1. Ondas electromagnéticas en el vacío

La Óptica Electromagnética considera la luz como un fenómeno electromagnético.

Ecuaciones de Maxwell microscópicas

La onda asociada al fenómeno debe satisfacer las ecuaciones de Maxwell.

$$\left.\begin{aligned} &\nabla\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ &\nabla\vec{B} = 0 \\ &\nabla \wedge \vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ &\frac{1}{\mu_0}\nabla \wedge \vec{B} = \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \end{aligned}\right\}$$

Involucran materia y campos

E= campo eléctrico (V/m)

B= inducción magnética (T)

ρ = densidad de carga, carga/volumen (C/m^3)

j = densidad de corriente, carga velocidad/volumen (A/m^2)

$\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} m^{-3} kg^{-1} s^4 A^2$

$\mu_0 = 1.2566 \cdot 10^{-6} mkgs^{-2} A^{-2}$

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Ecuación de continuidad: relación entre cargas y corrientes

$$\nabla \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Fuerza que ejercen los campos sobre las cargas: Ley de Lorentz

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{B})$$

El campo **E** variable en el tiempo induce un campo **B**,
y un campo **B** variable en el tiempo induce un campo **E**.

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\nabla \vec{E} = \rho / \varepsilon_0$$

$$\nabla \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{B} - \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{j}$$

$$\vec{F} = q\vec{E} + q \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}$$

$\rho \ \vec{j} \Longleftrightarrow \vec{E} \ \vec{B}$

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Ondas electromagnéticas en el vacío: sin cargas ni corrientes

$$\left.\begin{aligned}
&\nabla\,\vec{E} = 0 \\
&\nabla\,\vec{B} = 0 \\
&\nabla \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\
&\nabla \wedge \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}
\end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Ecuación de ondas

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

Velocidad de la luz

$$c = 299792.458 \text{ m/s}$$

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Ondas armónicas: También se les llama ondas monocromáticas (cada frecuencia produce una sensación de color).

$$\boxed{\begin{aligned} E_x(\vec{r},t) &= A_x(\vec{r})\cos(\omega t - g_x(\vec{r})) \\ E_y(\vec{r},t) &= A_y(\vec{r})\cos(\omega t - g_y(\vec{r})) \\ E_z(\vec{r},t) &= A_z(\vec{r})\cos(\omega t - g_z(\vec{r})) \end{aligned}}$$

Amplitud de la onda: $A_j(\vec{r})$

Fase de la onda: el argumento del coseno

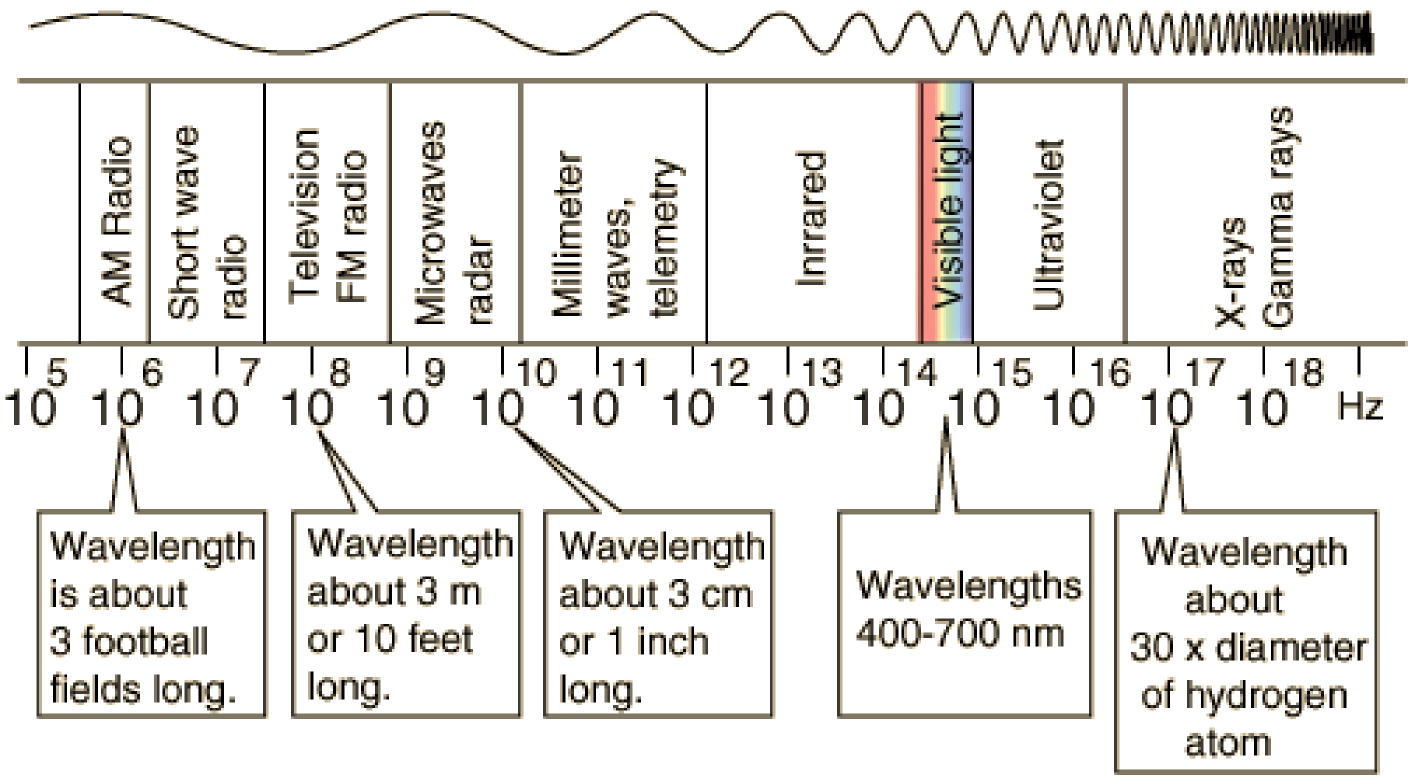
$$\omega t - g_j(\vec{r}) \qquad j = x, y, z$$

Frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi\upsilon = \frac{2\pi}{T} \text{ (rad/s)}$$

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Espectro electromagnético



Luz visible: $4 \cdot 10^{14}$ Hz $< \nu <$ $7.5 \cdot 10^{14}$ Hz

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Representación compleja

$$E_x(\vec{r},t) = \Re\left\{A_x(\vec{r})\exp\left(ig_x(\vec{r})\right)\exp\left(-i\omega t\right)\right\} = \Re\left\{A_x(\vec{r})\exp\left(i(g_x(\vec{r})-\omega t)\right)\right\}$$

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Frentes de onda: para un tiempo determinado, es el conjunto de puntos del espacio donde la onda tiene la misma fase.

Los frentes de onda se van propagando.

.

$$fase = \omega t - g(\vec{r}) = cte$$

- Dependen del tiempo.
- Los frentes de onda se van propagando: velocidad de fase

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Ondas esféricas: a tiempo fijo toma el mismo valor sobre esferas

$$E_j(\vec{r},t) \to E_j(|\vec{r}|,t) \qquad |\vec{r}| = cte \qquad \text{ecuación de una esfera}$$

Ondas planas: para un tiempo determinado, el campo tiene el mismo valor sobre superficies que son planos.

$$E_j(\vec{r},t_0) = cte \quad \vec{r} \in \prod$$

Ecuación de un plano de vector director **k**: $\vec{k} \cdot \vec{r} = cte$

La onda depende de su proyección sobre la dirección de propagación, ortogonal a los planos.

$$\vec{E}(\vec{k}\cdot\vec{r},t_0)$$

A **k** se le llama vector de ondas.

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Ondas armónicas planas: se impone una solución a la ecuación de ondas que sea onda plana y armónica.

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \exp\left(i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)\right)$$
$$\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 \exp\left(i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)\right)$$

- $\mathbf{E}_0$ y $\mathbf{B}_0$ son vectores complejos constantes.
- ***k*** es un vector real

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

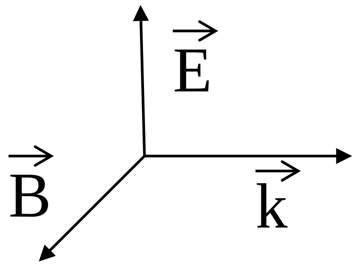
Ondas armónicas planas (o.a.p.)

$$\nabla \vec{E} = 0 \qquad \vec{k}\cdot\vec{E}_0 = 0 \qquad \vec{k}\cdot\vec{E} = 0$$

$$\nabla \vec{B} = 0 \qquad \vec{k}\cdot\vec{B}_0 = 0 \qquad \vec{k}\cdot\vec{B} = 0$$

$$\nabla \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \vec{E}_0 = -\frac{c^2}{\omega}(\vec{k} \wedge \vec{B}_0) \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = -\frac{c^2}{\omega}(\vec{k} \wedge \vec{B})$$

$$\nabla \wedge \vec{B} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad \vec{B}_0 = \frac{1}{\omega}(\vec{k} \wedge \vec{E}_0) \qquad \vec{B} = \frac{1}{\omega}(\vec{k} \wedge \vec{E})$$



