{t,Rd}$ direkt aus Tafel **11.**5.31 entnommen werden. Sie ist dann der Bemessungszugkraft gegenüberzustellen.

$$\frac{N_{Ed}}{F_{t,Rd}} \leq 1 \tag{2.15}$$

Beispiele zur Erläuterung

1. Ein Vierkantstab aus S 235 von 8 mm Kantenlänge wird durch eine ständige charakteristische Zugkraft F_k = 10 kN (ständige Last) belastet (Bild **2.**4).

Es wird der Tragsicherheitsnachweis geführt.

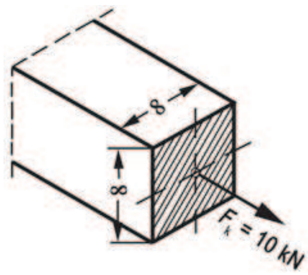


Bild **2.**4
Vierkantstab als Zugstab

Tragsicherheitsnachweis

Bemessungswert der einwirkenden Zugkraft

$N_{Ed} = \gamma_G \cdot F_k = 1{,}35 \cdot 10 = 13{,}50$ kN

(γ_G nach Gleichung (1.2))

Bemessungswert der plastischen Beanspruchbarkeit des Bruttoquerschnitts (keine Löcher vorhanden)

$$N_{t,Rd} = N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 235}{1{,}0} = 15.040 \text{ N} = 15{,}04 \text{ kN}$$

(f_y aus Tafel **11.**5.2, γ_{M0} nach Tafel **11.**5.9)

Tragsicherheitsnachweis

$$\frac{N_{\text{Ed}}}{N_{\text{t,Rd}}} = \frac{13{,}50}{15{,}04} = 0{,}90 < 1$$

2. Eine Sechskantschraube M20–4.6 (rohe Schraube, metrisches Gewinde 20 mm Durchmesser, Festigkeitsklasse 4.6) hat eine ständig einwirkende Zugkraft $F_{\text{t,k}}$ = 45 kN aufzunehmen. Die Zugtragfähigkeit beträgt $F_{\text{t,Rd}}$ = 70,56 kN. Der Tragsicherheitsnachweis ist zu führen.

Bemessungswert der Zugkraft

$$N_{\text{Ed}} = \gamma_{\text{G}} \cdot F_{\text{t,k}} = 1{,}35 \cdot F_{\text{t,k}} = 13{,}5 \cdot 45 = 60{,}75 \text{ kN}$$

Tragsicherheitsnachweis

$$\frac{N_{\text{Ed}}}{F_{\text{t,Rd}}} = \frac{60{,}75}{70{,}56} = 0{,}86 < 1$$

3. Ein gleichschenkliger Winkelstahl L60 × 8 aus S 235 wird mit Schrauben M 16 befestigt. Die Bohrungen in einem Schenkel haben einen Durchmesser von d_1 = 17 mm (Bild **2.**5).

Die größtmögliche Zugkraft, die das Winkelprofil aufnehmen kann, ist zu ermitteln. Querschnittsfläche aus Profiltafel:

$$A = 9{,}03 \text{ cm}^2 = 903 \text{ mm}^2$$

$$A_{\text{net}} = A - \Delta A = A - d_{\text{L}} \cdot s = 903 - 17 \cdot 8$$

$$= 903 - 136 = 767 \text{ mm}^2$$

$$N_{\text{u,Rd}} = \frac{0{,}9 \cdot A_{\text{net}} \cdot f_{\text{u}}}{\gamma_{\text{M2}}} = \frac{0{,}9 \cdot 767 \cdot 360}{1{,}25} = 198.806 \text{ N} = 198{,}8 \text{ kN}$$

$$N_{\text{pl,Rd}} = \frac{A \cdot f_{\text{y}}}{\gamma_{\text{M0}}} = \frac{903 \cdot 235}{1{,}0} = 212.205 \text{ N} = 212{,}2 \text{ kN}$$

$$N_{\text{t,Rd}} = \min\{N_{\text{pl,Rd}}; N_{\text{u,Rd}}\} = 198{,}8 \text{ kN}$$

Die Lochschwächung muss berücksichtigt werden. Der Bemessungswert der Zugbeanspruchbarkeit wird maßgebend durch den geschwächten Querschnitt beeinflusst.

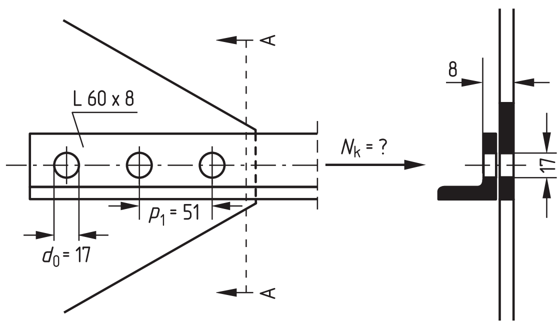


Bild **2.**5 Winkelstahl mit Bohrungen als Zugstab

Anmerkung:

Durch den einseitigen Anschluss des Winkels wirkt die Zugkraft ausmittig. Diese Ausmittigkeit muss nach Gleichung (2.10) berücksichtigt bleiben:

Mit 3 Schrauben:

$d_0 = 17$ mm, $p_1 = 51$ mm, $\beta_3 = 0{,}54$

$$N_{u,Rd} = \frac{\beta_3 \cdot A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} = \frac{0{,}54 \cdot 767 \cdot 360}{1{,}25} = 119.284 \text{ N} = 119{,}3 \text{ kN}$$

Größtmögliche Zugkraft = charakteristische, ständig wirkende Zugkraft

$$N_{k,max} = \frac{N_{t,Rd}}{\gamma_G} = \frac{119{,}3}{1{,}35} = 88 \text{ kN}$$

4. Ein Zugstab aus zwei Flachstählen 120 × 20 mm S 235 wird von einem Knotenblech mit vier Schrauben M24 gehalten (Bild **2**.6). Die ständig zu übertragende Zugkraft beträgt $N_{g.k} = 410$ kN.

Der Tragfähigkeitsnachweis ist zu erbringen.

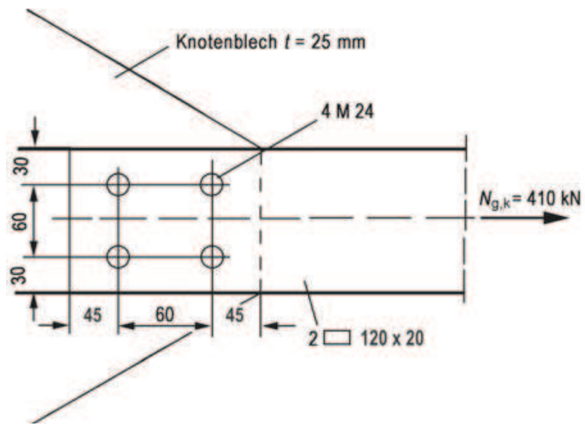


Bild **2**.6
Zugstab aus 2 ▭ 120 × 20 mit 4 M 24 an ein Knotenblech angeschlossen

Bemessungswert der Zugkraft

$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_{g,k} = 1{,}35 \cdot 410 = 553{,}5 \text{ kN}$$

Querschnittsfläche

$$A = 2 \cdot 120 \cdot 20 = 4.800 \text{ mm}^2$$

$$A_{net} = A - \Delta A = A - t \cdot n \cdot d_0$$

$$= 4.800 - 20 \cdot 2 \cdot 25 = 4.800 - 1.000 = 3.800 \text{ mm}^2$$

Bestimmung der Beanspruchbarkeit des Querschnitts

$$N_{u,Rd} = \frac{0{,}9 \cdot A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} = \frac{0{,}9 \cdot 3.800 \cdot 360}{1{,}25} = 984.960 \text{ N} = 985{,}0 \text{ kN}$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{4.800 \cdot 235}{1{,}0} = 1.128.000 \text{ N} = 1.128{,}0 \text{ kN}$$

$$N_{t,Rd} = \min\{N_{pl,Rd}; N_{u,Rd}\} = 985{,}0 \text{ kN}$$

Tragfähigkeitsnachweis

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} = \frac{553{,}5}{985{,}0} = 0{,}56 < 1$$

5. Ein Zugseil dient der Abspannung einer Hallenkonstruktion gegen Winddruck. Die aufzunehmende Zugkraft beträgt $F_{q,k} = 15{,}5$ kN.

