

## ಅಭ್ಯಾಸ 11.2

ಈ ಅಭ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು/ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪದೇ ಪದೇ ಉಪಯೋಗಿಸುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

$\sin\theta =$ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು $\div$ ವಿಕರ್ಣ	$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta =$ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು $\div$ ವಿಕರ್ಣ	$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ , $\tan 45^\circ = 1$
$\tan\theta =$ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು $\div$ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು	

ಗಮನಿಸಿ:  $\sqrt{3}x = y \approx \sqrt{3} * \sqrt{3}x = \sqrt{3} * y \Rightarrow 3x = y\sqrt{3}$

ವಿ.ಸೂ. ಮಧ್ಯಂತರದಲ್ಲಿ ದೊರೆಯುವ  $\frac{AB}{AC}$  ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಉತ್ತರಗಳ ಮೇಲಿನ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಂದ ತಪ್ಪು ಜಾಸ್ತಿ ಆಗುವ ಸಂಭವ ಜಾಸ್ತಿಯಾಗುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ

ಉಪಯೋಗವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ  $\frac{AB}{8} = \frac{1}{\sqrt{3}}$  ಆದಾಗ  $AB = \frac{8}{\sqrt{3}}$   $AB$  ಯು  $\frac{8}{\sqrt{3}}$  ಬೆಲೆಯ ಬದಲಿಗೆ ಮುಂದಿನ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ  $\sqrt{3} AB = 8$

ಎಂದು ಆದೇಶಿಸಲಾಗಿದೆ. ಲೆಕ್ಕಿಸಲು ಸುಲಭವಾಗಲೆಂದು ಹಲವೆಡೆ ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಕಡೆ  $\sqrt{3}$  ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಸಮೀಕರಣದ ಅವ್ಯಕ್ತಪದದ ಜೊತೆ ವರ್ಗಮೂಲ

ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬದಲು ಕೇವಲ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಂಖ್ಯಾಸಹಗುಣಕವಾಗಿರುವಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ  $\sqrt{3} BD = 87$  ಎನ್ನುವಲ್ಲಿ  $BD$  ಯು

ಸಂಖ್ಯಾಸಹಗುಣಕ  $\sqrt{3}$  ರ ಬದಲಿಗೆ 3 ಇರುವಂತೆ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. (ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಕಡೆ  $\sqrt{3}$  ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದೆ.) ಅಂದರೆ

$\sqrt{3} BD = 87 \Rightarrow \sqrt{3} * \sqrt{3} BD = \sqrt{3} * 87 \Rightarrow 3BD = 87\sqrt{3}$

11.2.1.1. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಬೆಲೆ ???	ಉತ್ತರ
i) $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$	$= \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} * \frac{\sqrt{3}}{2} \right\} + \left\{ \frac{1}{2} * \frac{1}{2} \right\} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$
ii) $2 \tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$	$= 2(1)^2 + \left( \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right)^2 - \left( \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right)^2 = 2 * 1 = 2$
iii) $\frac{\cos 45^\circ}{\sec 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ}$	$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{-----(1)}$ $\sec 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} + 2 = 2 \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + 1 \right) = 2 \left( \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) = 2 \left( \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} * \frac{1 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \right)$ $= 2 \left( \frac{1^2 - 3}{\sqrt{3}(1 - \sqrt{3})} \right) = \frac{-4}{\sqrt{3} - 3} = \frac{4}{3 - \sqrt{3}} = \frac{4}{3 - \sqrt{3}} * \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{2} - \sqrt{6}} \quad \text{-----(2)}$ $(1) \div (2) \text{ ಥಿಂದ } \frac{\cos 45^\circ}{\sec 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} * \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{8}$
iv) $\frac{\sin 30^\circ + \tan 45^\circ - \operatorname{cosec} 45^\circ}{\sec 30^\circ + \cos 30^\circ + \cot 45^\circ} =$	$\sin 30^\circ + \tan 45^\circ - \operatorname{cosec} 45^\circ = \frac{1}{2} + 1 - \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3} - 4}{2\sqrt{3}} \quad \text{---(1)}$ $\sec 30^\circ + \cos 60^\circ + \cot 45^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{4 + \sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3} + 4}{2\sqrt{3}} \quad \text{---(2)}$ $(1) \div (2) \text{ ಥಿಂದ } \frac{\sin 30^\circ + \tan 45^\circ - \operatorname{cosec} 60^\circ}{\sec 30^\circ + \cos 30^\circ + \cot 45^\circ} = \frac{3\sqrt{3} - 4}{2\sqrt{3}} * \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{3} + 4} * \frac{3\sqrt{3} - 4}{3\sqrt{3} - 4}$ $= \frac{(3\sqrt{3})^2 + 4^2 - 2 * 3\sqrt{3} * 4}{(3 * \sqrt{3})^2 - 4^2} = \frac{27 + 16 - 24\sqrt{3}}{27 - 16} = \frac{43 - 24\sqrt{3}}{11}$

