Fisica Generale A

Macchine

Scuola di Ingegneria e Architettura

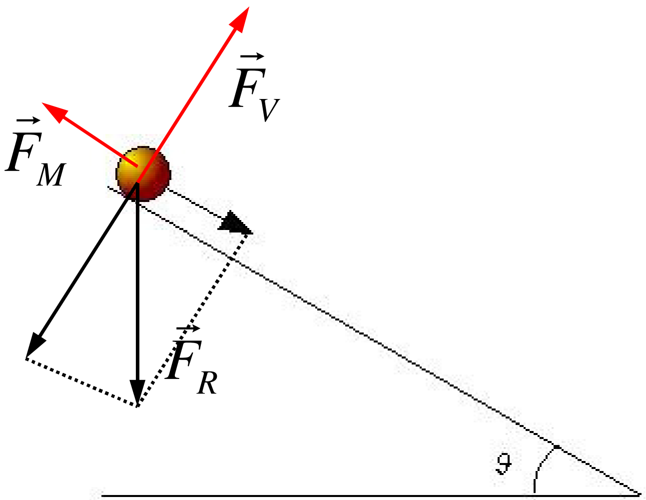
UNIBO – Cesena

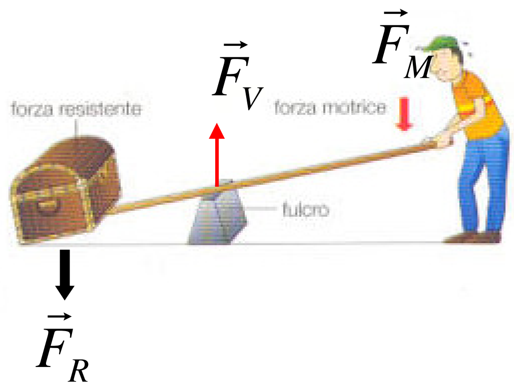
Anno Accademico 2015 – 2016

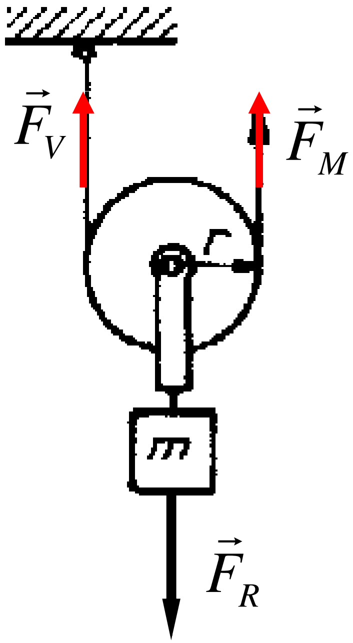
Macchine semplici

Una macchina è un dispositivo vincolato capace di spostare il punto di applicazione di una forza, chiamata "resistente", sfruttando un'altra forza chiamata "motrice".

Esempi: carrucola, piano inclinato, leva.







Macchine semplici

In certi casi le macchine possono spostare il punto di applicazione di una forza resistente utilizzando una forza motrice più piccola in modulo…

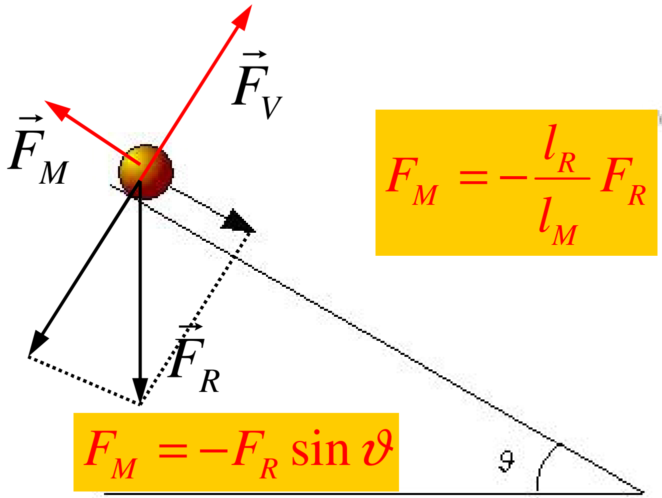
… ma …

…in tal caso è maggiore lo spostamento del punto di applicazione di questa forza, rispetto a quello della forza resistente.

Più precisamente: per tutte le macchine a vincoli ideali (in condizioni di equilibrio dinamico, cioè quando l'energia cinetica totale rimane costante), il lavoro della forza resistente è sempre uguale e di segno opposto rispetto al corrispondente lavoro della forza motrice.

