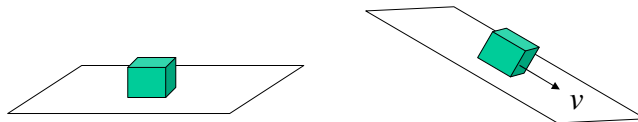


Repetition



Newton's första lag

- En partikel förblir i vila eller likformig rörelse om ingen kraft verkar på den (om summan av alla krafter=0)

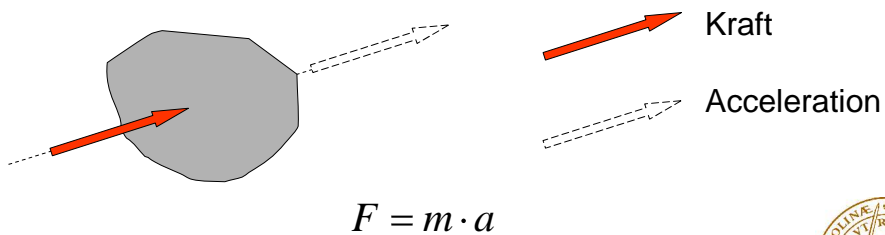


∴ Om ett föremål är i vila eller likformig rörelse är summan av alla krafter som verkar på föremålet = 0 $\Sigma F = 0$



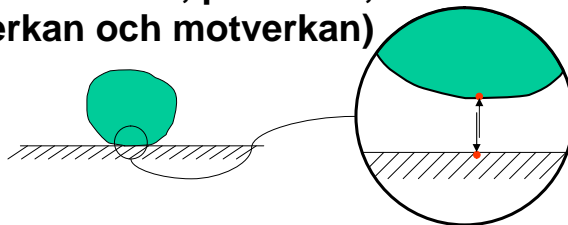
Newtons andra lag

- Accelerationen hos en partikel är proportionell mot och parallell med den *resulterande* kraft som verkar på den



Newtons tredje lag

- Aktions och reaktionskrafter uppkommer i kontaktytor mellan kroppar och består av två lika stora, parallella, motriktade krafter (verkan och motverkan)



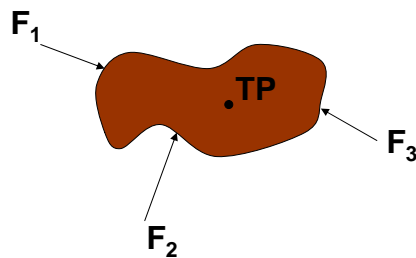
Friläggnig

- **Friläggnig**
 - Isolera och rita ut **ALLA** krafter som verkar på en kropp.
 - Kända yttre krafter och moment
 - Tyngdkraften
 - Kontaktkrafter och moment som verkar längs systemgränsen (okända)



Jämvikt

- **Jämvikt**
 - Om summan av alla krafter och moment (kring exvis TP) som verkar på en kropp är noll



$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{ix} = 0$$

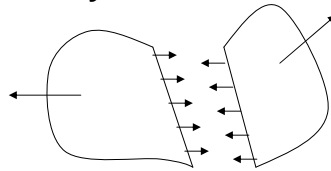
$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{iy} = 0$$

$$M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_j = 0$$

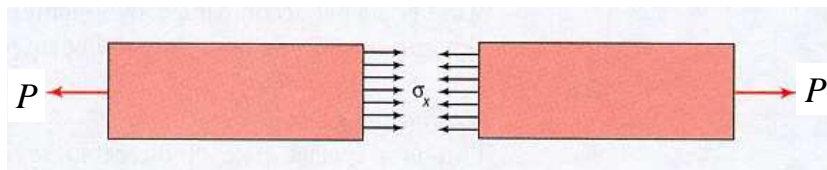


Yttre och inre krafter

- Yttre krafter är:
 - Krafter i kontaktpunkter/kontaktytor mellan kroppar
 - Egentyngd
- Inre krafter (snittkrafter, spänningar)
 - De krafter som de yttre krafterna orsakar inne i materialet