Das Abspannseil wird hergestellt als Spiralseil aus 37 Einzeldrähten von 1,0 mm Durchmesser mit Kauschen und Seilklemmen (Bild **2.**7). Der Nenndurchmesser des Seiles beträgt $d = 7{,}0$ mm. Die Zugfestigkeit der Einzeldrähte wird vom Herstellwerk angegeben mit $f_{uk} = 1.770$ N/mm². Der Tragsicherheitsnachweis ist zu führen.

Bemessungswert der Zugkraft

$$F_{Ed} = \gamma_Q \cdot F_{q,k} = 1{,}5 \cdot 15{,}5 = 23{,}25 \text{ kN}$$

Die Bruchlast F_{uk} wird entsprechend EC 3-1-11, Abschnitt 6.2 nach Gleichung (2.16) ermittelt:

$$F_{uk} = \frac{K \cdot d^2 \cdot R_f}{1000} \cdot k_e \qquad \text{in kN} \tag{2.16}$$

Hierbei sind:

K Bruchlastfaktor unter Berücksichtigung des Seilverlustes nach EC3-1-11, C.2

d Nenndurchmesser des Seiles in mm

R_r Seilfestigkeit in N/mm²

k_e Verlustfaktor; bei Verankerung mit Drahtseilklemmen $k_e = 0{,}9$

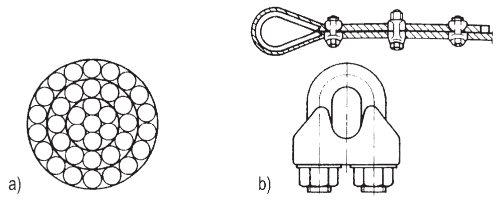


Bild **2.**7 Offenes Spiralseil als Zugseil zur Abspannung einer Hallenkonstruktion
a) Querschnitt
b) Seilanschluss mit Kausche und Seilklemmen

Bestimmung der rechnerischen Bruchkraft

$$F_{uk} = \frac{K \cdot d^2 \cdot R_f}{1000} \cdot k_e$$

$$= \frac{0{,}52 \cdot 7{,}0^2 \cdot 1.770}{1.000} \cdot 0{,}9$$

$$= 45{,}1 \cdot 0{,}9 = 40{,}6 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Beanspruchbarkeit unter Zugbelastung

$$F_{Rd} = \frac{F_{uk}}{1{,}5 \cdot \gamma_R} \qquad \text{mit } \gamma_R = 1{,}0 \text{ nach EC3-1-11/NA, 6.2} \tag{2.17}$$

$$= \frac{40{,}6}{1{,}5 \cdot 1{,}0} = 27{,}06 \text{ kN}$$

Nachweis der Tragfähigkeit

$$\frac{F_{Ed}}{F_{Rd}} = \frac{23{,}25}{27{,}06}$$

$$= 0{,}86 < 1$$

Beispiel zur Übung

1. Ein U-Profil aus Stahl S 235 hat eine Bemessungszugkraft von F_{Ed} = 365 kN aufzunehmen. Das erforderliche Profil ist zu ermitteln.

2. Ein Stahlprofil IPE 200 aus S 235 (Bild **2.**8) hat im Steg jeweils 2 nebeneinanderliegende Bohrungen von 21 mm Durchmesser für Schrauben M 20.

   Die Größe der maximalen Bemessungszugkraft F_{Ed} ist zu bestimmen.

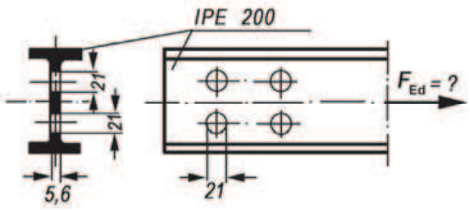


Bild **2.**8
IPE-Profil mit Bohrungen als Zugstab

3. Der Zugstab aus S 235 einer Stahlkonstruktion besteht aus einem Flachstahl und wird mit 2 Laschen gestoßen (Bild **2.**9). Die Zugkraft beträgt F_{Ed} = 270 kN.

   Der Tragfähigkeitsnachweis ist zu führen.

4. Der Diagonalstab eines Fachwerkbinders aus Stahl S 235 besteht aus 2 Winkelprofilen L 100 × 65 × 8. Für die Schraubenverbindung sind Bohrungen von 25 mm Durchmesser hintereinander angeordnet. Die charakteristische Zugkraft beträgt 300 kN.

   Der Tragfähigkeitsnachweis ist für den Fall zu führen, dass nur ständige Lasten auftreten (γ_G = 1,35)

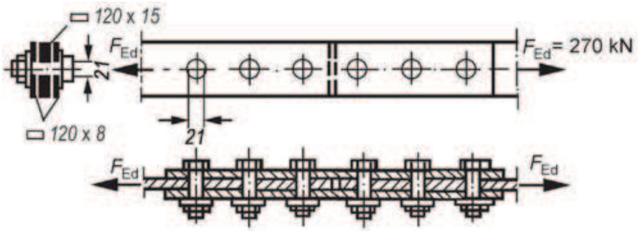


Bild **2.**9
Stoß in einem Flachstahl
▭ 120 × 15

2.1.3 Verlängerungen

Bei Einwirkung von Zugkräften entstehen Verlängerungen der beanspruchten Bauteile. Diese Verlängerungen sind Formänderungen. Sie wurden schon in Abschnitt 1.3 näher erläutert.

Das Maß der Verlängerung wird mit Δl angegeben. Die Verlängerung errechnet sich nach Gleichung (1.8) aus der Länge l während der Beanspruchung, abzüglich der ursprünglichen Länge l_0 ohne Beanspruchung:

$$\Delta l = l - l_0 \quad \text{in mm}$$

Ein Beispiel soll die Zusammenhänge zwischen Verlängerung, Dehnung, Zugspannung und Elastizitätsmodul verdeutlichen.

Beispiel zur Erläuterung

Ein Probestab aus Stahl hat einen Durchmesser von 20 mm und eine Messlänge von l_0 = 500 mm. Er wird in eine Zerreißmaschine gespannt und mit 43,5 kN belastet. Dabei tritt eine Verlängerung ein; der Stab hat nun eine Messlänge von l = 500,33 mm.