Questa affermazione non è altro che la conseguenza del teorema delle forze vive.

Macchine semplici ideali

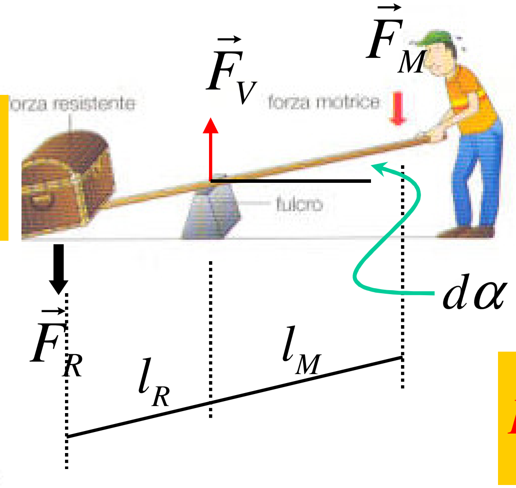


$$F_M = -F_R \sin\vartheta$$

$$\cancel{d}L_M = F_M dP =$$

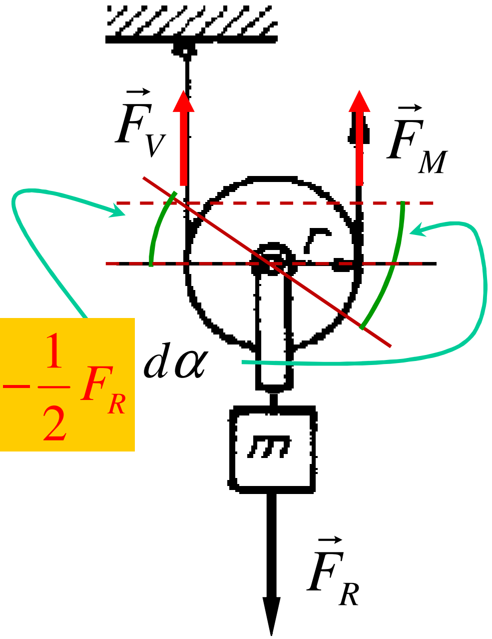
$$\cancel{d}L_R = -F_R \sin(\vartheta)\, dP$$

$$F_M = -\frac{l_R}{l_M} F_R$$



$$\cancel{d}L_M \approx F_M ds_M = F_M l_M d\alpha =$$

$$\cancel{d}L_R \approx -F_R ds_R = -F_R l_R d\alpha$$



$$F_M = -\frac{1}{2} F_R$$

$$\cancel{d}L_M = F_M ds_M = F_M 2r d\alpha =$$

$$\cancel{d}L_R = -F_R ds_R = -F_R r d\alpha$$

Se l'energia cinetica totale rimane costante, il lavoro complessivo di tutte le forze che agiscono sul sistema è nullo, quindi …

… per qualsiasi macchina meccanica, comunque complicata, se i vincoli sono tutti ideali e l'enegia cinetica totale rimane costante durante il suo funzionamento, il "lavoro resistente" è uguale e di segno opposto rispetto al "lavoro motore".

Macchine reali

Nei casi reali i vincoli non sono mai perfettamente ideali. Che lavoro compiono?

Facciamo in modo che le forze attive (motrici + resistenti) compiano lavoro nullo. L'esperienza mostra che in tal caso la macchina dopo un certo tempo si ferma.

$$L_{AB} = \cancel{L_M + L_R} + L_V = \cancel{T(B)} - T(A) \Longrightarrow \boxed{L_V = -T(A) < 0}$$

$\Longrightarrow$ *In qualunque macchina meccanica reale in movimento le forze vincolari compiono un lavoro totale negativo.*

Macchine reali a regime: $T = \text{costante}$ $\qquad L_{AB} = L_M + L_R + L_V = 0$

$$\Rightarrow \quad L_M + L_R = -L_V > 0$$

$$\left.\begin{array}{l} L_M > -L_R \\ L_R < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{L_M > 0}$$

Per mantenere qualunque macchina meccanica reale a regime occorre compiere un lavoro motore positivo maggiore del lavoro resistente.

Motori e potenza

Motori: Dispositivi capaci di compiere lavoro in quanto "alimentati" da una qualche forma di energia.

Motori meccanici: sfruttano l'energia meccanica immagazzinata come energia cinetica (volani), come energia potenziale gravitazionale (pesi, cadute d'acqua) o altre forme di energia potenziale (molle deformate).