1. Ondas electromagnéticas en el vacío

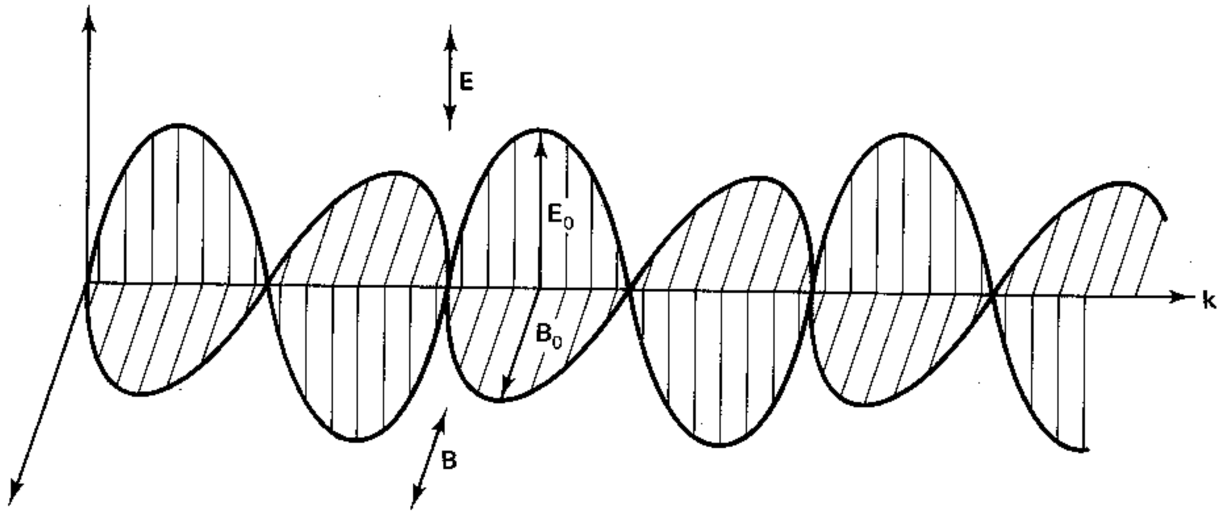
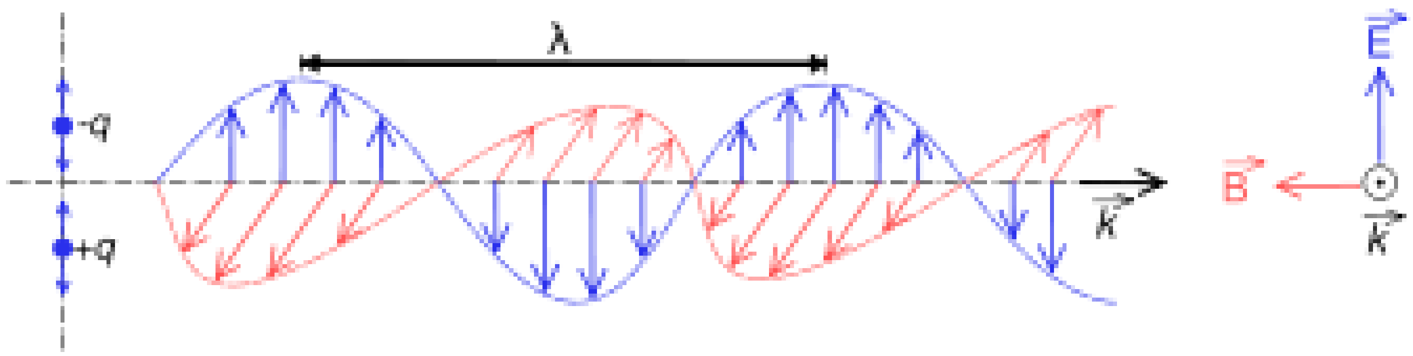


Figure 8-7 Plane electromagnetic wave. The electric field **E**, magnetic field **B**, and propagation vector **k** are everywhere mutually perpendicular.



1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Ondas armónicas planas

$$\left|\vec{k}\right|^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

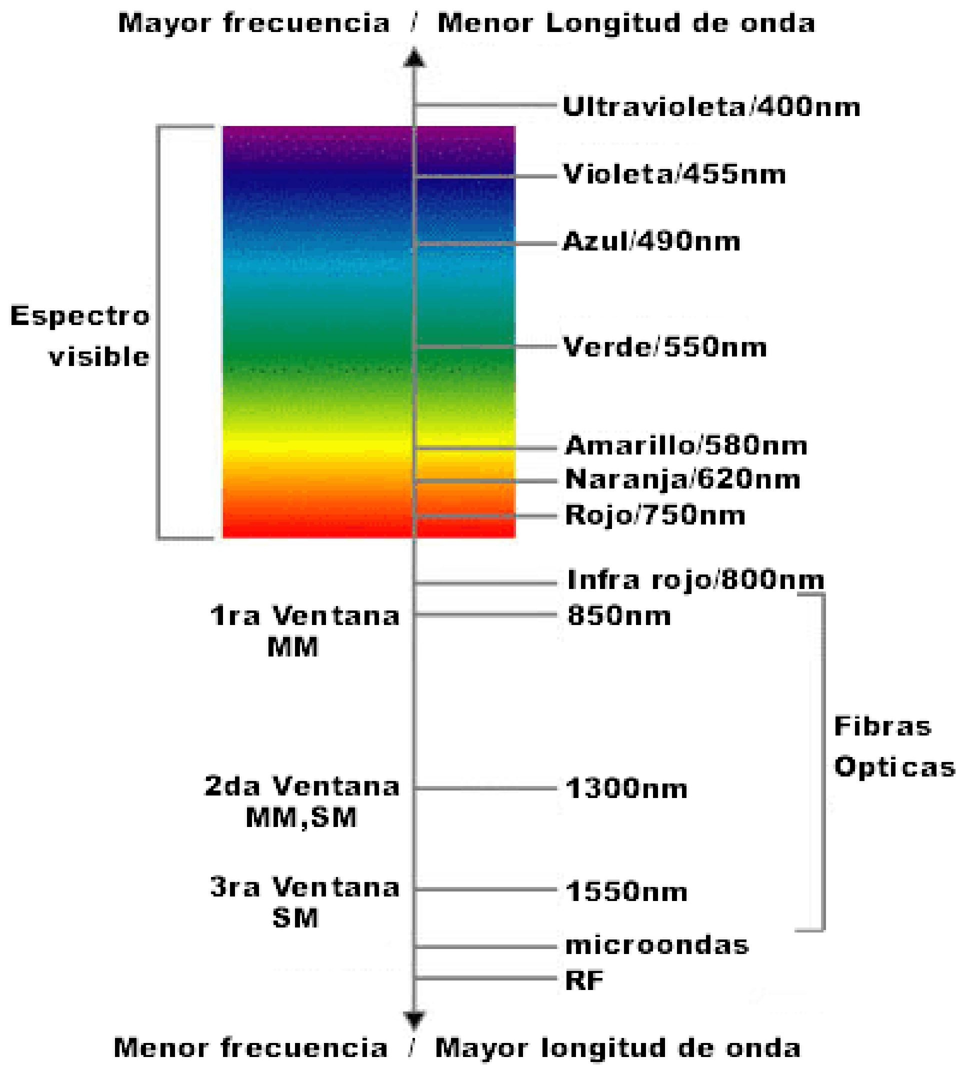
$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\upsilon}{c} \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda\upsilon = c$$