Verlängerung

$$\Delta l = l_0 = 500{,}33 - 500 = 0{,}33 \text{ mm}$$

Dehnung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{0{,}33}{500} = 0{,}66 \cdot 10^{-3} = 0{,}66\ ‰$$

Querschnittsfläche des unbelasteten Stabes

$$A_0 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{20^2 \cdot \pi}{4} = 314 \text{ mm}^2$$

Zugspannung

$$\sigma_z = \frac{F}{A_0} = \frac{43.500}{314} = 138{,}5 \text{ N/mm}^2$$

Elastizitätsmodul des Werkstoffes

$$E = \frac{\sigma_z}{\varepsilon} = \frac{138{,}5}{0{,}66 \cdot 10^{-3}} = 210.000 \text{ N/mm}^2$$

Direkte Berechnung des Elastizitätsmoduls

$$E = \frac{F \cdot l_0}{A_0 \cdot \Delta l} = \frac{43{,}5 \cdot 500}{314 \cdot 0{,}33} = 210 \text{ kN/mm}^2 = 210.000 \text{ N/mm}^2$$

Beispiele zur Übung

1. Ein Zugband aus Stahl von 26 mm Durchmesser und 6,00 m Länge hat eine Kraft von F_k = 70 kN aufzunehmen. E = 210.000 N/mm². Wie groß ist die elastische Verlängerung des Zugbandes?
2. An dem Zugstab einer Brückenkonstruktion wurde bei der Belastung durch den Verkehr eine Verlängerung von 3 mm gemessen. Der Stab hat einen Querschnitt von 37 cm² und eine Länge von 4,50 m. Wie groß ist die Belastung des Stabes?
3. Ein Spannstahl von 5 mm Durchmesser und 10 m Länge wird durch eine Spannung von 240 N/mm² beansprucht. Der Elastizitätsmodul beträgt 210.000 N/mm².
   a) Wie groß ist die Dehnung des Spannstahles?
   b) Wie groß ist die Verlängerung?

2.2 Druckbeanspruchung

Äußere Kräfte, die auf einen Baukörper drücken, versuchen den Baukörper zu verkürzen, zu stauchen (Bild **2.**10). Es wirken innere Längskräfte (Normalkräfte). Das Bauteil erfahrt eine Beanspruchung auf Druck. Wenn die Druckkräfte mittig wirken, kann im allgemeinen eine gleichmäßige Verteilung über den Querschnitt angenommen werden. Es entstehen Druckspannungen σ_D. Diese erhalten ein negatives Vorzeichen (–).

Bild **2.**10
Eine Druckkraft verursacht Druckspannungen

Bei schlanken Traggliedern kann durch eine Druckkraft ein seitliches Ausknicken erfolgen, bevor die Druckkraft diesen Körper zusammenpressen würde. Dadurch entstehen Beanspruchungen auf Knicken. Berechnungen für derartige Bauteile erfolgen in Abschnitt 7.

Auch bei der Druckbeanspruchung ist zur Übertragung der inneren Kräfte nur das Werkstoffgefüge in der Lage. Querschnittsschwächungen brauchen aber nur dann abgezogen zu werden, wenn diese nicht vollwertig ausgefüllt sind.

Die Druckspannung, also die Größe der Beanspruchung, errechnet sich aus:

$$\textbf{Druckspannung} = \frac{\textbf{Druckkraft}}{\textbf{Querschnittsfläche}}$$

$$\sigma_D = \frac{F}{A} \quad \text{in} \quad \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \tag{2.18}$$

mit F in N bzw. MN

und A in mm^2 bzw. m^2

Auch hierbei ist der Bemessungswert der vorhandenen Spannung dem festgelegten Bemessungswert der zulässigen Spannung gegenüber zu stellen. Die Bemessungswerte der zulässigen Druckspannungen ergeben sich aus den zugehörigen Eurocode-Vorschriften (siehe Abschnitt **11**).

Die Bezeichnung von Spannungen und Kräften sind in den verschiedenen Normen unterschiedlich. Deshalb werden sie hier verallgemeinert angegeben.

Formeln für den Spannungsnachweis:

$$\boldsymbol{\sigma}_{\textbf{Ed}} = \frac{\boldsymbol{F}_{\textbf{Ed}}}{\boldsymbol{A}_{\textbf{vorh}}} \qquad \text{in N/mm}^2 \text{ bzw. MN/m}^2 \tag{2.19}$$

$$\frac{\boldsymbol{\sigma}_{\textbf{Ed}}}{\boldsymbol{\sigma}_{\textbf{Rd}}} \le \mathbf{1} \tag{2.20}$$

Formel für die Bemessung:

$$\boldsymbol{A}_{\textbf{erf}} = \frac{\boldsymbol{F}_{\textbf{Ed}}}{\boldsymbol{\sigma}_{\textbf{Rd}}} \qquad \text{in mm}^2 \text{ bzw. m}^2 \tag{2.21}$$

$$\boldsymbol{F}_{\textbf{Ed}} = \boldsymbol{A}_{\textbf{vorh}} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\textbf{Rd}} \qquad \text{in N bzw. MN} \tag{2.22}$$

2.2.1 Flächenpressung

Bei der direkten Kraftübertragung von einem Bauteil zum anderen wird von Flächenpressung gesprochen. Sie wird genauso wie die Druckspannung berechnet, wenn die Kraft mittig auf die Übertragungsfläche wirkt.

$$\textbf{Flächenpressung} = \frac{\textbf{Druckkraft}}{\textbf{Übertragungsfläche}} \tag{2.23}$$

$\sigma = F/A$ in N/mm^2 oder MN/m^2

mit F in N bzw. MN und A in mm^2 bzw. m^2

Die Tragfähigkeit ergibt sich hierbei aus der Beanspruchbarkeit des Bauteils mit der geringeren Festigkeit.

Bei Auflagerplatten unter Trägern auf Mauerwerk ist die Bemessungswert der Druckfestigkeit des Mauerwerks maßgebend (Bild **2.**11). Bei Fundamenten gilt der zulässige Sohldruck des Bodens (Bild **2.**12).

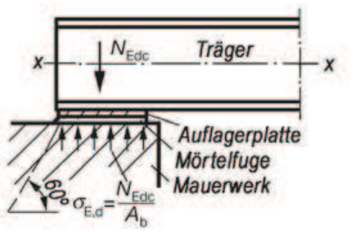


Bild **2.**11 Flächenpressung bei einem Trägerauflager

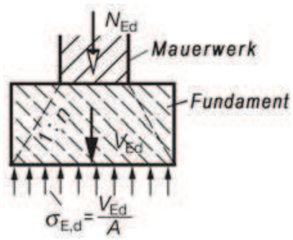


Bild **2.**12 Flächenpressung bei einem Fundament

Die Belastung verteilt sich nach unten mit einer Abnahme der Beanspruchung des Baukörpers auf eine immer größer werdende Fläche.

Bei *Mauerwerk* dürfen folgende Annahmen getroffen werden:

– Auflagerpressung gleichmäßig verteilt;
– höher beanspruchte Wandbereiche dürfen in höherer Mauerwerksfestigkeit ausgeführt werden, dabei sind Baustoffe mit unterschiedlichem Verformungsverhalten zu vermeiden, also kein Mischmauerwerk, z.B. aus Kalksandsteinen und Klinkern;
– Lastverteilung unter 60° zur Waagerechten (Bild **2.**11).

Nach der vereinfachten Berechnungsmethode aus EC6-3, Abschnitt 4.2.2.2 muss der Bemessungswert der einwirkenden Normalkraft N_{Ed} kleiner sein als der Bemessungswert der aufnehmbaren Normalkraft N_{Rd}.

Der Bemessungswert der aufnehmbaren Normalkraft ist nach folgender Gleichung zu ermitteln:

$$N_{Rd} = \Phi_s \cdot f_d \cdot A \tag{2.24}$$

mit
Φ_s Abminderungsfaktor zur Berücksichtigung der Schlankheit und Lastausmitte
$\Phi_s = \min(\Phi_1; \Phi_2)$
A Bruttoquerschnittsfläche der Wand
f_d Bemessungswert der Druckfestigkeit

$$f_d = \zeta \cdot f_k / \gamma_M \tag{2.25}$$

ζ Beiwert
f_k charakteristische Druckfestigkeit von Mauerwerk nach Abschnitt 11
γ_M Teilsicherheitsbeiwert nach Abschnitt 11

Der Wert ζ (= zeta) berücksichtigt die festigkeitsmindernde Langzeitwirkung der Belastung, er darf allgemein mit $\zeta = 0{,}85$ angenommen werden, beim Nachweis außergewöhnlicher Einwirkungen mit $\zeta = 1{,}0$.