Potenza di un motore: Rapidità con la quale è in grado di compiere lavoro.

$$\text{Potenza media}: \quad W_m = \frac{L}{\Delta t}$$

L = lavoro compiuto dal motore nel tempo Δt

$$\boxed{\text{Potenza istantanea}: \quad W = \lim_{\Delta t \to 0} W_m = \frac{dL}{dt}}$$

Unità di misura. S.I. : Watt. 1 W = 1 J/s.

S.T.: kilogrammetro/s = 1 kgf.m/s

Molto usato il "cavallo vapore": 1 CV = 75 kgf.m/s = 735,49875 W

Contatto fra corpi solidi

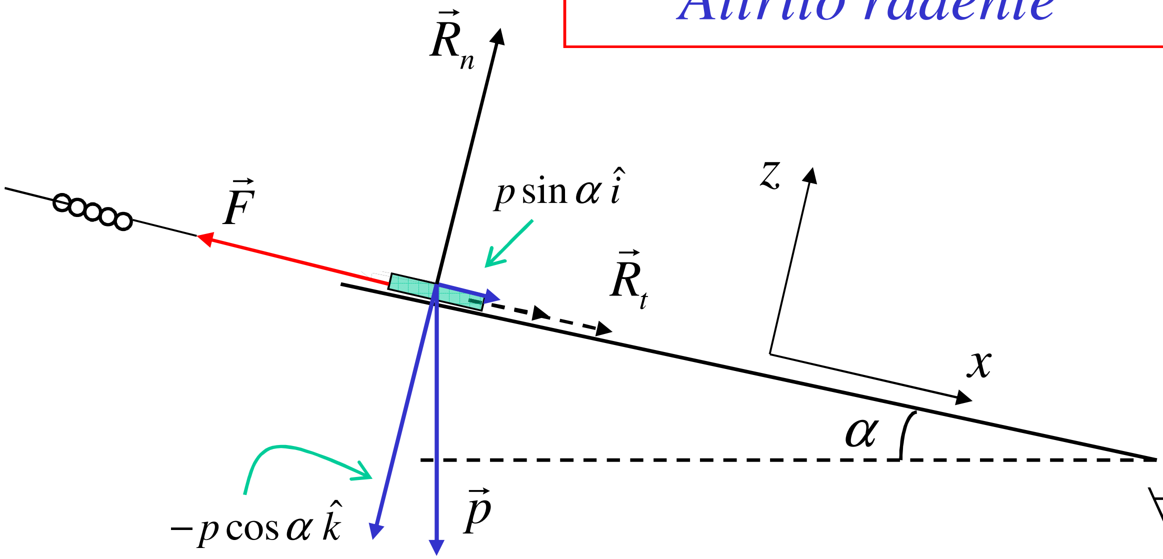
Forze di attrito

Le forze di attrito si sviluppano sulle superfici dei corpi, tangenzialmente ad esse, ostacolandone il movimento.

- Attrito interno: si esplica tra i vari strati di un fluido, dovuto alla viscosità (es.: differente comportamentro tra acqua e miele).
- Attrito del mezzo: resistenza viscosa ($F \propto v$) o resistenza idraulica ($F \propto v^2$) alla quale è soggetto un corpo in moto entro un fluido viscoso.
- Attrito radente: quando due corpi solidi sono sollecitati a strisciare l'uno sull'altro, sulle superfici di contatto si sviluppano forze tangenziali dovute alle asperità e alle forze di adesione che si esercitano tra le 2 superfici.
- Attrito volvente: si osserva in un cilindro che rotola senza strisciare su di una superficie. Dovuto alle asperità e alla inelasticità dei corpi a contatto.

Contatto fra corpi solidi

Attrito radente



Equilibrio statico:

$$R_n - p\cos\alpha = 0$$
$$R_t + p\sin\alpha - F = 0$$

$$F - R_t = p\sin\alpha$$
$$\forall F \text{ che conservi l'equilibrio}$$

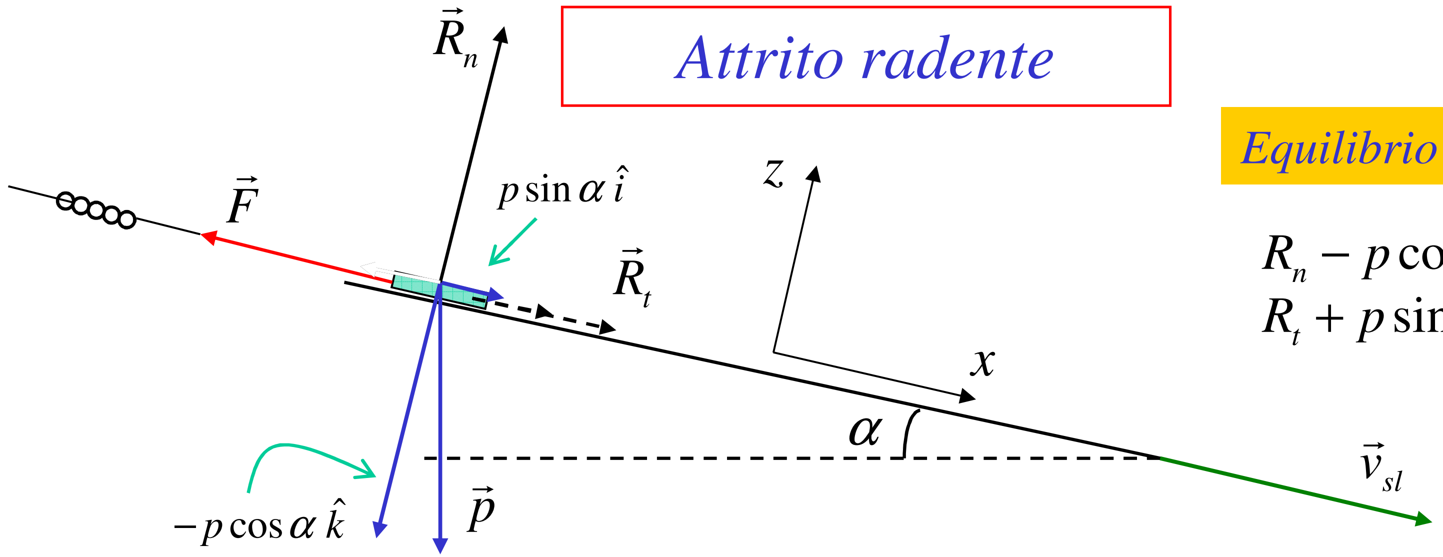
Sperimentalmente si osserva che $\vec{R}_t^{\min} < \vec{R}_t < \vec{R}_t^{\max}\ ;\ \left|\vec{R}_t^{\min}\right| \approx \left|\vec{R}_t^{\max}\right| = \varepsilon\ ;\quad \left|\vec{R}_t\right| \le \varepsilon$

*Inoltre, variando **p** ed* α *si trova che* $\varepsilon \approx \mu_s \left|\vec{R}_n\right| \quad \Rightarrow \quad \boxed{\left|\vec{R}_t\right| \le \mu_s \left|\vec{R}_n\right|}$

μ_s *= coefficiente di attrito statico, o di attrito radente al distacco, o di aderenza.*

Contatto fra corpi solidi

Attrito radente



Equilibrio dinamico:

$$R_n - p\cos\alpha = 0$$
$$R_t + p\sin\alpha - F = 0$$

*Sperimentalmente: si trova **un solo** valore di F tale che* $R_t = F - p\sin\alpha$

Inoltre, variando $\boldsymbol{p}$ *ed* α *si trova che* $\left|\vec{R}_t\right| = \mu_d \left|\vec{R}_n\right|$

μ_d = *coefficiente di attrito dinamico o cinetico.*

I coefficienti μ_s *e* μ_d *non dipendono dall'area delle superfici a contatto.* μ_d *non dipende dalla velocità* $\boldsymbol{v}_{sl}$

Risulta essere $\mu_d \leq \mu_s$

Attrito radente fra corpi solidi

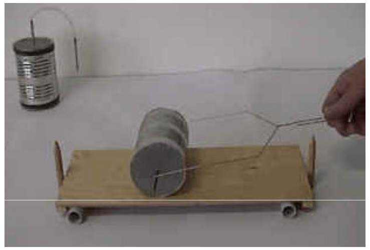
Tabella coefficienti di attrito

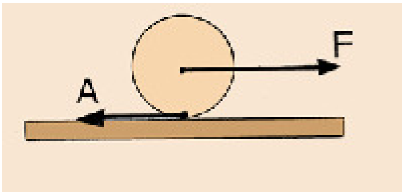
Materiale	Coefficiente Statico	Coefficiente Dinamico o Radente
Acciaio su acciaio	0.74	0.57
Acciaio su acciaio lubrificato	0.11	0.05
Alluminio su acciaio	0.61	0.47
Rame su acciaio	0.53	0.36
Ottone su acciaio	0.51	0.44
Vetro su vetro	0.94	0.40
Rame su vetro	0.68	0.53
Teflon su teflon	0.04	0.04
Teflon su acciaio	0.04	0.04
Acciaio su aria	0.001	0.001
Acciaio su ghiaccio	0.027	0.014
Legno su pietra	0.7	0.3
Gomma su cemento asciutto	0.65	0.5
Gomma su cemento bagnato	0.4	0.35
Gomma su ghiaccio asciutto	0.2	0.15
Gomma su ghiaccio bagnato	0.1	0.08
Grafite su grafite	0.1	-
Gomma su asfalto	-	0.97