Normalspänning i stång



$$\sigma = \frac{P}{A} \quad [\text{N/m}^2, \text{Pa}]$$

σ - normalspänning - spänning vinkelrätt mot snittyta

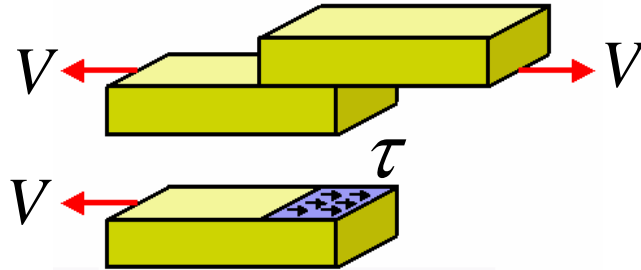
P - kraft

A – tvärsnittsarea

Dragspänning positiv



Skjuvspänning



Skjuvspänning τ – Kraft per ytenhet **parallellt** med en snittyta

medelskjuvspänning $\tau = \frac{V}{A}$



Huvudspänningar

- För en viss orientering på koordinatsystemet/snittytan får man max/min-värden på normalspänningarna
- Dessa spänningar kallas för huvudspänningar, σ_1 och σ_2
- Motsvarande riktningar kallas för huvudriktningar
- Huvudspänningarna σ_1 och σ_2 är vinkelräta
- Skjuvspänningen $\tau_t=0$ för denna orientering

- Ger en bild av ”spänningsflödet uttryckt i drag och tryck”



Töjning

- Töjning är ett deformationsmått
- Töjningen beskriver deformationen hos en kropp

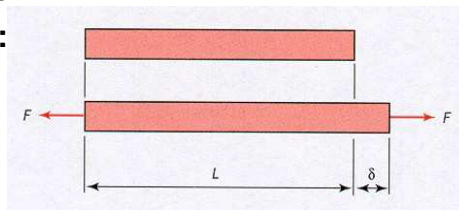
- Spänning är ett kraftmått, beskriver de inre krafterna hos en kropp



Normaltöjning

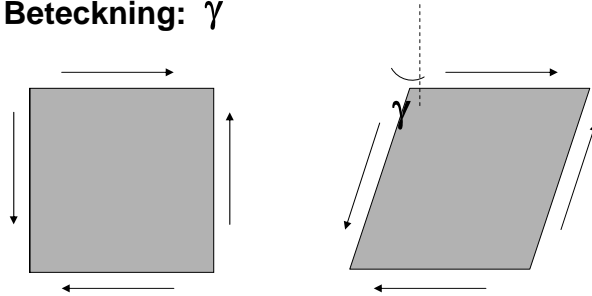
- Normaltöjning = relativ längdändring
 - Förlängning definieras som positiv töjning
 - Dimensionslös storhet
 - Beteckning: ε
 - Medeltöjning:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$



Skjuvtöjning

- Skjuvtöjning=ändring av från början rät vinkel
 - Dimensionslös storhet
 - Beteckning: γ



Raka linjeelement

- Stång
- Lina
- Balk 2D
- Balk 3D

	Linjeelement		Ytelement		
	Raka	Krökta	Plana	Enkelkrökta	Dubbelkrökta
Böjstyva					
Böjveka					



Deformationsmoder

- Drag/Tryck
- Böjning
- Skjuvning
- Vridning



Stång	drag/tryck
Lina	drag
Balk 2D stångverkan böjverkan	drag/tryck böjning
Balk 3D stångverkan böjverkan x2 vridverkan	drag/tryck böjning 2 riktningar vridning




Strukturelement	Def. mod	Yttre last	Inre kraft
Stång	D/T	axiell	normalkraft
Lina	D	axiell	normalkraft
Balk 2D stångverkan	D/T	axiell	normalkraft
böjverkan	B	transv.	böjmoment tvärkraft
Balk 3D stångverkan	D/T	axiell	normalkraft
böjverkan x2	Bx2	transv. x 2	böjmoment x 2 tvärkraft x 2
vridverkan	V	vridmoment	vridmoment



- Vilka geometri- och materialdata behövs för att definiera strukturelementen?



Strukturelement	Def. mod	Geometripar.	Materialpar.
Stång	D/T	L,A	E_x
Lina	D	L,A	E_x
Balk 2D stångverkan	D/T	L,A	E_x
böjverkan	B	L,I	E_x
Balk 3d stångverkan	D/T	L,A	E_x
böjverkan x2	Bx2	L,Ix2	E_x
vridverkan	V	L,Kv	G



Linjärt elastiskt material

- Isotrop – samma egenskaper i alla riktningar
- Transversellt isotrop – samma egenskaper i planet, avvikande ut ur planet
- Ortotrop – tre vinkelräta huvudriktningar med olika egenskaper
- Anisotrop – inga symmetrier