Die erhöhte Tragfähigkeit bei Teilflächenpressung darf dabei nach EC6-3, 4.3 bei Vollsteinen wie beim genauen Verfahren (EC6-1-1 und EC6-1-1/NA, Abschnitt 6.1.3) in Anspruch genommen werden. Dann muss der Bemessungswert der einwirkenden Einzellast N_{Edc} kleiner sein als der Bemessungswert des Tragwiderstandes einer Wand für diese Beanspruchung N_{Rdc}.

$$N_{Rdc} = \beta \cdot A_b \cdot f_d \tag{2.26}$$

mit $$\beta = \left(1 + 0{,}3\frac{a_1}{h_c}\right)\left(1{,}5 - 1{,}1\frac{A_b}{A_{ef}}\right) \tag{2.27}$$

- β Erhöhungsfaktor bei Teilflächenlasten
- a_1 Abstand vom Wandende (Bild **2**.13)
- h_c Höhe der Wand bis zur Ebene der Lasteintragung
- A_b belastete Fläche
- A_{ef} wirksame Wandfläche, im Allgemeinen $A_{ef} = l_{efm} \cdot t$
- l_{efm} die wirksame Basis des Trapezes, unter dem sich die Last ausbreitet (Bild **2**.13)
- t Wanddicke unter Berücksichtigung von nicht voll vermörtelten Fugen mit einer Tiefe von mehr als 5 mm

In Gleichung (2.23) darf der Verhältniswert A_b/A_{ef} nicht größer als 0,45 eingesetzt werden.

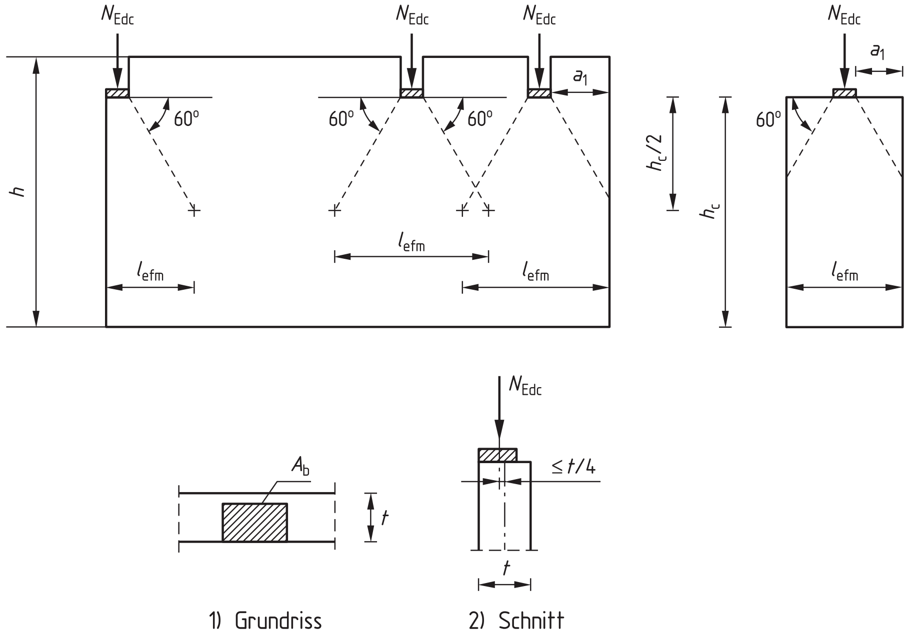


Bild **2**.13 Wände unter Teilflächenlasten (EC6-1-1, Bild 6.2)

Bei randnahen Einzellasten, für die gilt, dass $a_1 < 3 \cdot l_1$ (siehe Bild **2**.14) ist, vereinfacht sich die Berechnung des Erhöhungsfaktors durch folgende Gleichung:

$$\beta = 1 + 0{,}1 \cdot \frac{a_1}{l_1} \leq 1{,}50 \tag{2.28}$$

mit
- a_1 Abstand vom Wandende (Bild **2**.14)
- l_c Länge der Lasteintragungsfläche

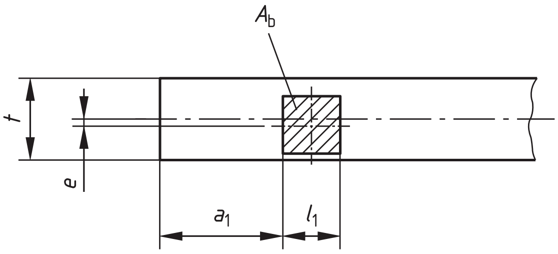


Bild **2.**14
Teilflächenlasten bei randnahen Lasten (EC6-1-1/NA, Bild NA.2)

Bei unbewehrtem Beton darf für eine Lastausbreitung eine Neigung 1:*n* nach Tafel **11.**2.3 in Rechnung gestellt werden (Bild **2.**12).

Bei Holzstützen auf Schwellen (Bild **2.**15 a) oder bei Holzträgern über Stützen (Bild **2.**15 b) ist an der Kontaktfläche die Beanspruchung auf Druck rechtwinklig zur Faser maßgebend. Der Bemessungswert der Druckfestigkeit senkrecht zur Faser ergibt sich aus dem charakteristischen Wert (siehe Tafel **11.**4.2) wie folgt:

$$f_{c,90,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M} \quad \text{in} \quad \frac{N}{mm^2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{MN}{m^2} \tag{2.29}$$

mit
$f_{c,90,k}$ charakteristischer Wert der Druckfestigkeit ⊥ Faser in N/mm² (Tafel **11.**4.2)
k_{mod} Modifikationsbeiwert (Tafel **11.**4.3)
γ_M Teilsicherheitsbeiwert für Festigkeitseigenschaften (Tafel **11.**4.4)

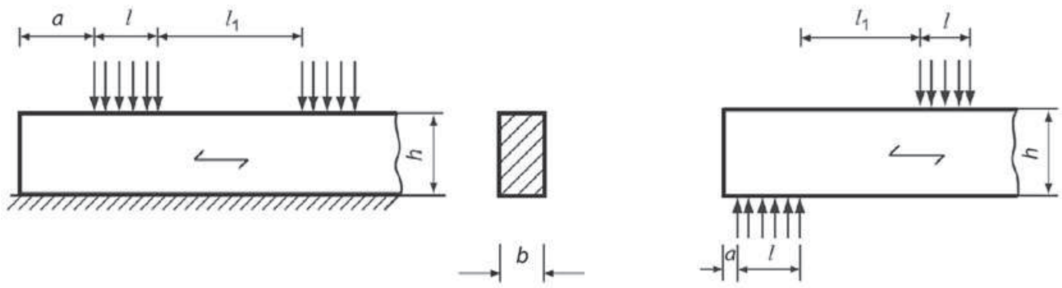
Die Gleichung für den Spannungsnachweis lautet dann:

$$\sigma_{c,90,d} \le k_{c,90} \cdot f_{c,90,d} \tag{2.30}$$

mit $\sigma_{c,90,d} = \dfrac{F_{c,90,d}}{A_{ef}}$

$k_{c,90}$ Querdruckbeiwert
$k_{c,90}$ = 1,0 für Nadelvollholz und für Brettschichtholz mit $l_1 < 2 \cdot h$ sowie für Laubholz
$k_{c,90}$ = 1,25 für Nadelvollholz mit $l_1 \ge 2 \cdot h$, bei Schwellendruck
$k_{c,90}$ = 1,5 für Brettschichtholz mit $l_1 \ge 2 \cdot h$ bei Schwellendruck sowie für Nadelvollholz mit $l_1 > 2 \cdot h$ und $l \le 400$ mm bei Auflagerdruck
$k_{c,90}$ = 1,75 für Brettschichtholz mit $l_1 \ge 2 \cdot h$ und $l \le 400$ mm bei Auflagerdruck
$F_{c,90,d}$ Bemessungswert der Druckkraft ⊥ Faser in N bzw. MN
A_{ef} wirksame Querdruckfläche in mm² bzw. m²

