TEMA 3: PLL Y SINTETIZADORES

Comunicaciones Inalámbricas

Marina Zapater

Primavera 2015

Departamento de Física Aplicada III, Universidad Complutense de Madrid

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE MADRID

Este tema se divide en dos grandes subapartados:

- PLLs (Phase-Locked Loops)
- Sintetizadores

CONTENIDO DEL TEMA: PLL

Introducción, definición y estructura del PLL

Estudio de un PLL ideal

Especificaciones

Influencia del filtro

Detectores de fase

Ejercicios

INTRODUCCIÓN, DEFINICIÓN Y ESTRUCTURA DEL PLL

- Un PLL intenta conseguir que la fase de un oscilador variable sea una réplica de la fase de una señal de entrada $\rightarrow$ fuerza al VCO a trackear la entrada en frecuencia y fase
- Modulación y demodulación de frecuencia y fase
- Filtrado de ruido de fase y modulación de fase
- Recuperación de la portadora
- Síntesis de frecuencia: partiendo de un oscilador patrón f_0, generamos frecuencias relacionadas de la forma $f = (n/m)f_0$

- Forma general de una señal de banda estrecha:

  $$V(t) = A(t)cos[\Phi(t)] = A(t)cos[w_c t + \phi_r(t)]$$

  donde $\Phi(t)$: fase absoluta
  $\phi_r(t)$: fase relativa

- Fase absoluta: portadora + modulación + ruido

  $$\Phi(t) = \omega_0 t + \Delta\phi cos(\omega_m t) + \phi_n(t)$$

- Fase relativa: portadora + modulación + ruido

  $$\phi_r(t) = \Delta\omega t + \Delta\phi cos(\omega_m t) + \phi_n(t)$$

  donde $\Delta\omega t = (\omega_0 - \omega_c)t$

- Y podemos definir también la frecuencia instantánea como:

  $$f(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\Phi(t)}{dt} = f_c + f_r(t), \qquad f_r(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\phi_r(t)}{dt}$$

  donde hemos definido una frecuencia de referencia arbitraria f_c
- Normalmente en señales de banda estrecha podemos definir una frecuencia media f_0 como el valor medio de la frecuencia instantánea:

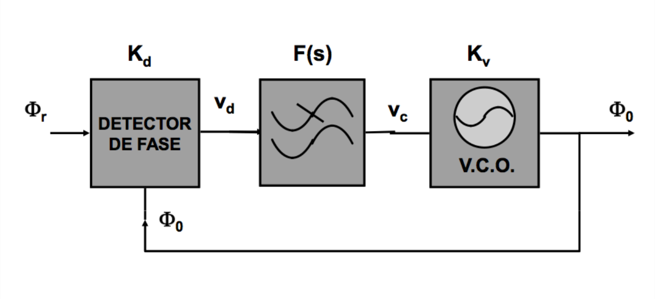
  $$\Phi(t) = 2\pi f_0 t + \phi_0(t)$$

ESTUDIO DE UN PLL IDEAL

PLL IDEAL: ESQUEMA DE BLOQUES

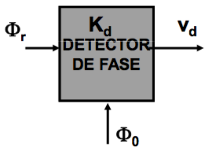
Entendemos por PLL ideal un PLL sin ruido

- Detector de fase (v_d error de fase)
- Filtro paso bajo (o filtro de bucle) $F(s) = \frac{v_c(s)}{v_d(s)}$
- VCO ideal



Detector de fase

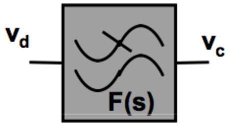
- K_d contante del detector
- A la salida presenta una señal proporcional a la diferencia de fases a la entrada. Por eso v_d es el "error de fase".
- Es un mezclador (analógico) o una puerta XOR (digital).



$$V_d(s) = K_d\left[\phi_r(s) - \phi_o(s)\right] = K_d\,\phi_e(s)$$

Filtro paso bajo

- Al pasar por el detector de fase se crean frecuencias altas que tienen que ser filtradas.
- El filtro nos define el orden y el tipo de PLL, y es el único elemento en el que hay libertad de elección de ganancia, polos y ceros.



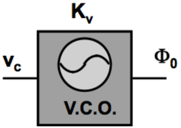
$$V_c(s) = F(s) V_d(s)$$

VCO ideal

- la señal diferencia llega al oscilador controlado por tensión, que varía su frecuencia linealmente con la tensión de entrada:

  $f_0(t) = f_c + K_v v_c(t)$

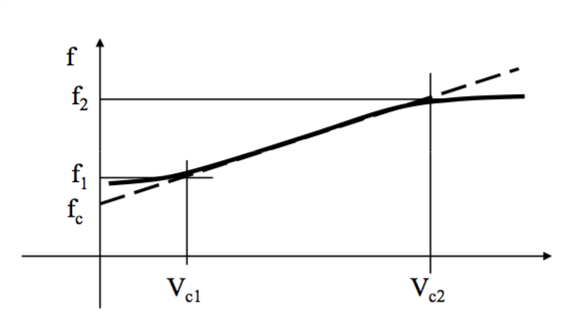
- Si la diferencia de fases es cero ($v_c = 0$), el PLL está enganchado, y el VCO oscila a su frecuencia natural f_c.



$$\phi_o(s) = 2\pi \frac{f_o(s)}{s} = 2\pi K_v \frac{V_c(s)}{s}$$

Respuesta del VCO

- K_v se expresa en Hz/V y está condicionada por la excursión de la señal de tensión de control y por la banda de frecuencias que genera: $K_v \approx \frac{f_2 - f_1}{v_2 - v_1}$



El PLL funciona en dos fases:

- Fase de adquisición: tenemos un error de fase grande $\phi_e(t)$, cuando el PLL entra en funcionamiento
- Fase de seguimiento: Cuando el PLL está enganchado, se compensan las pequeñas variaciones de fase $\phi_e(t) << 1$

Función de transferencia del lazo ($H(s)$)

- Describen el comportamiento del lazo frente a variaciones de fase.
- Referimos fases de referencia y VCO a la frec. central del VCO:
  $\Phi(t) = \omega_c t + \phi_0(t), \qquad \Phi_r(t) = \omega_c t + \phi_r(t)$
- Despejamos el cociente entre

  $$H(s) = \frac{\phi_0(s)}{\phi_r(s)} = \frac{KF(s)}{s+KF(s)},$$

  donde $K = 2\pi K_v K_d$
- $H(s)$ es una función paso bajo que relaciona fases:
  - $H(s)|_{s=0} = 1$
  - $H(s)|_{s=\infty} = 0$
- Modulaciones lentas de fase se trasladarán a la salida, mientras que modulaciones rápidas serán rechazadas en el filtrado.