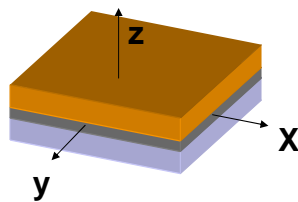
Linjärt elastiskt isotropt material

- Tre materialkonstanter:
 - Elasticitetsmodul, E
 - Skjuvmodul, G
 - Tvärkontraktionstal, ν
- Två oberoende konstanter
 - Dvs vet man två kan man räkna ut den tredje
 - (E, G) , (E, ν) eller (G, ν)
 - Om $0 < \nu < 0.5 \Rightarrow G$ mellan $E/2$ och $E/3$
- Samband mellan konstanter: $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$
- Ex: stål



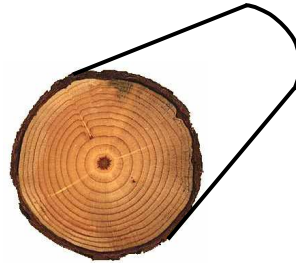
Transversellt isotropa material

- Material med lika egenskaper i ett plan (skikt av isotropa material)
- Fem oberoende konstanter, t ex:
 - $E_x, E_z, G_{xy}, G_{xz}, \nu_{xz}$
- Exempel: Glas-, Kolfiberkomposititer



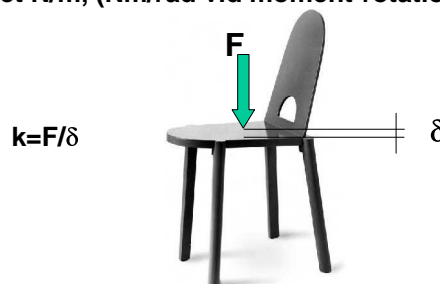
Ortotropa material

- 3 vinkelräta materialriktningar
- 9 oberoende konstanter
 - 3 E-moduler: E_x, E_y, E_z
 - 3 skjuvmoduler: G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}
 - 3 tvärkontraktionstal: $\nu_{xy}, \nu_{xz}, \nu_{yz}$
- Olikformig (riktad) struktur i materialet
 - Atom/molekyl-nivå
 - Mikrostruktur (cellstruktur, fiberstruktur etc)
 - På grund av tillverkning (valsning)
- Exempel: Trä, papper, fiberarmerade plaster, armerad betong, valsad plåt



Styvhet - Definition

- Styvhet – motstånd mot deformation
- Styvhet kvantifieras som last per deformationsenhet
 - För given total "last" F , som ger förskjutning δ , definieras styvheten som F/δ .
 - Enhet N/m, (Nm/rad vid moment-rotation)



Styvhet – Material, form & kraft

- En konstruktions styvhet beror på:
 - Material
 - E-modul(er), skjuvmodul(er)
 - Materialets riktning i strukturen (för icke isotropa material)
 - Form
 - Form hos strukturelement (balk, stång)
 - Tvärsnitt och längd
 - Form på struktur, orientering och upplag
 - Hur strukturelementen är sammansatta och belastade, kopplingspunkter, upplag
 - Kraft
 - Dragkraft ger ökad styvhet
 - Tryckkraft ger minskad styvhet



Styvhet - Stång

MATERIAL:
Materialets inverkan
på styvheten

FORM:
Tvärsnittets inverkan
på styvheten

$$k = \frac{EA}{L}$$

Längdens inverkan
på styvheten



Styvhet – Balk - Stångverkan

MATERIAL:
Materialets inverkan
på styvheten

FORM:
Tvärsnittets inverkan
på styvheten

$$k = \frac{EA}{L}$$

Längdens inverkan
på styvheten



Styvhet – Balk- Böjning

MATERIAL:
Materialets inverkan
på styvheten

FORM:
Tvärsnittets inverkan
på styvheten

$$k = C \cdot \frac{E \cdot I}{L^3}$$

Längdens inverkan
på styvheten

FORM OCH KRAFT
Konstant som beaktar inverkan av inspännings-
förhållanden och lastfördelning



Styvhet – Balk - Vridning

MATERIAL:
Materialets inverkan
på styvheten

FORM:
Tvärsnittets inverkan
på styvheten

$$k = \frac{G \cdot K_v}{L}$$

Längdens inverkan
på styvheten



Styvhet – Material, form & kraft

- En konstruktions styvhet beror på:
 - Material
 - E-modul(er), skjuvmodul(er)
 - Materialets riktning i strukturen (för icke isotropa material)
 - Form
 - Form hos strukturelement (balk, stång)
 - Tvärsnitt och längd
 - Form på struktur, orientering och upplag
 - Hur strukturelementen är sammansatta och belastade, kopplingspunkter, upplag
 - Kraft
 - Dragkraft ger ökad styvhet
 - Tryckkraft ger minskad styvhet