$v) \frac{5\cos^2 60^\circ + 4\sec^2 30^\circ - \tan^2 45^\circ}{\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ}$	$5\cos^2 60^\circ + 4\sec^2 30^\circ - \tan^2 45^\circ = 5\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - (1)^2 = \frac{5}{4} + \frac{16}{3} - 1$ $= \frac{15 + 64 - 12}{12} = \frac{67}{12} \text{ -----(1)}$ $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1 \text{ -----(2)}$ $(1) \div (2) \text{ ರಿಂದ } \frac{5\cos^2 60^\circ + 4\sec^2 30^\circ - \tan^2 45^\circ}{\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ} = \frac{67}{12}$
--	--

11.2.2. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ, ನಿಮ್ಮ ಆಯ್ಕೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

ಬೆಲೆ ???	ಉತ್ತರ
$\frac{2 \tan 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}$	$2 \tan 30^\circ = 2 * \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ -----(1)}$ $1 + \tan^2 30^\circ = 1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \text{ -----(2)}$ $(1) \div (2) \text{ ರಿಂದ } \frac{2 \tan 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}} * \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 30^\circ$
$\frac{1 - \tan^2 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ}$	$1 - \tan^2 45^\circ = 1 - 1^2 = 0 \text{ \& } 1 + \tan^2 45^\circ = 1 + 1^2 = 2 \Rightarrow \frac{1 - \tan^2 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ} = 0$
$\sin 2A = 2 \sin A \text{ ಆದರೆ } A = ??$	$\sin 2A = \sin(A+A) \Rightarrow 2A = A \Rightarrow A = 0$
$\frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ}$	$2 \tan 30^\circ = 2 * \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ \& } 1 - \tan^2 30^\circ = 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ $(1) \div (2) \text{ ರಿಂದ } \frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}} * \frac{3}{2} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$

11.2.3. .  $\tan(A + B) = \sqrt{3}$  ಮತ್ತು  $\tan(A - B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$  ಆಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ  $0^\circ < A + B \leq 90^\circ$  ;  $A > B$  ಆದರೆ, A ಮತ್ತು B ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\tan(A+B) = \sqrt{3} \text{ \& } \tan 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow A+B=60^\circ \text{ -----(1)}$$

$$\tan(A-B) = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ \& } \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow A-B=30^\circ \text{ -----(2)}$$

$$(1)+(2) \Rightarrow 2A=90^\circ \therefore \angle A=45^\circ \text{ ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಮೇಲಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ } \angle B=15^\circ$$

11.2.4. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿ ಅಥವಾ ತಪ್ಪು ತಿಳಿಸಿ ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ,

ಹೇಳಿಕೆ ಸರಿಯೇ ತಪ್ಪೇ?	ಉತ್ತರ	ಸಮರ್ಥನೆ
$\sin(A+B) = \sin A + \sin B$	ತಪ್ಪು	$A=30^\circ$ & $B=60^\circ$ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ $\sin(A+B) = \sin(90^\circ) = 1$ $\sin A = \sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$ & $\sin B = \sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin(A) + \sin(B) = \sin(30^\circ) + \sin(60^\circ) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ $1 \neq \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \therefore \sin(A+B) \neq \sin(A) + \sin(B)$
ಠಿಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ $\sin\theta$ ಬೆಲೆಯು ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆ	ಸರಿ	$\sin(0^\circ) = 0$ ; $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$ ; $\sin(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ; $\sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ & $\sin(90^\circ) = 1$
ಠಿಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ $\cos\theta$ ಬೆಲೆಯು ಹೆಚ್ಚುತ್ತದೆ	ತಪ್ಪು	$\cos(0^\circ) = 1$ ; $\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; $\cos(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ; $\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$ & $\cos(90^\circ) = 0$
ಠಿದ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ $\sin\theta = \cos\theta$ ಆಗಿದೆ	ತಪ್ಪು	$\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$ ; $\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$A=0^\circ$ ಗೆ $\cot A$ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿಲ್ಲ	ಸರಿ	$\cos(0^\circ) = 1$ & $\sin(0^\circ) = 0 \therefore \cot(0^\circ) = \frac{\cos(0^\circ)}{\sin(0^\circ)} = \frac{1}{0}$

A Project of [www.eShale.org](http://www.eShale.org)

### ಅಭ್ಯಾಸ 11.3

ಈ ಅಭ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು/ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಪದೇ ಪದೇ ಉಪಯೋಗಿಸುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳನ್ನು ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ.