Longitud de onda del visible: $400\ \text{nm} \leq \lambda \leq 750\ \text{nm}$

Los frentes de ondas se desplazan en la dirección del vector **k** a velocidad *c*.

$$\vec{B}_0 = \frac{1}{\omega}(\vec{k} \wedge \vec{E}_0) \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{B}_0\right| = \frac{1}{c}\left|\vec{E}_0\right|$$

1. Ondas electromagnéticas en el vacío



1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Ondas armónicas planas inhomogéneas

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 e^{i\left(\vec{k}_c \cdot \vec{r} - \omega t\right)} = \vec{E}_0 e^{-\vec{a}\cdot\vec{r}} e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t\right)}$$

$\vec{k}_c = \vec{k} + i\vec{a}$ vector de ondas complejo

$\vec{a}$ vector de atenuación, real

Aplicando las ecuaciones de Maxwell:

$$\vec{k}_c \cdot \vec{E}_0 = 0 \qquad \vec{k}_c^{\,2} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \rightarrow \begin{cases} \vec{k}^{\,2} - \vec{a}^{\,2} = \left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2 \\ \vec{k} \cdot \vec{a} = 0 \end{cases}$$

Aparecerán en reflexión total.

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Ondas armónicas esféricas

$$\vec{E}(\vec{r},t) \propto \frac{e^{i\left(\pm k|\vec{r}|-\omega t\right)}}{|\vec{r}|}, \quad |\vec{r}| \neq 0, \quad k=\frac{\omega}{c}$$

Suele usarse para describir fuentes de luz puntuales.

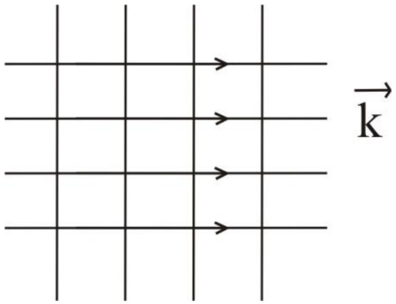
1. Ondas electromagnéticas en el vacío

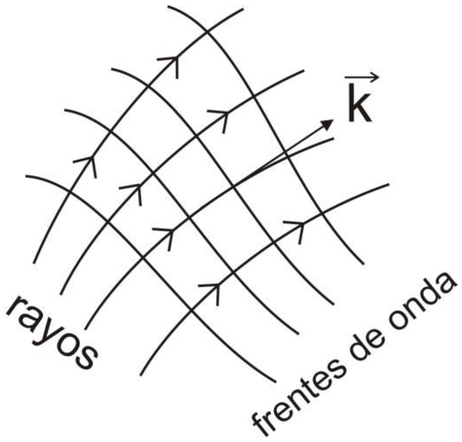
Se llaman rayos a las trayectorias perpendiculares a los frentes de onda

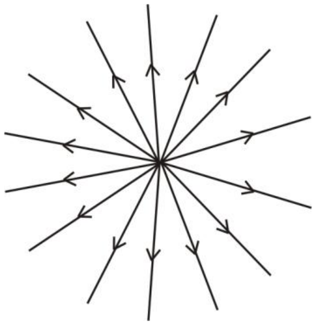
✳ son **aproximaciones** locales de la onda en cada punto por una onda plana

✳ se aprovecha que en una onda plana **todo** se propaga en la dirección del vector de ondas

✳ estudio de las trayectorias posibles = Óptica Geométrica







onda plana = rayos paralelos

onda esférica = rayos que convergen/divergen de un punto

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Intensidad: la onda transporta energía en su propagación.

Se define el vector de Poynting:

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0}(\vec{E} \wedge \vec{B}) \quad \mathbf{(W/m^2)}$$

- Energía por unidad de superficie y de tiempo.
- Los campos en representación real.

- La potencia que atraviesa una superficie A es

$$P = \int_A d\vec{a} \cdot \vec{S}$$

se le suele llamar intensidad luminosa
o irradiancia

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Para una o.a.p.:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}_{\mathbf{R}} \wedge \left(\frac{1}{\omega}\vec{k} \wedge \vec{E}_{\mathbf{R}}\right) = \frac{1}{\mu_0 \omega}(\vec{E}_{\mathbf{R}})^2\vec{k} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}(\vec{E}_{\mathbf{R}})^2\vec{u}_k$$

La energía se propaga en la dirección del vector de ondas.
La energía es proporcional al cuadrado del campo eléctrico.
Varía muy rápidamente con el tiempo.