Das Maß der tatsächlichen Aufstandslänge l in darf in Faserrichtung des Holzes für die Ermittlung der wirksamen Querdruckfläche A_{ef} an jedem Rand um bis zu 30 mm, jedoch nicht mehr als a, l, $l_1/2$ verlängert werden.



a) Schwellendruck b) Auflagerdruck

Bild **2**.15 Belastungsanordnung mit Lasteinleitungslänge l, Zwischenabstand l_1 und Querschnittsabmessungen bei Druck senkrecht zur Faser

Beispiel zur Erläuterung

1. **Ein Mauerpfeiler** mit einem Querschnitt von 24 cm × 24 cm und 2,01 m Höhe hat eine charakteristische Nutzlast von 60 kN aufzunehmen, die zentriert eingeleitet wird (Φ_1 = 0,9). Aus welcher Mauerwerksgüte muss der Pfeiler hergestellt werden?

   Zur Beachtung:
   Abhängig von der Knicklänge des Mauerpfeilers h_{ef} zur Querschnittsdicke t ist der Bemessungswert der aufnehmbaren Normalkraft mit einem Faktor Φ_2 abzumindern (Φ = Phi):

$$\Phi_2 = 0{,}85 \cdot \left(\frac{a}{t}\right) - 0{,}0011 \left(\frac{h_{ef}}{t}\right)^2$$

   mit a Deckenauflagertiefe
   t Wanddicke

   Gemauerte Pfeiler mit einem Verhältnis $h_{ef} / t_{ef} > 27$ sind als tragende Bauteile unzulässig, ebenso Pfeiler mit einer Querschnittsfläche kleiner als 0,04 m² (400 cm²).

   Nach EC6-1-1, Abschnitt 6.1.2.1 sollte die Bemessungsdruckfestigkeit des Mauerwerks f_d mit dem Faktor (0,7 + 3 A) abgemindert werden, wenn der Wandquerschnitt kleiner als 0,1 m² (1.000 cm²) ist. A ist dabei die belastete Bruttoquerschnittsfläche in m². Für Wandquerschnitte aus getrennten Steinen mit einem Lochanteil > 35 % und Wandquerschnitte, die durch Schlitze oder Aussparungen geschwächt sind, beträgt der Faktor 0,8 (EC6-1-1/NA). Außerdem ist zur Berücksichtigung der Langzeitwirkung von Belastungen ein Faktor ζ zu berücksichtigen (ζ = zeta). Im Allgemeinen ist ζ mit einem Wert von 0,85 anzunehmen: ζ = 0,85.

   Bemessungswert der einwirkenden Normalkraft am Wandfuß

$$N_{Gk} = V \cdot \gamma = b \cdot d \cdot h \cdot \gamma = 0{,}24 \cdot 0{,}24 \cdot 2{,}01 \cdot 18 = 2{,}1 \text{ kN}$$
$$N_{Qk} = 60{,}0 \text{ kN}$$
$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_{Gk} + \gamma_Q \cdot N_{Qk}$$
$$= 1{,}35 \cdot 2{,}1 + 1{,}5 \cdot 60{,}0 = 92{,}8 \text{ kN}$$

   Abminderungsfaktor für Schlankheit

$$a/t = 0{,}24/0{,}24 = 1{,}0$$
$$h_{ef}/t = 2{,}01/0{,}24 = 8{,}4$$
$$\Phi_2 = 0{,}85 \cdot (a/t) - 0{,}0011 \cdot (h_{ef}/t)^2$$
$$= 0{,}85 \cdot 1{,}0 - 0{,}0011 \cdot 8{,}4^2 = 0{,}77 < 0{,}9 \;(\Phi_2 \text{ maßgebend})$$

   gewählt: HLzA 12 NM IIa mit f_k = 5,0 MN/m² (Tafel **11**.3.1)

Querschnittsfläche des Pfeilers

$A \quad = 0{,}24 \cdot 0{,}24 = 0{,}0576\ \text{m}^2 < 0{,}1\ \text{m}^2$

Abminderungsfaktor

$(0{,}7 + 3\,A) \quad = (0{,}7 + 3 \cdot 0{,}0576) = 0{,}8728$

Bemessungswert der Druckfestigkeit des Mauerwerks

$f_\text{d} \quad = (0{,}7 + 3\,A) \cdot \zeta \cdot f_\text{k} / \gamma_\text{M}$

$= 0{,}8728 \cdot 0{,}85 \cdot 5{,}0 / 1{,}5$

$= 2{,}47\ \text{MN/m}^2$

Bemessungswert der aufnehmbaren Normalkraft

$N_\text{Rd} \quad = \Phi_2 \cdot f_\text{d} \cdot A$

$= 0{,}77 \cdot 2{,}47 \cdot 0{,}0576$

$= 0{,}1095\ \text{MN} = 109{,}5\ \text{kN}$

Tragfähigkeitsnachweis

$N_\text{Ed} \quad = 92{,}8\ \text{kN} < 109{,}5\ \text{kN} = N_\text{Rd}$

2. Ein gemauerter Torpfeiler aus HLzA 12 NM III mit Anschlägen ist 2,51 m hoch (Bild **2.**16). Wie groß ist die Nutzlast des Pfeilers bei zentrierter Lasteinleitung?

Querschnittsfläche

$A_\text{ges} = 36{,}5 \cdot 36{,}5 + 2 \cdot 6{,}25 \cdot 11{,}5 = 1.332 + 144 = 1.476\ \text{cm}^2 = 0{,}1476\ \text{m}^2$

Eigenlast

$N_\text{Gk} \quad = A_\text{ges} \cdot h \cdot \gamma = 0{,}1476 \cdot 2{,}51 \cdot 18$

$= 6{,}7\ \text{kN}$

Schlankheit $h_\text{ef}/t = 2{,}51/0{,}365 = 6{,}88$

$\Phi_2 \quad = 0{,}85 \cdot (a/t) - 0{,}0011 \cdot (h_\text{ef}/t)^2$

$= 0{,}85 \cdot 1{,}0 - 0{,}0011 \cdot 6{,}88^2 = 0{,}80$

Bemessungswert der Druckfestigkeit

$f_\text{k} \quad = 5{,}6\ \text{MN/m}^2$ (Tafel **11.**3.1)

$f_\text{d} \quad = \zeta \cdot f_\text{k} / \gamma_\text{M} = 0{,}85 \cdot 5{,}6 / 1{,}5$

$= 3{,}17\ \text{MN/m}^2$

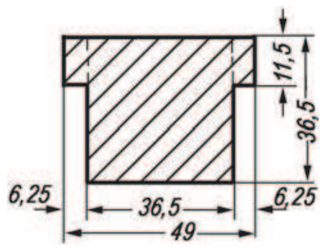


Bild **2.**16 Mauerpfeiler mit Anschlägen

aufnehmbare Normalkraft

$N_\text{Rd} \quad = \Phi_2 \cdot A_\text{ges} \cdot f_\text{d} - N_\text{G,k} \cdot \gamma_\text{G} = 0{,}80 \cdot 0{,}1476 \cdot 3{,}17 \cdot 10^3 - 6{,}7 \cdot 1{,}35$

$= 365{,}3 - 9{,}0 = 356{,}3\ \text{kN}$

$$N_\text{Qk} = \frac{N_\text{Rd}}{\gamma_\text{Q}} = \frac{356{,}3}{1{,}5} = 237{,}5\ \text{kN}$$

3. Das Betonfundament unter dem Mauerpfeiler des Beispiels 1 hat eine Größe von 60 cm × 60 cm und eine Tiefe von 90 cm. Nichtbindiger Baugrund (Tafel **11.**1.3). Wie groß ist der Bemessungswert der Sohldruckbeanspruchung $\sigma_\text{E,d}$ in der Sohlfuge des Fundamentes?