$\sin\theta =$ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು $\div$ ವಿಕರ್ಣ	$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta =$ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು $\div$ ವಿಕರ್ಣ	$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ , $\tan 45^\circ = 1$
$\tan\theta =$ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು $\div$ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು	$\sin(90-A) = \cos A$ , $\cos(90-A) = \sin A$ $\tan(90-A) = \cot A$ , $\cot(90-A) = \tan A$ . . .

11.3.1. ಮೌಲ್ಯೀಕರಿಸಿ:

ಸಂಖ್ಯೆ	ಪ್ರಶ್ನೆ ಬೆಲೆ ??	ಉತ್ತರ
(i)	$\frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ}$	$\sin(18^\circ) = \sin(90^\circ - 72^\circ) = \cos 72^\circ \therefore \frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ} = \frac{\cos 72^\circ}{\cos 72^\circ} = 1$
(ii)	$\frac{\tan 26^\circ}{\cot 64^\circ}$	$\cot(64^\circ) = \tan(90^\circ - 64^\circ) = \tan 26^\circ \therefore \frac{\tan 26^\circ}{\cot 64^\circ} = \frac{\tan 26^\circ}{\tan 26^\circ} = 1$
(iii)	$\cos 48^\circ - \sin 42^\circ$	$= \sin(90^\circ - 48^\circ) - \sin(42^\circ) = \sin 42^\circ - \sin 42^\circ = 0$
(iv)	$\operatorname{Cosec} 31^\circ - \sec 59^\circ$	$= \sec(90^\circ - 31^\circ) - \sec(59^\circ) = \sec 59^\circ - \sec 59^\circ = 0$

ಸಂಖ್ಯೆ	ಪ್ರಶ್ನೆ	ಉತ್ತರ/ಸಾಧನೆ
11.3.2.(i)	$\tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan 42^\circ \tan 67^\circ = 1$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ	$= \cot(90^\circ - 48^\circ) * \cot(90^\circ - 23^\circ) * \tan 42^\circ * \tan 67^\circ$ $= \frac{1}{\tan 42^\circ} * \frac{1}{\tan 67^\circ} * \tan 42^\circ * \tan 67^\circ = 1$
11.3.2.(ii)	$\cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ = 0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ	$= \sin(90^\circ - 38^\circ) * \sin(90^\circ - 52^\circ) - \sin 38^\circ * \sin 52^\circ$ $= \sin 52^\circ * \sin 38^\circ - \sin 38^\circ * \sin 52^\circ = 0$
11.3.3.	$\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$ ಮತ್ತು $2A$ ಲಘು ಕೋನವಾಗಿದೆ. $A$ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	$\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$ $\cot(90^\circ - 2A) = \cot(A - 18^\circ)$ $\Rightarrow 90^\circ - 2A = A - 18^\circ \therefore 108^\circ = 3A \Rightarrow A = 36^\circ$
11.3.4.	$\tan A = \cot B$ ಆದರೆ $A + B = 90^\circ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ	$\tan A = \cot B$ $\tan A = \tan(90^\circ - B)$ $\Rightarrow A = 90^\circ - B \therefore A + B = 90^\circ$
11.3.5.	$\sec 4A = \operatorname{cosec}(A - 20^\circ)$ ಮತ್ತು $4A$ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಆದರೆ $A$ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.	$\sec 4A = \operatorname{cosec}(A - 20^\circ)$ $\operatorname{cosec}(90^\circ - 4A) = \operatorname{cosec}(A - 20^\circ)$ $\Rightarrow 90^\circ - 4A = A - 20^\circ \therefore 5A = 110^\circ \Rightarrow A = 22^\circ$
11.3.6.	$A, B$ ಮತ್ತು $C$ ಗಳು ತ್ರಿಕೋನ $ABC$ ಯ ಒಳಕೋನಗಳಾದರೆ, $\sin\left(\frac{B+C}{2}\right) = \cos\left(\frac{A}{2}\right)$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.	$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ $\angle B + \angle C = 180^\circ - A$ $\therefore \frac{B+C}{2} = \left\{90^\circ - \frac{A}{2}\right\}$ $\therefore \sin\left(\frac{B+C}{2}\right) = \sin\left(90^\circ - \frac{A}{2}\right) = \cos\left(\frac{A}{2}\right)$
11.3.7.	$\sin 67^\circ + \cos 75^\circ$ ನ್ನು $0^\circ$ ಮತ್ತು $45^\circ$ ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.	$\sin(67^\circ) + \cos 75^\circ$ $= \cos(90^\circ - 67^\circ) + \sin(90^\circ - 75^\circ) = \cos 23^\circ + \sin 15^\circ$