Promedio temporal de **S**:

$$\left\langle \vec{S} \right\rangle(t) = \frac{1}{\Delta t}\int_t^{t+\Delta t} \vec{S}(\vec{r}, t')dt'$$

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Para una onda armónica

$$\vec{E}_R(\vec{r},t)=\frac{1}{2}(\vec{E}_0(\vec{r})e^{-i\omega t}+\vec{E}_0^*(\vec{r})e^{i\omega t})$$

$$\vec{B}_R(\vec{r},t)=\frac{1}{2}(\vec{B}_0(\vec{r})e^{-i\omega t}+\vec{B}_0^*(\vec{r})e^{i\omega t})$$

$$\vec{S}=\frac{1}{4\mu_0}\left(\vec{E}_0\wedge\vec{B}_0^*+\vec{E}_0^*\wedge\vec{B}_0+\vec{E}_0\wedge\vec{B}_0e^{-2i\omega t}+\vec{E}_0^*\wedge\vec{B}_0^*e^{2i\omega t}\right)$$

$$\frac{1}{\Delta t}\int_{\Delta t}dt'e^{\pm i2\omega t'}\approx\frac{1}{\omega\Delta t}$$

Para valores típicos detector rápido:

$$\omega\approx 10^{14}\ \text{rad/s},\quad \Delta\text{t}\approx 10^{-9}\ \text{s},\quad \omega\Delta\text{t}\approx 10^{5}>>1$$

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

$$\left\langle \vec{S} \right\rangle = \frac{1}{4\mu_0}\left(\vec{E}_0 \wedge \vec{B}_0^* + \vec{E}_0^* \wedge \vec{B}_0\right) = \frac{1}{2\mu_0}\Re\left(\vec{E}(\vec{r},t) \wedge \vec{B}^*(\vec{r},t)\right)$$

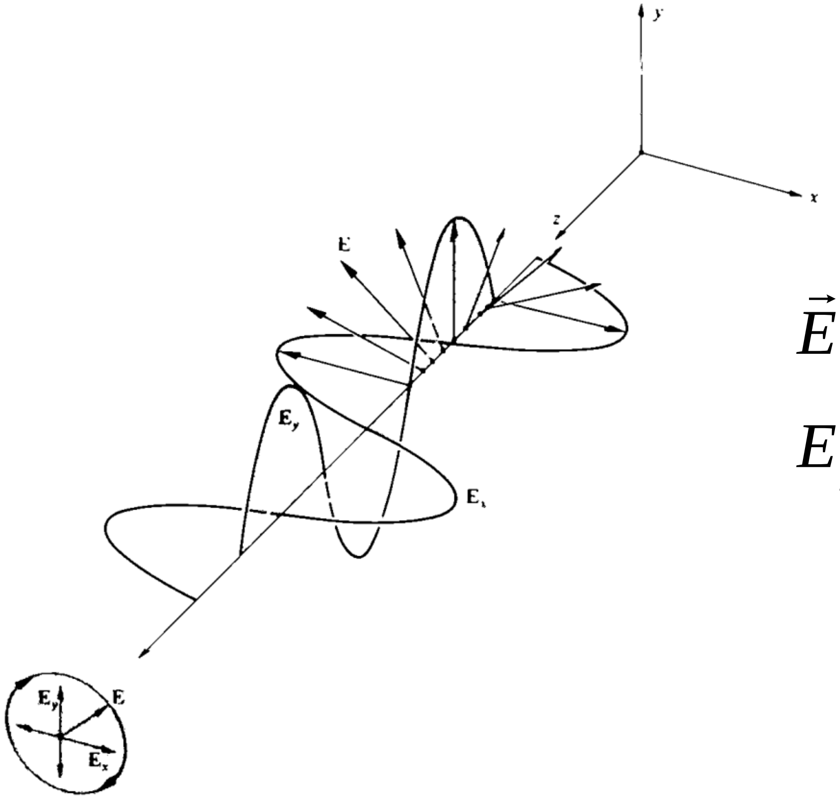
Para una onda armónica plana:

$$\left\langle \vec{S} \right\rangle = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\left|\vec{E}_0\right|^2 \vec{u}_k$$

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Para una onda armónica el vector ***E*** está siempre en un plano.

Polarización: la trayectoria que describe el vector ***E*** en el plano (plano XY eligiendo el vector ***k*** en la dirección z).



$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0(\vec{r})\exp\left(i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)\right)$$

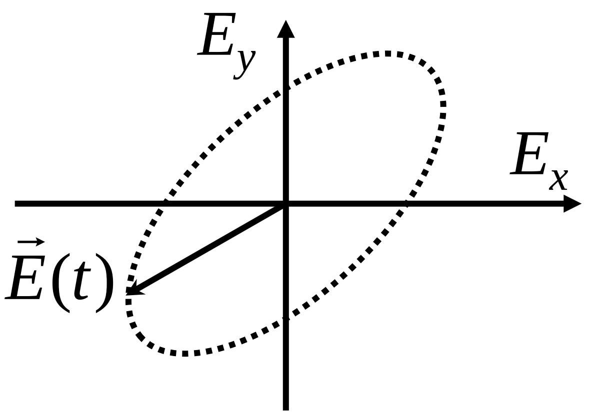
$$E_j = \left|E_{0\,j}\right|\exp\left(i\delta_j\right)\exp(i\omega t)$$

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Elegimos k en la dirección del eje z $\Rightarrow$ $E_z = 0$

$$E_x(z,t) = |E_{0x}| \exp\left(i(\delta_x + \omega t)\right)$$
$$E_y(z,t) = |E_{0y}| \exp\left(i(\delta_y + \omega t)\right)$$

$$E_x = |E_{0x}| \cos(\omega t + \delta_x)$$
$$E_y = |E_{0y}| \cos(\omega t + \delta_y)$$



$$\vec{E}(z,t) = \begin{pmatrix} |E_{0x}| \exp(-i\delta_x) \\ |E_{0y}| \exp(-i\delta_y) \end{pmatrix} \exp(-i\omega t) = \begin{pmatrix} |E_{0x}| \\ |E_{0y}| \exp(-i(\delta_y - \delta_x)) \end{pmatrix} \exp(-i\omega t - i\delta_x)$$

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Polarización

- El extremo del vector E recorre una elipse en el tiempo.
- Puede recorrerla en sentido horario (dextrógiro o dextro) o antihorario (levógiro o levo), visto cuando la onda viene hacia nosotros.
- La forma de la elipse con su sentido de giro se llama estado de polarización.
- El tamaño de la elipse no importa para el estado de polarización.
- El estado de polarización depende del cociente de amplitudes y la diferencia de fase.