Contatto fra corpi solidi

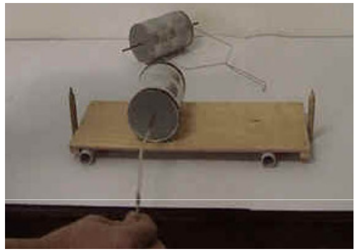
Forza vincolare nel rotolamento puro di un cilindro su un piano

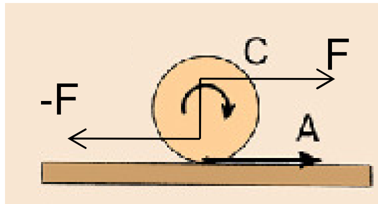
Come è fatta la forza vincolare quando si genera il rotolamento puro?





Dipende dal tipo di sollecitazione cui il sistema è sottoposto, cioè dalla configurazione delle forze attive che inducono il movimento!





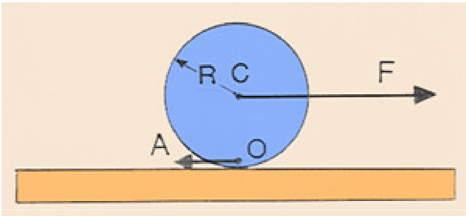
N.B. Le forze attive in questione rompono l'equilibrio ed avviano il moto, il quale, in assenza di altre forze, continuerebbe all'infinito anche al cessare di tali forze attive.

Contatto fra corpi solidi

Forza vincolare nel rotolamento puro

$$\boxed{\vec{\mathcal{R}}^{(e)} = M\,\vec{a}_G}$$

$$\boxed{\mathcal{M}_u^{(e)} = I_u \ddot{\varphi}}$$



$$F - A = Ma_C = MR\ddot{\varphi}$$

$$FR = I_O\ddot{\varphi} = \left(I_G + MR^2\right)\ddot{\varphi} = \frac{3}{2}MR^2\ddot{\varphi}$$

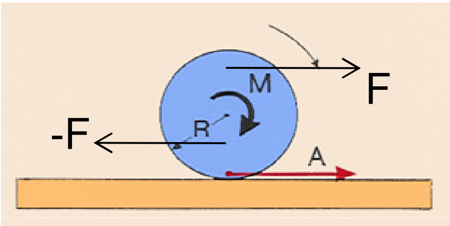
$$\left.\begin{aligned} A &= F - MR\ddot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} &= \frac{2}{3}\frac{F}{MR} \end{aligned}\right\} \quad \boxed{A = \frac{1}{3}F} \qquad a_C = \frac{2}{3}\frac{F}{M}$$

Contatto fra corpi solidi

Forza vincolare nel rotolamento puro

$$\vec{\mathscr{R}}^{(e)} = M\,\vec{a}_G$$

$$\mathscr{M}_u^{(e)} = I_u\ddot{\varphi}$$



$$A = Ma_C = MR\ddot{\varphi}$$

$$\mathscr{M}_u^{(e)} = \frac{3}{2}MR^2\ddot{\varphi}$$

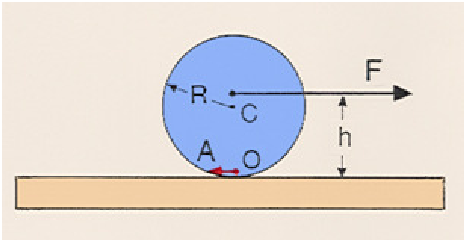
$$\ddot{\varphi} = \frac{2}{3}\frac{\mathscr{M}}{MR^2}; \qquad A = \frac{2}{3}\frac{\mathscr{M}}{R}$$

$$\mathscr{M}_u^{(e)} = Fb \quad \Rightarrow \quad A = \frac{2}{3}\frac{b}{R}F$$

N.B. in questo caso la risultante delle forze agenti sul disco si riduce alla sola forza vincolare (dovuta all’attrito statico) che è quindi l'unica responsabile dell'accelerazione del centro di massa.