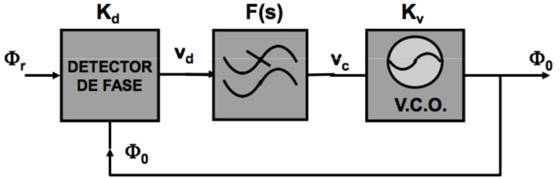
Función de transferencia del error

- $H_e(s) = \frac{\phi_e(s)}{\phi_r(s)} = 1 - H(s) = \frac{s}{s+KF(s)}$
- Tiene un comportamiento complementario a $H(s)$. $H_e(s)$ se anula en el origen y vale 1 en infinito.

Función de transferencia del lazo abierto

- $G(s) = \frac{\phi_0(s)}{\phi_r(s)}\Big|_{\text{lazo abierto}} = \frac{KF(s)}{s}$

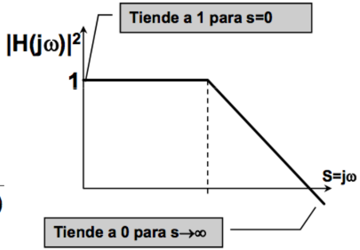
PLL IDEAL: FUNCIONES DE TRANSFERENCIA



$$H(s) = \frac{\phi_o(s)}{\phi_r(s)} = \frac{KF(s)}{s + KF(s)}$$

donde $K = 2\pi K_d K_v$

$$H_e(s) = \frac{\phi_e(s)}{\phi_r(s)} = 1 - H(s) = \frac{s}{s + KF(s)}$$



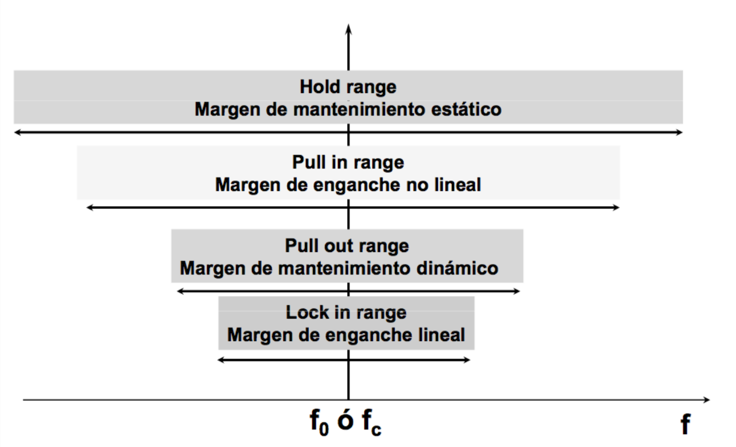
ESPECIFICACIONES

ESPECIFICACIONES

- Márgenes de enganche y desenganche
  - Lock-in range, Pull-out range, Pull-in, Hold
- Respuesta en régimen permanente y transitorio
  - Saltos de frecuencia y fase
- Filtrado del ruido de fase

- Margen de enganche lineal (lock-in): el PLL se engancha sin superar el margen lineal del detector de fase
- Margen de enganche no lineal (pull-in): más amplio pero más lento, el enganche se produce después de un proceso no lineal se produce
- Margen de mantenimiento estático (hold-in): margen de frecuencia de entrada de forma que si el PLL está enganchado, se mantiene enganchado.
- Margen de mantenimiento dinámico (pull-out): Estando el PLL enganchado, es el salto de frecuencia instantánea a la entrada que puede producirse sin que el PLL se desenganche.

MÁRGENES DE ENGANCHE Y DESENGANCHE



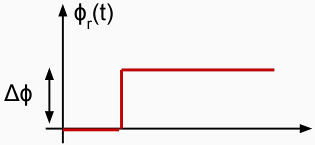
MÁRGENES DE ENGANCHE Y DESENGANCHE

- Tiempo de adquisición: tiempo que tarda la salida en alcanzar un estado estable.
- Error de fase: diferencia entre ϕ_0 y ϕ_r cuando el PLL está enganchado
- Modulación por armónicos de la señal de referencia: bandas laterales espúreas que aparecen por señales no deseadas

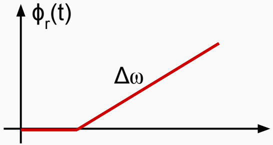
- Estudiaremos las prestaciones del PLL en fase de seguimiento
- Veremos respuesta a variaciones de:
  - Escalón de fase
  - Escalón de frecuencia
- Veremos si es capaz de recuperar la señal patrón

RESPUESTA A UN ESCALÓN DE FASE

- La respuesta al escalón de fase es:
  $$\phi_e(t) = \omega_0 t + \phi_r(t) = \omega_0 t + \Delta\phi u(t)$$
- En Laplace: $\phi_r(s) = \frac{\Delta\phi}{s}$
- Y sustituimos en el error:
  $\phi_e(s) = H_e(s)\phi_0(s) = \frac{s\phi_r(s)}{s+kF(s)}$
- Vemos el límite en estado permanente (cuando t tiende a infinito):
  $lim_{t->\infty}(\phi_e(t)) = lim_{s->0}(s\phi_e(s)) = lim_{s->0}(\frac{s\Delta\phi}{s+kF(s)}) = 0$
- Por tanto, siempre se puede compensar un error de fase.
- El filtro debe dejar pasar DC, y el error de fase no depende de la fase de la señal de referencia.