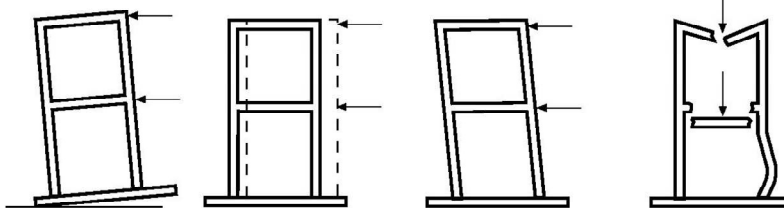


Dimensionering

- Dimensionering
 - Hållfasthet
 - Förhindra kollaps
 - Styvhet/deformation
 - Förhindra funktionsstörning
 - Estetik



Hållfasthet



a) Övergripande stabilitet

b) Inre stabilitet

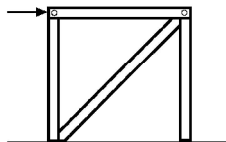
c) Hållfasthet hos
enskilda element

Inkl. stabilitetsbrott

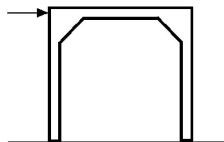


Inre stabilitet

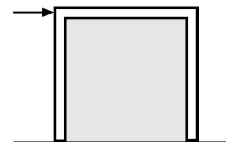
Principer för att säkra inre stabilitet



Diagonalstång
Vindkrävs



Momentstyva
knutpunkter



Skiva



Exempel: Bokhyllor



Diagonalstång
Vindkrävs




Momentstyva
knutpunkter



Skiva
(IKEA)



Hållfasthet hos strukturelement (materialbrott)

- Strukturelementet får inte gå sönder
- Kvarstående (plastiska) deformationer får inte uppstå 
- Spänningen som uppstår (vid alla relevanta lastfall) får inte överskrida den tillåtna spänningen



von Mises flytkriterium

- Vid allmänt 2D spänningstillstånd används ofta von Mises effektivspänning
- von Mises effektivspänning är ett jämförelsetal som jämförs med hållfastheten
- von Mises effektivspänning uttrycks ofta som funktion av huvudspänningarna:

$$\sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} = f_t$$

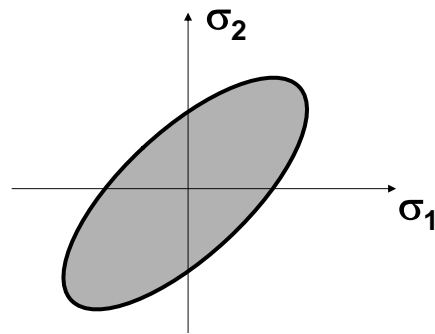


von Mises flytkriterium

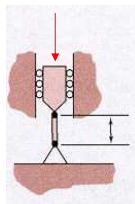
• von Mises flytkriterium
uppritat i huvudspännings-
planet

• Spänningstillstånd
innanför randen: Ok

• Spänningstillstånd på
randen: Flytning uppstår



Hållfasthet hos strukturelement (stabilitetsbrott)



En kort pelare kollapsar genom
materialbrott, hållfastheten
överskrids och materialet går
sönder.



En lång pelare kollapsar
genom instabilitet. När
instabiliteten inträffar leder
det ofta även till materialbrott.



Pelarknäckning

- Uttryck för knäckningslast:

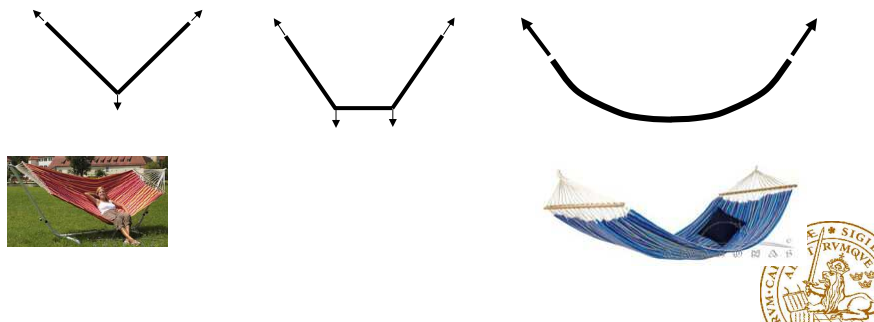
$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(\beta L)^2}$$