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Eliminando la dependencia temporal:

$$\left(\frac{E_x}{|E_{0x}|}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{|E_{0y}|}\right)^2 - \frac{2E_xE_y}{|E_{0x}||E_{0y}|}\cos(\delta_y - \delta_x) = \sin^2(\delta_y - \delta_x)$$

- Trayectoria elíptica fuera de ejes.

$$tg(2\beta) = \frac{2|E_{0x}||E_{0y}|\cos(\delta_y - \delta_x)}{|E_{0x}|^2 - |E_{0y}|^2}$$

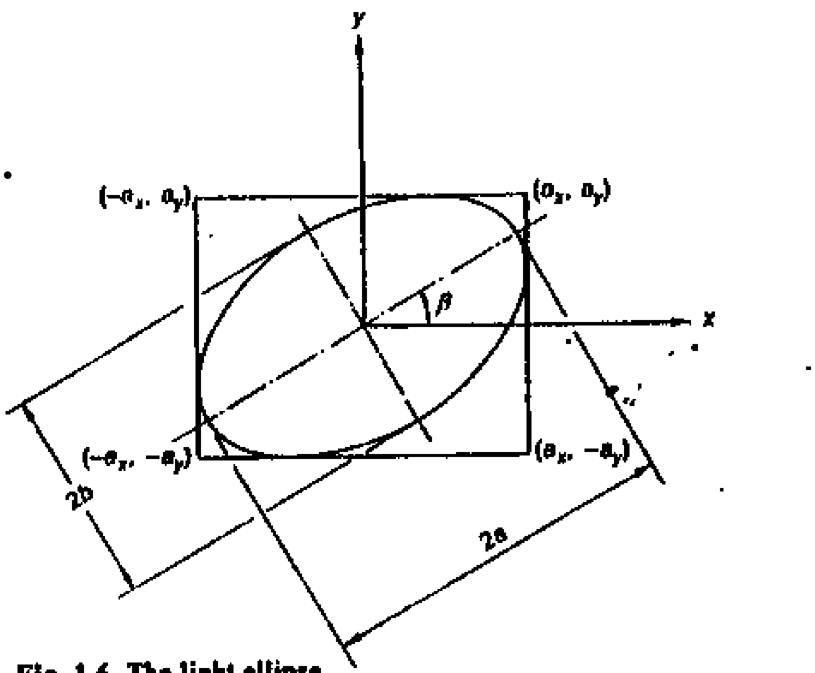
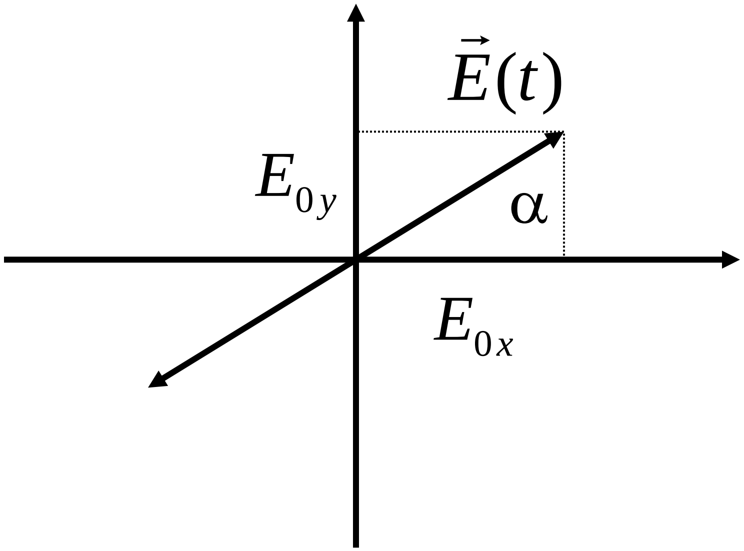


Fig. 1.6. The light ellipse

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Polarización (tipos)

- Lineal: $\begin{cases} \delta = \delta_y - \delta_x = n\pi \\ |E_{0x}| = 0 \\ |E_{0y}| = 0 \end{cases}$