- Suponemos ahora un salto de frecuencia en la señal de entrada:
  $$\phi_r(t) = \Delta\omega t u(t) \rightarrow \frac{d\phi_r(t)}{dt} = \Delta\omega u(t) \rightarrow \phi_r(s) = \frac{\Delta\omega}{s^2}$$
- Si hacemos el límite cuando t tiende a infinito:
  $lim_{t->\infty}(\phi_e(t)) = lim_{s->0}(s\phi_e(s)) = lim_{s->0}(\frac{\Delta\phi}{s+kF(s)}) = \frac{\Delta\omega}{KF(0)}$
- Por tanto, si tenemos un polo en el origen, el error será nulo
- En caso contrario, el error de fase será proporcional a la diferencia de frecuencias

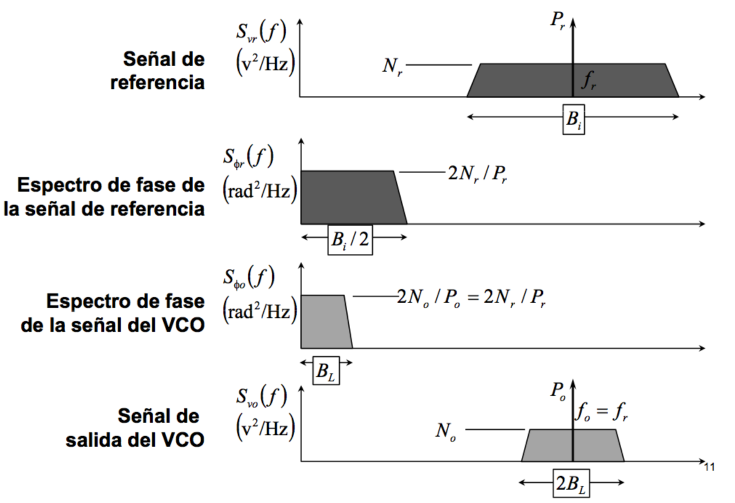


- El ruido a la salida del PLL depende del ruido que tengamos a la entrada y del ruido que introducen los componentes del PLL
- Podemos tener dos casos:
  - El ruido a la entrada del PLL domina, es decir, el ruido de $\phi_r(t)$
  - El ruido de los componentes del PLL domina
- Consideramos el primer caso (cuando hablemos de sintetizadores consideraremos el segundo caso).
- A la señal de referencia $\phi_r(t)$ se le acopla un ruido térmico AWGN $\rightarrow$ en el receptor, el ruido será paso banda, porque provendrá del filtro de FI.
  $v_r(t) = Vcos(\omega t) + n(t) = [V + v_n(t)]cos(\omega t + \phi_n(t))$
- Como es una señal paso banda, las modulaciones parásitas de amplitud y fase son paso bajo $\rightarrow$ la función que describe la fase en el tiempo tiene DEP concentrada en frecuencias bajas.

FILTRADO DE RUIDO DE FASE

- Como el PLL es insensible al ruido, despreciamos el ruido de amplitud frente al de fase.
- Suponiendo DEP de ruido N_r constante en banda B_i, la relación señal a ruido a la entrada del PLL es:
  $(S/N)_i = \frac{P_r}{N_r B_i}$
- Cuál es la $(S/N)_o$ a la salida del PLL?
- Necesitamos pasar por la DEP del ruido de fase $S_{\phi_r}(f)$ (se filtra con la función de transferencia del PLL)
  $S_{\phi_r}(f) = 2\frac{N_r}{P_r} = \frac{2}{(S/N)_i}\frac{1}{B_i}$
- A la salida, tenemos la entrada multiplicada por el cuadrado de la función de transferencia: $S_{\phi_0}(f) = S_{\phi_r}(f)|H(j2\pi f)|^2$
- Para simplificar, utilizamos el ancho de banda equivalente de la función de transferencia B_L

Vemos gráficamente lo que calculábamos en la transparencia anterior:



- Tenemos que la DEP del ruido de fase de salida es igual a la de entrada:
  $S_{\phi_0}(f) = S_{\phi_r}(f) = 2\frac{N_r}{P_r} = 2\frac{N_0}{P_0}$
- Finalmente, la relación señal a ruido a la salida es:
  $(S/N)_0 = \frac{P_0}{2N_0 B_L} = (S/N)_i \frac{B_i}{2B_L}$

Consideraciones:

- El ruido aditivo de entrada N_r se traduce en ruido de fase equivalente N_{ϕ_r}
- El PLL filtra el ruido de fase en un ancho de banda $2B_L$ en torno a la frecuencia f_r
- El ruido de amplitud no afecta al PLL ($H(s)$ no responde a amplitud)

Consideraciones (cont.):

- B_L puede reducirse cuanto queramos, porque es un filtro paso bajo (no limita el factor de calidad del filtro)
- Pero existe un B_L óptimo dado por el tiempo de enganche y el margen de enganche.
- En general, el enganche se mantiene hasta $(S/N)_0 \approx 0$dB. Pero necesitamos $(S/N)_0 > 6dB$ para que el PLL enganche
- Siempre estamos suponiendo que el detector de fase trabaja en la zona lineal.

Esto lo veremos mejor al ver los tipos de filtros y la influencia en el PLL.

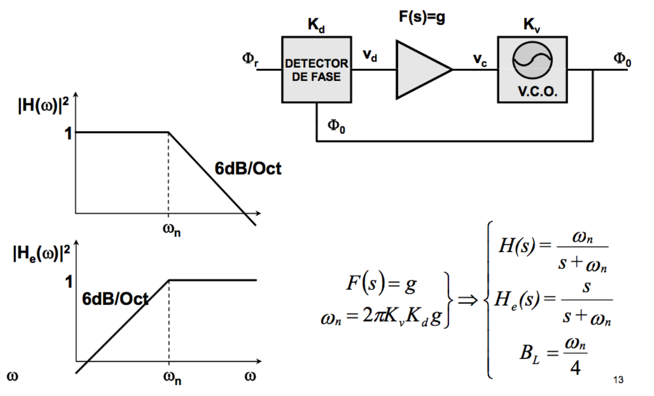
INFLUENCIA DEL FILTRO

El detector de fase y el VCO están condicionados por la tensión de alimentación y el rango de frecuencias.
El resto del diseño depende del filtro
Definiciones:

- Orden: número de polos de la función de transferencia $\rightarrow$ grado del denomidador
  $$H(s) = \frac{KF(s)}{s+KF(s)}$$
- Tipo: número de polos en el origen de la función en lazo abierto $G(s)$ $\rightarrow$ ó número de polos en el origen de $F(s)$ + 1
  $$G(s) = \frac{KF(s)}{s}$$

Nota: El orden siempre es mayor o igual que el tipo.