- Där β beror på inspänningsförhållanden



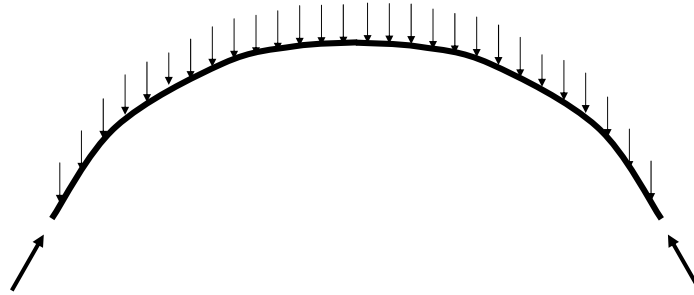
kedjekurvan

- En kedja (eller lina) kan endast ta dragkrafter, lasten styr formen



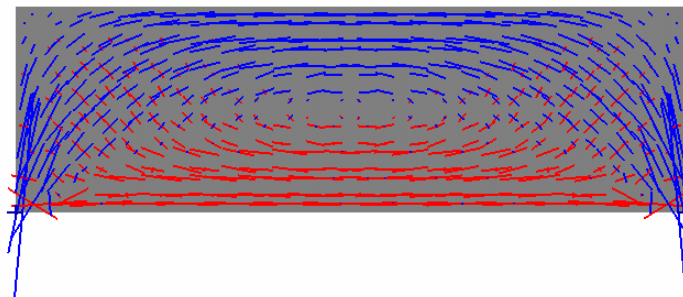
trycklinje

- Egentyngden, utbredd last:

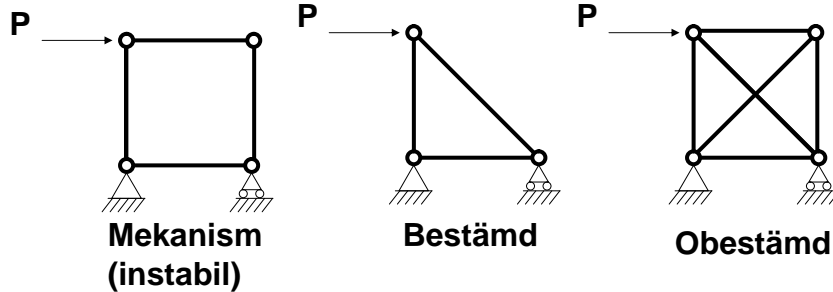


Drag och trycklinjer

- Balkböjning



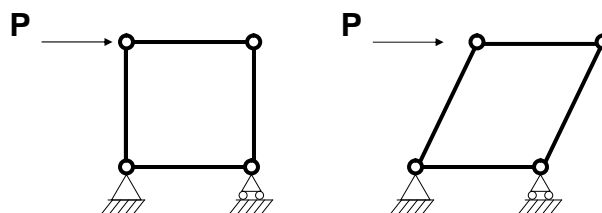
Statiskt bestämd/obestämd



- Mekanism – Kan ej bära last, kollapsar.
- Statiskt bestämd – Alla obekanta krafter kan bestämmas ur jämviktsekvationerna.
- Statiskt obestämd – Jämviktsekvationer räcker ej.



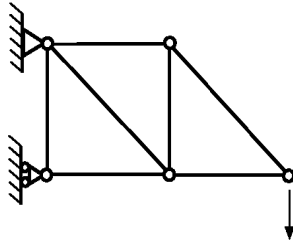
Mekanism



- Mekanism-kan ej bära last
- För lite upplag eller
- För få stänger (ej triangelmönster)



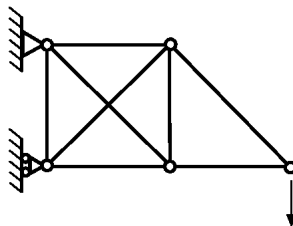
Statiskt bestämd



- Tar man bort en stång eller ett upplag blir det en mekanism
- Precis tillräckligt för stabilitet men inte mer
- Kraften kan inte “välja väg”
- Kraftflödet kan beräknas med hjälp av endast jämvikt
- Styvheten i de olika delarna påverkar ej kraftfördelningen.



Statiskt obestämd



- Fler upplag eller stänger än vad som krävs för stabil konstruktion
- Stång/upplag kan tas bort/brista utan att det blir kollaps
- Kraften kan “välja väg”
- Deformationssamband + jämvikt krävs för att beräkna kraftflödet
- Styvheten i de olika delarna påverkar kraftfördelningen.