Nutzlast	$V_\text{Q,k} = 62{,}1\ \text{kN}$
Eigenlast Fundament	$V_\text{G,F,k} = l \cdot b \cdot h \cdot \gamma = 0{,}60 \cdot 0{,}60 \cdot 0{,}90 \cdot 24 = 7{,}8\ \text{kN}$
Eigenlast Pfeiler	$V_\text{G,W,k} = A_\text{Pf} \cdot h_\text{Pf} \cdot \gamma = 0{,}1476 \cdot 2{,}51 \cdot 18 = 6{,}7\ \text{kN}$

Gesamtlast $V_{Ed} = (V_{G,d} + V_{Q,d}) = 1{,}35 \cdot (7{,}8 + 6{,}7) + 1{,}5 \cdot 62{,}1 = 112{,}7$ kN

Bemessungswert der Sohldruckbeanspruchung

$$\sigma_{E,d} = \frac{V_{Ed}}{A} = \frac{112{,}7}{0{,}60 \cdot 0{,}60} = 313 \text{ kN/m}^2$$

4. Ein Stahlbetonfundament von 1,00 m Breite und 2,50 m Länge wird 2,00 m unter Gelände gegründet auf nichtbindigem Boden. Es hat eine Höhe von 60 cm. Wie groß kann der Bemessungswert der einwirkenden Vertikallast auf das Fundament werden?

Bemessungswert des Sohlwiderstandes

$\sigma_{R,d} = 700$ kN/m² (siehe Tafel **11.**1.3)

Bemessungswert der Eigenlast des Fundamentes

$V_{G,F,d} = \gamma_G \cdot l \cdot b \cdot h \cdot \gamma = 1{,}35 \cdot 2{,}50 \cdot 1{,}00 \cdot 0{,}60 \cdot 25 = 50{,}6$ kN

maximaler Bemessungswert der vertikalen Gesamtlast

$V_{Ed} = A \cdot \sigma_{R,d} = (2{,}50 \cdot 1{,}00) \cdot 700 = 1.750{,}0$ kN

maximaler Bemessungswert der vertikalen Wandlast

$V_{W,d} = V_{Ed} - V_{G,F,d} = 1.750{,}0 - 50{,}6 = 1.699{,}4$ kN

5. Ein Pfeiler, gebaut in regelmäßigem Schichtenmauerwerk aus natürlichen Steinen (Dolomit) mit Mörtelgruppe NM II mit einem Querschnitt von 75 cm × 50 cm und einer Höhe von 4,50 m hat eine mittige Druckkraft $N_{Qk} = 550$ kN aufzunehmen. Ist diese Ausführungsart zulässig?

Eigenlast

$N_{Gk} = b \cdot d \cdot h \cdot \gamma = 0{,}75 \cdot 0{,}50 \cdot 4{,}5 \cdot 27 = 45{,}6 \text{ kN} \approx 46$ kN

Bemessungswert der einwirkenden Normalkraft

$N_{Ed} = (\gamma_G \cdot N_{Gk} + \gamma_Q \cdot N_{Qk}) = (1{,}35 \cdot 46 + 1{,}5 \cdot 550) = 887$ kN

Bemessungswert der Druckfestigkeit des Mauerwerks mit Steinfestigkeit $f_k \geq 50$ N/mm²

Regelmäßiges Schichtenmauerwerk entspricht der Güteklasse N3

$f_k = 5{,}5$ MN/m² (Tafel **11.**3.8)

$f_d = \zeta \cdot f_k / \gamma_M$
$= 0{,}85 \cdot 5{,}5 / 1{,}5$
$= 3{,}12$ MN/m²

Schlankheit $h_{ef}/t = 4{,}50/0{,}50 = 9{,}00 < 20$

$\Phi_2 = 0{,}85 \cdot (a/t) - 0{,}0011 \cdot (h_{ef}/t)^2$
$= 0{,}85 \cdot (0{,}50/0{,}50) - 0{,}0011 \cdot 9{,}00^2 = 0{,}76$

Bemessungswert der aufnehmbaren Normalkraft

$N_{Rd} = \Phi \cdot f_d \cdot A$
$= 0{,}76 \cdot 0{,}50 \cdot 3{,}12 \cdot 0{,}75$
$= 0{,}889 \text{ MN} = 889$ kN

Tragfähigkeitsnachweis

$N_{Ed} = 887 \text{ kN} < 889 \text{ kN} = N_{Rd}$

Ausführungsart zulässig, da $N_{Ed} < N_{Rd}$.

6. Ein Holzstiel von 14 cm × 14 cm soll in eine Schwelle aus Eiche mit einem 4 cm breiten Zapfen verzapft werden (Bild **2.**17). Wie groß ist der maximale Bemessungswert der Druckkraft an der Verbindungsstelle?

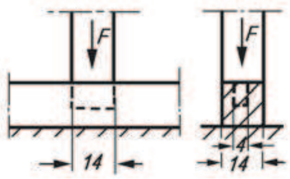


Bild **2.**17
Holzstiel durch Zapfen mit der Schwelle verbunden

wirksame Querdruckfläche

$$A_{ef} = (14 - 4) \cdot (14 + 2 \cdot 3) = 200 \text{ cm}^2$$

Bemessungswert der Druckfestigkeit

$$f_{c,90,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,90,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{8,0}{1,3} = 4,92 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 0,49 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

mit $f_{c,90,k}$ = 8,0 N/mm² = 0,8 kN/cm² (siehe Tafel **11.**4.2)
k_{mod} = 0,8 (KLED mittel, NKL 1)
γ_M = 1,3 für Holz und Holzwerkstoffe

maximaler Bemessungswert der Druckkraft

$$F_{c,90,d} = A_{ef} \cdot k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$$
$$= 200 \cdot 1,00 \cdot 0,8$$
$$= 160 \text{ kN}$$

7. Eine 24 cm dicke Mauerwerkswand belastet zentrisch ein Streifenfundament aus Beton C12/15 mit $(g_{W,d} + q_{W,d})$ = 380 kN/m. Der Bemessungswert des Sohlwiderstandes beträgt $\sigma_{R,d}$ = 420 kN/m² (Bild **2.**12). Wie breit und wie hoch muss das Fundament werden?

erforderliche Fundamentfläche

$$A_{erf} \approx \frac{(g_{W,d} + q_{W,d})}{\sigma_{R,d}} \approx \frac{380}{420} \approx 0,90 \text{ m}^2/m$$

erforderliche Fundamentbreit

$$b_{erf} \approx \frac{A_{erf}}{l} \approx \frac{0,90}{1,00} \approx 0,90 \text{ m}$$