$$\frac{E_x}{|E_{0x}|} = \pm \frac{E_y}{|E_{0y}|}$$

Azimut α: $$\tan(\alpha) = \pm \frac{|E_{0y}|}{|E_{0x}|}$$

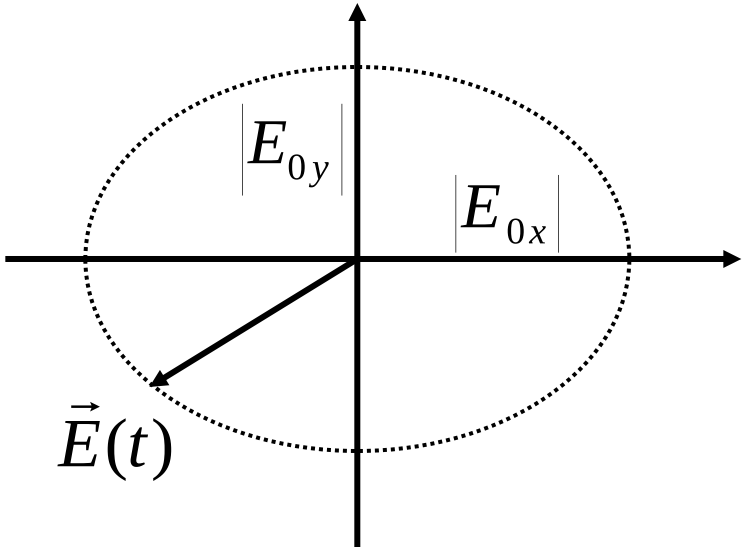
$\vec{E}_0 \propto$ **vector real**

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Polarización (tipos)

- Elíptica referida a ejes, $\delta = \pm(2n+1)\pi/2$, $|E_{0x}| \neq |E_{0y}|$

$$\left(\frac{E_x}{|E_{0x}|}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{|E_{0y}|}\right)^2 = 1$$



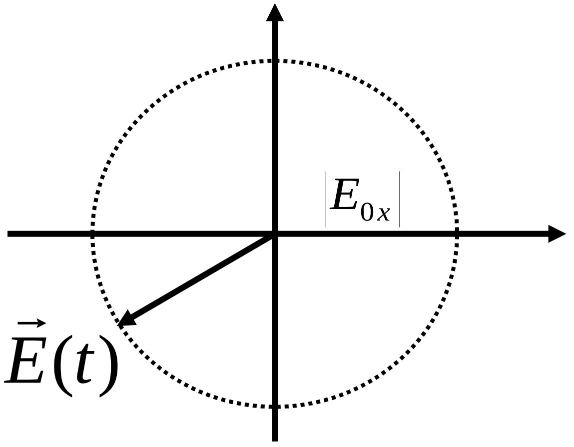
$\delta = \pi/2$ dextrógira

$\delta = -\pi/2$ levógira

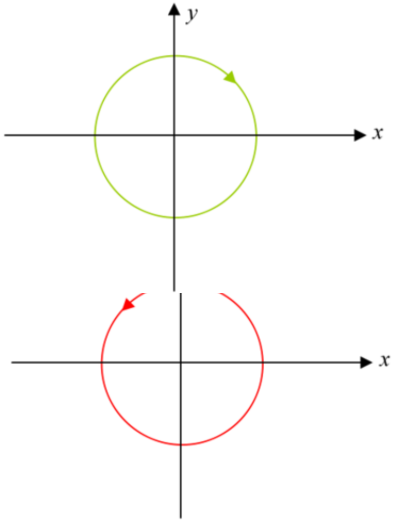
1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Polarización (tipos)

- Circular: $\begin{cases} \delta = \delta_y - \delta_x = \pm(2n+1)\pi/2 \\ \quad y \\ |E_{0x}| = |E_{0y}| \end{cases}$



$$(E_x)^2 + (E_y)^2 = |E_{0x}|^2$$



$\delta = \pi/2$ dextrógira

$\delta = -\pi/2$ levógira

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

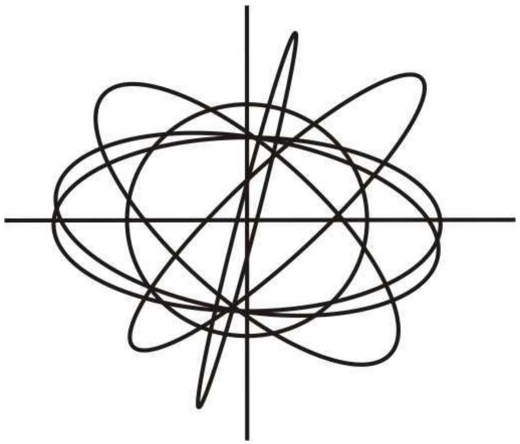
Polarización (tipos)

- Luz despolarizada

1. Aquella en que el vector campo eléctrico se mueve irregularmente y no muestra ninguna preferencia direccional o rotacional
2. Se puede representar como una superposición incoherente de estados totalmente polarizados

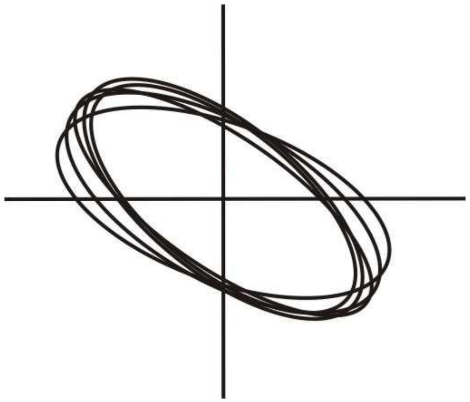
1. Ondas electromagnéticas en el vacío

La luz natural es luz no polarizada, luz despolarizada:



- Onda no armónica
- Su estado de polarización depende del tiempo
y la onda pasa por todos los estados de polarización con igual probabilidad de forma aleatoria.