Contatto fra corpi solidi

Forza vincolare nel rotolamento puro



$$\vec{\mathscr{R}}^{(e)} = M\,\vec{a}_G$$

$$\mathscr{M}_u^{(e)} = I_u \ddot{\varphi}$$

$$\vec{F} + \vec{A} = M\vec{a}_C = MR\ddot{\varphi}\hat{i}$$

$$\begin{cases} F + A = Ma_C = MR\ddot{\varphi} \\ Fh = I_O\ddot{\varphi} = \left(I_G + MR^2\right)\ddot{\varphi} = \dfrac{3}{2}MR^2\ddot{\varphi} \end{cases}$$

$$A = MR\ddot{\varphi} - F$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{2}{3}\frac{Fh}{MR^2}$$

$$\boxed{A = F\left(\frac{2}{3}\frac{h}{R} - 1\right)}$$

$$h = 2R \quad \Rightarrow \quad A = (1/3)F; \quad \ddot{\varphi} = (4/3)\left[F/(MR)\right]$$

$$h = (3/2)R \quad \Rightarrow \quad A = 0\ (!) \quad \ddot{\varphi} = F/(MR)$$

$$h = R \quad \Rightarrow \quad A = -(1/3)F \quad \ddot{\varphi} = (2/3)\left[F/(MR)\right]$$

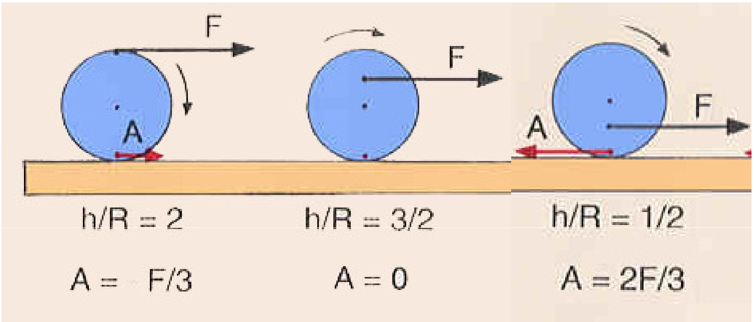
$$h = (1/2)R \quad \Rightarrow \quad A = -(2/3)F \quad \ddot{\varphi} = (1/3)\left[F/(MR)\right]$$

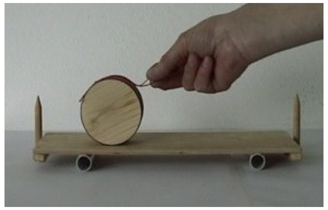
$$h = 0 \quad \Rightarrow \quad A = -F \quad \ddot{\varphi} = 0$$

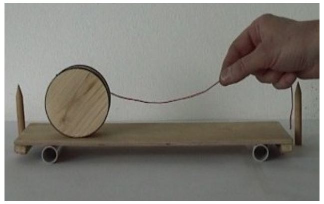
N.B. in questo caso il movimento è traslatorio senza rotolamento e richiede il permanere della forza F. Se la si toglie il moto si arresta.

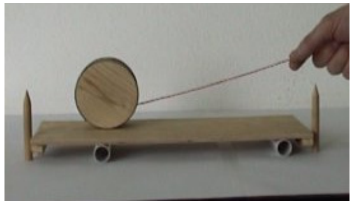
Contatto fra corpi solidi

Forza vincolare nel rotolamento puro





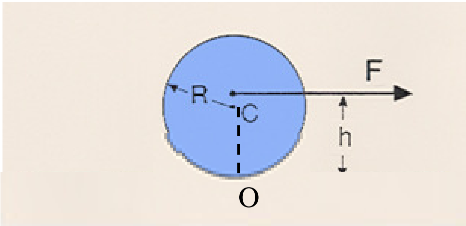




Contatto fra corpi solidi

Senza attrito e senza peso

$$\vec{\mathscr{R}}^{(e)} = M\,\vec{a}_G$$



N.B. Punto O si muove come C, quindi non solidale con cilindro!

$$\vec{F} = M\vec{a}_C$$

$$\mathscr{M}_u^{(e)} = I_G\ddot{\varphi} + \hat{u}\cdot(G-O)\wedge M\vec{a}_G$$

$$Fh = I_G\ddot{\varphi} + MRa_C = \frac{1}{2}MR^2\ddot{\varphi} + MRa_C$$

$$N.B: In\ generale\ a_C \neq \ddot{\varphi}R$$

$$a_C = \frac{F}{M}$$

$$\boxed{\ddot{\varphi} = 2\frac{F}{M}\frac{(h-R)}{R^2}}$$

$$\begin{cases} h = 2R & \Rightarrow \quad \ddot{\varphi} = 2F/(MR) \\ h = (3/2)R & \Rightarrow \quad \ddot{\varphi} = F/(MR) \qquad a_C = \ddot{\varphi}R\ ! \\ h = R & \Rightarrow \quad \ddot{\varphi} = 0 \\ h = (1/2)R & \Rightarrow \quad \ddot{\varphi} = -F/(MR) \\ h = 0 & \Rightarrow \quad \ddot{\varphi} = -2F/(MR) \end{cases}$$