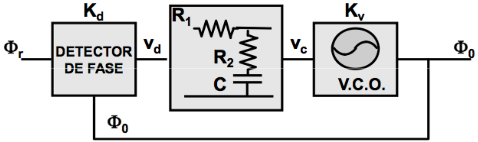
No tiene filtro. $F(s) = g$



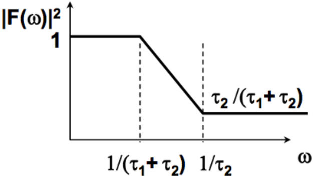
- En el caso del escalón de fase, el error final es cero y el transitorio exponencial con $\tau = 1/\omega_n$
- Para un escalón de frecuencia, el error final depende de la separación entre la frecuencia de referencia y la central del VCO.
- Sólo mediante el ajuste de la ganancia g fijamos frecuencia de corte, error de fase, ruido...) demasiados condicionantes para 1 único parámetro
- En general, se usa muy poco este filtro

Excitación	Error final de fase	Transitorio
Escalón de fase: $\Delta\phi$	0	$\phi_o(t) = \Delta\phi\left[1 - e^{-\omega_n t}\right]$
Escalón de frecuencia: $\Delta\omega$	$\frac{\Delta\omega}{\omega_n}$	$\Delta\omega_o(t) = \Delta\omega\left[1 - e^{-\omega_n t}\right]$

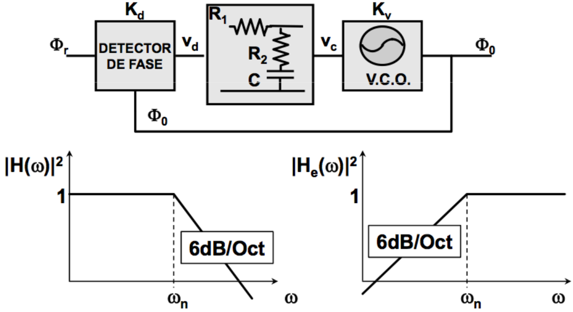
EL PLL DE ORDEN 2, TIPO 1 (FILTRO PASIVO)



$$F(s) = \frac{1 + s\tau_2}{1 + s(\tau_1 + \tau_2)}$$

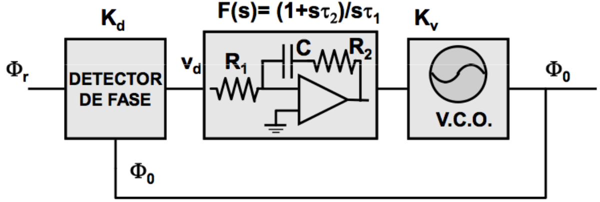


EL PLL DE ORDEN 2, TIPO 1 (FILTRO PASIVO)

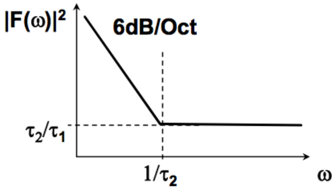


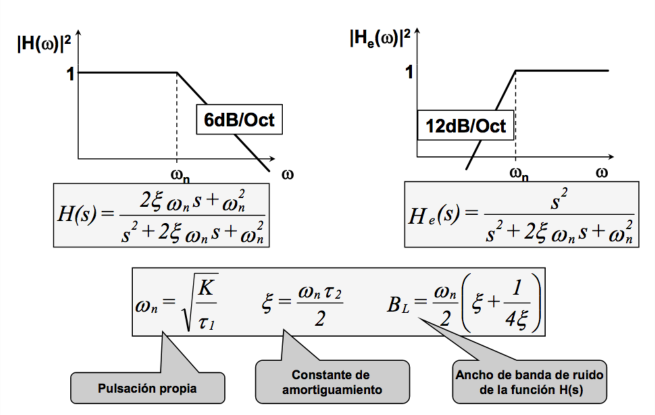
$$H(s) = \frac{s\,\omega_n\left(2\xi - \omega_n / K\right) + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\,\omega_n s + \omega_n^2} \qquad H_e(s) = \frac{s^2 + 2\xi\,\omega_n s}{s^2 + 2\xi\,\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{\tau_1 + \tau_2}} \qquad \xi = \frac{\omega_n}{2}\left(\tau_2 + \frac{1}{K}\right) \qquad K = 2\pi K_d K_v$$



$$F(s) = \frac{1 + s\,\tau_2}{s\,\tau_1}$$



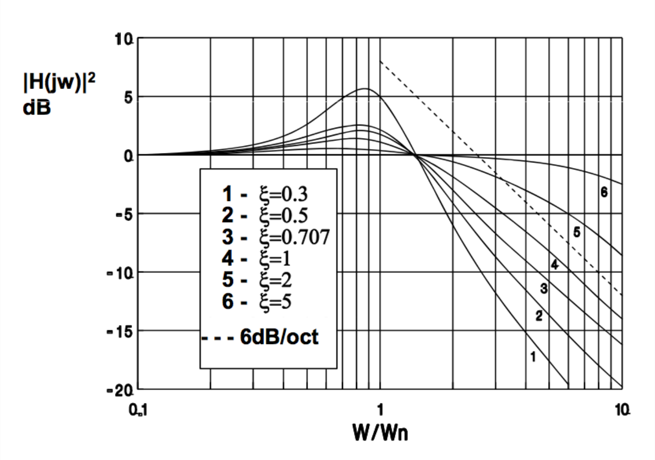


$|H(\omega)|^2$
1
6dB/Oct
ω_n
ω
$H(s)=\dfrac{2\xi\,\omega_n s+\omega_n^2}{s^2+2\xi\,\omega_n s+\omega_n^2}$
$|H_e(\omega)|^2$
1
12dB/Oct
ω_n
ω
$H_e(s)=\dfrac{s^2}{s^2+2\xi\,\omega_n s+\omega_n^2}$
$\omega_n=\sqrt{\dfrac{K}{\tau_1}}$
$\xi=\dfrac{\omega_n\tau_2}{2}$
$B_L=\dfrac{\omega_n}{2}\left(\xi+\dfrac{1}{4\xi}\right)$
Pulsación propia
Constante de amortiguamiento
Ancho de banda de ruido de la función H(s)

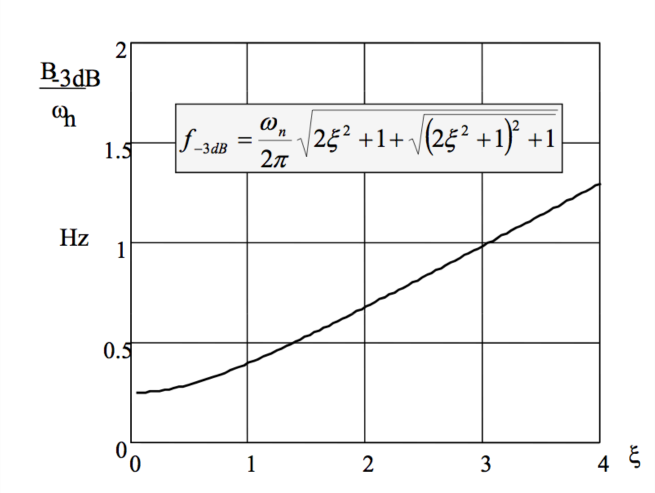
EL PLL DE ORDEN 2, TIPO 2 (FILTRO ACTIVO)