Gewählt: b = 1,00 m

erforderliche Fundamentdicke für Lastverteilung 1: n = 1:1,84 (siehe Tafel **11.**2.3)

$$d_{erf} = \frac{b - d_w}{2} \cdot n = \frac{1,00 - 0,24}{2} \cdot 1,84 = 0,70 \text{ m}$$

gewählt: d = 0,80 m

Fundamentgröße b/d= 1,00/0,80 m

Eigenlast (charakteristisch)

$$g_{F,k} = b \cdot d \cdot l \cdot \gamma = 1,00 \cdot 0,80 \cdot 1,00 \cdot 23 = 18,4 \text{ kN}$$

Gesamtlast (Bemessungswert)

$$v_{Ed} = \gamma_G \cdot g_{F,k} + (g_{W,d} + q_{W,d}) = 1,35 \cdot 18,4 + 380 = 404,84 \text{ kN}$$

Bemessungswert der Sohlbeanspruchung

$$\sigma_{E,d} = \frac{v_{Ed}}{A} = \frac{404,84}{1,00 \cdot 1,00} = 404,84 \text{ kN/m}^2$$

Bemessungswert des Sohlwiderstandes

$$\sigma_{R,d} = 420 \text{ kN/m}^2$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{E,d}}{\sigma_{R,d}} = \frac{404{,}84 \text{ kN/m}^2}{420 \text{ kN/m}^2} = 0{,}96 < 1$$

8. **Das Auflager** eines Stahlträgers erhält zur besseren Kraftübertragung eine Auflagerplatte mit Zentrierstück (Bild **2.**18). Der Bemessungswert der Lagerkraft beträgt F_d = 86 kN. Das Mauerwerk besteht aus Hochlochziegeln HLzA 12, NM II. Wie groß muss die quadratische Auflagerplatte werden?

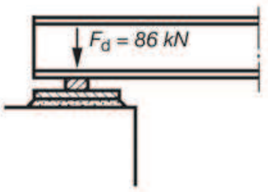


Bild **2.**18
Trägerauflager

Bemessungswert der zulässigen Druckspannung (ohne Berücksichtigung einer möglichen erhöhten Teilflächenpressung)

$$f_d = \zeta \cdot f_k / \gamma_M$$
$$= 0{,}85 \cdot 3{,}9/1{,}5 \quad \text{(siehe Tafel } \mathbf{11.}3.1)$$
$$= 2{,}21 \text{ MN/m}^2 = 0{,}22 \text{ kN/cm}^2$$

erforderliche Auflagerfläche

$$A_{erf} = \frac{F_d}{f_d} = \frac{86}{0{,}22} = 390 \text{ cm}^2$$

Auflagerplatte gewählt 20 cm × 20 cm mit A_{vorh} = 400 cm²

vorhandene Pressung

$$\sigma_{Ed} = \frac{F_d}{A_{vorh}} = \frac{86}{400} = 0{,}215 \text{ kN/cm}^2 = 2{,}15 \text{ MN/m}^2$$

Spannungsnachweis

$$\frac{\sigma_{Ed}}{f_d} = \frac{2{,}15 \text{ MN/m}^2}{2{,}21 \text{ MN/m}^2} = 0{,}97 < 1$$

Anmerkung:

Es wird vorausgesetzt, dass die Auflagerplatte steif genug ist, um mit einer gleichmäßigen Verteilung der Druckspannung unter der Auflagerplatte rechnen zu können.

9. **Eine Stahlrohrstütze** wird ständig durch eine Druckkraft von 280 kN belastet. Sie ist sehr kurz, so dass die Gefahr des Knickens nicht besteht. Welches Stahlrohrprofil aus S 355 ist erforderlich?

Bemessungswert der ständig wirkenden Druckkraft

$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_k = 1{,}35 \cdot 280 = 378 \text{ kN}$$

Grenzspannung

$$\sigma_{R,d} = \frac{f_{y,k}}{\gamma_M} = \frac{360}{1{,}1} = 327 \text{ N/mm}^2$$

Querschnittsfläche

$$A_{\text{erf}} = \frac{N_{\text{Ed}}}{\sigma_{\text{R,d}}} = \frac{378.000}{327} = 1.156 \text{ mm}^2$$

Gewählt: Rohr 101,6 × 4 (Querschnittsklasse 1)

mit $A = 12{,}3 \text{ cm}^2 = 1.230 \text{ mm}^2$

Spannungsnachweis

$$\sigma_{\text{x,Ed}} = \frac{N_{\text{Ed}}}{A} = \frac{378.000}{1.230} = 307{,}3 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{\text{x,Ed}}}{\sigma_{\text{Rd}}} = \frac{307{,}3}{327} = 0{,}94 < 1$$

Beispiele zur Übung

1. Das Betonfundament unter einer tragenden Wand ist 0,60 m breit und 0,40 m hoch. Die Wand belastet das Fundament mit einer ständigen Last von g_{k2} = 103 kN je m Fundamentlänge. Wie groß ist der Bemessungswert der Sohldruckbeanspruchung des Fundamentes?

2. Ein Mauerpfeiler von 36,5 cm · 24 cm hat eine Höhe von 2,26 m. Er wird aus HLzA 20, NM III hergestellt. Wie groß ist der maximale Bemessungswert der vertikalen Gesamtlast des Pfeilers? Rohdichte-Klasse 2,0 kg/dm³.

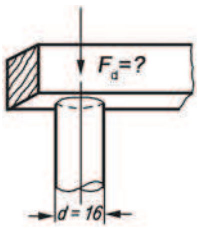


Bild **2.**19 Rundholzstütze unter Deckenbalken

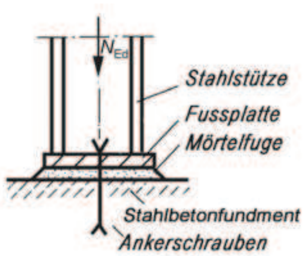


Bild **2.**20 Stahlstütze auf Stahlbetonfundament

3. Eine Rundholzstütze für die Abfangung eines Gebäudes hat einen Zopfdurchmesser von 16 cm und unterstützt einen Deckenbalken aus Nadelholz (Festigkeitsklasse C24, Sortierklasse S10) vollflächig (Bild **2.**19). Wie groß darf die Druckkraft F_d an dieser Stelle werden?

4. Eine Stahlstütze bringt eine Gesamtlast von N_{Ed} = 1.240 kN auf ein Betonfundament aus Beton C 20/25 mit $f_{c,d}$ = 14,17 N/mm² (Bild **2.**20). Wie groß muss die quadratische Fußplatte werden?

5. Wie groß ist der maximale Bemessungswert der vertikalen Gesamtlast eines Stahlbetonfundamentes, das auf nichtbindigem Boden 1,50 m unter Gelände gegründet wird und die Abmessungen 2,00 m · 0,75 m · 0,40 m ($l \cdot b \cdot h$) hat (Bild **2.**21)?

6. Eine Schalungs-Patentstütze hat eine Fußplatte von 20 cm · 20 cm (Bild **2.**22). Welche Tragfähigkeit hätte sie, wenn die Kraftübertragung an der Fußplatte maßgebend wäre und die Stütze auf eine Bohle aus Nadelholz aufgestellt ist? Welche Kraft wäre bei der Verwendung von Eichenholz zulässig?