$$N.B: se\ poniamo\ r = h - R$$

$$Fr = I_G\ddot{\varphi}$$

$$\Rightarrow \quad F(h-R) = \frac{1}{2}MR^2\ddot{\varphi}$$

Contatto fra corpi solidi

Attrito volvente

E' conoscenza comune che una biglia lanciata su un pavimento perfettamente orizzontale e lasciata a se stessa, rotola per un certo tratto rallentando il suo moto fino a fermarsi ….

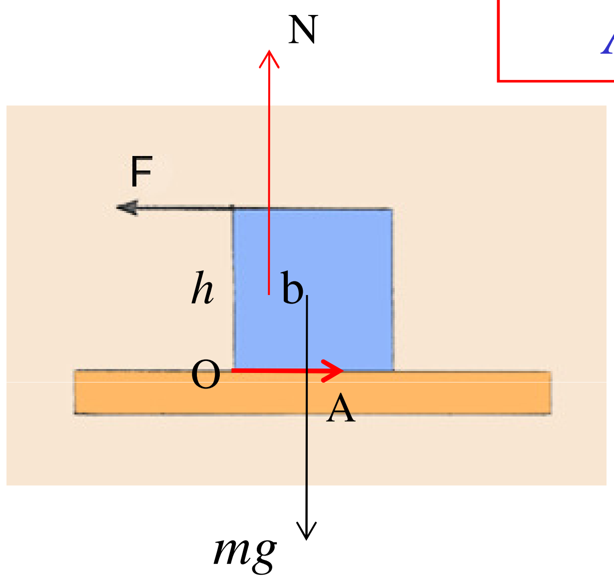
… ma la forza vincolare (di attrito radente statico) attiva nel rotolamento non ha nessun ruolo nel bilancio delle energie associate al moto, quindi non può essere la causa di questa dissipazione di energia, tanto più che quando una sfera, o un cilindro, rotolano lasciati a se stessi, il loro moto non richiede alcuna forza di attrito.

La dissipazione di energia meccanica associata al rotolamento è dovuta a una forma di attrito tipica di questo movimento e che perciò viene chiamata "attrito volvente".

Contatto fra corpi solidi

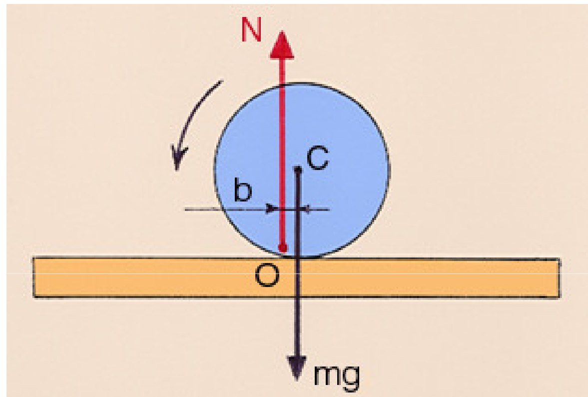
Attrito volvente

$$\mathcal{M}_u^{(e)} = I_u \ddot{\varphi}$$



$$A = F = 0$$

$$\mathcal{M} = mgb \neq 0$$

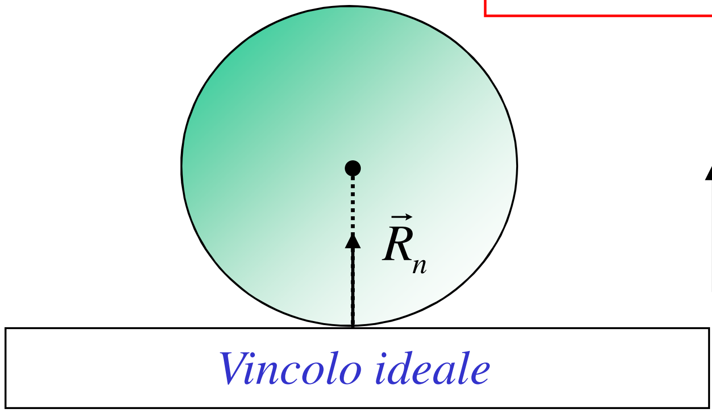


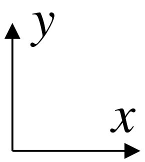
L'azione dell'attrito volvente è caratterizzata da una coppia, sempre antagonista al rotolamento, il cui valore dipende dal peso del cilindro (o della forza premente perpendicolare al piano di appoggio) e dai materiali di cui sono costituiti il cilindro stesso e l'appoggio.