- En este caso, el error final de fase, tanto ante un escalón de fase como de frecuencia es 0, gracias al integrador del filtro.
- Consigue que el VCO siga oscilando a la misma frecuencia si se desvanece la señal de referencia. Al reestablecimiento, el enganche es instantáneo.
- Es el filtro más usado
- Si el factor de amortiguamient aumenta $\rightarrow$ tenemos respuesta más plana, aumenta el ancho de banda y la velocidad con que se alcanza la pendiente de 10dB/oct (ver siguiente transparencia).

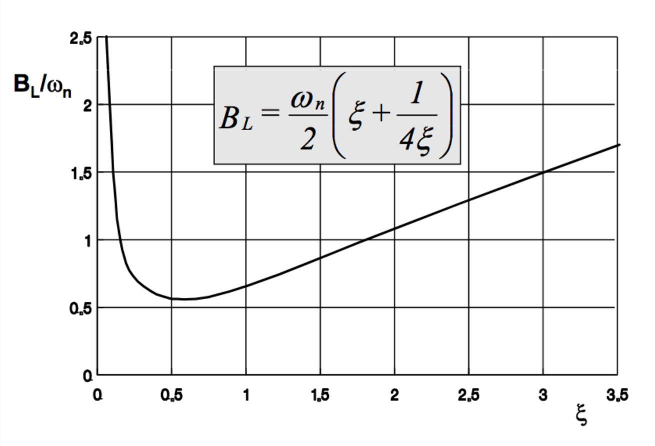
RESPUESTA EN FRECUENCIA DE UN PLL DE TIPO 2, ORDEN 2



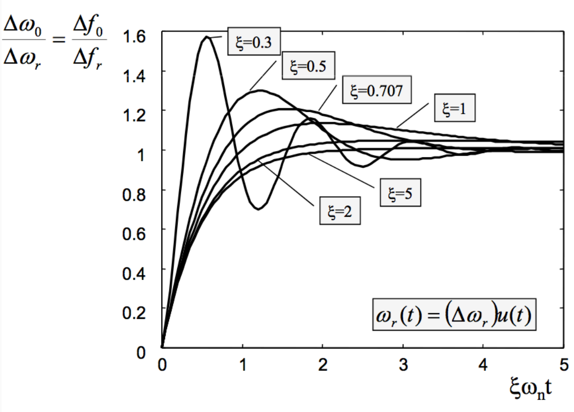
ANCHO DE BANDA A 3DB DE UN PLL DE TIPO 2, ORDEN 2



ANCHO DE BANDA DE RUIDO DE UN PLL DE TIPO 2, ORDEN 2

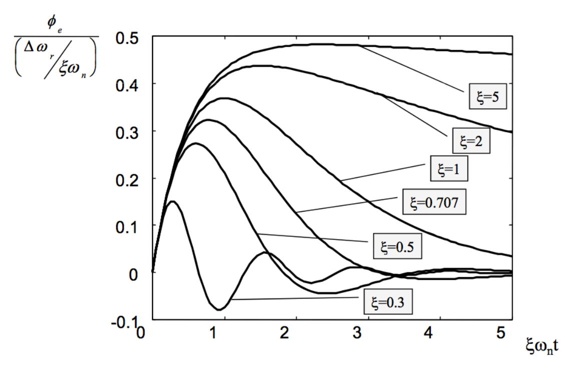


Existe un mínimo en $\xi = 0.5$



La respuesta tiende exponencialmente al valor final.
ξ y ω_n controlan la respuesta transitoria del lazo.
ξ controla la velocidad y forma en que la fase se aproxima al valor final.

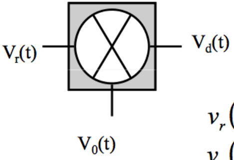
ERROR DE FASE EN UN SALTO EN FRECUENCIA, PLL DE TIPO 2, ORDEN 2



Ante un escalón de frecuencia hay que estudiar la evolución del error de fase, porque si superamos el límite del comportamiento lineal del detector de fase, nos desenganchamos.

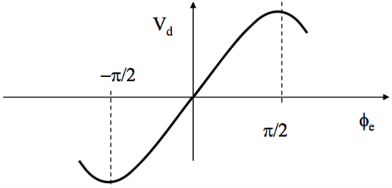
DETECTORES DE FASE

- Si a un detector de fase ideal $v_d(t) = K_d\phi_e(t)$ le conectamos dos señales de frecuencias distintas, entrega a la salida una señal que crece linealmente de forma indefinida.
- Esto no es posible por el margen lineal limitado del detector de fase, y su característica es periódica.
- Veremos los siguientes detectores de fase:
  - Multiplicador analógico
  - Puerta XOR
  - Biestable J-K
  - Detector fase-frecuencia $\rightarrow$ Bomba de carga



$$v_r(t) = V_r \operatorname{sen}(\omega_c t + \phi_r(t))$$
$$v_o(t) = V_o \cos(\omega_c t + \phi_o(t))$$

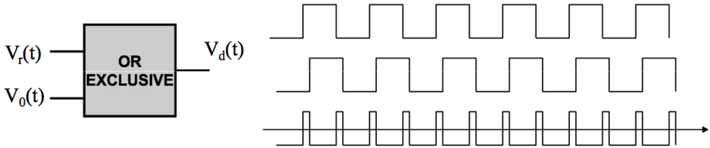
$$V_d(t) = K v_r(t) v_o(t) = \frac{K V_r V_o}{2}\left[\cancel{\operatorname{sen}(2\omega_c t + \phi_r(t) + \phi_o(t))} + \operatorname{sen}(\phi_r(t) - \phi_o(t))\right]$$

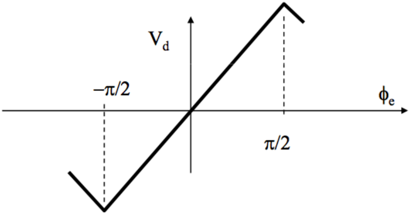


Margen lineal ± $\pi/3$
Máxima frecuencia de trabajo: 300GHz
K_d depende de la amplitud
Genera interferencias a $2f_r$
Cero asociado a señales en cuadratura