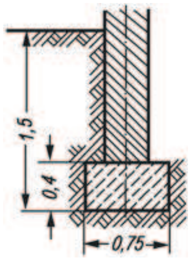


Bild **2.**21
Belastung eines Fundaments

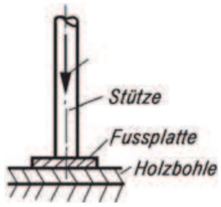


Bild **2.**22
Schalungsstütze auf Holzbohle

2.2.2 Lochleibungsspannung

Eine besondere Art von Flächenpressung wirkt im Stahlbau bei Schraubenverbindungen an den Lochwandungen. Die Schrauben haben die Aufgabe, mehrere Stahlstäbe miteinander zu verbinden (Bild **2.**23). Die Ränder der Bohrlöcher, die Lochleibungen, werden dann durch Flächenpressung beansprucht, obwohl die äußeren Kräfte als Zugkräfte wirken. Es entsteht dort die Lochleibungsspannung σ_l. Man nimmt auch hier eine gleichmäßige Verteilung der Spannung an. Als Fläche zur Spannungsverteilung steht die Rechteckfläche $A_l = d \cdot t$ zur Verfügung, t ist die Blechdicke, d der Durchmesser der Schrauben, durch den in Kraftrichtung die Kräfte auf das Blech übertragen werden. Die größte Lochleibungsspannung entsteht bei der geringsten Summe der Blechdicke in einer Kraftrichtung. Das kann in zweischnittiger Verbindung nach Bild **2.**23 b) entweder t_1 sein oder $t_2 + t_3$ in der anderen Richtung.

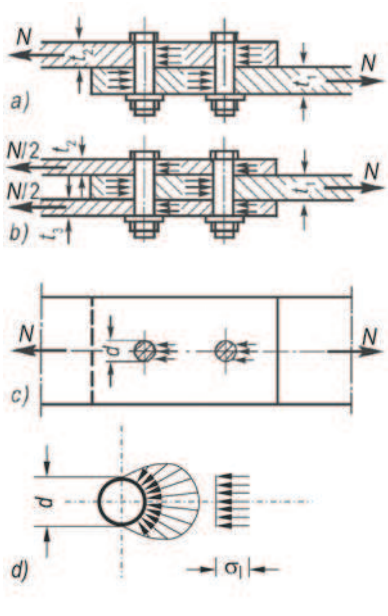


Bild **2.**23
Schraubenverbindung
a) einschnittig
b) zweischnittig
c) Draufsicht mit Schnitt durch Schrauben
d) Verteilung der Lochleibungsspannung (tatsächlich und rechnerische Annahme mit σ_l)

Bei mehreren Schrauben hintereinander wird ebenfalls eine gleichmäßige Verteilung auf alle Schrauben angenommen. Die Anzahl der Schrauben ist n.

Die Lochleibungsspannung σ_l wird auf folgende Weise berechnet:

$$\sigma_l = \frac{\text{Zugkraft } N}{\text{Anzahl der Schrauben } n \cdot \text{Lochleibungsfläche } A_l}$$

$$\sigma_l = \frac{F}{n \cdot d \cdot \min \Sigma t_\mathrm{i}} \text{ in N/mm}^2 \text{ oder MN/m}^2 \tag{2.31}$$

mit F in N

$A_\mathrm{l} = d \cdot \Sigma t_\mathrm{i}$, mit d und t_i in mm, hierbei ist Σt_i die Summe der Blechdicken in einer Kraftrichtung

Der Nachweis der Tragfähigkeit von Schraubenverbindungen im Stahlbau, bei denen Lochleibungsspannungen auftreten, erfolgt über die Lochleibungstragfähigkeit (Abschnitt 3.2.1).

Beispiel zur Erläuterung

Ein gleichschenkliger Winkelstahl L60 × 8 wird mit 3 Schrauben M16 an einem 12 mm dicken Blech befestigt. Die größtmögliche Zugkraft im Winkels beträgt $N_{\mathrm{k,max}}$ = 88 kN (siehe Erläuterungsbeispiel 3 Abschnitt 2.1.2).

Wie groß ist der charakteristische Wert der Lochleibungsspannung?

$$\sigma_{l,\mathrm{k}} = \frac{N_{\mathrm{k,max}}}{n_{\mathrm{vorh}} \cdot d \cdot \Sigma t_{\mathrm{min}}} = \frac{88.000}{3 \cdot 16 \cdot 8} = 229 \text{ N/mm}^2$$

Beispiel zur Übung

Der Zugstab einer Stahlkonstruktion besteht aus einem Flachstahl ▭ 120 × 15, der gestoßen wird. Die Verbindung hat eine veränderliche Zugkraft von $N_{\mathrm{q,k}}$ = 180 kN aufzunehmen. Auf jeder Seite des Stoßes sollen 3 Schrauben M20 die Kraft übertragen (Bild **2.**8). Wie groß ist der charakteristische Wert der Lochleibungsspannung im Flachstahl?

2.2.3 Verkürzungen

Druckspannungen bewirken in einem Baukörper Verkürzungen (Bild **2.**24). Diese Formänderungen werden hier ähnlich wie Verlängerungen bei Zugspannungen berechnet (siehe Abschnitte 2.1.3 und 1.4).

Die Verkürzung Δl berechnet sich mit Gleichung (1.8) aus der Länge l des Baukörpers bei Belastung abzüglich der ursprünglichen Länge l_0:

Verkürzung $\Delta l = l - l_0$ in mm

Hierdurch ergibt sich zwangsläufig ein negativer Wert für die Längenänderung.

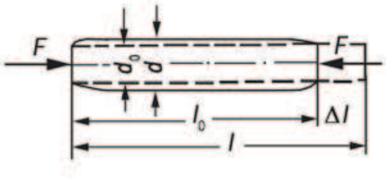


Bild **2.**24 Verkürzung infolge einer Druckkraft

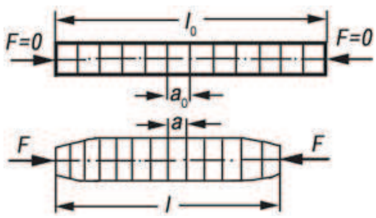


Bild **2.**25 Die Querschnittsentfernung a_0 im unbelasteten Zustand ist größer als die Querschnittsentfernung a im belasteten Zustand

Auch hier wird angenommen, dass sich die Verkürzungen gleichmäßig über die Länge des Baukörpers verteilen. Die einzelnen Querschnitte werden einander näher gedrückt; ihr Abstand wird geringer (Bild **2.**25). Die Verkürzung hat eine Querschnittsvergrößerung zur Folge. Die Stauchung ist also eine Dehnung in umgekehrter Richtung. Es kann auch hier mit der gleichen Formel gerechnet werden wie bei Zugbeanspruchung (siehe Abschnitt 1.4 und 2.1.3):

$$\textbf{Dehnung (Stauchung)} = \frac{\textbf{Längenänderung}}{\textbf{ursprüngliche Länge}}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \tag{2.32}$$

Beispiel zur Erläuterung

Der Gummipuffer unter einem Maschinenfundament hat einen Durchmesser von 150 mm und ist 100 mm hoch. Er wird durch eine Druckkraft von 33,5 kN belastet und drückt sich dabei auf 80 mm zusammen (Bild **2.**26). Wie groß ist der Elastizitätsmodul des Werkstoffes? (Vergleiche Abschnitt 2.1.3.)

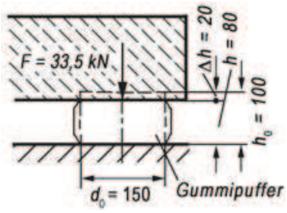


Bild **2.**26
Gummipuffer für Maschinenfundament

Querschnittsfläche

$$A_0 = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{150^2 \cdot \pi}{4} = 17.670 \text{ mm}^2$$

Verkürzung

$$\Delta h = h - h_0 = 80 - 100 = -20 \text{ mm}$$

Elastizitätsmodul

$$E = \frac{\sigma_D}{\varepsilon} = \frac{F \cdot h_0}{A_0 \cdot \Delta h}$$

$$E = \frac{(-33.500) \cdot 100}{17.670 \cdot (-20)} = 9{,}5 \text{ N/mm}^2$$