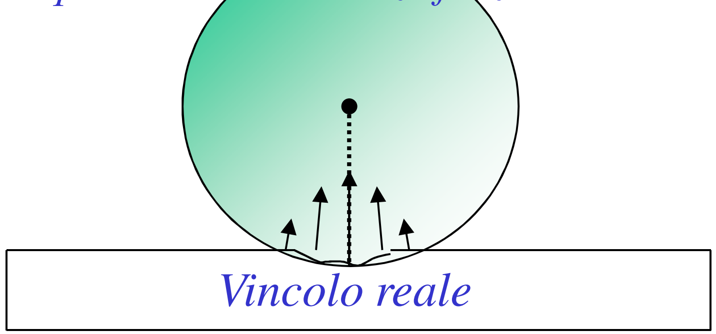
Contatto fra corpi solidi

Attrito volvente

Equilibrio statico senza forze esterne

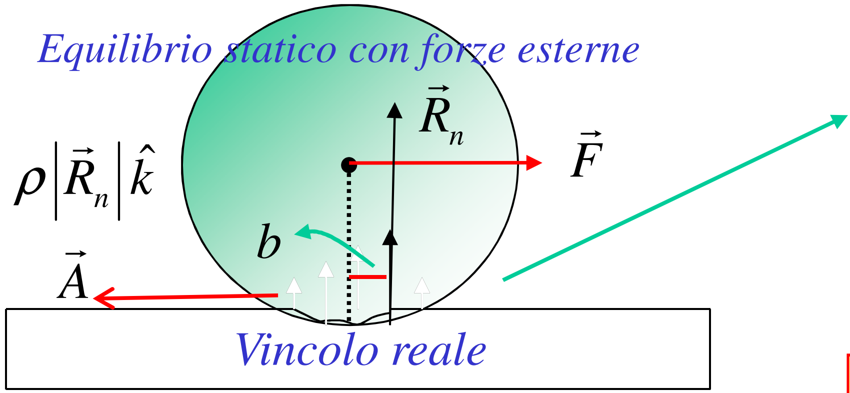






Equilibrio statico con forze esterne

$$\vec{\mathcal{M}}_V \le \rho \left|\vec{R}_n\right| \hat{k}$$



$$\vec{\mathcal{M}}_V = b\left|\vec{R}_n\right|\hat{k} = mgb\,\hat{k}$$

Coppia di attrito volvente

Esiste un $b_{max} = \rho$ tale che per $b < \rho$ si ha equilibrio statico anche in presenza di forze esterne.

ρ = coefficiente di attrito volvente.

Contatto fra corpi solidi

Attrito volvente

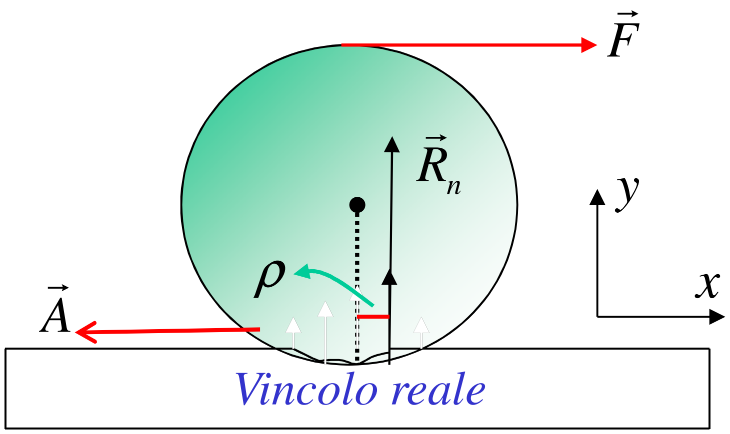
Equilibrio dinamico con forze esterne

Oppure moto decelerato senza forze esterne

$$\vec{\mathcal{M}}_V = \rho \left|\vec{R}_n\right| \hat{k}$$

Coppia di attrito volvente

ρ = coefficiente di attrito volvente.



VALORI DEL COEFFICIENTE D'ATTRITO VOLVENTE

legno su legno	0,5 mm
ferro su ferro	0,05 mm
sfere d'acciaio nei cuscinetti a sfera	0,005 ÷ 0,01 mm
ruote di vettura su strada	10 ÷ 75 mm