26

- Nos quedamos con la componente contínua
- El margen lineal es reducido, pero funciona en un rango muy extendido de frecuencias
- Para diferencias de fases mayores de $\pm\pi/2$, la pendiente se invierte y se pierde el enganche

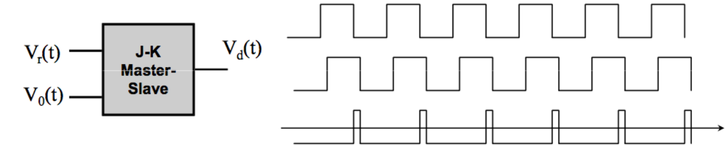


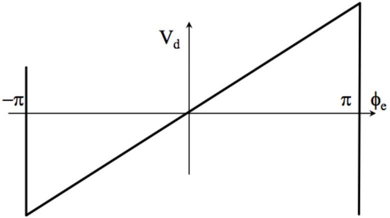


Margen lineal ± π/2
Máxima frecuencia de trabajo: 1GHz
K_d NO depende de la amplitud
Requiere formas de onda cuadrada
Genera interferencias a $2f_r$
Cero asociado a señales en cuadratura

MULTIPLICADOR DIGITAL (PUERTA XOR)

- Aumenta el margen lineal con respecto al anterior, pero disminuye la frecuencia máxima de trabajo.
- $K_d = \frac{\Delta V}{\pi}$ depende de la tensión de alimentación
- Si el ciclo de trabajo de la señal a la entrada no es del 50% hay distorsión y se reduce el margen dinámico
- Los armónicos aparecen a frecuencia doble $2f_r$: $V_{2fr} = 2\frac{\Delta V}{\pi}$
- Tenemos un nivel mayor de armónicos a la salida.

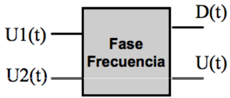




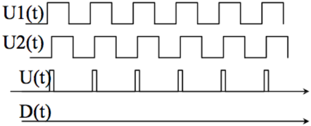
Margen lineal ± π
Máxima frecuencia de trabajo: 200MHz
K_d NO depende de la amplitud
No requiere ondas cuadradas
Genera interferencias a f_r
Cero asociado a señales en contrafase
Requiere S/N>30dB

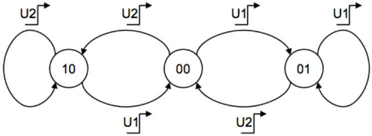
MULTIPLICADOR DIGITAL (PUERTA XOR)

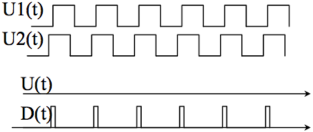
- A la salida nos da una onda rectangular con ciclo de trabajo linealmente dependiente del desfase entre señales.
- Aumenta el margen lineal con respecto al anterior (al doble), pero disminuye la distancia al primer armónico, que ahora está a frecuencia f_r.
- $K_d = \frac{\Delta V}{2\pi}$ depende de la tensión de alimentación
- Los armónicos aparecen a frecuencia f_r: $V_{fr} = 2\frac{\Delta V}{\pi}$
- Para frecuencias parecidas a la entrada, el enganche es lento

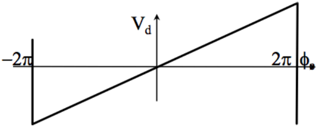


Estado	D	U
00	0	0
01	0	1
10	1	0





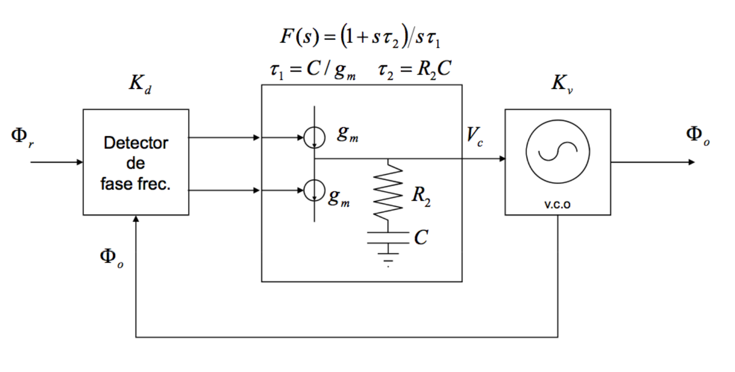


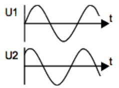
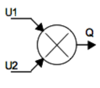
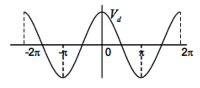
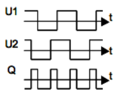
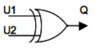
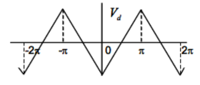
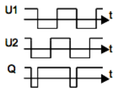
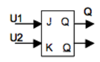
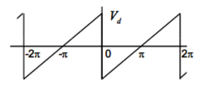
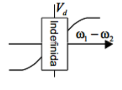
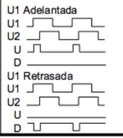
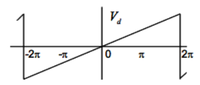
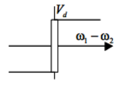


Margen lineal ± 2π
Máxima frecuencia de trabajo: 100MHz
K_d NO depende de la amplitud
No requiere ondas cuadradas
Genera interferencias a f_r
Cero asociado a señales en fase
Responde a diferencias grandes de frecuencia
Requiere S/N>30 dB

- El margen lineal es todavía mayor $\pm 2\pi$
- La máxima frecuencia de trabajo es baja
- La respuesta NO es instantánea (es una máquina de estados), cuando la diferencia entre señales es menor que el tiempo de respuesta no funciona correctamente
- El armónico está a frecuencia f_r: $V_{fr} = 2\frac{\Delta V}{\pi}$

Para implementar un detector fase-frecuencia usamos o bien un amplificador diferencial como elemento activo del filtro, o bien una bomba de carga.