Luz parcialmente polarizada:



- Cuando algunos estados de polarización son más probables que otros.
- La luz parcialmente polarizada se estudia con los parámetros de Stokes que permite definir un grado de polarización (cantidad de polarización)

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Polarización

- Notación de Jones

1. Se deja implícita la dependencia espacial
2. Se mantienen los parámetros de interés en polarización: relación de amplitudes y desfase relativo
3. Solo es posible describir estado totalmente polarizados
4. I proporcional a $\vec{E}_0 \vec{E}_0^*$

$$\vec{E}_0 = \begin{pmatrix} |E_{0x}| e^{-i\delta_x} \\ |E_{0y}| e^{-i\delta_y} \end{pmatrix} = e^{-i\delta_y} \begin{pmatrix} |E_{0x}| e^{i(\delta_y - \delta_x)} \\ |E_{0y}| \end{pmatrix}$$

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Polarización (Notación de Jones)

1. Luz lineal, azimut α.
2. Luz elíptica referida a ejes.
3. Luz circular.
4. Luz elíptica.

$$\begin{pmatrix} \pm\left|E_{0x}\right| \\ \left|E_{0y}\right| \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \pm i\left|E_{0x}\right| \\ \left|E_{0y}\right| \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \pm i \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \left|E_{0x}\right| e^{i(\delta_y - \delta_x)} \\ \left|E_{0y}\right| \end{pmatrix}$$

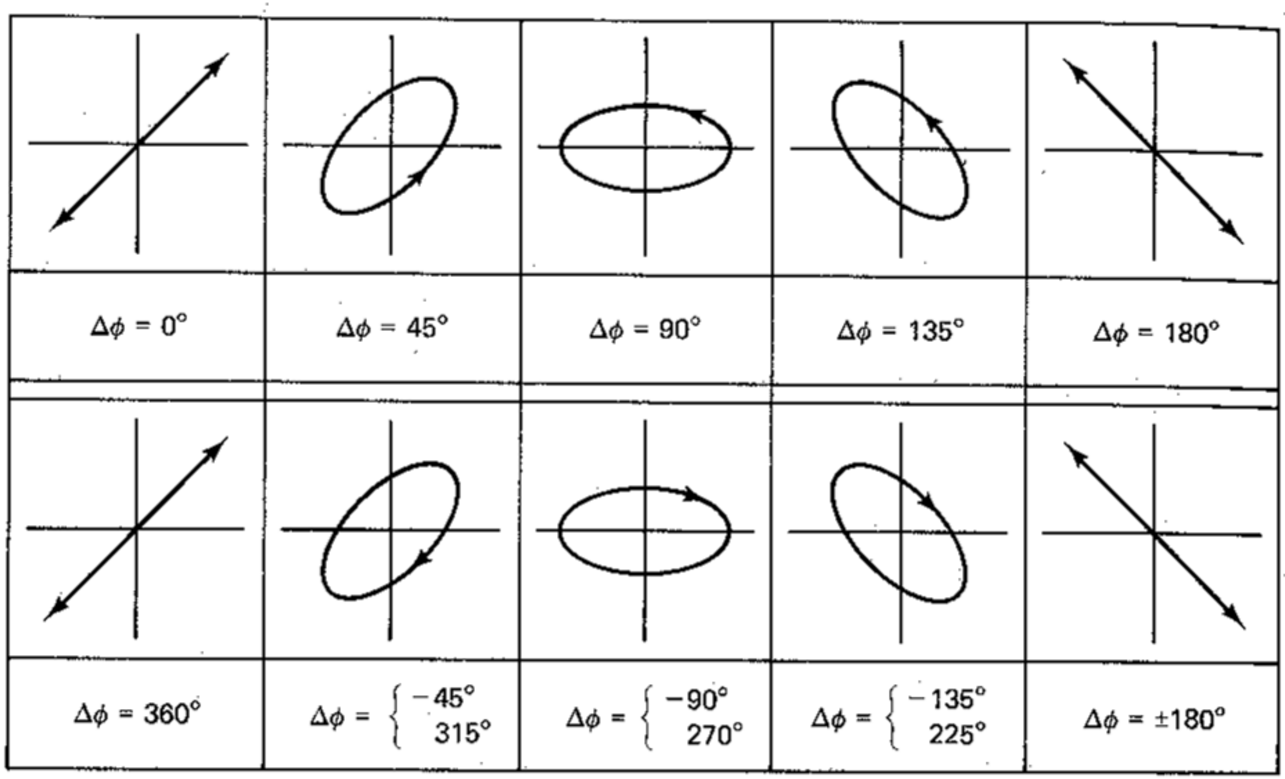
es un vector real

son vectores complejos

(1) (2) (3) (4)

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Manipulación de estados polarizados



Variando el desfase entre componentes es posible modificar el estado de polarización

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Parámetros de Stokes: otra descripción para el estado de polarización de una onda.

$$\left.\begin{aligned} S_0 &= E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\ S_1 &= E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ S_2 &= 2E_{0x}E_{0y}\cos\delta \\ S_3 &= 2E_{0x}E_{0y}sen\delta \end{aligned}\right\}$$

S_0 es proporcional a la intensidad y S_1, S_2 y S_3 especifican la polarización.

Cumplen la relación: $S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Parámetros de Stokes

- S_1 refleja la tendencia a una polarización lineal horizontal, si $S_1>0$, o vertical si $S_1<0$; si $S_1=0$ no hay preferencia por ninguna.
- S_2 representa la tendencia a una polarización lineal a +45º, si $S_2>0$, a -45º si $S_2<0$, o a ninguna de las dos si $S_2=0$.
- El signo de S_3 indica si el giro es dextrógiro, $S_3>0$, o levógiro, $S_3<0$.

1. Ondas electromagnéticas en el vacío

Esfera de Poicaré: representación de los estados de polarización. Es una esfera de radio S_0.