Tipo	Señales	Diagrama	Respuesta Fase	Respuesta Frecuencia
1: Multiplicador Analógico				Indefinida
2: Multiplicador Digital				Indefinida
Biestable JK				
Fase Frecuencia				

EJERCICIOS

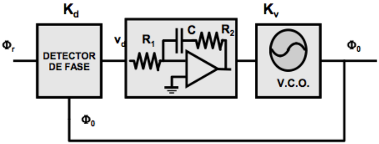
EJERCICIO 1

Obtenga la función de transferencia de una red PLL de tipo 2, orden 2, construida con los siguientes elementos:

- VCO sintonizable de forma lineal entre 1700 y 2000 MHz para tensiones de control entre 0 y 12 V.
- Detector de fase analógico con un margen lineal de detección entre $-\pi/3$ y $\pi/3$, y tensiones de salida entre 0 y 0.2 V
- Un filtro activo formado por un amplificador operacional de ganancia máxima de tensión 50 dB, un condensador de 10 nF, resistencia de entrada $R_1 = 7k\Omega$ y resistencia de realimentación $R_2 = 300\Omega$

1. Determine la pulsación propia del lazo y el coeficiente de amortiguamiento
2. Determine el ancho de banda equivalente de ruido
3. Determine la profundidad de la modulación de frecuencia de la señal a la salida si la señal a la entrada está formada por un tono puro de 1800 MHz, modulado en frecuencia por una señal de 20 kHz con una desviación máxima de frecuencia de 75 kHz.

La función de transferencia de un PLL de tipo 2 y orden 2, como el de la figura, viene dada por:



$$H(s) = \frac{2\xi\,\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\,\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{\tau_1}} \qquad \xi = \frac{\omega_n \tau_2}{2}$$

La constante $K=2\pi K_d K_v$ y $\tau_1=R_1C$, $\tau_2=R_2C$

En este caso la constante K_v del oscilador y la del detector de fase pueden ponerse como:

$$K_v = \frac{f_2 - f_1}{v_2 - v_1} = \frac{2000 - 1700MHz}{12 - 0v} = 25MHz/v$$

$$K_d = \frac{v_2 - v_1}{\phi_2 - \phi_1} = \frac{0.3 - 0v}{\pi/3 + \pi/3\,rad} = \frac{0.3}{\pi} v/rad$$

La constante K es: $K=2\pi K_d K_v = 15.10^6\ s^{-1}$

EJERCICIO 1: SOLUCIÓN

$\tau_1 = R_1 C = 7.10^{-5} s$

$\tau_2 = R_2 C = 3.10^{-6} s$

La pulsación propia y la constante de amortiguamiento son entonces:

$$\boxed{\omega_n = \sqrt{\frac{K}{\tau_1}} = 463 krad/s} \qquad \boxed{\xi = \frac{\omega_n \tau_2}{2} = 0.69}$$

El ancho de banda de ruido viene dado por::

$$\boxed{B_L = \frac{\omega_n}{2}\left(\xi + \frac{1}{4\xi}\right) = 243.6 kHz}$$

EJERCICIO 1: SOLUCIÓN

3. La frecuencia de la señal moduladora es la que determina la señal que debe filtrarse por la función de transferencia del PLL, mientras que la desviación máxima de frecuencia es la amplitud de dicha señal.
En este caso la frecuencia de la señal de modulación es 20KHz, mucho menor que la frecuencia propia del PLL $f_n=\omega_n/2\pi=74$kHz.

La función de transferencia será prácticamente la unidad y la profundidad de modulación será aproximadamente la misma que la de entrada.

$$\boxed{|H(\omega)|^2=\frac{(\omega_n^2)^2+(2\xi\,\omega_n\omega)^2}{(\omega_n^2-\omega^2)^2+(2\xi\,\omega_n\omega)^2}}$$

$$\boxed{|H(\omega)|^2=\frac{1+\left(2\xi\,\omega/\omega_n\right)^2}{\left(1-\left(\omega/\omega_n\right)^2\right)^2+\left(2\xi\,\omega/\omega_n\right)^2}}$$

Para comprobarlo basta sustituir s por $j\omega=j2\pi2.10^4$ en la expresión anterior o el cociente $\omega/\omega_n=0.27$, obteniendo $H^2=1.14$ ó $H=1.068$

Para filtrar una señal procedente de un satélite que se ha convertido a una frecuencia intermedia de 10 MHz, se utiliza un circuito PLL de tipo 2 y orden 2, formado por un VCO con K_v = 100 kHz/V, un detector de fase con K_d = 0.5V/rad y un filtro activo. La señal de entrada en 10 MHz se puede considerar un tono puro acompañado de un ruido blanco que ocupa una banda de 200 kHz. Se desea filtrar para que la banda final de ruido no supere 50 Hz.

1. Determine la pulsación propia del lazo para un coeficiente de amortiguamiento de 0.5
2. Determine los valores de los componentes del filtro activo
3. Determine la relación señal a ruido a la entrada para que el lazo no llegue a perder el enganche.

La banda de salida de ruido es $2B_L$, con lo que el parámetro BL (ancho de banda equivalente de ruido) tiene que ser 25Hz. Utilizando la expresión del ancho de banda equivalente de ruido para un filtro lead lag activo y despejando tenemos el valor de la pulsación propia.

$$\boxed{B_L = \frac{\omega_n}{2}\left(\xi + \frac{1}{4\xi}\right) = 25Hz}$$

$$\boxed{\omega_n = \frac{2B_L}{\left(\xi + \frac{1}{4\xi}\right)} = 50 rad/s}$$

A partir de la constante del detector de fase, de la constante del VCO y de los valores de pulsación propia y el coeficiente de amortiguamiento, se puede obtener las constantes de tiempo:.

$$K = 2\pi K_V K_d = 2\pi \cdot 10^5\,Hz \cdot 0.5\frac{V}{rad} = 3.14 \cdot 10^5 s^{-1}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{\tau_1}} \Rightarrow \tau_1 = \frac{K}{\omega_n^2} = 125.6\text{s} \qquad \xi = \frac{\omega_n \tau_2}{2} \Rightarrow \tau_2 = \frac{2\xi}{\omega_n} = 0.02\text{s}$$

Y con una elección de C=10μF

$$\tau_1 = R_1 C \quad R_1 = \tau_1 / C = 12.5\,\text{M}\Omega$$

$$\tau_2 = R_2 C \quad R_2 = \tau_2 / C = 2.0\,\text{k}\Omega$$

Para que no se pierda el enganche consideramos una relación señal a ruido a la salida de 0dB.

$$\left(S/N\right)_0 = \left(S/N\right)_i \frac{B_i}{2B_L}$$

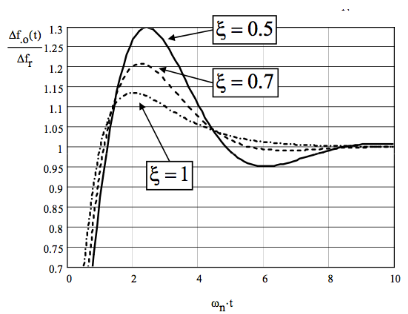
$$\boxed{\left(S/N\right)_i = \left(S/N\right)_0 \frac{2B_L}{B_i} = 2.5\cdot 10^4 \Rightarrow -36dB}$$

EJERCICIO 3

Se desea diseñar el filtro del lazo de un PLL con una frecuencia central de 100kHz tal que tras un salto de frecuencia de 1kHz se consiga un error de frecuencia menor que 40Hz en 6.3ms.

1. Seleccione de entre 0.5, 0.7 y 1 el valor de la constante de amortiguamiento que minimiza el ancho de banda de ruido.
2. Determine los valores de los componentes del filtro activo.
3. Calcule el error de fase máximo que se obtiene para el diseño elegido.

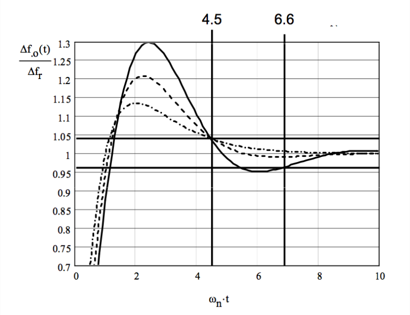
Suponga $K_d = 5/2\pi V/rad$ y $K_v = 6kHz/V$



EJERCICIO 3: SOLUCIÓN

1. El error de frecuencia estipulado, 40Hz, supone un $40Hz/1kHz = 4\%$ del salto de frecuencia, luego los límites en la gráfica serían el 0.96 y el 1.04. Para cada caso hay que determinar:

- Estimar el valor más adecuado de ξ
- El valor de $\omega_n t$ para el que se consigue el asentamiento: se hace a partir de la gráfica.
- El valor de $\omega_n = \omega_s t_s / t_s$
- El valor del ancho de banda de ruido B_L



Los valores obtenidos son:

ξ	$\omega_n t_s$	ω_n (rad/s)	B_L(Hz)
0.5	6.6	1047	522.5
0.7	4.5	714	377.6
1	4.5	714	446.4

De donde se deduce que el valor óptimo es 0.7 porque aporta mínimo ruido.

EJERCICIO 3: SOLUCIÓN

Para calcular los valores del filtro es necesaria la constante del bucle:

$$K = 2\pi K_V K_d = 2\pi \cdot 6{\cdot}10^4\, Hz \cdot \frac{5}{2\pi} \frac{V}{rad} = 3 \cdot 10^4 s^{-1}$$

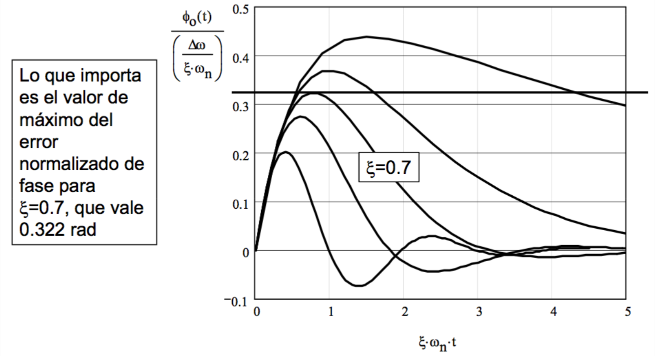
$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{\tau_1}} \Rightarrow \tau_1 = \frac{K}{\varpi_n{}^2} = 59\,\mathrm{ms} \qquad \xi = \frac{\omega_n \tau_2}{2} \Rightarrow \tau_2 = \frac{2\xi}{\omega_n} = 1.96\,\mathrm{ms}$$

Y con una elección de C=100nF

$$\tau_1 = R_1 C \qquad R_1 = \tau_1 / C = 588\,\mathrm{k\Omega}$$

$$\tau_2 = R_2 C \qquad R_2 = \tau_2 / C = 19.6\,\mathrm{k\Omega}$$

2. Para el cálculo del error de fase hay que utilizar la gráfica.



Desnormalizando se obtiene:

$\phi_{max} = \frac{2\pi \Delta f_r}{\xi \omega_n} \cdot 0.322 rad = 4.048 rad$

valor que obligaría a utilizar un detector de fase tipo fase-frecuencia para que no se produzca el desenganche.

1. La función de transferencia de un PLL relaciona en el espacio de Laplace:

a La tensión de salida con la tensión de entrada

b La tensión de salida con la diferencia de fases de salida y referencia

c La frecuencia de salida y la tensión de control

d La gase de salida y la fase de la señal de referencia.

2. El detector de fase que permite trabajar con mayor margen lineal de fases es:

a El detector digital de puerta XOR

b El detector digital de fase-frecuencia

c El detector analógico multiplicador

d El detector de tipo biestable JK

3. Que la función de transferencia de un PLL es paso bajo significa que:

a Sólo deja pasar las componentes de baja frecuencia de la señal de entrada.

b Sólo pasan las componentes de baja frecuencia de la modulación de AM.

c Sólo aparecen a la salida las componentes lentas de modulación de fase.

d Elimina las componentes en frecuencias superiores a la frecuencia de entrada.

4. Un filtro de tipo 2 orden 2 activo tiene como ventaja fundamental que;

a El error de fase tras un salto de fase es nulo

b El error de fase tras un salto de frecuencia es nulo

c El error de frecuencia tras un salto de fase es nulo

d El error de frecuencia tras un salto de frecuencia es nulo

5. En un PLL de tipo 2 orden 2, con filtro activo:

a el “Lock-in range” está limitado por la banda del VCO
b el “Pull-out range” está limitado por la banda del VCO
c el “Pull-in range” está limitado por la banda del VCO
d el “Hold range” está limitado por la banda del VCO

6. En un PLL diseñado para filtrar una señal ruidosa

a El filtro del PLL tiene que operar a la frecuencia de la señal
b El ancho de banda equivalente del filtro del PLL es el que define la calidad del filtrado
c El ancho de banda equivalente del ruido de PLL tiene que se inferior a la mitad del ancho de banda de la señal de referencia
d El ancho de banda a -3dB del PLL debe ser igual a su ancho de banda equivalente de ruido.

Preguntas?